

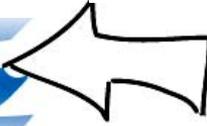
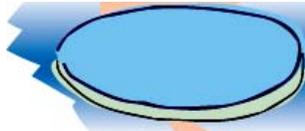


# Etude de la Terre et de l'Environnement depuis l'espace

*Leçon n 1:  
Forme de la Terre,  
champ de gravité  
et géodésie*

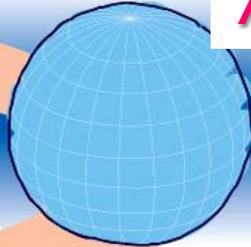
*Anny Cazenave*

*Il y a très longtemps...*



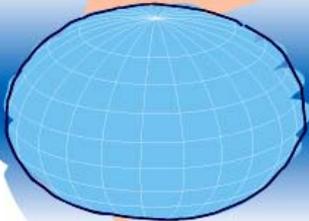
*un disque*

*une sphère*



*Antiquité*

*18<sup>ème</sup> siècle*



*un sphéroïde*

*Expéditions  
en Laponie  
et au Pérou*



*de nos jours*

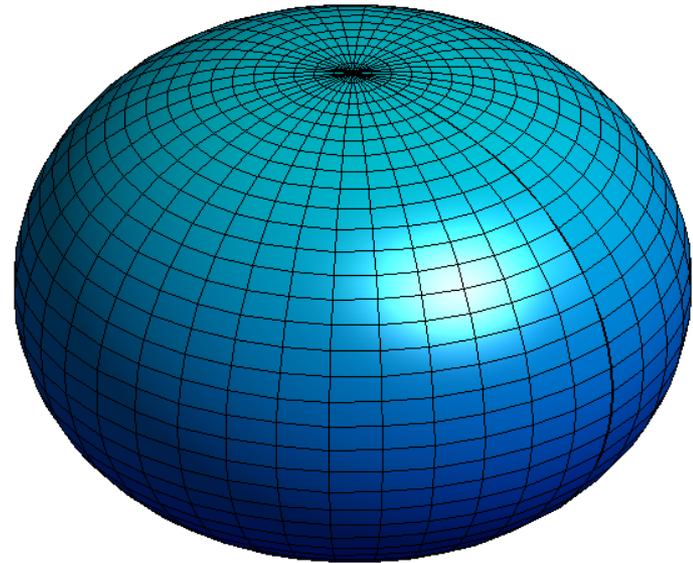


*le géoïde*



*la  
forme  
de  
la  
Terre  
au  
fil  
des  
siècles...*

# Isaac Newton et la forme de la Terre 1687



## La forme et les dimensions de la Terre au XVIII<sup>ème</sup> siècle



Cassini I : Gian Domenico (Jean-Dominique)  
Cassini (1625-1712)

Cassini II : Jacques Cassini (1677-1756)

Cassini III : César-François Cassini de Thury  
(1714-1784)

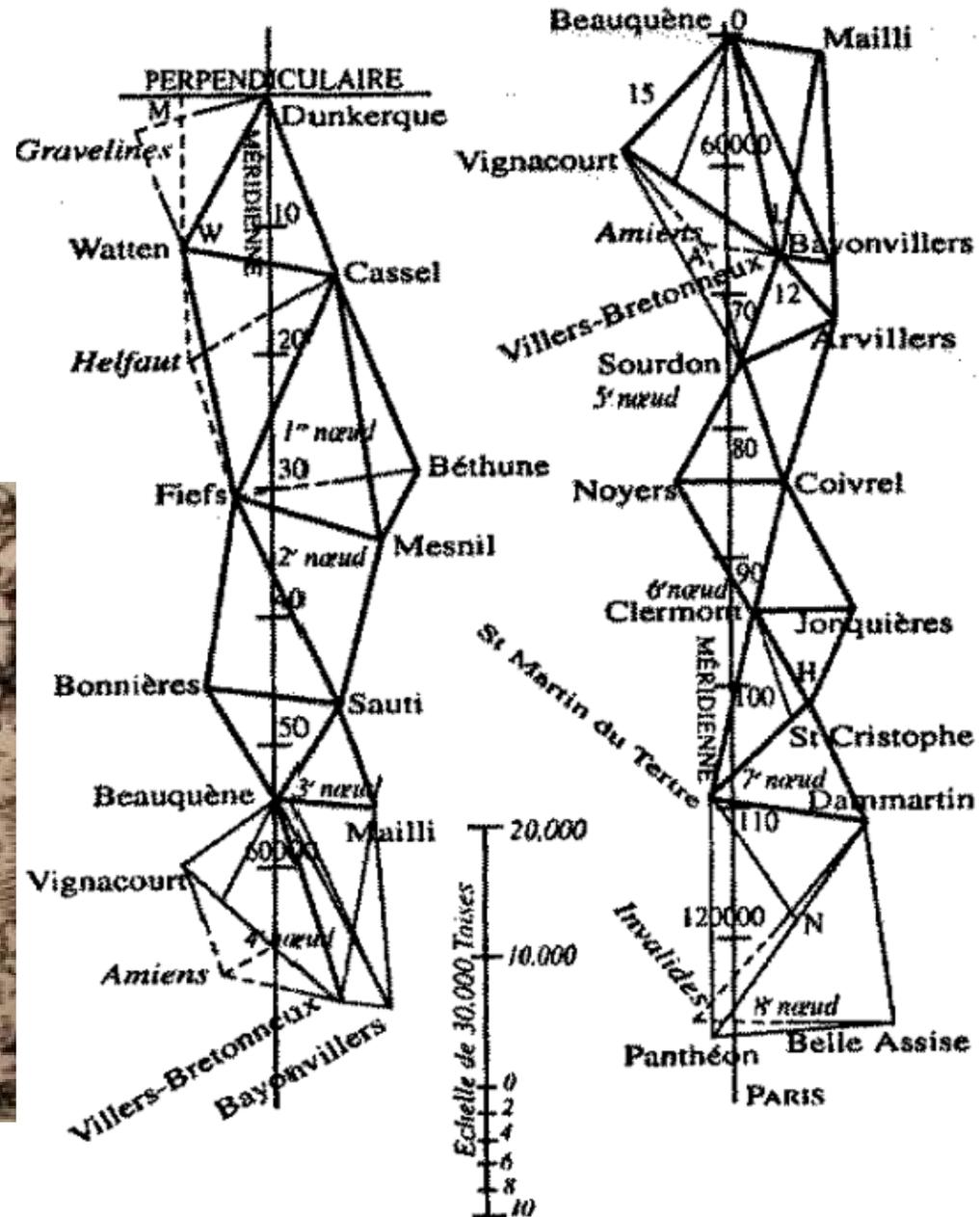
Cassini IV : Jean-Dominique, comte de Cassini  
(1748-1845)



La première mesure de la longueur du méridien de Paris fut l'œuvre de plusieurs savants européens des XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècles dont les astronomes Cassini I (premier directeur de l'Observatoire) et son fils Jacques Cassini II, entre 1669 et 1740. Remesurée entre 1792 et 1798, par Delambre et Méchain, deux astronomes français, sa nouvelle mesure permit de déterminer la longueur exacte du mètre, le mètre étalon, comme la dix millionième partie du quart du méridien terrestre.



# Mesure de la longueur de l'arc de méridien Dunkerque-Perpignan (méridien de Paris) par triangulation

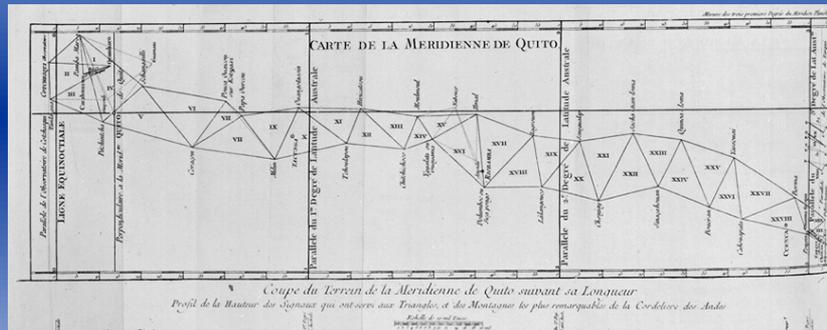


# 1735: Académie des sciences Expéditions en Laponie et au Pérou



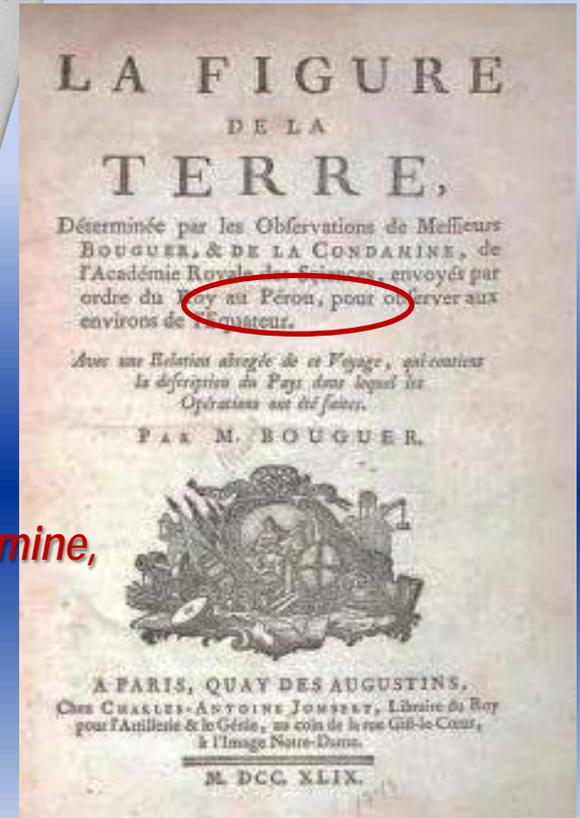
Clairaut  
Maupertuis  
→ Laponie

## Mesures de la longueur d'un arc de méridien par triangulation

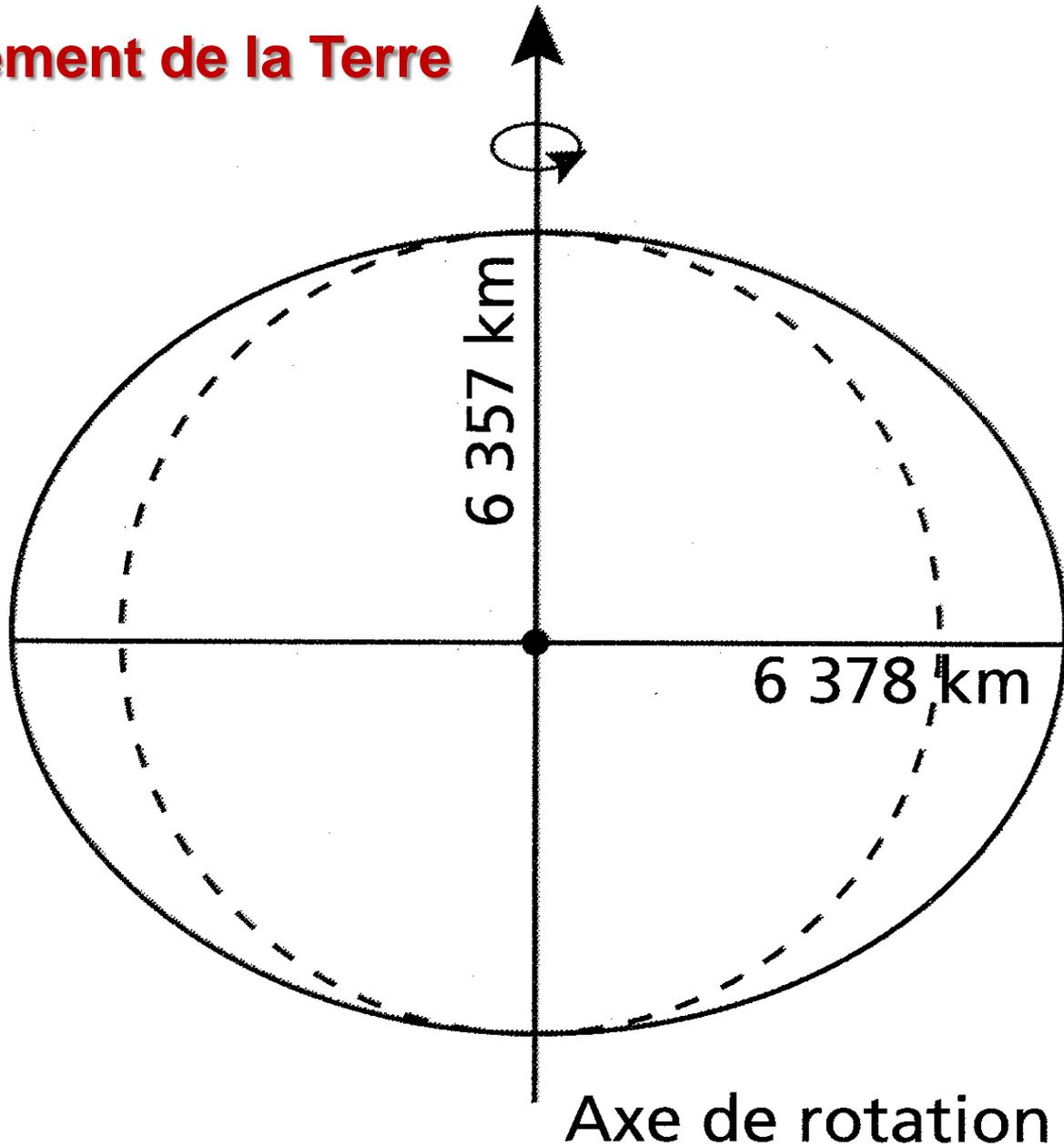


Méridienne de Quito

Bouguer,  
de la Condamine,  
→ Pérou



# Aplatissement de la Terre



# Les dimensions de la Terre

Différence  
entre  
rayon  
équatorial  
et rayon  
polaire

=

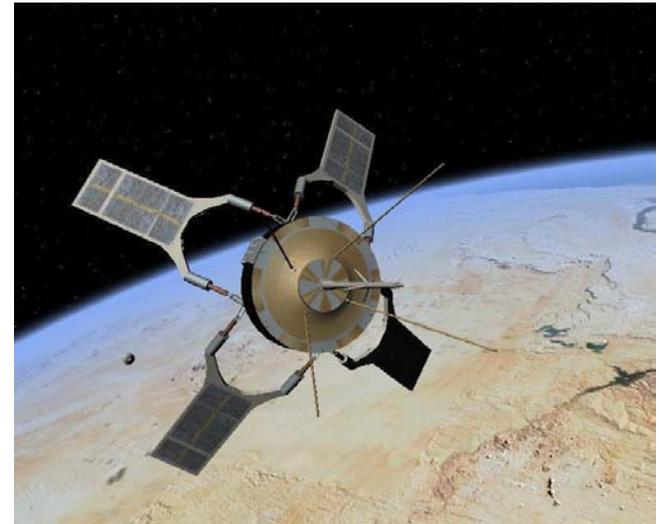
21 384 m



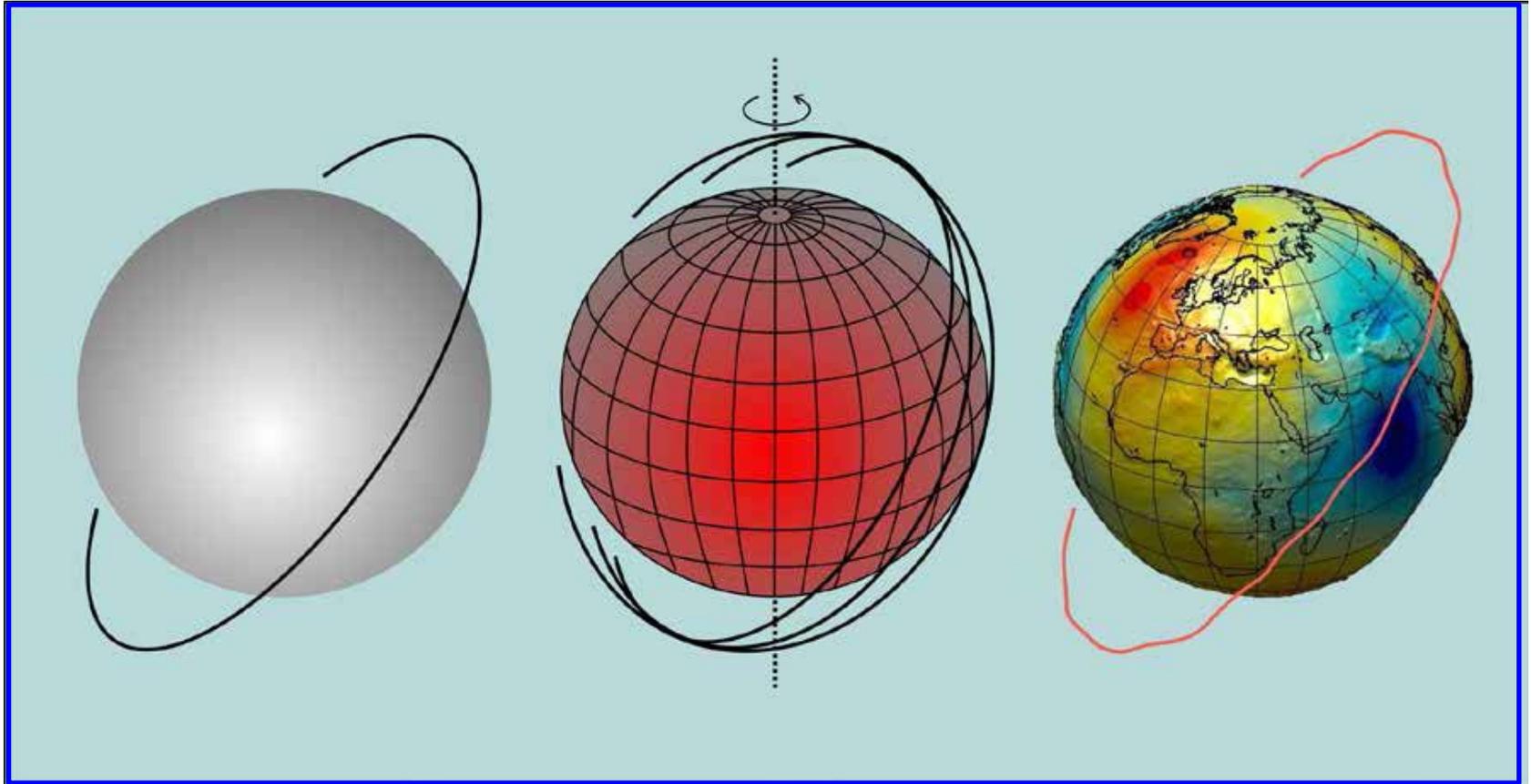
*Sputnik 1, 4 octobre 1957*



17 février 1966, champ de tir d'Hammaguir: Diapason (D1A)  
1<sup>er</sup> satellite de géodésie français (2<sup>ème</sup> lancé par la France)



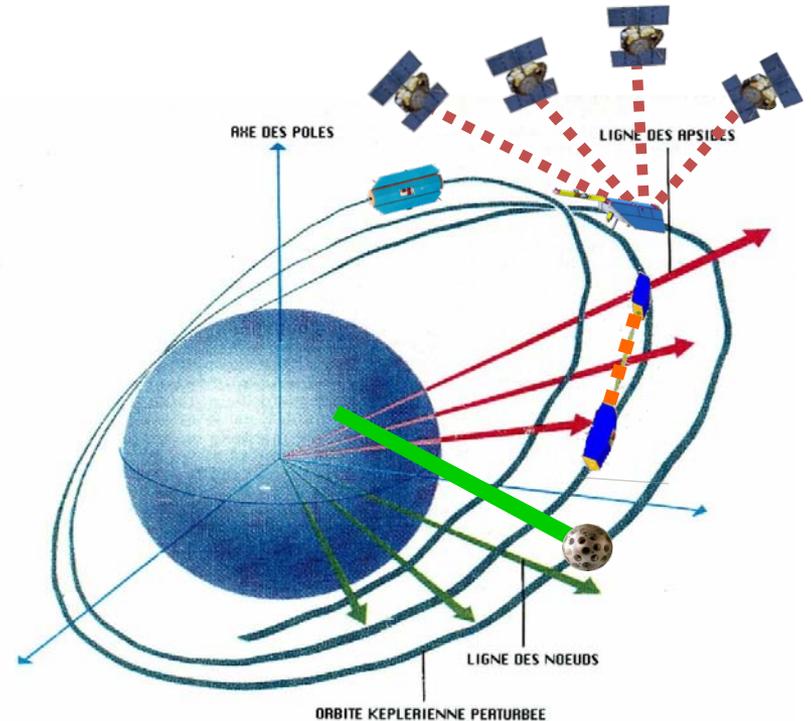
# L'orbite du satellite



# Déformations de l'orbite sous l'effet des forces agissant sur le satellite

- *Champ de gravité terrestre*
- *Attraction gravitationnelle du soleil, de la Lune et des planètes*
- *Marées terrestres et océaniques*
- *Frottement de l'atmosphère*
- *Pression directe du rayonnement solaire et rétrodiffusée par la terre*
- *Redistributions des masses dans le système Terre*

.....

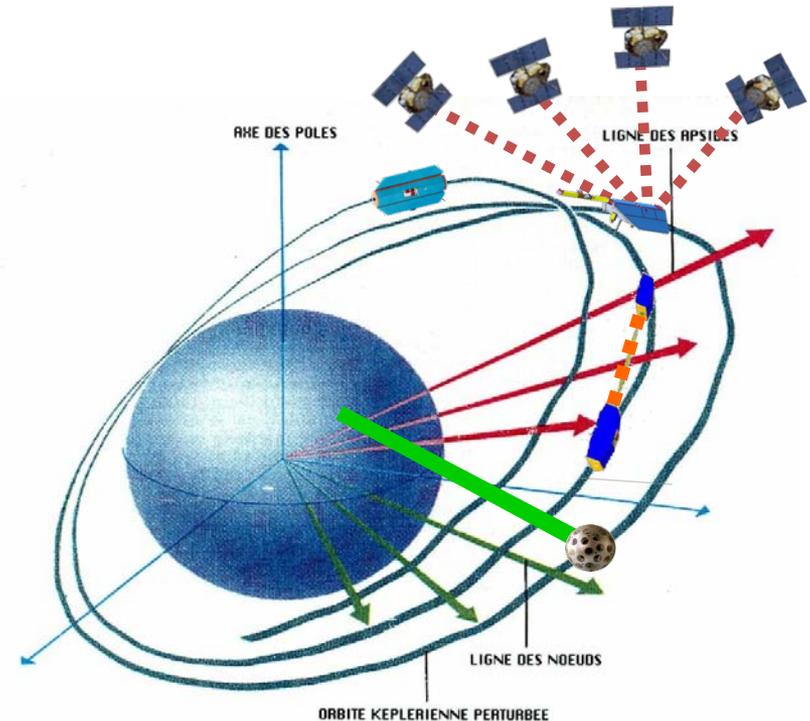


Le champ de gravité terrestre déforme les trajectoires des satellites

# Déformations de l'orbite sous l'effet des forces agissant sur le satellite

- *Champ de gravité terrestre*
- *Attraction gravitationnelle du soleil, de la Lune et des planètes*
- *Marées terrestres et océaniques*
- *Frottement de l'atmosphère*
- *Pression directe du rayonnement solaire et rétrodiffusée par la terre*
- *Redistributions des masses dans le système Terre*

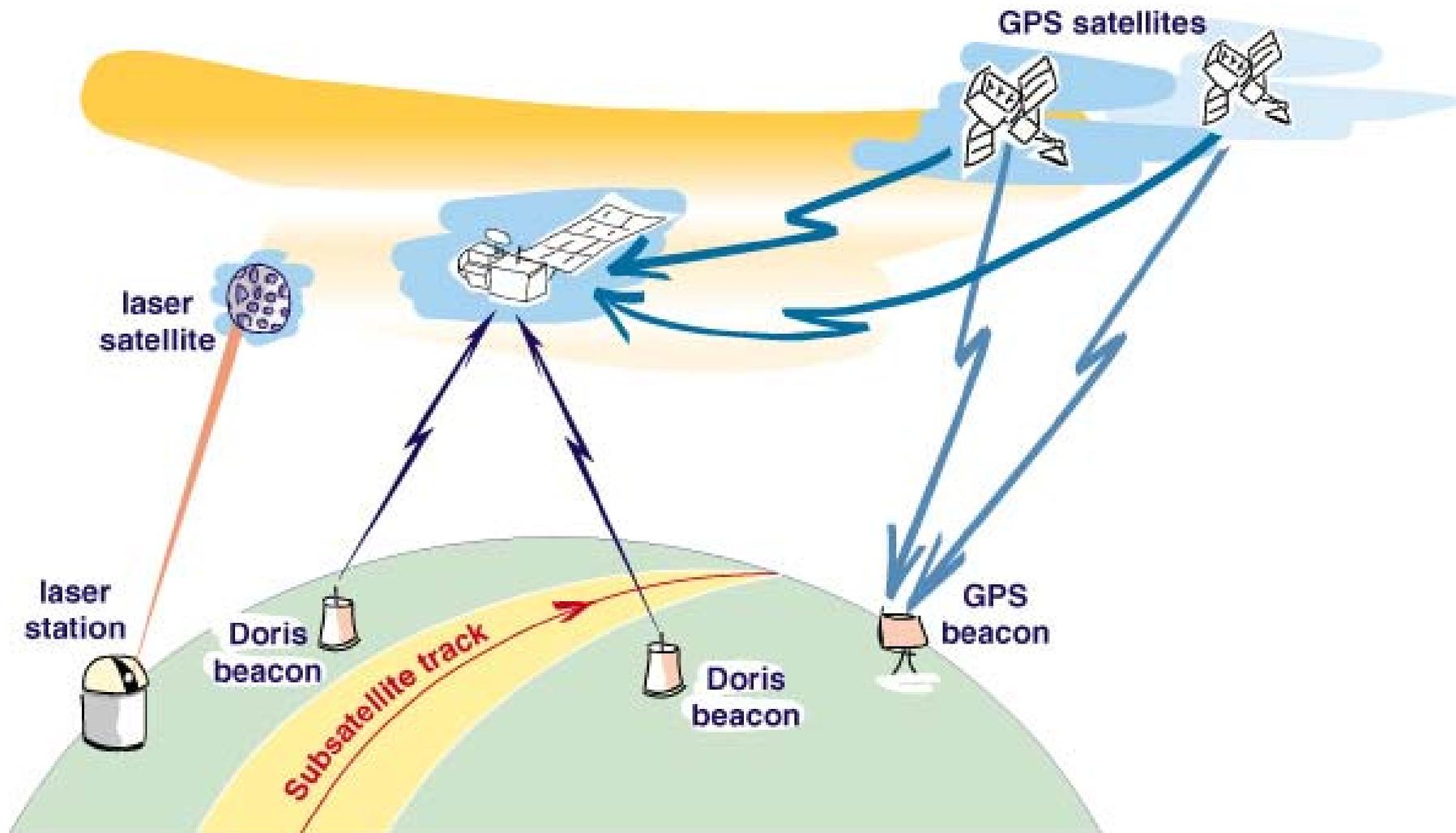
.....



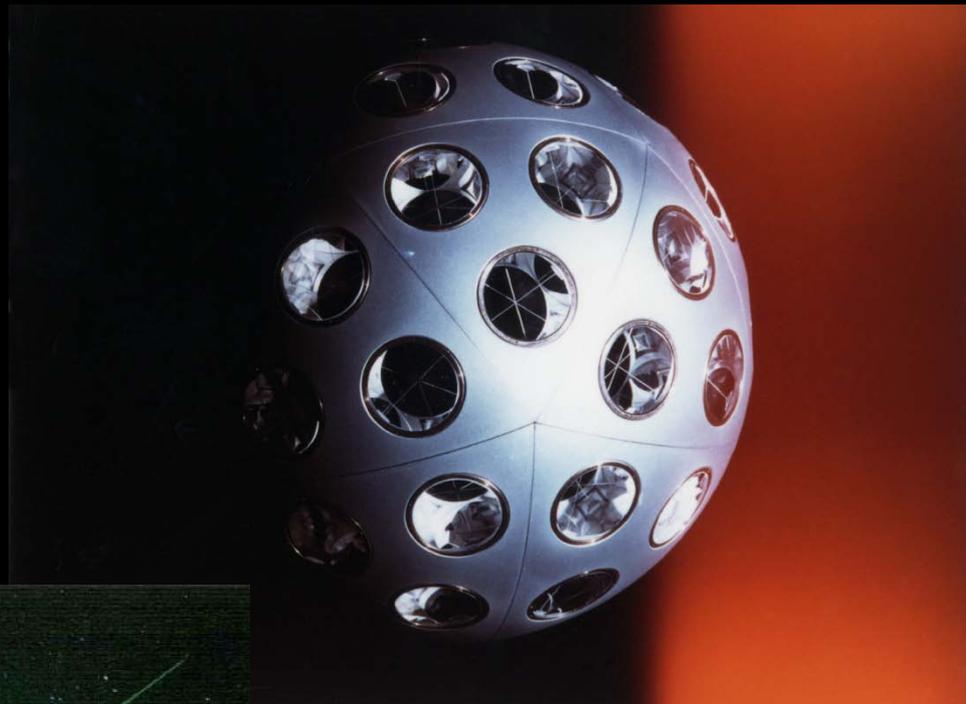
## Orbitographie des satellites artificiels:

→ Équations de la mécanique céleste + modèle approché des forces  
+ mesures géodésiques de « poursuite » destinées à réajuster  
en permanence la trajectoire théorique du satellite vers la trajectoire réelle

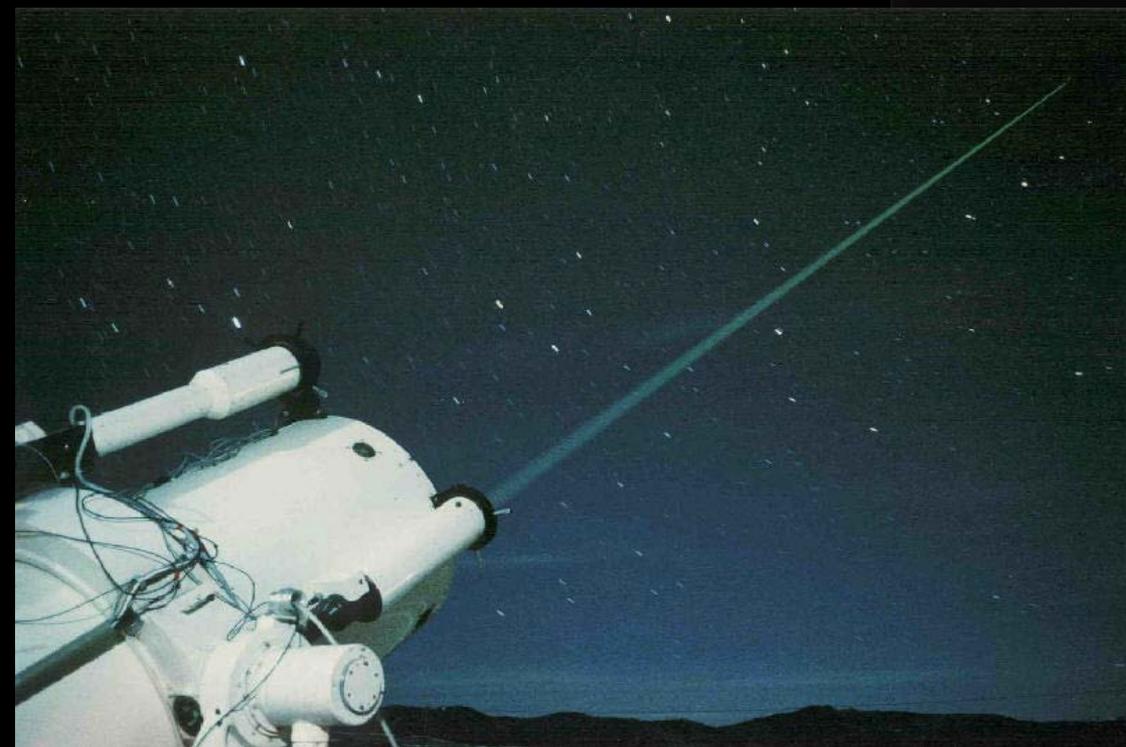
## Les différents types de mesures de « poursuite »



# La télémétrie Laser sur satellite



Le satellite « Starlette »  
lancé par le CNES en 1975





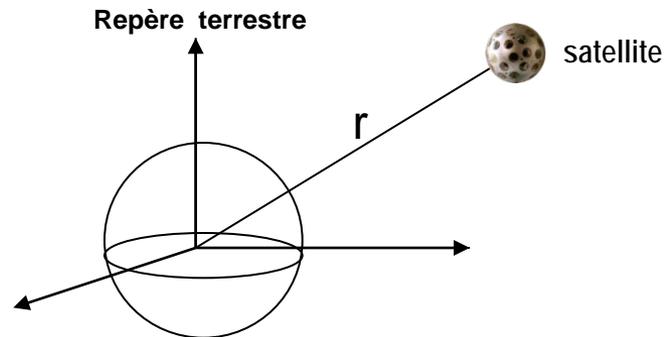
- 1975 (France): Starlette, 47 kg, diamètre 48 cm ,  
60 réflecteurs laser
- 1993 (France) : STELLA

# Représentation mathématique du champ de gravité de la Terre

- Potentiel gravitationnel  $U$  (développement en harmoniques sphériques):

$$U(r, \varphi, \lambda) = GM/r \left[ 1 + \sum (R/r)^n [C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm} \sin(m\lambda)] \times P_{nm}(\sin \varphi) \right]$$

$$U = G \int m/d$$



$G$ : Constante de la gravitation;  $M, R$ : masse, rayon de la Terre;  
 $r$ : distance centre de masse de la Terre au satellite;  $\varphi, \lambda$ : latitude et longitude du satellite;  
 $P_{nm}(\sin \varphi)$  Fonction associée de Legendre

$C_{nm}, S_{nm}$ : coefficients de Stokes

→ dépendent de la répartition des masses dans la Terre; n: degré, m: ordre

$$C_{nm} = (1/ MR^n) \int_V [(n-m)!/(n+m)!] [r^{n+2} \rho(r, \varphi, \lambda) \cos \varphi P_{nm}(\sin \varphi) \cos(m \lambda)] dr d\varphi d\lambda$$

$$S_{nm} = (1/ MR^n) \int_V [(n-m)!/(n+m)!] [r^{n+2} \rho(r, \varphi, \lambda) \cos \varphi P_{nm}(\sin \varphi) \sin(m \lambda)] dr d\varphi d\lambda$$

$\rho(r, \varphi, \lambda)$ : densité élémentaire de coordonnées sphériques  $r, \varphi, \lambda$  à l'intérieur du volume  $V$  de la Terre

$C_{n0} \rightarrow$  coefficients zonaux ( $m=0$ )

$$\rightarrow C_{n0} = (1/ MR^n) \int_V r^n P_n(\sin \varphi) \rho \, dv$$

$C_{nm} \rightarrow$  coefficients tesseraux

## Coefficient $C_{20}$ du champ de gravité

→ aplatissement 'dynamique' de la Terre

→ relié aux moments principaux d'inertie de la Terre

$$C_{20} = (1/MR^2) [C - (A+B)/2]$$

*C: moment principal d'inertie polaire*

*A,B: moments principaux d'inertie équatoriaux*

*Aplatissement 'géométrique': 1/298.25*

*Aplatissement 'hydrostatique' → dû à la rotation terrestre*

Etablir un modèle de champ de gravité de la Terre,  
c'est calculer les coefficients de Stokes:

$$C_{nm} \text{ et } S_{nm}$$

calculés à partir des déformations des trajectoires  
d'un grand nombre de satellites artificiels,  
pour des degrés  $n$  aussi grands que possible

$n$ : degré  $\rightarrow$  lié à la longueur d'onde  $\lambda$  des anomalies de masse  
 $\rightarrow (n=2\pi R/\lambda)$

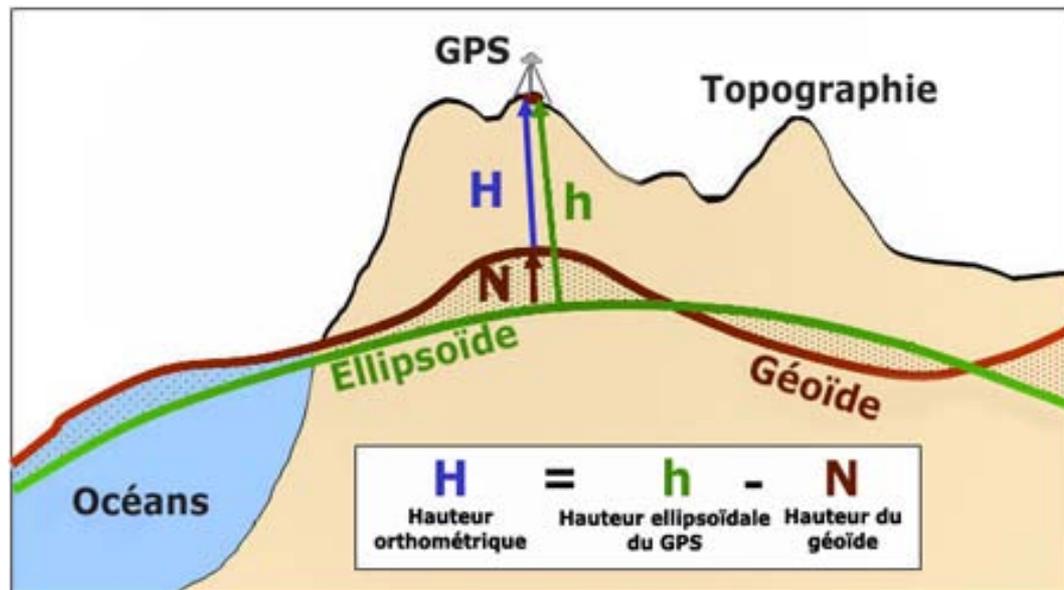
*plus  $n$  est grand, plus la résolution est fine*

**Géοide:** surface 'éqυipotentielle' du champ de gravité  
→ coīncide avec le niveau moyen des mers au repos  
→ visualise les variations géοgraphiqυe de la gravité

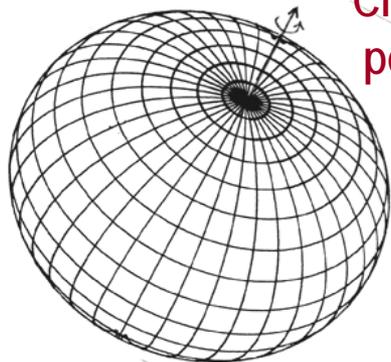
- Hauteur du géοide (par rapport à un ellipsoīde de référence)

$$N = U/g$$

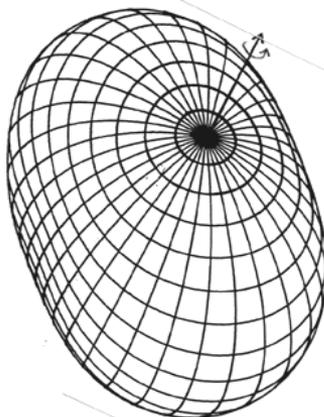
N: hauteur du géοide; U: potentiel de gravitation; g: gravité moyenne de la Terre



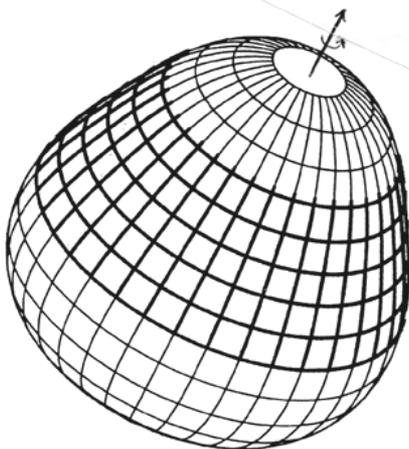
Chaque couple de coefficients  $C_{nm}$ ,  $S_{nm}$  - pour  $n$  et  $m$  donnés - peut être représentée par une composante du géoïde



$C_{20} \rightarrow$  *aplatissement de la Terre*



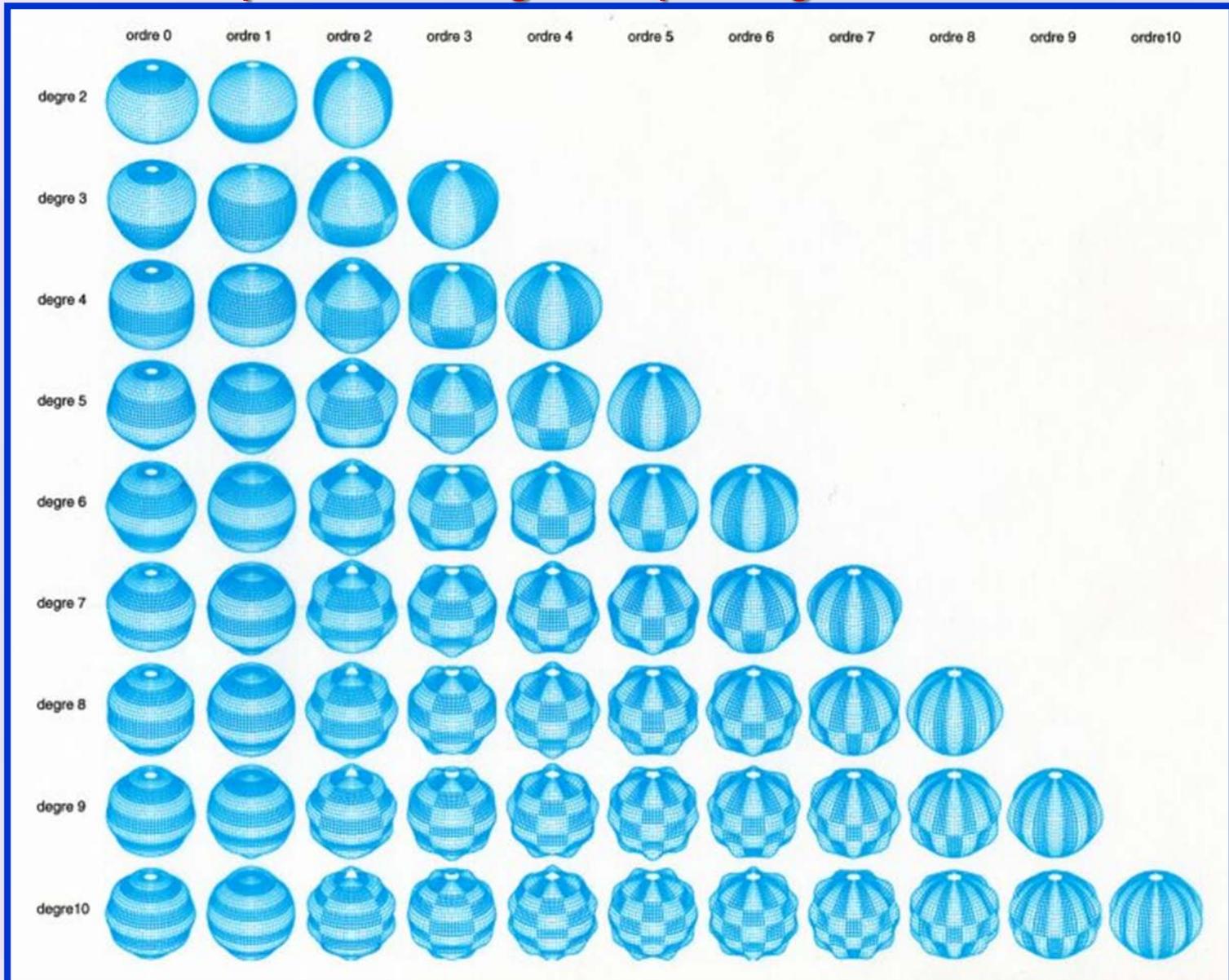
$C_{22}, S_{22} \rightarrow$  *ellipticité de l'équateur*

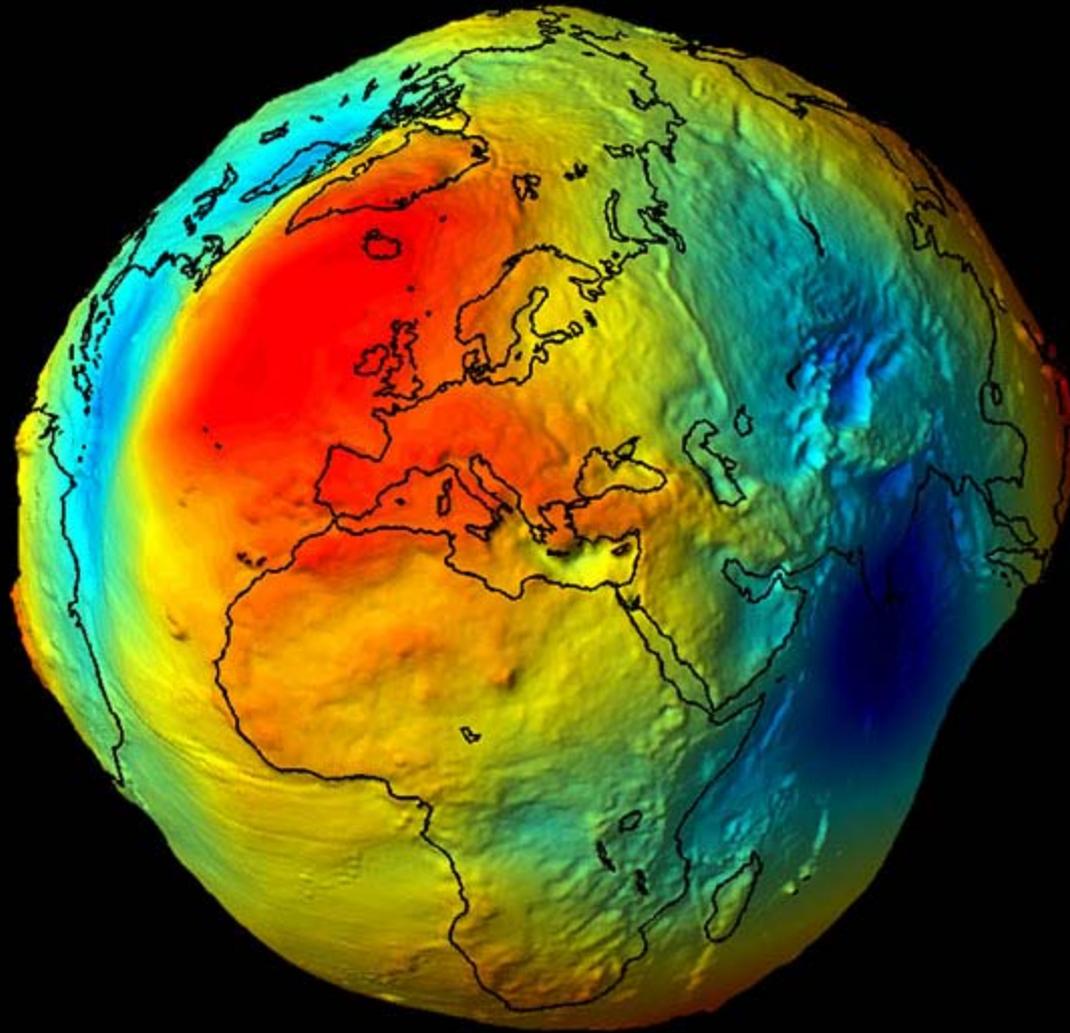


$C_{30} \rightarrow$  *forme en poire de la Terre*



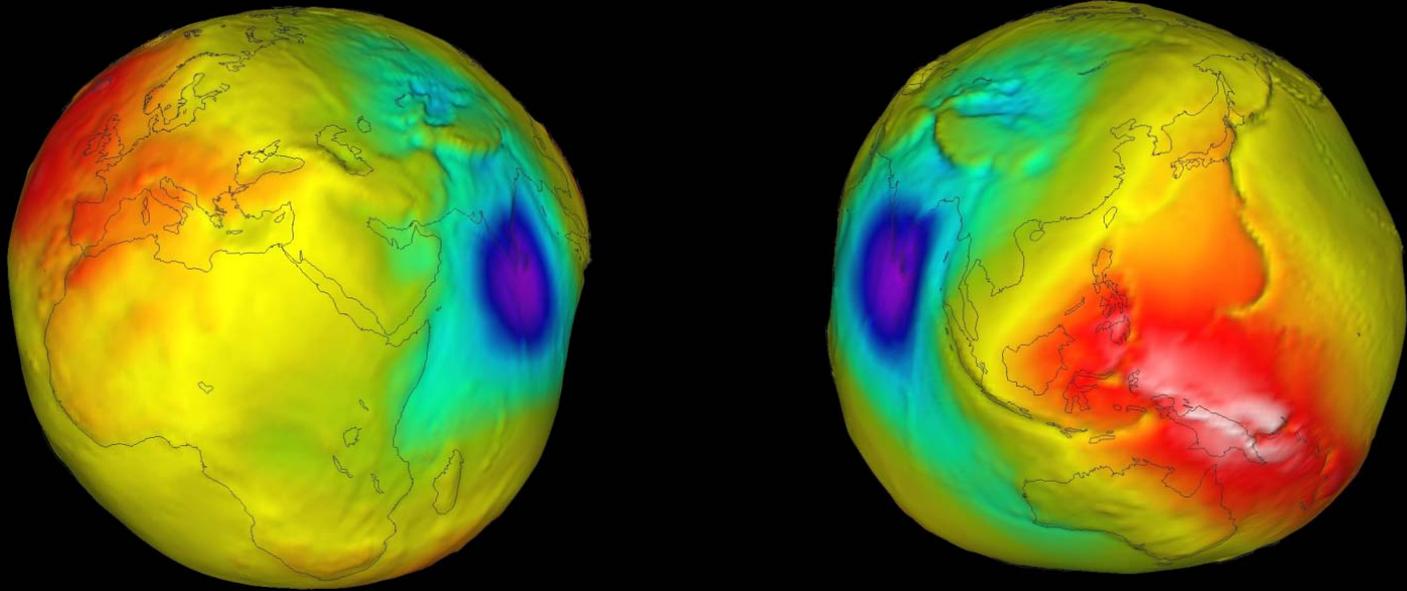
# Composantes du géoïde par degré et ordre





Facteur d'exagération par rapport aux dimensions réelles de la Terre : 100 000

# Le géoïde à grandes longueurs d'onde



# Premier modèle de champ de gravité « Standard Earth » 1965

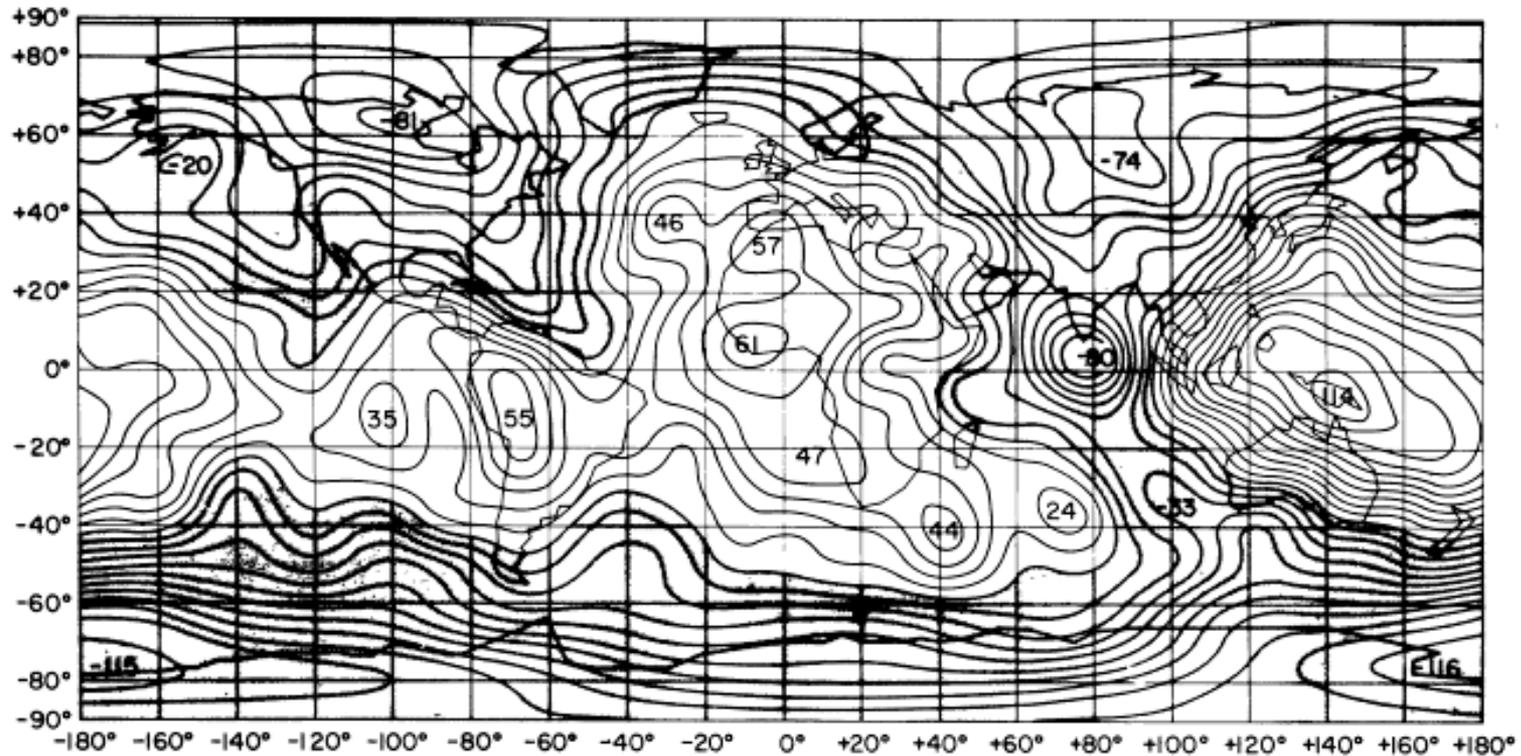


Fig. 7. Geoid heights in meters of the new combination solution corresponding to a reference ellipsoid of flattening  $f = 1/299.67$ .

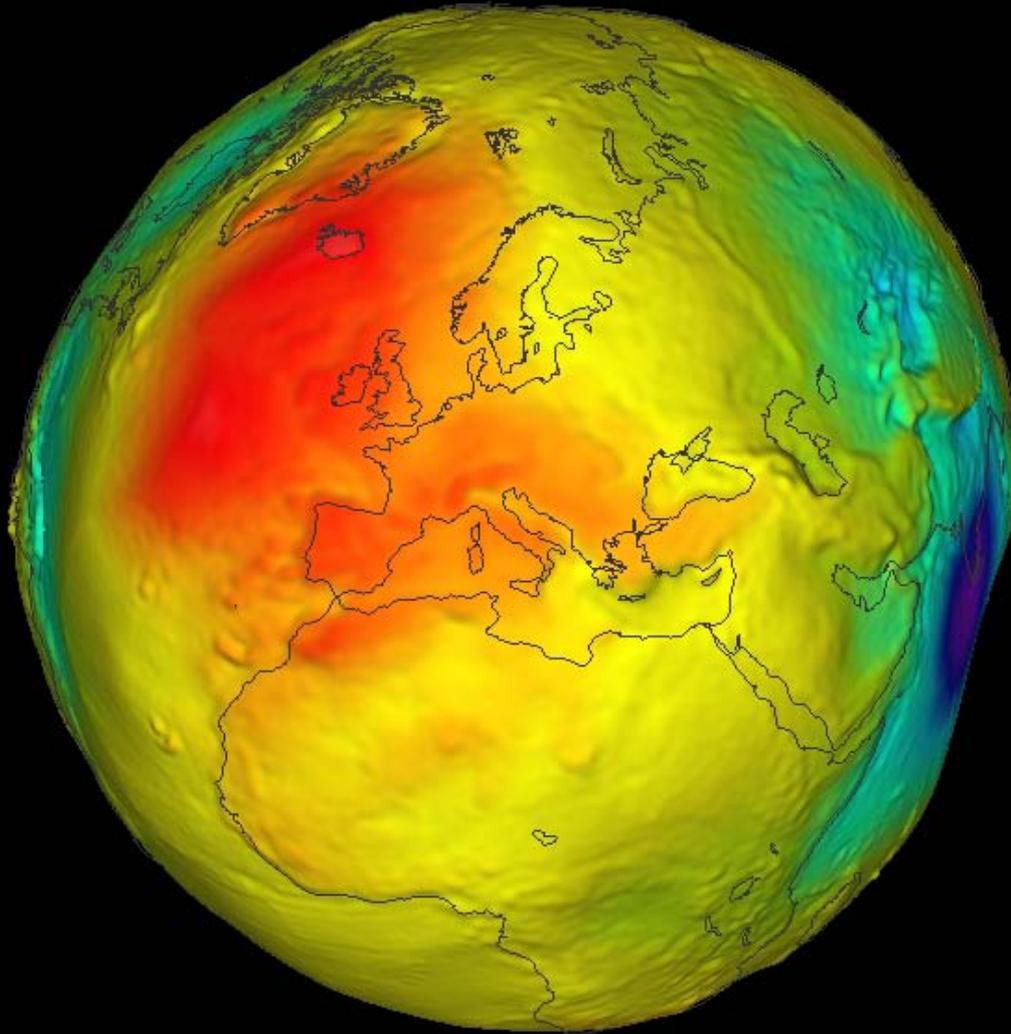
**Résolution : ~1500 km**

*Gaposkin & Lambeck, 1965*

# Depuis 1965 .....

- Succession de modèles du champ de gravité terrestre de plus en plus précis et de résolution de plus en plus fine par étude des orbites de satellites géodésiques
- 2 grands pôles dans le monde :
  - USA → modèles « EGM »
  - et
  - France/Allemagne → modèles « GRIM » et « EIGEN »

Le **géοide**: surface 'éqυipotentielle' du champ de gravité  
→ coïncide avec le niveau moyen des mers au repos  
→ visualise les variations géοgraphique de la gravité



Des générations successives  
de modèles de gravité

1965: SE-1

1975: GRIM-1

1976: GRIM-2

1983: GRIM-3

1991: GRIM-4

1999: GRIM-5

2001: EIGEN-1

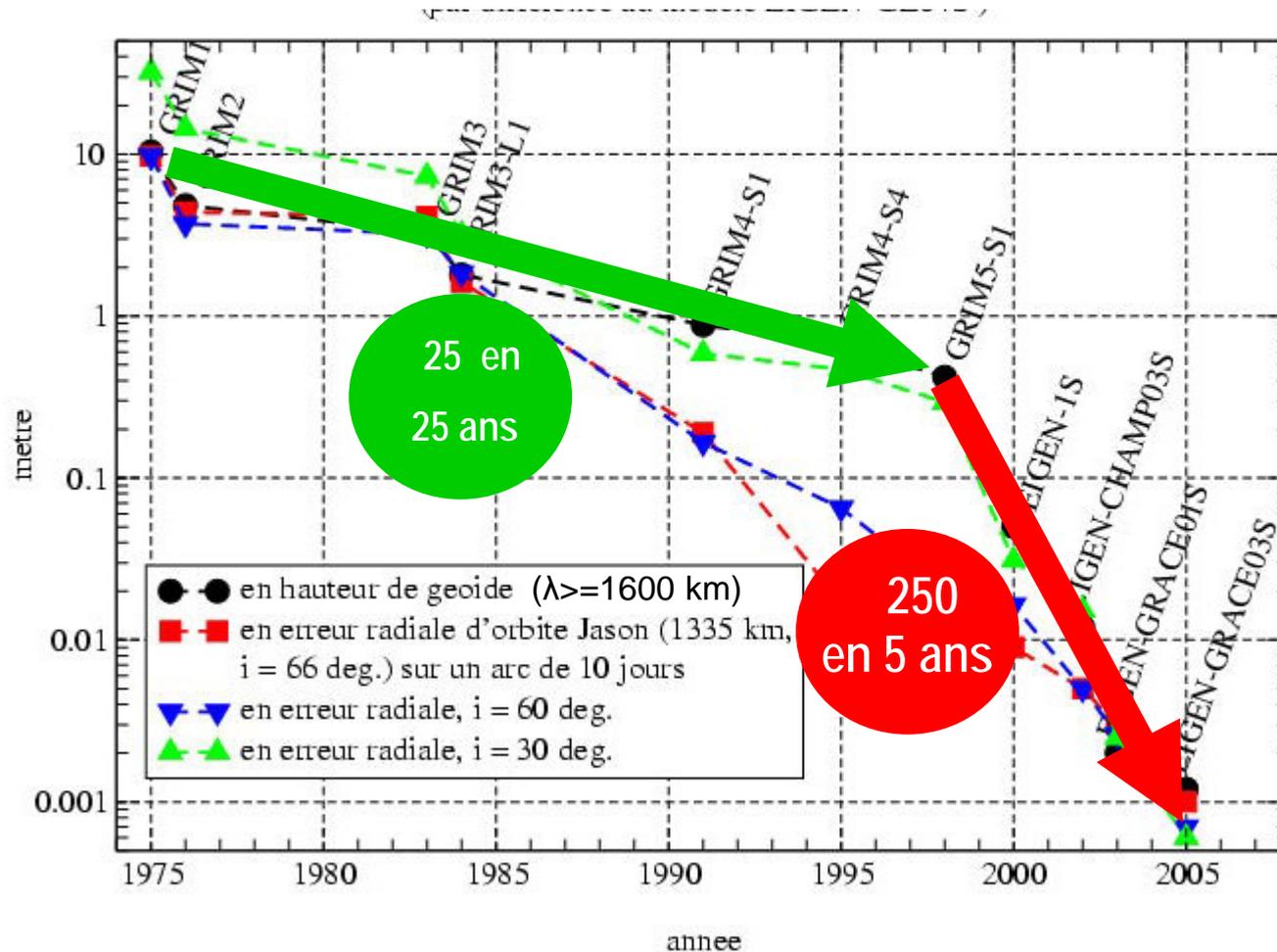
2004: EIGEN-2

2006: EIGEN-4

2010: EIGEN-GOCE

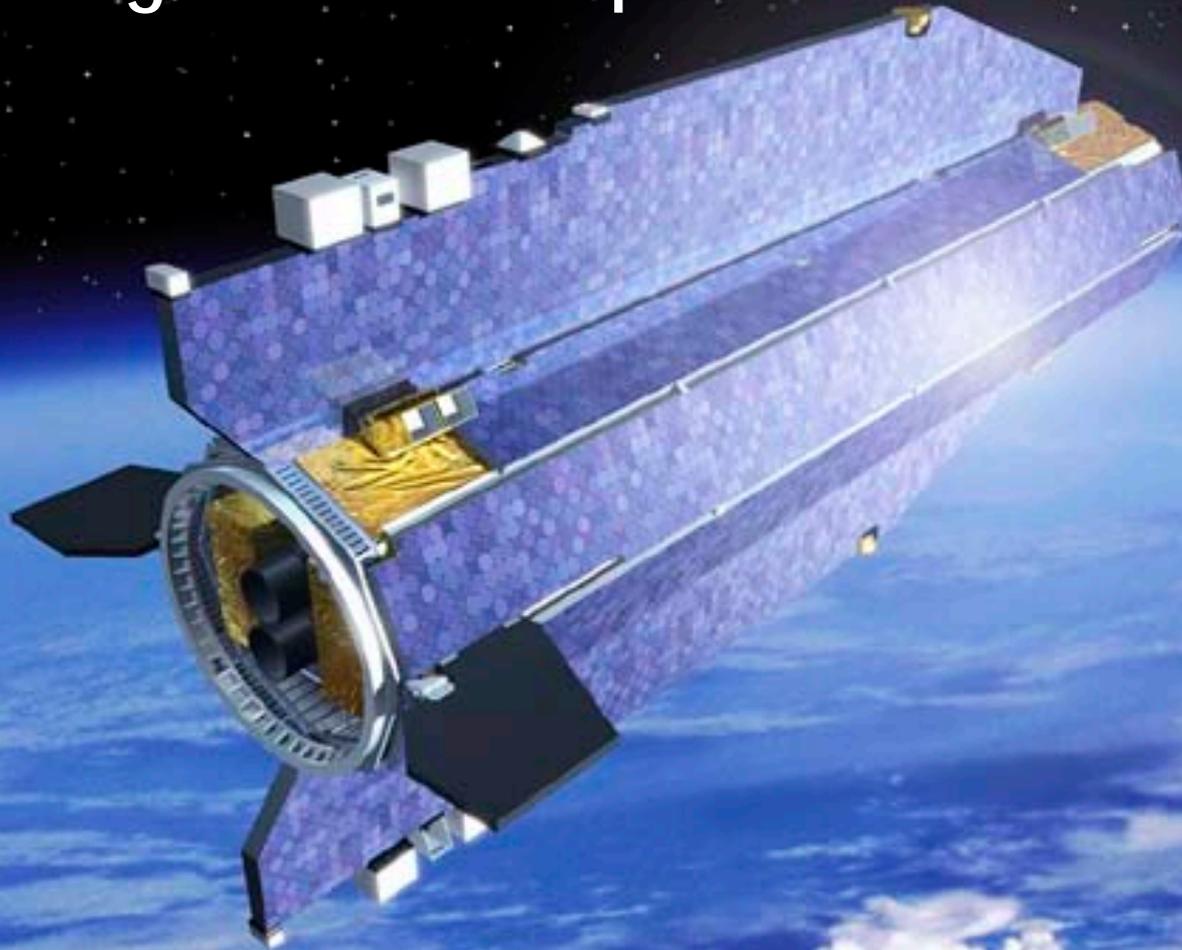
Source: R. Biancale

Courbes d'évolution au cours du temps de la précision sur la hauteur du géoïde (en m)  
pour des modèles GRIM et EIGEN (par différence au modèle EIGEN-GL04S)

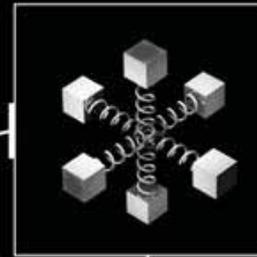
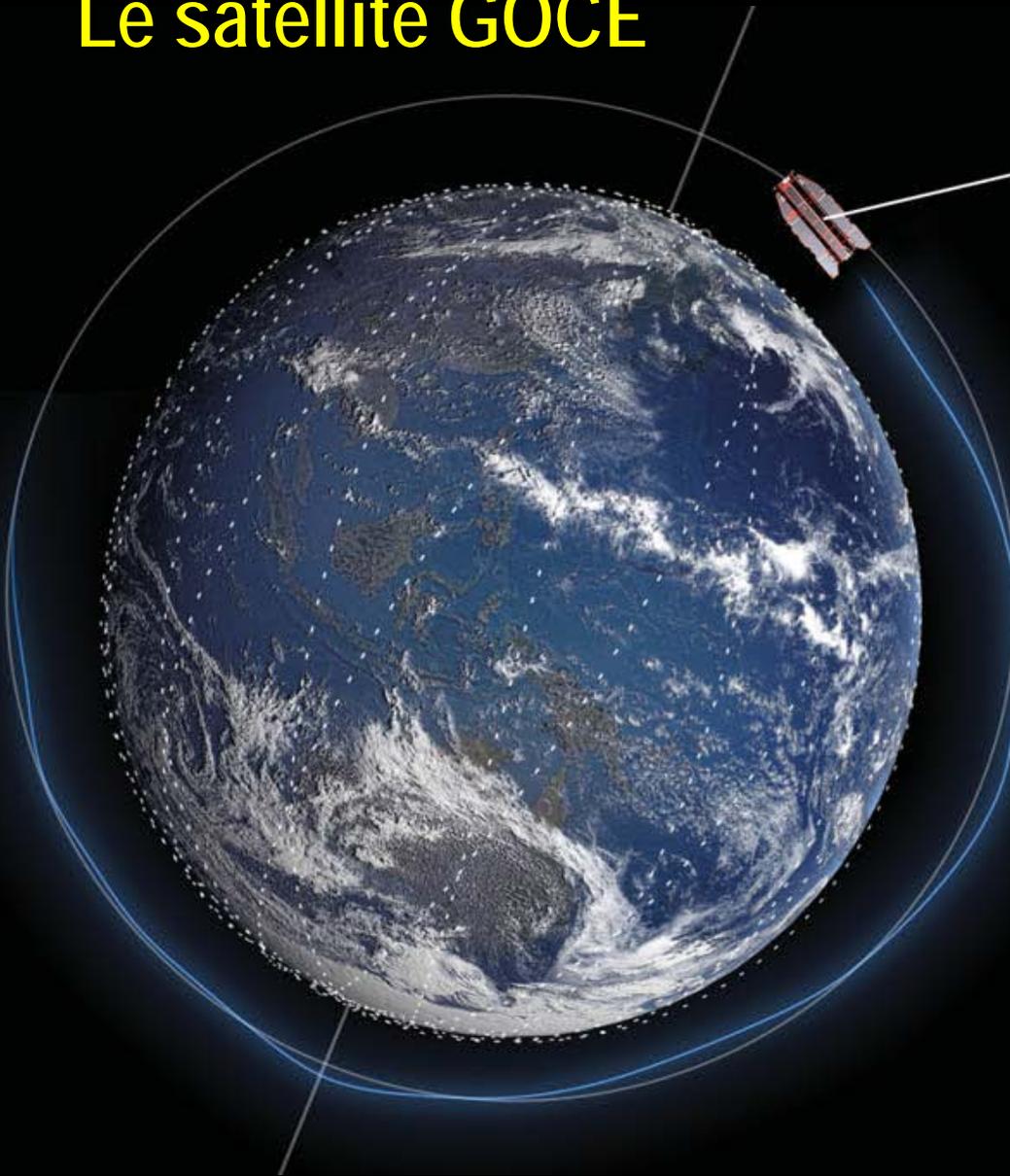


Nouveau concept:

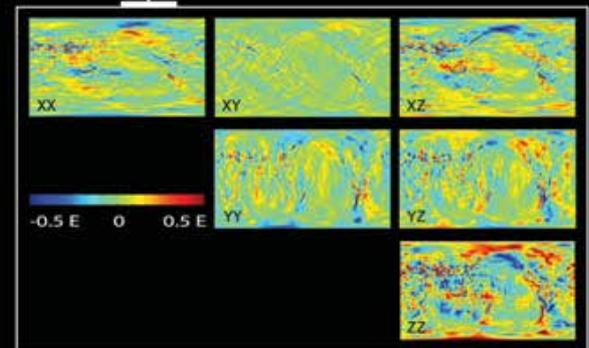
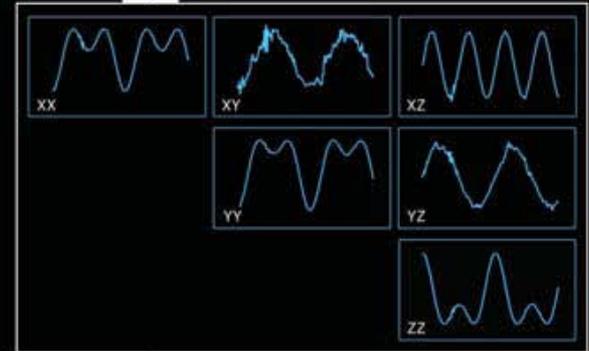
« mission de gradiométrie spatiale GOCE » lancée en 2009



# Le satellite GOCE



3 paires  
d'accéléromètres



# Principe de la gradiométrie



Le géoïde (forme de la Terre) mesuré par le satellite  
GOCE (résolution 100 km; précision 2 cm)

# CHAMP DE GRAVITE



Traduit la  
distribution  
des masses  
dans la Terre

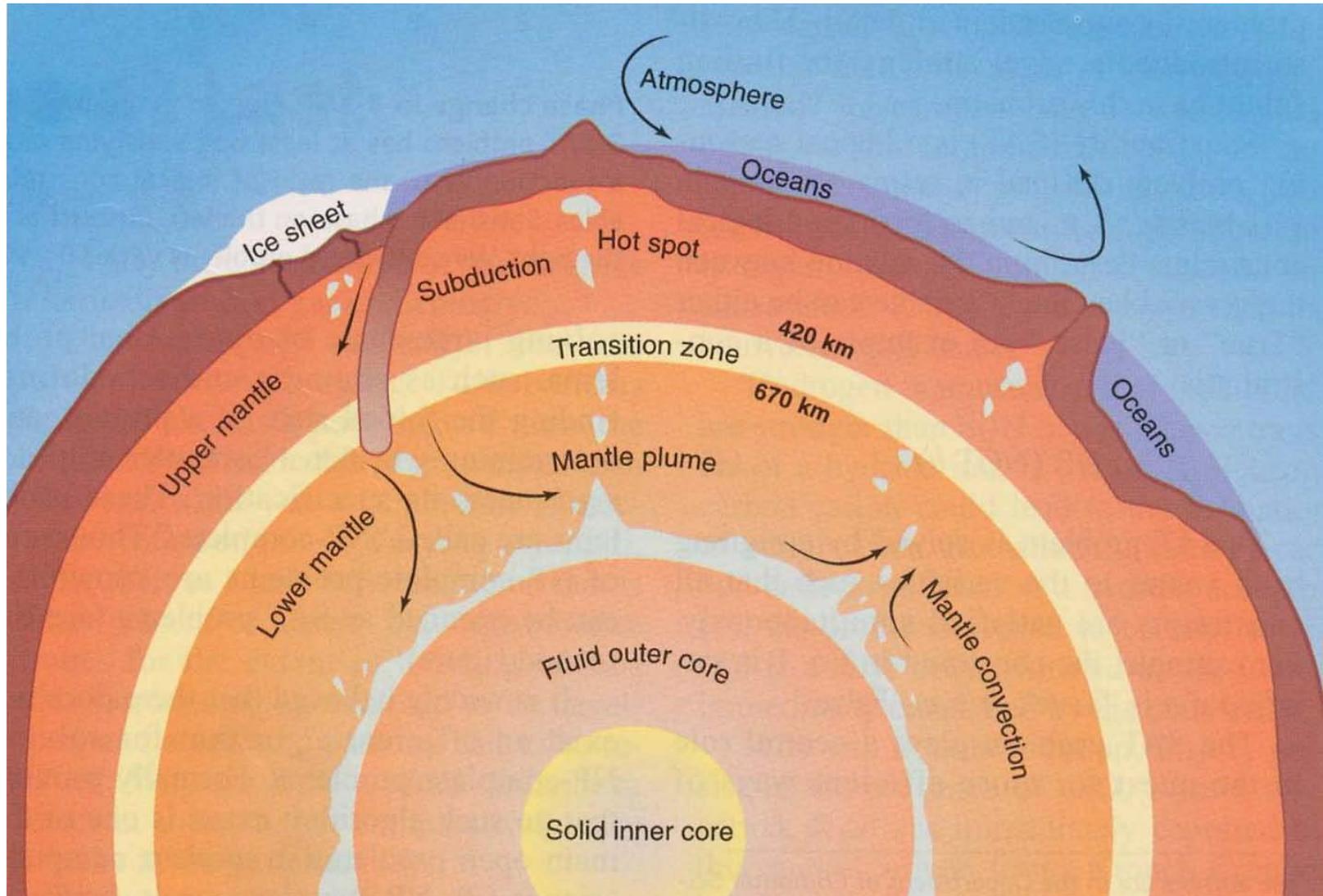
Référence pour  
la topographie dynamique  
de l'océan  
=> circulation océanique

La plus grande  
source de  
perturbations  
des orbites

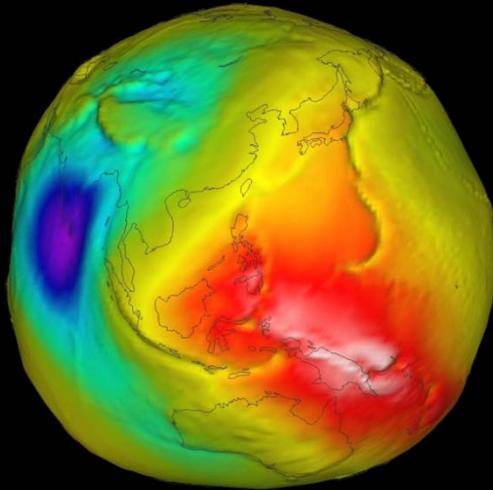
SCIENCES  
DE LA  
TERRE

ET  
APPLICATIONS

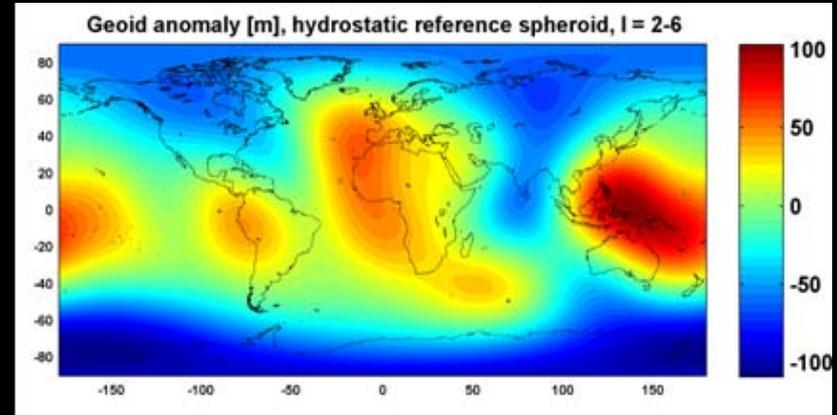
# La structure interne de la Terre



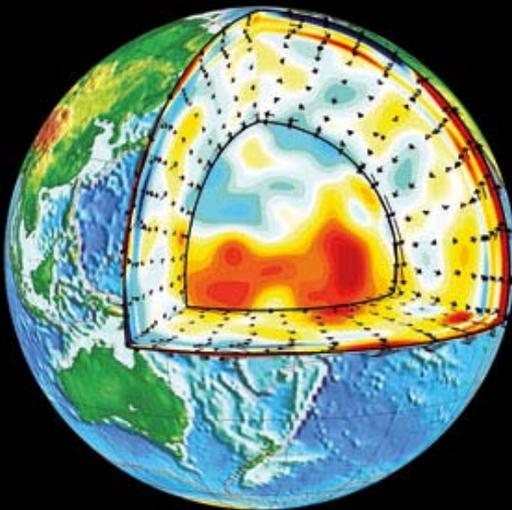
# Les creux et les bosses du géoïde....



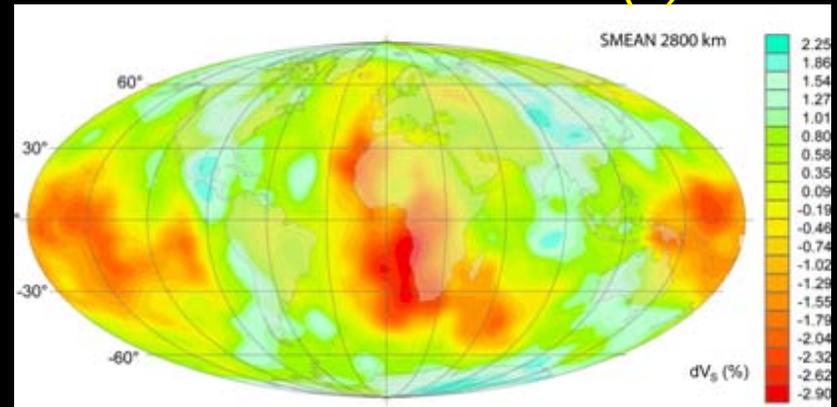
*Anomalies du géoïde (m)*



# .... Une image de l'intérieur de la Terre

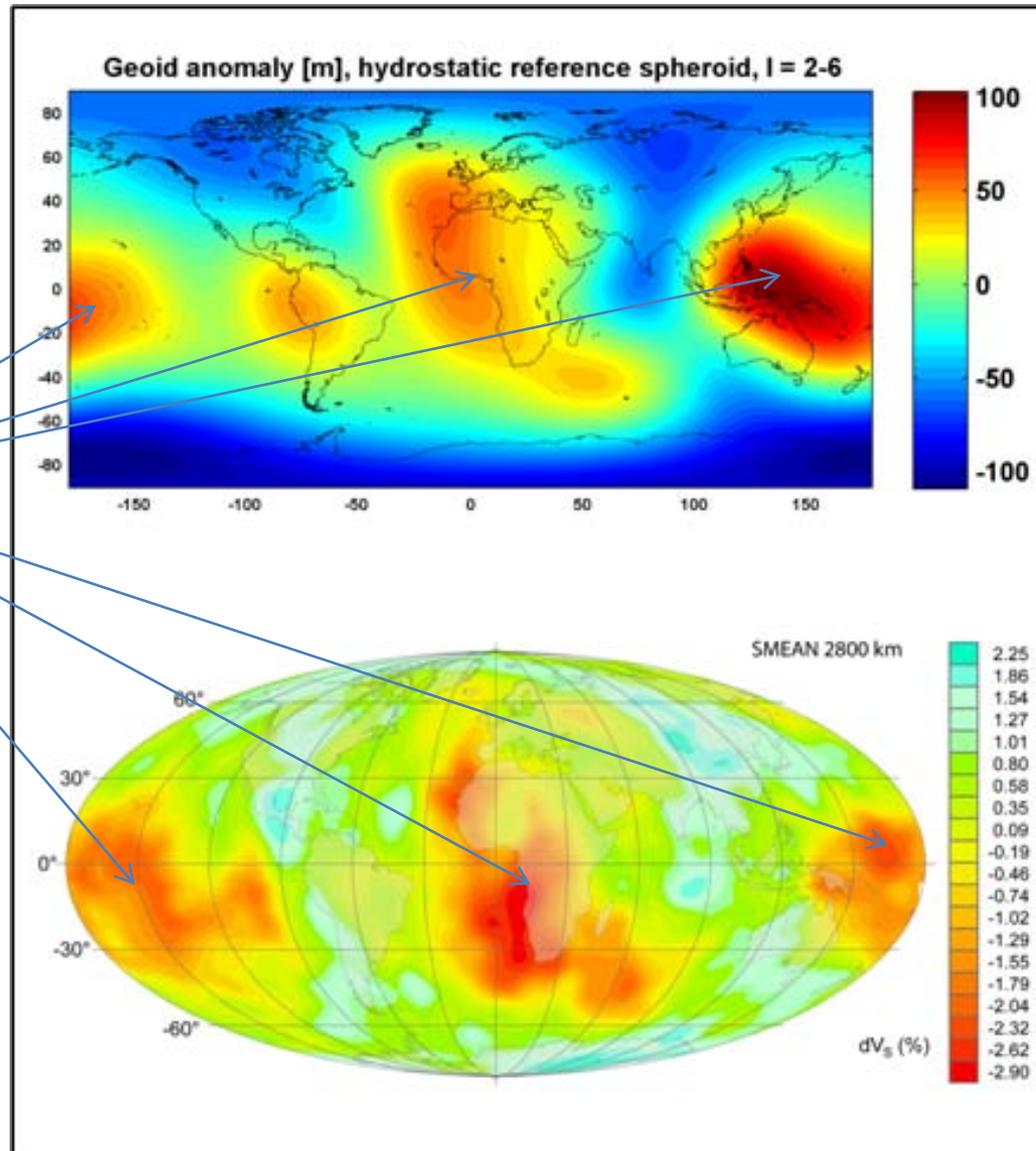


*Anomalies de vitesses sismiques dans le manteau inférieur (%)*



Becker & Boschi, 2002  
Et aussi B. Romanowicz

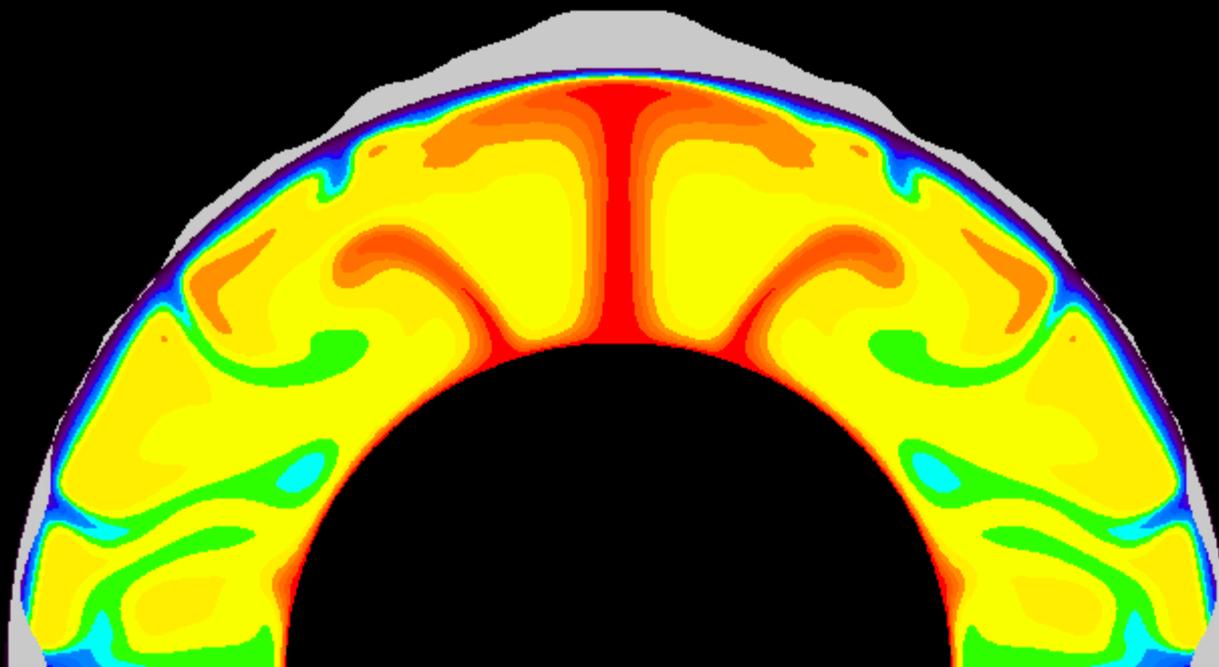
# Anomalies à grandes longueurs d'onde du manteau terrestre et tomographie sismique



Anomalies  
du géoïde

Anomalies de  
vitesses sismiques  
dans le  
manteau inférieur

Forte  
corrélation  
géographique

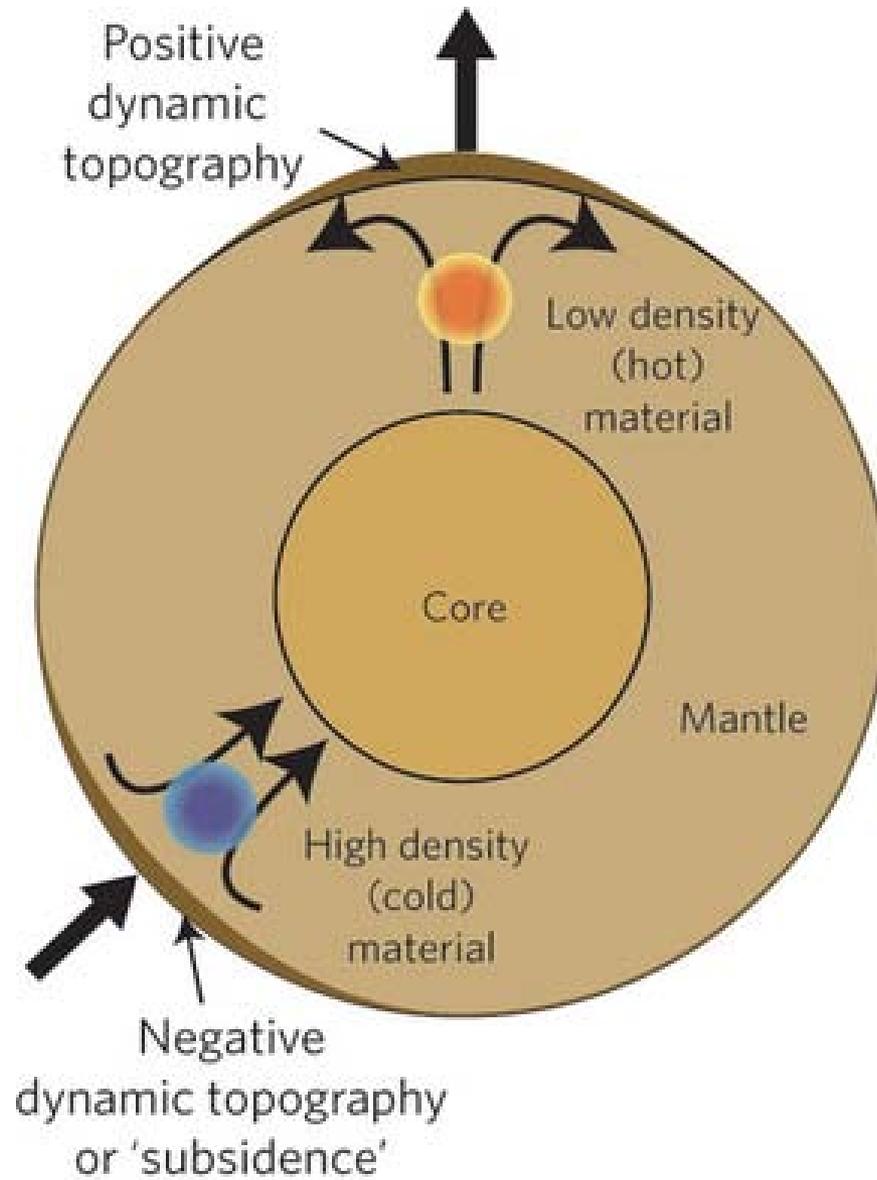


Non-dimensional Temperature

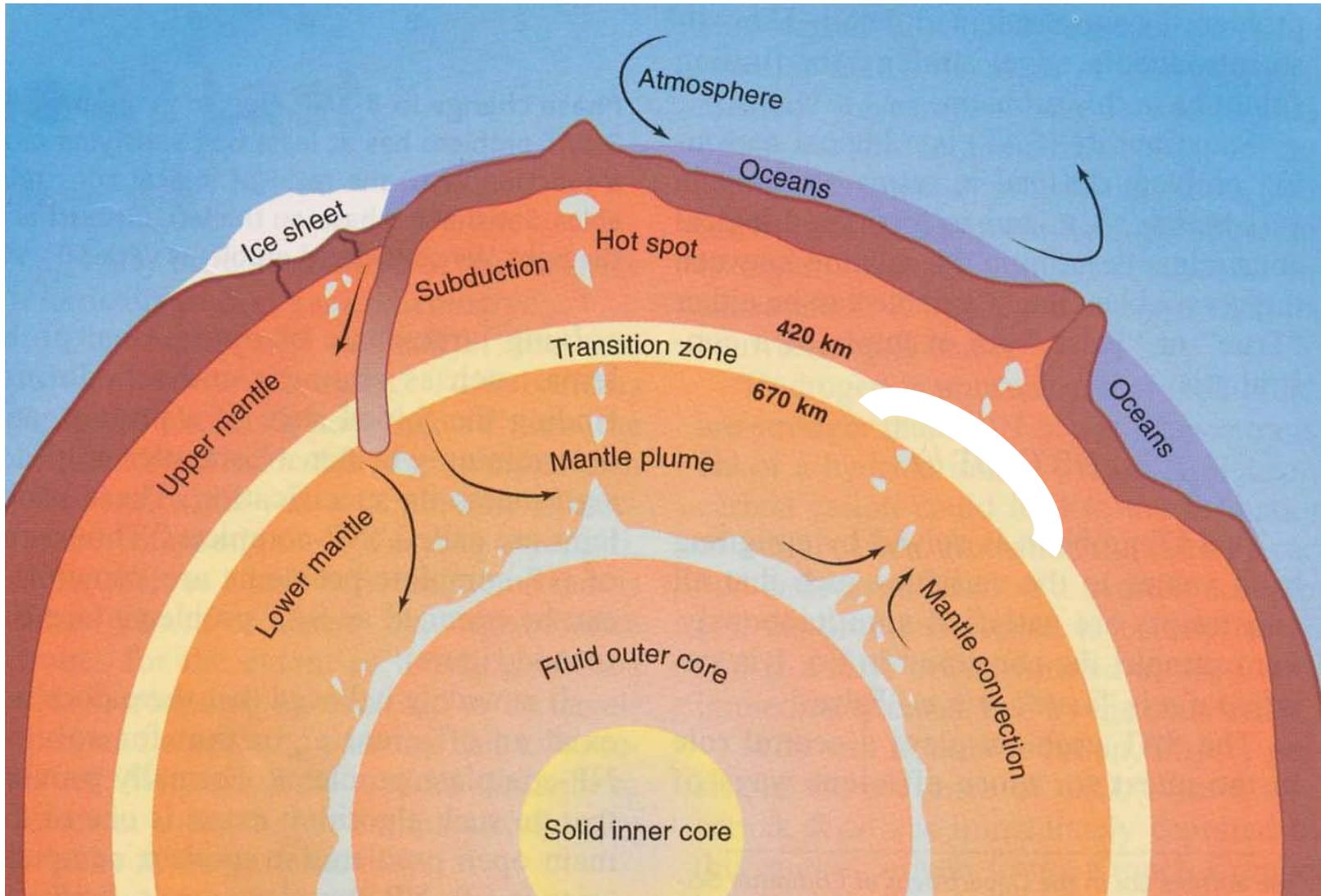
Figure 2c

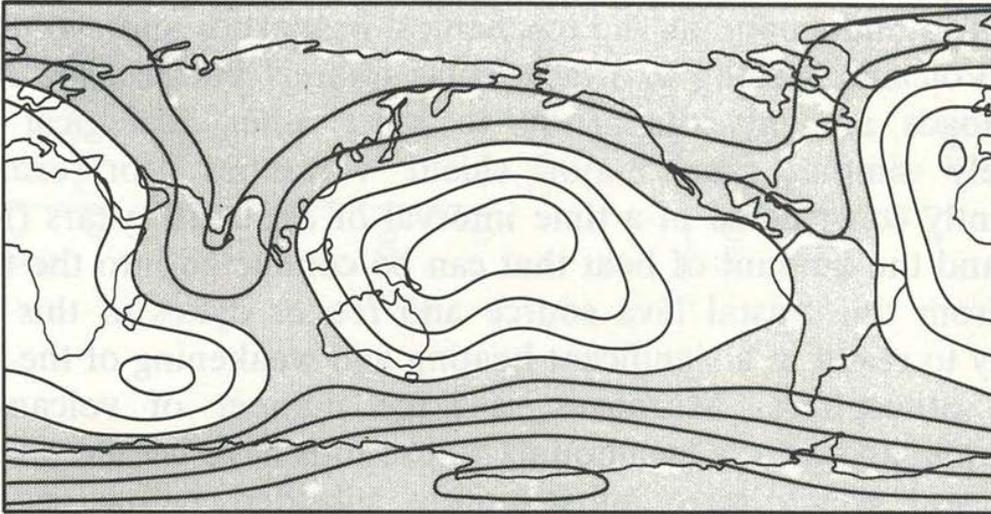


# Topographie 'dynamique'

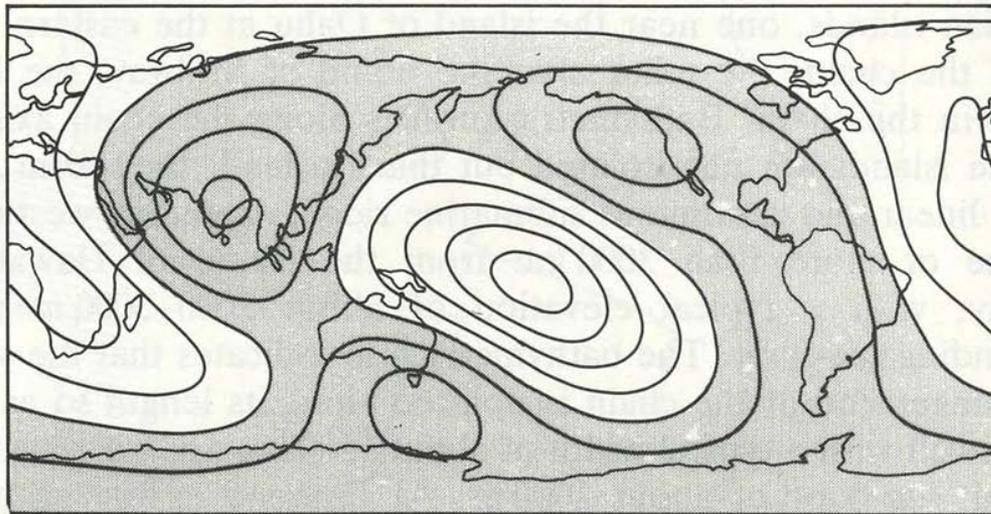


# La structure interne de la Terre

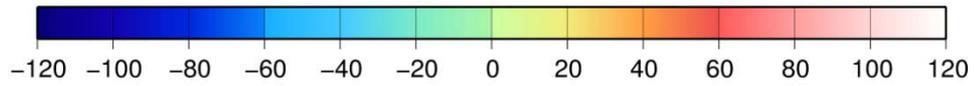




Géοide observé

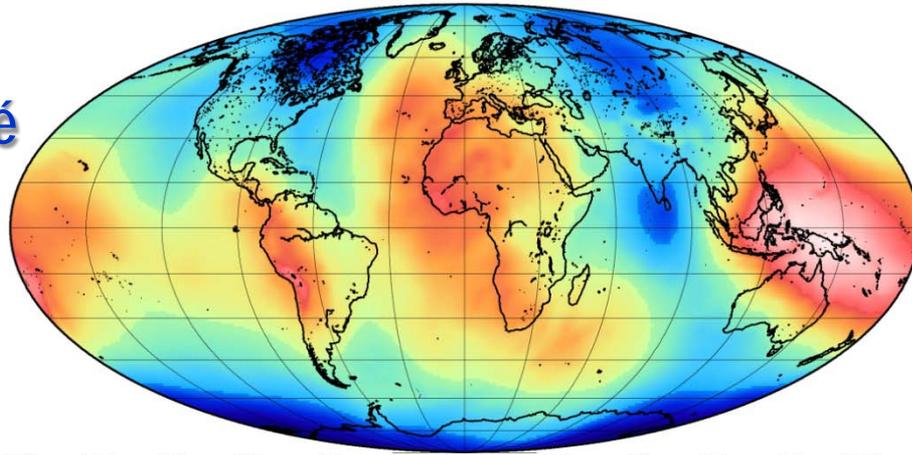


Géοide calculé



Observed Geoid m

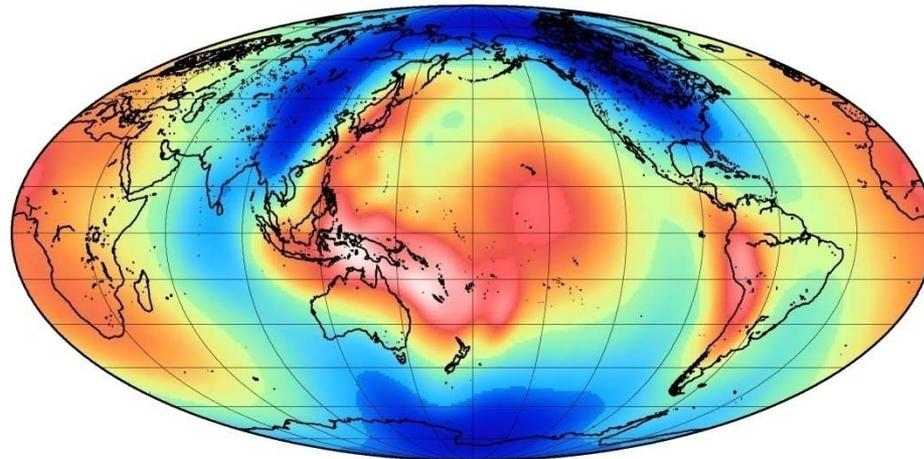
Géοide observé



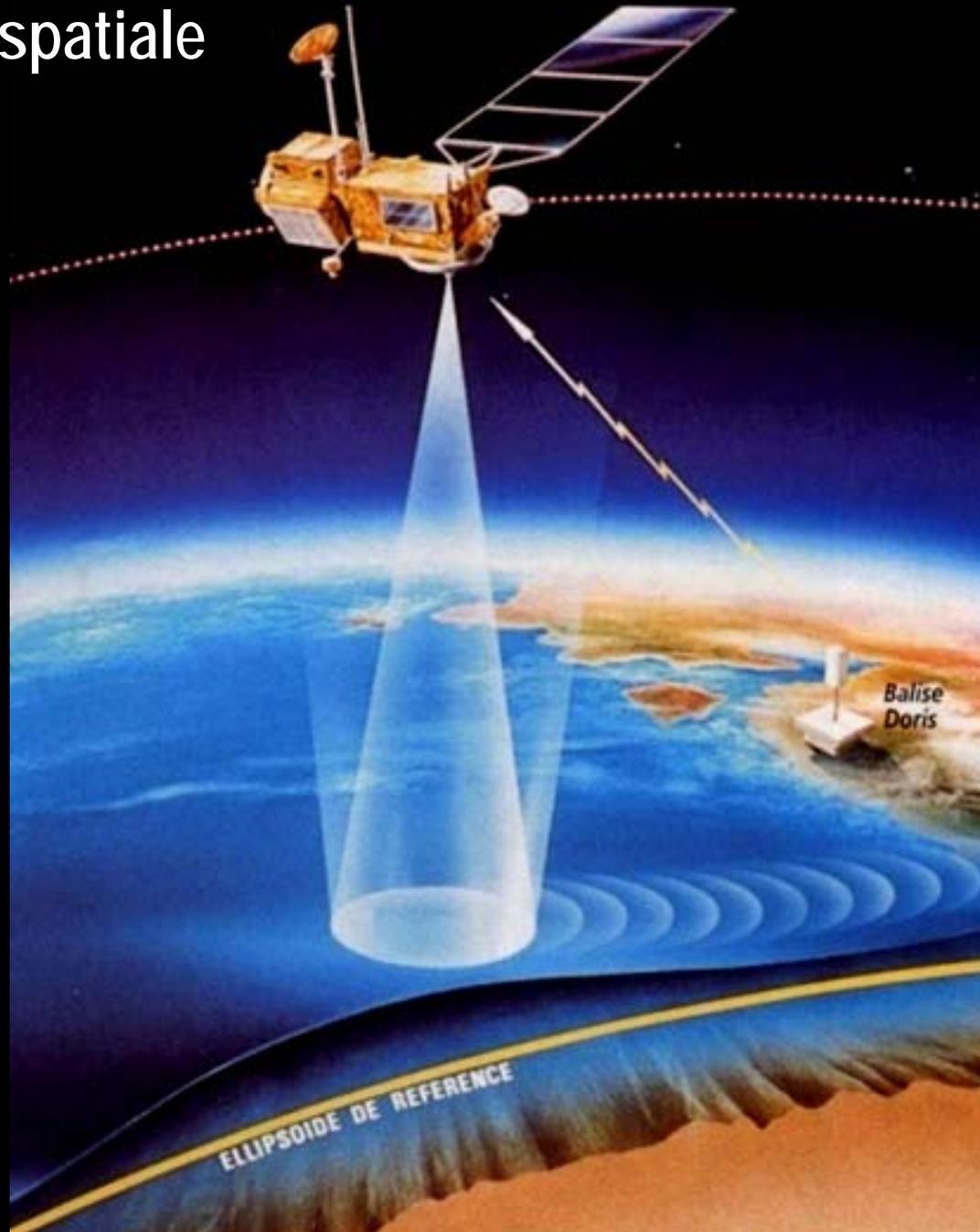
0

Synthetic Mantle Geoid m

Géοide calculé

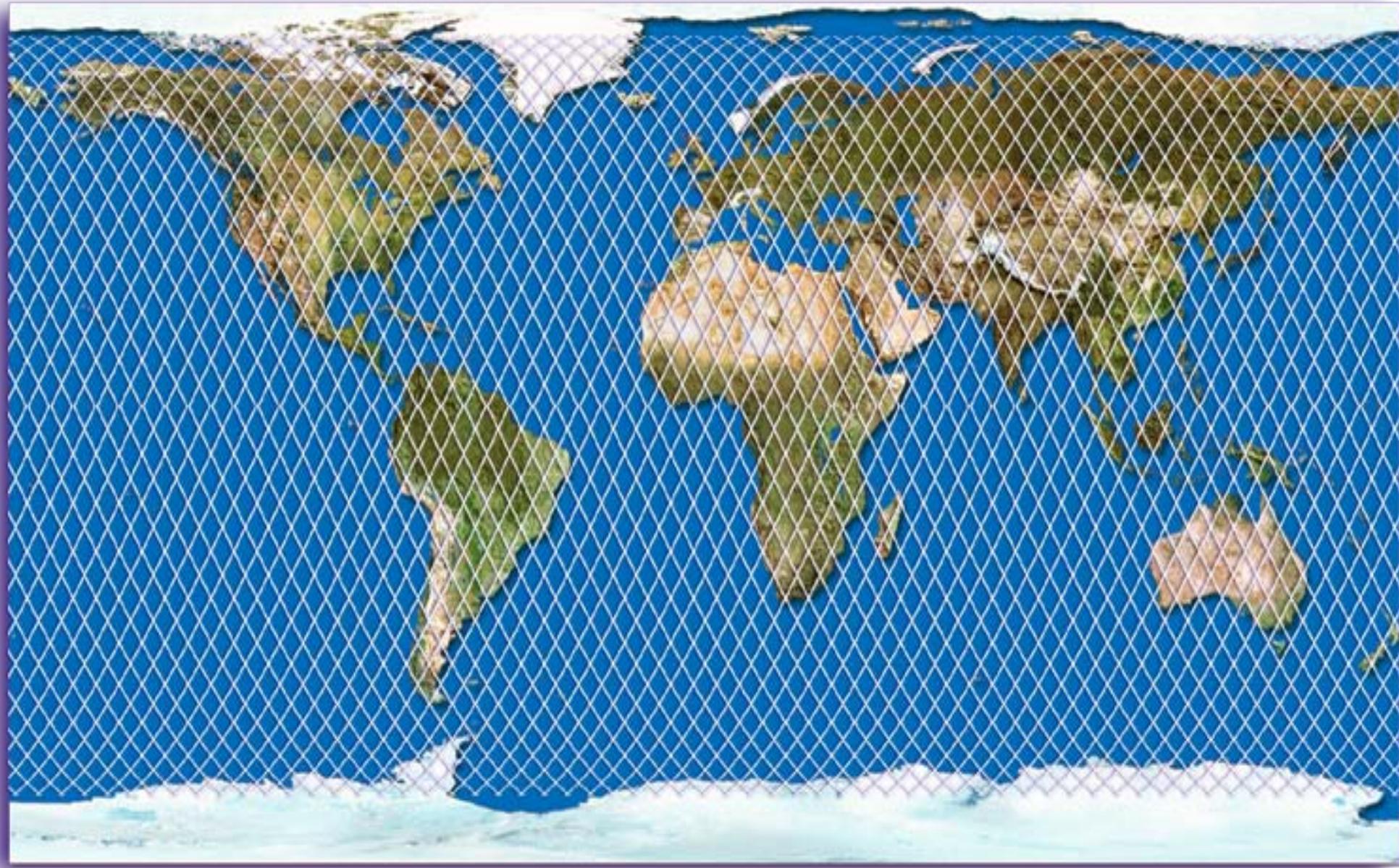


# L'altimétrie spatiale



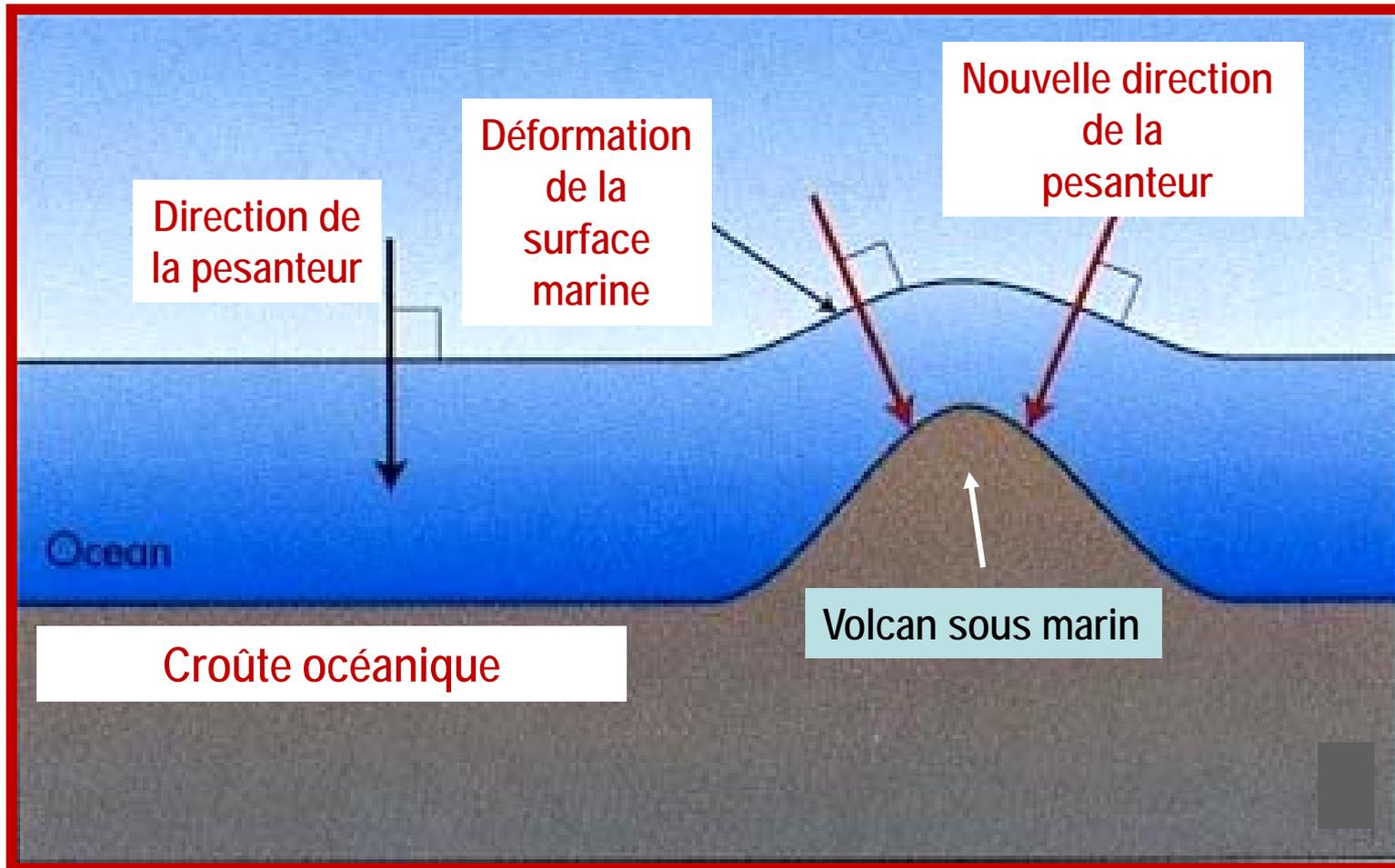
# Principe de l'altimétrie par satellite

# Couverture des océans en 10 jours



## Les creux et les bosses de la surface de la mer.....

- Variable dans le temps → dynamique de l'océan, marées
- Permanente → géoïde → champ de gravité

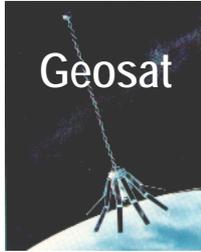


# Les missions d'altimétrie spatiale



Seasat

1978



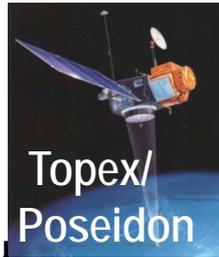
Geosat

1985



ERS-1/2

1991; 1995



Topex/  
Poseidon

1992



Jason-1

2001



Envisat

2002



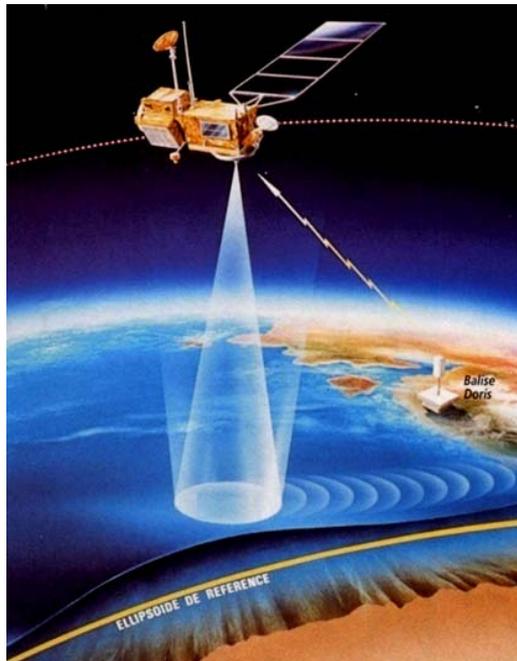
Jason-2

2008



Saral  
AltiKa

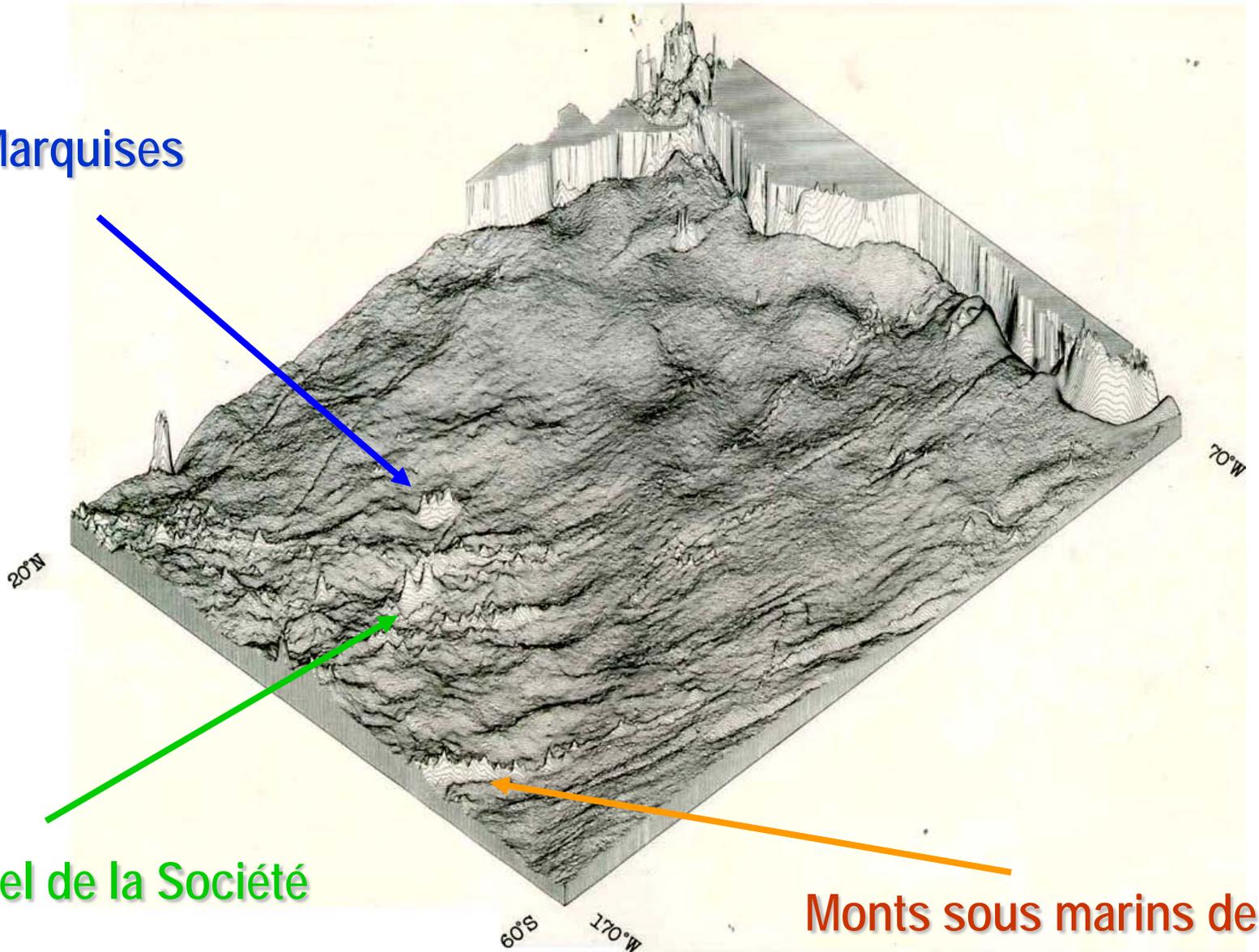
25 février 2013



→ 1992: début de l'altimétrie de haute précision:

# Le géoïde marin dans le Pacifique central d'après SEASAT (1978)

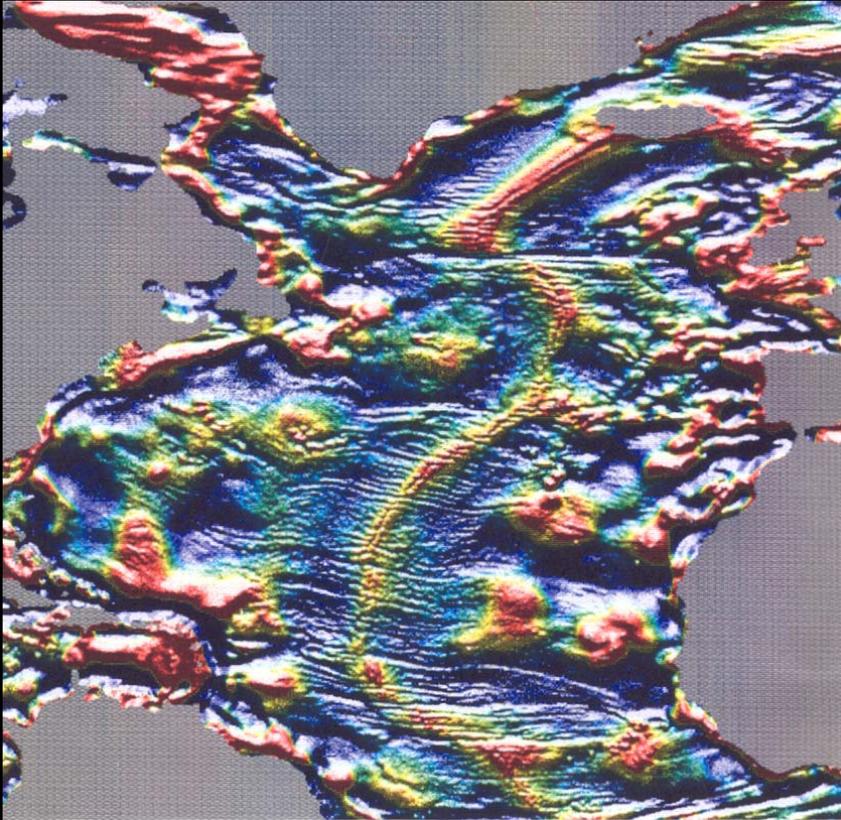
Iles Marquises



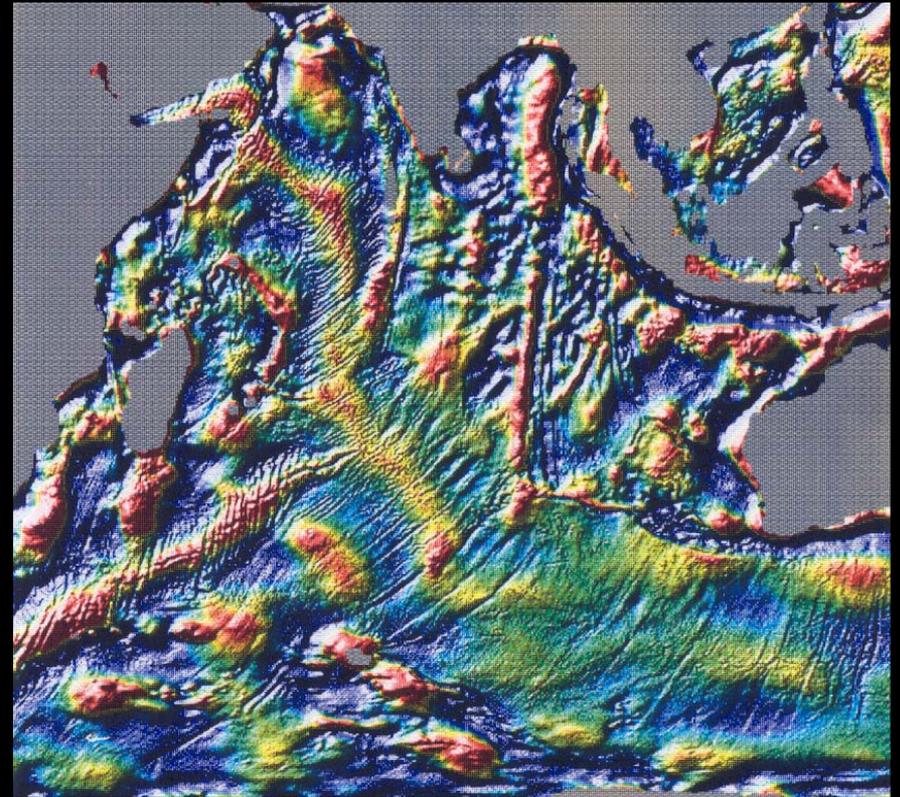
Archipel de la Société

Monts sous marins de  
Louisville

# Surface moyenne de la mer cartographiée par altimétrie (mission géodésique ERS-1; 1994-1995)

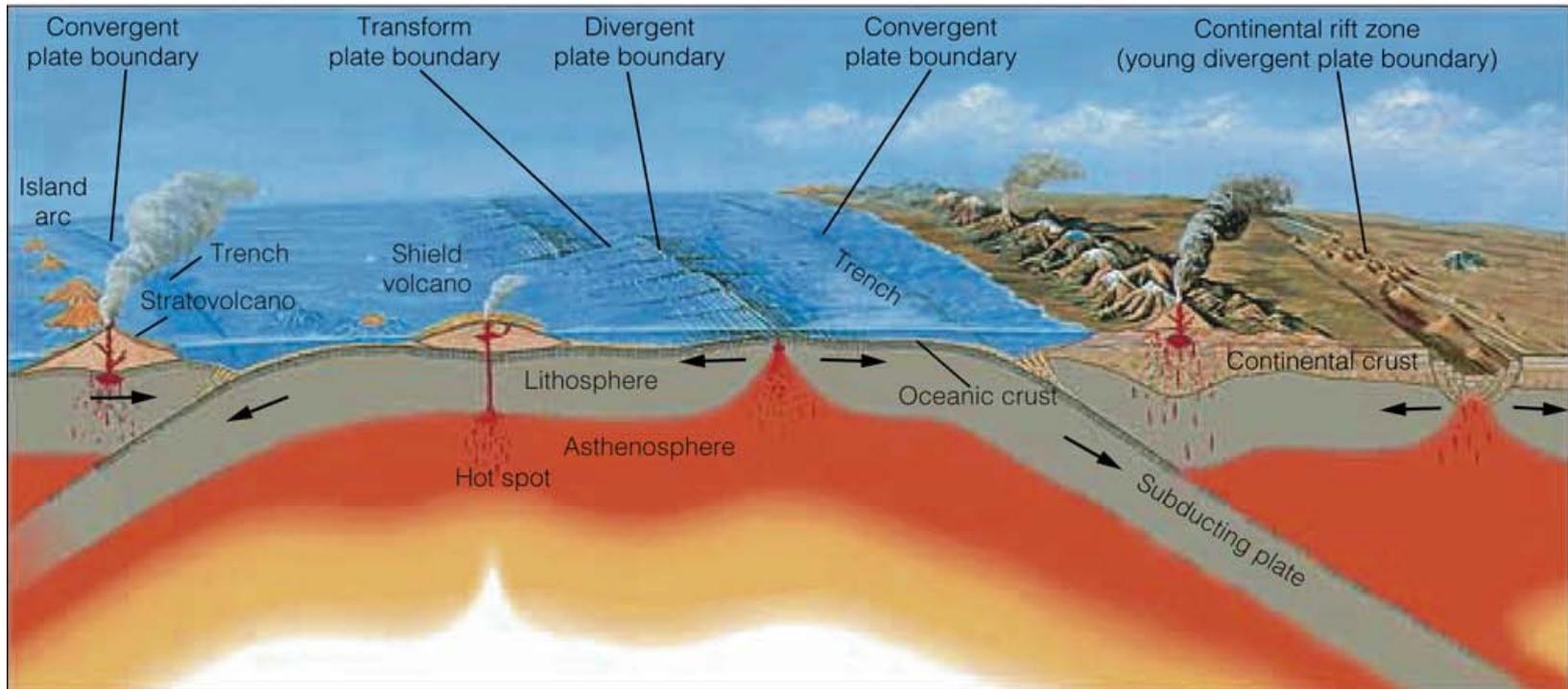
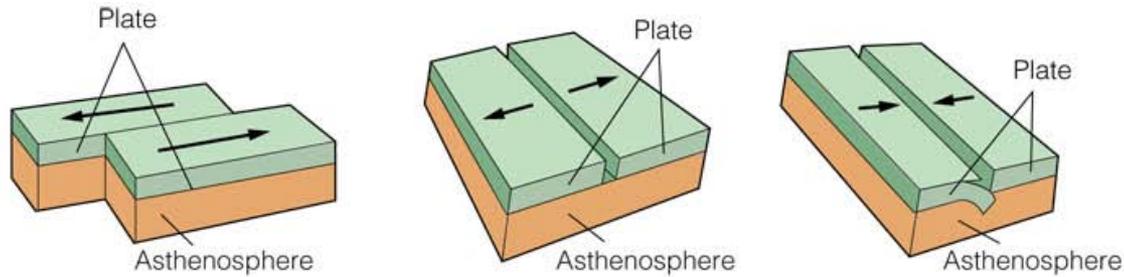


*Atlantique nord*

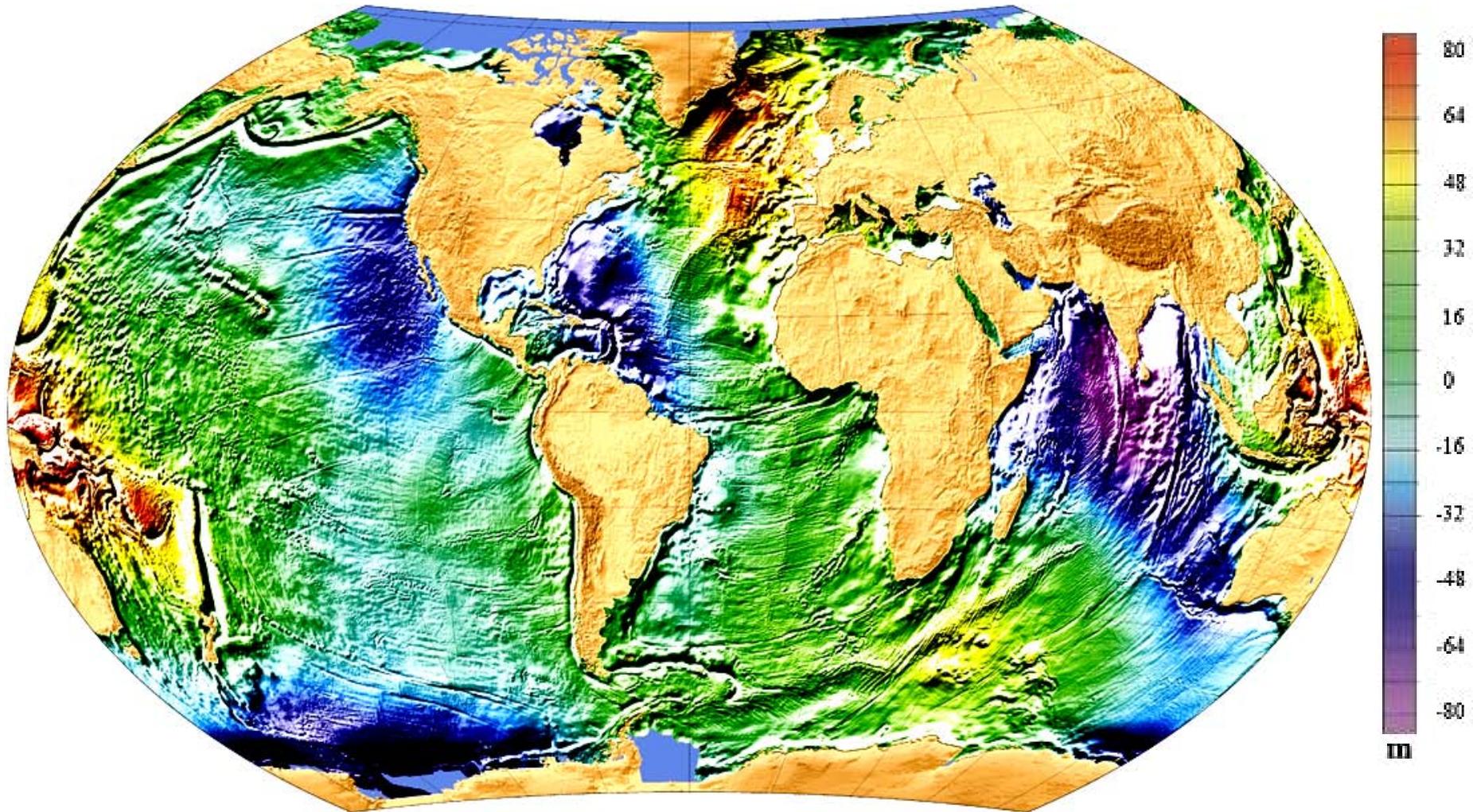


*Océan Indien*

# Topographie des fonds marins et tectonique des plaques



# Les creux et les bosses 'permanents' de la surface de la mer (= géoïde marin)

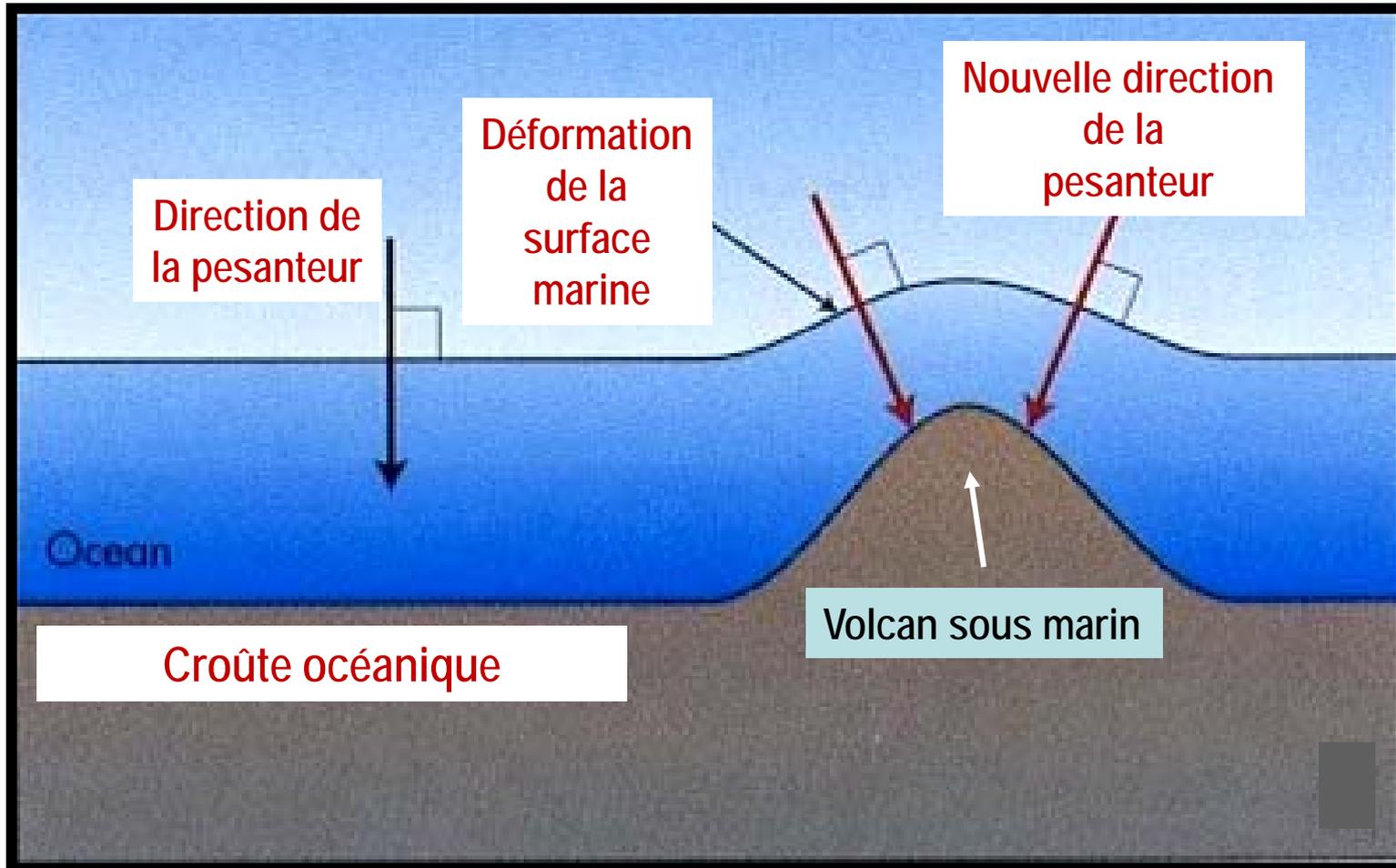


# Applications à la géophysique marine

- ↪ Structure mécanique et thermique de la lithosphère
- ↪ Etude des points chauds
- ↪ Convection à petite échelle
- ↪ Tectonique:
  - zones de fracture zones
  - détection et distribution de monts sous marins
  - chaînes volcaniques
  - dorsales océaniques
  
- Bathymétrie

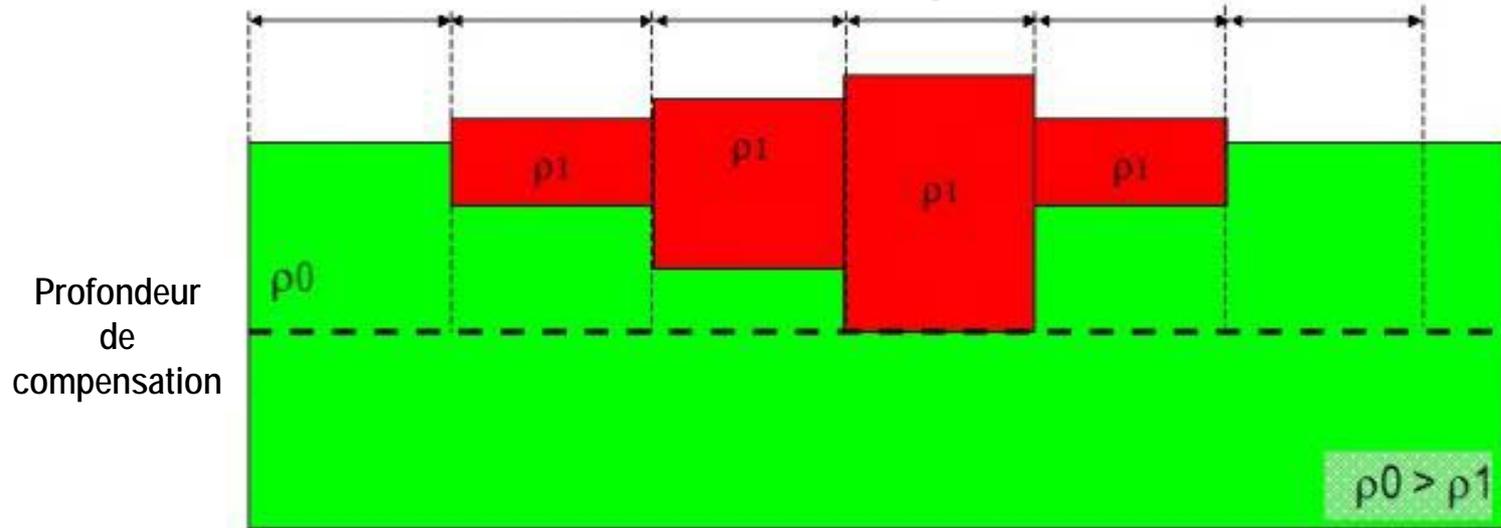
## Les creux et les bosses de la surface de la mer.....

- Variable dans le temps → dynamique de l'océan, marées
- Permanente → géoïde → champ de gravité

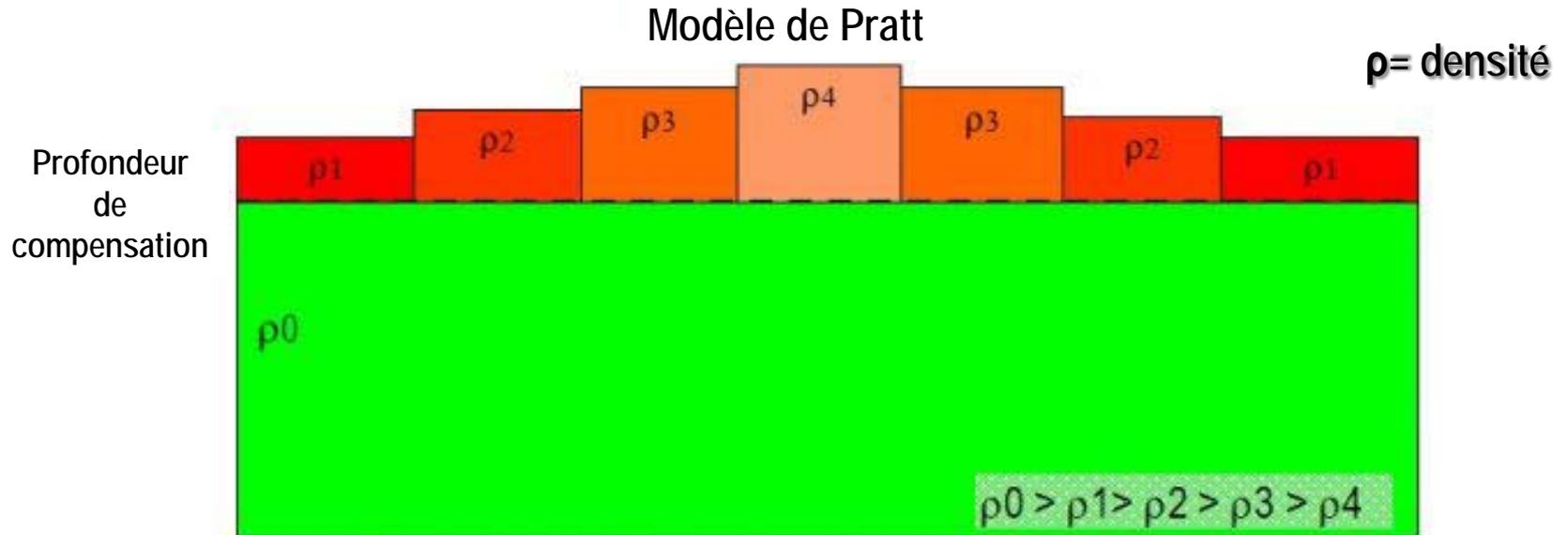


# Isostasie

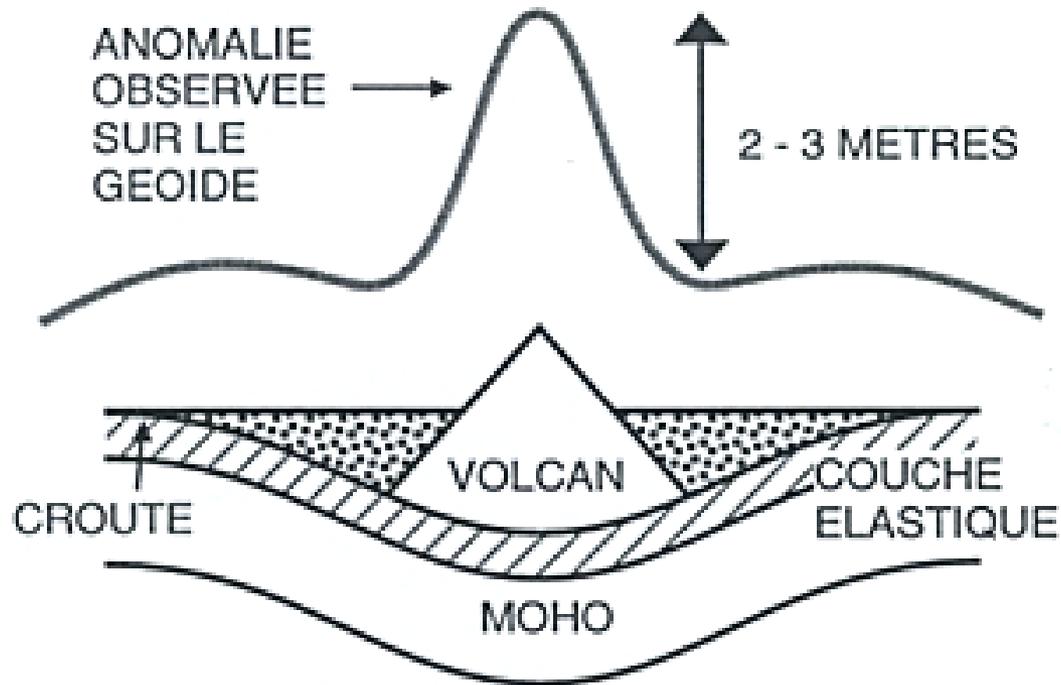
Modèle d'Airy



Modèle de Pratt

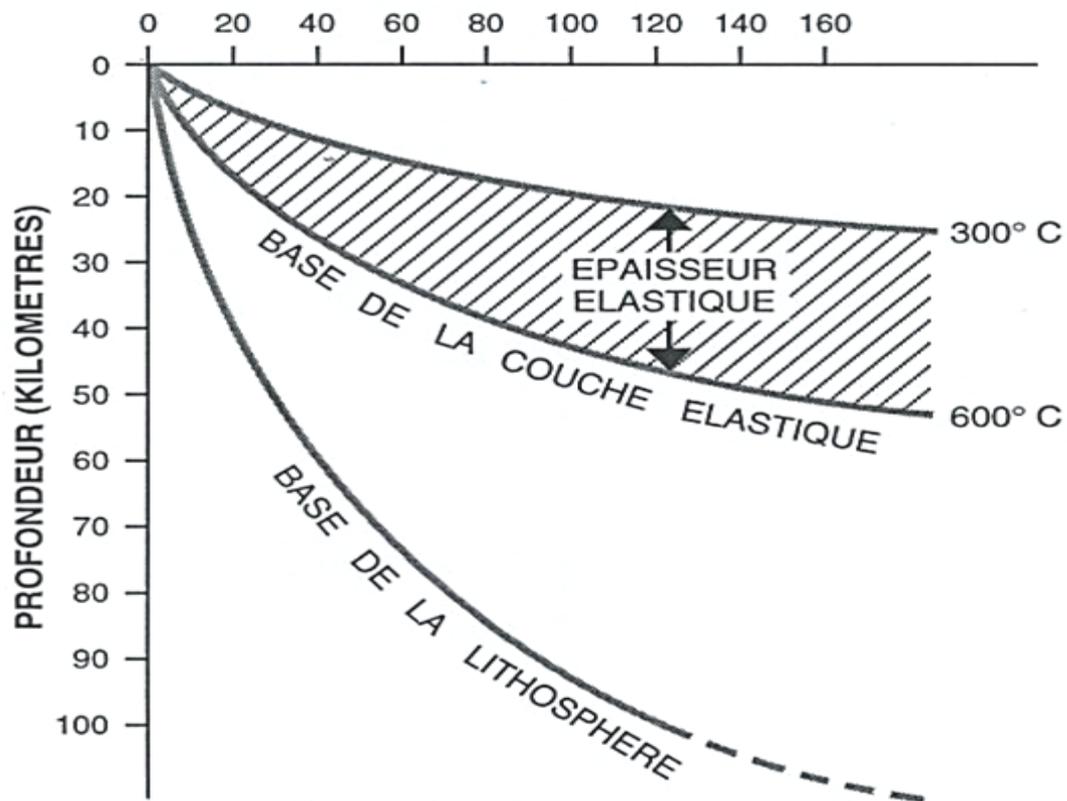


## Volcans sous-marins → compensation isostatique « régionale »

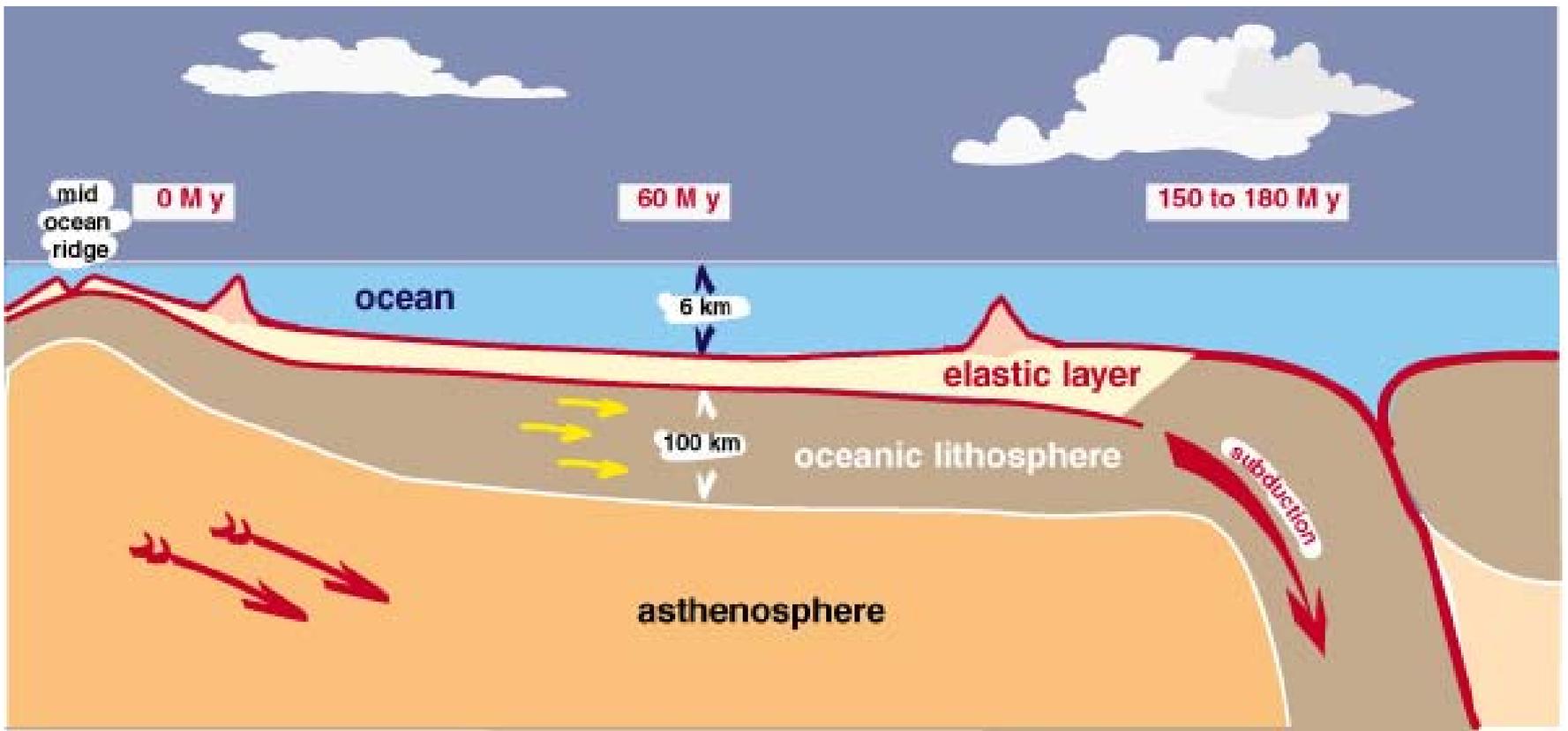


FLEXURE ELASTIQUE DE LA LITHOSPHERE  
SOUS LA CHARGE D'UN VOLCAN

AGE DE LA PLAQUE LITHOSPHERIQUE  
A LA NAISSANCE DU VOLCAN (MILLIONS D'ANNEES)

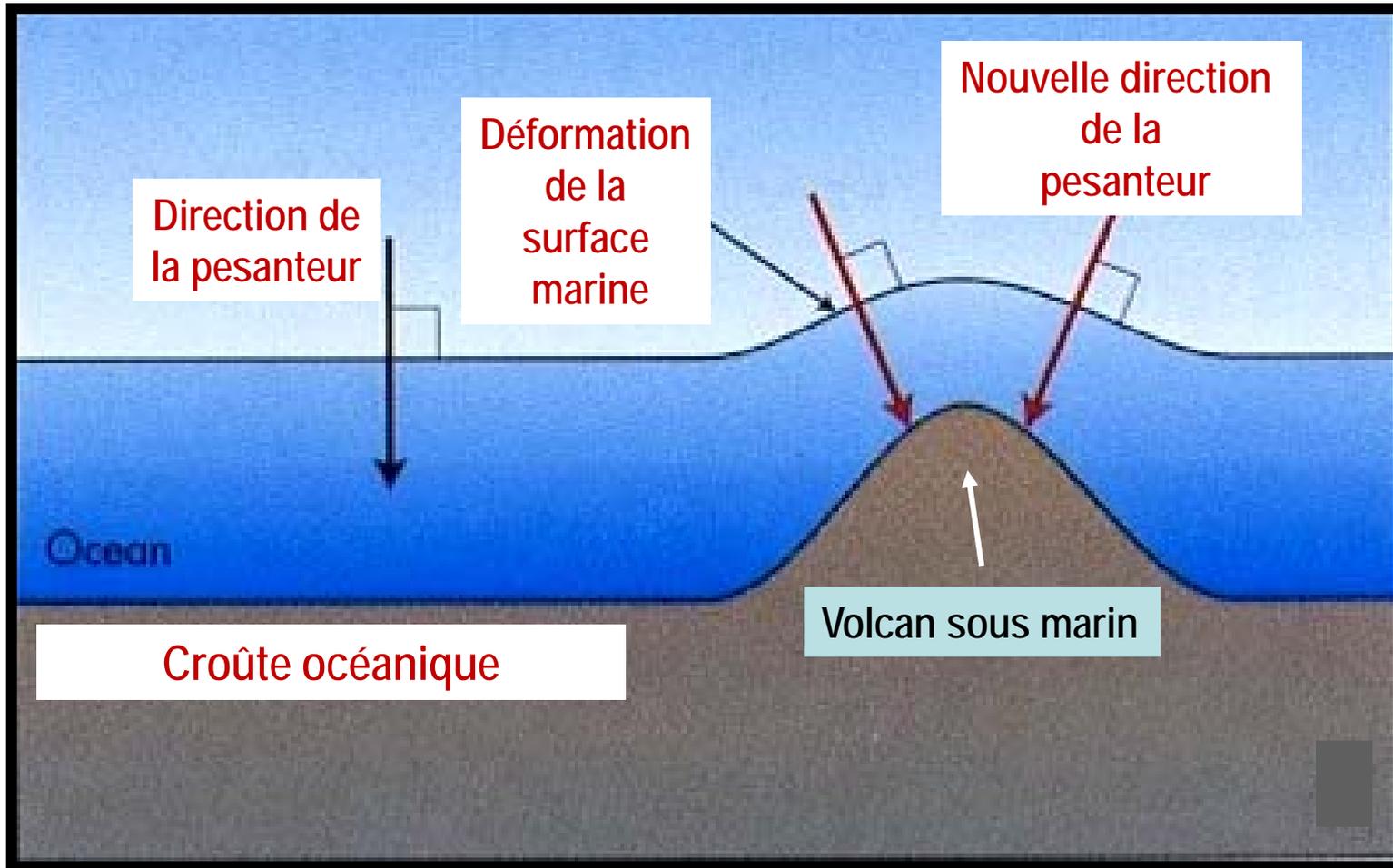


# Evolution mécanique et thermique de la lithosphère océanique

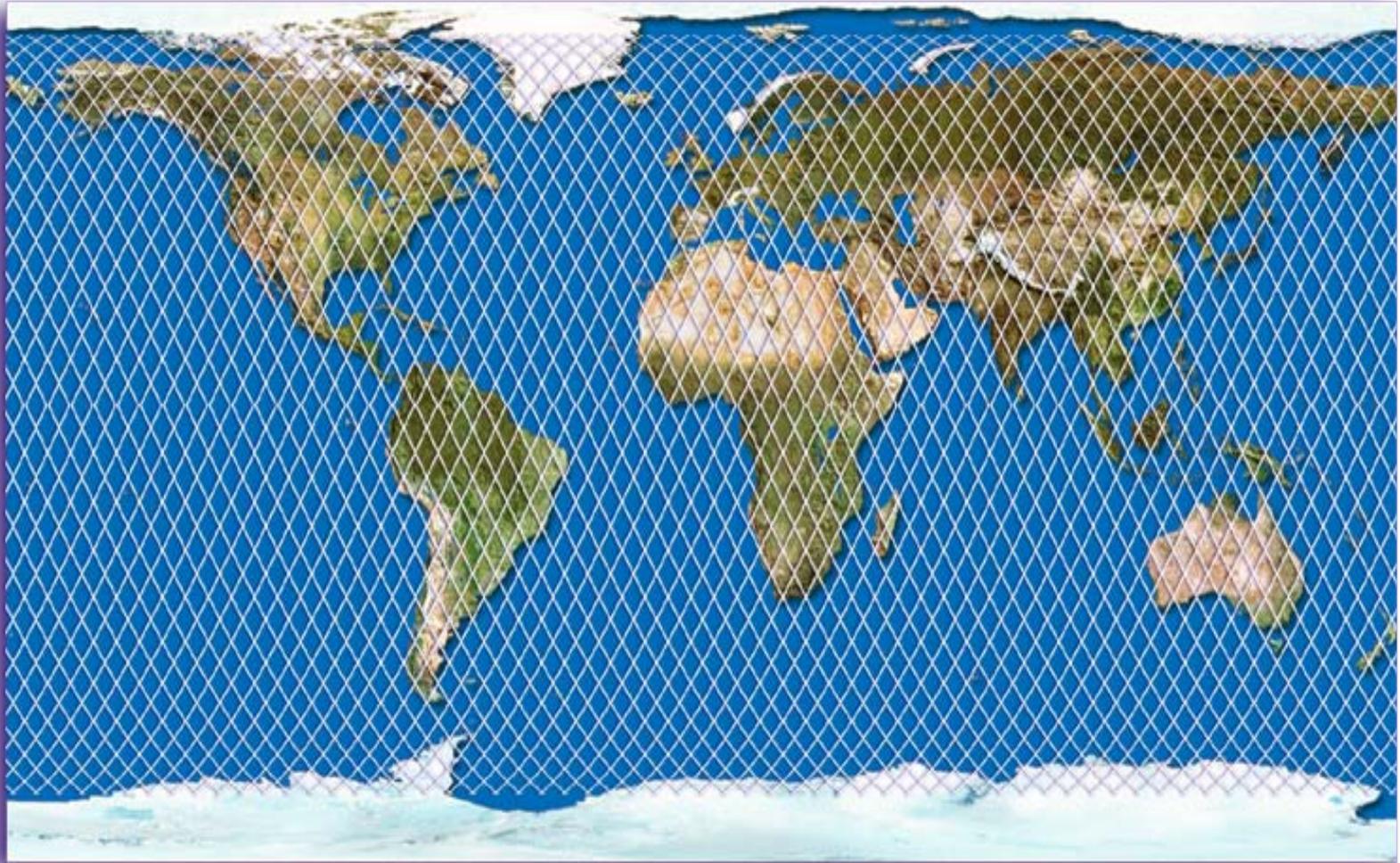


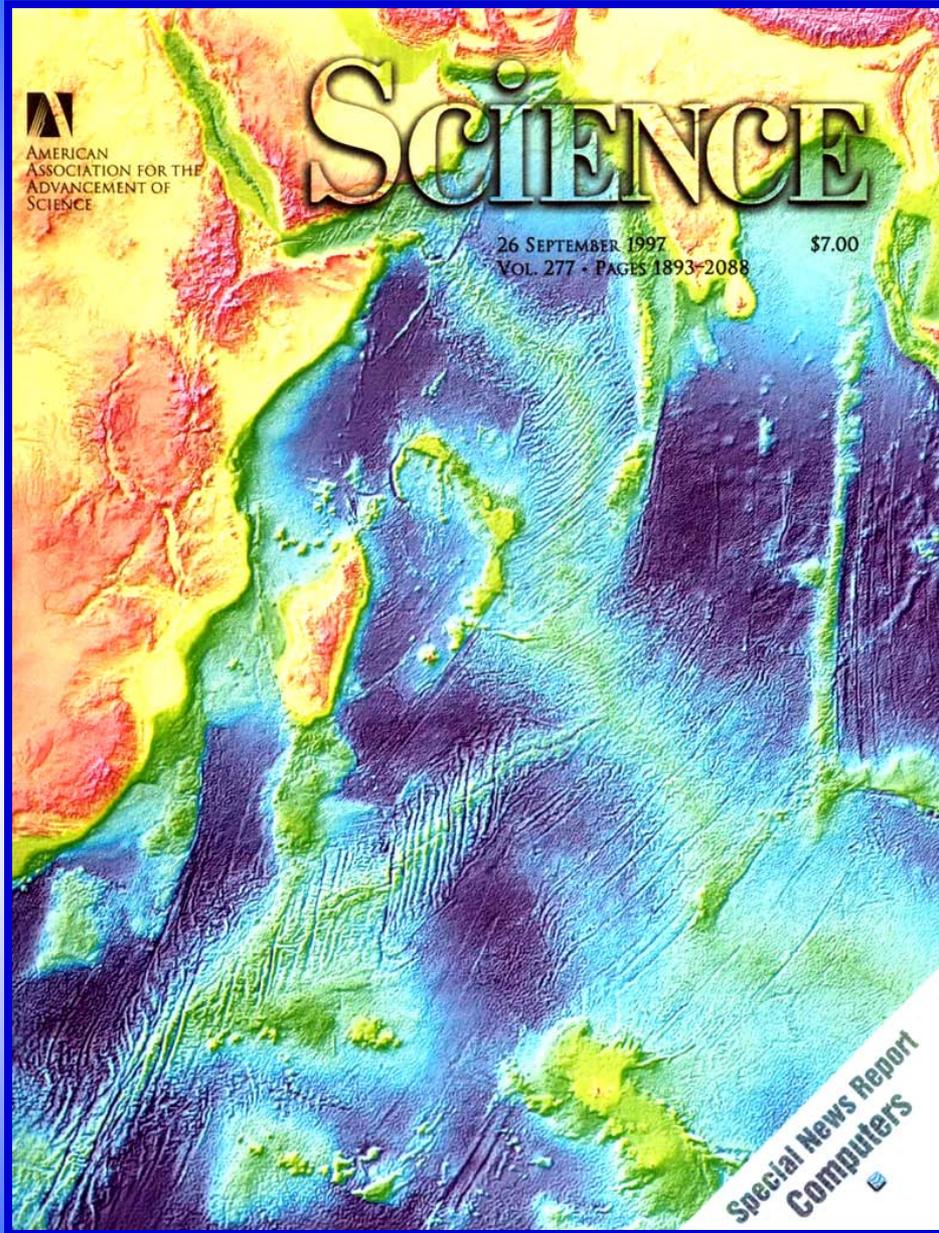
## Les creux et les bosses de la surface de la mer.....

- Variable dans le temps → dynamique de l'océan, marées
- Permanente → géoïde → champ de gravité



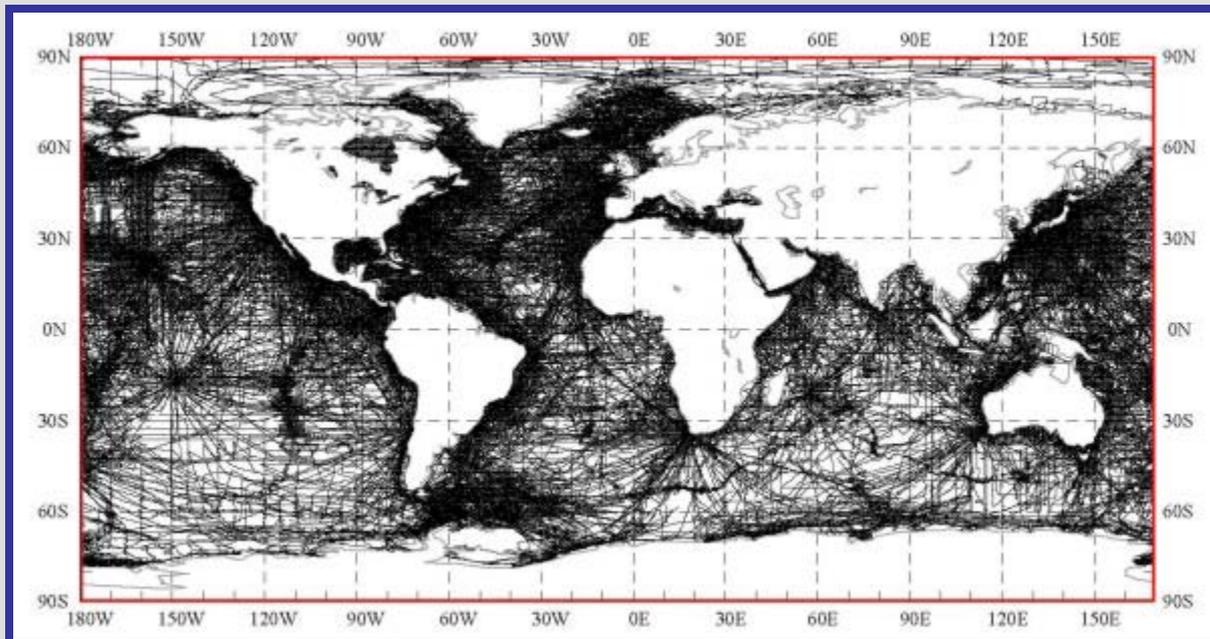
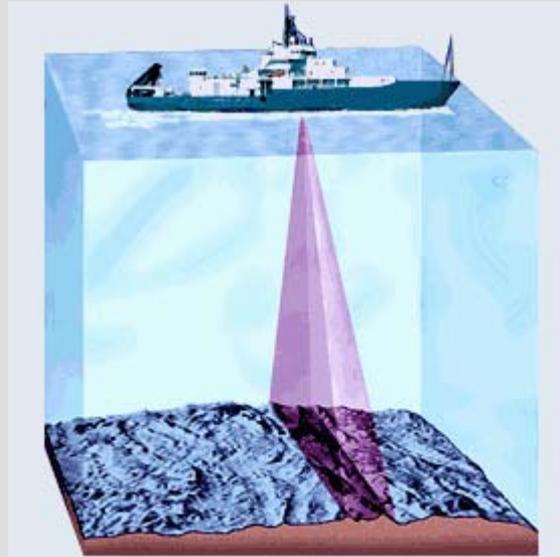
# Couverture de la Terre par altimétrie spatiale



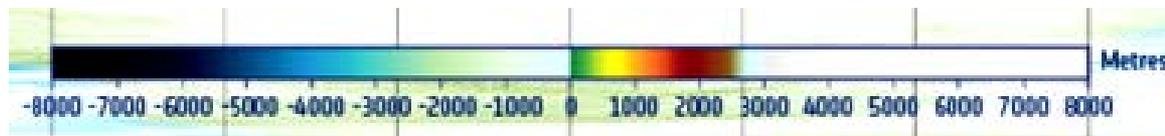
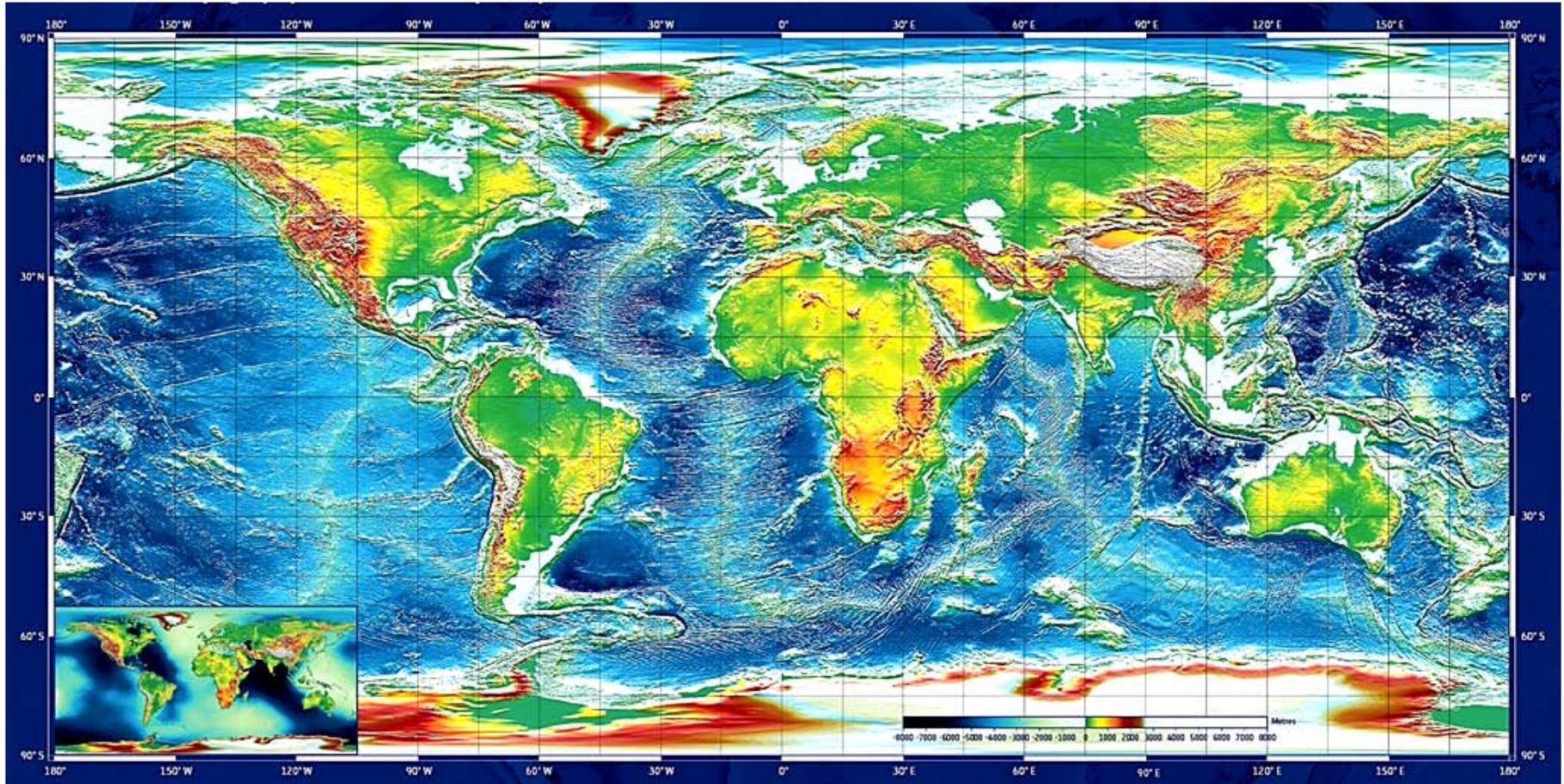


1997, première carte globale  
de la topographie  
des fonds marins  
par altimétrie  
*Smith & Sandwell, 1997*

# Mesure de la topographie des fonds marins par sondage acoustique



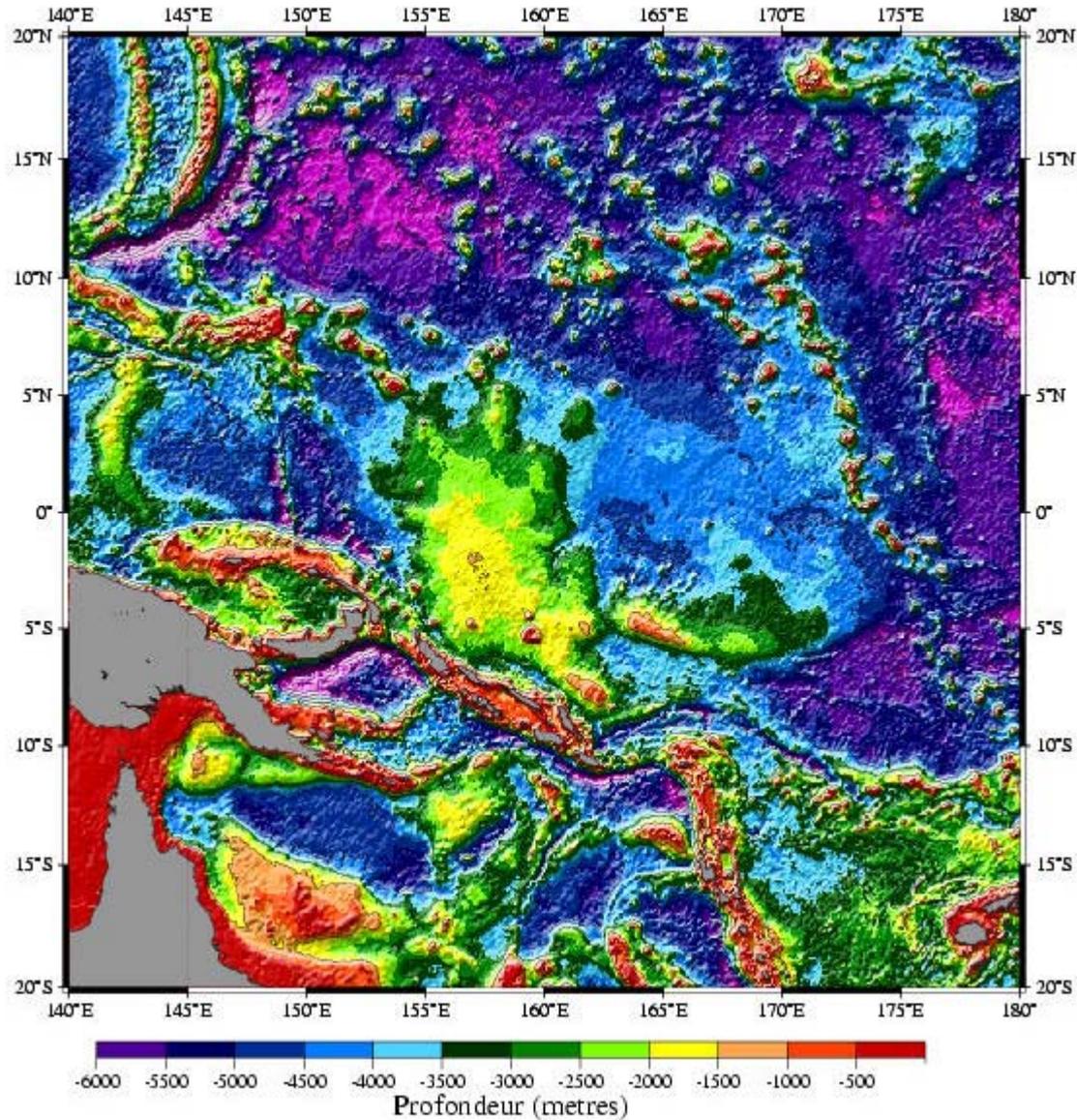
# Topographie des fonds marins cartographiée par altimétrie spatiale



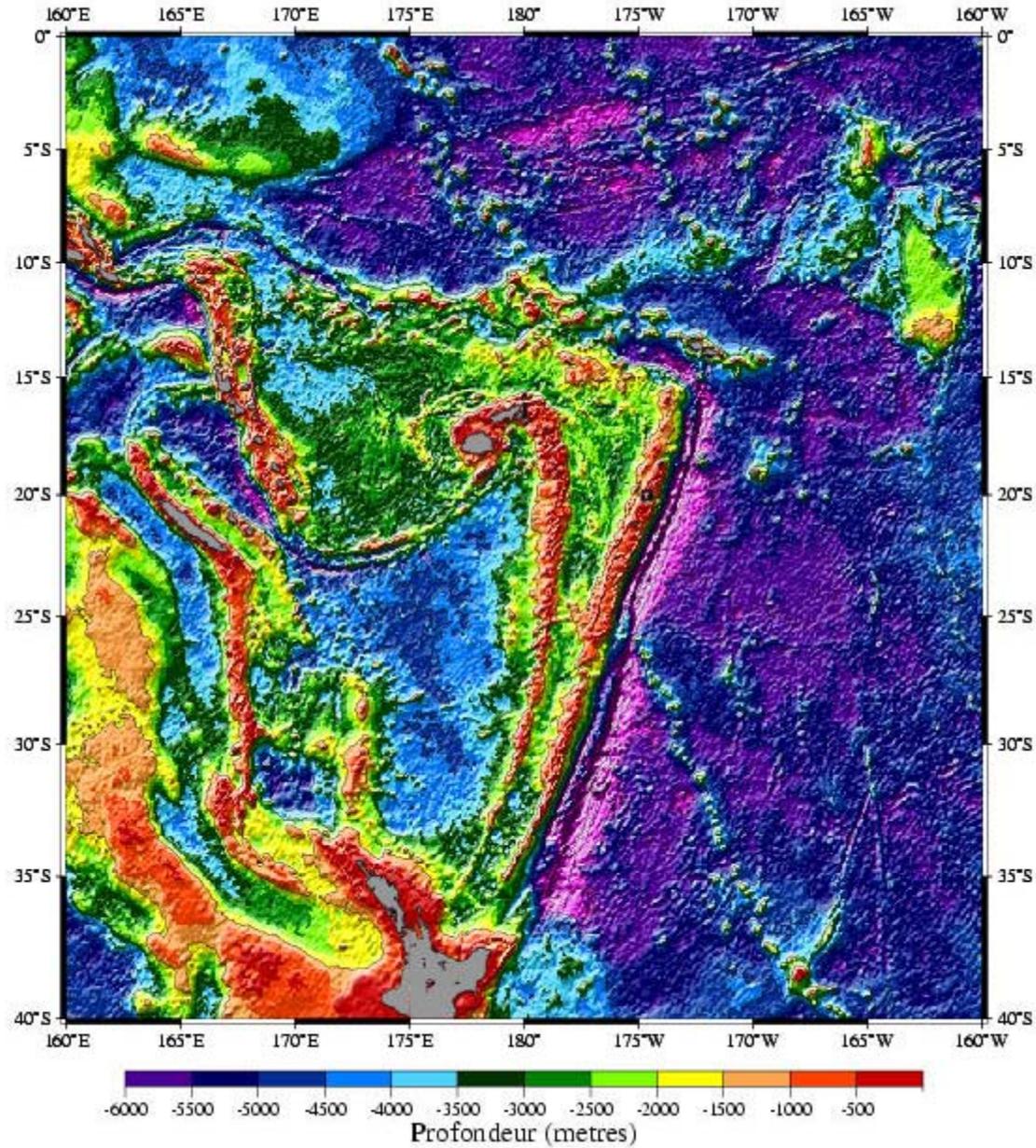
Source : ESA

Et aussi : LEGOS: Calmant et al., 2002

# Topographie sous marine par altimétrie spatiale (Pacifique sud ouest)

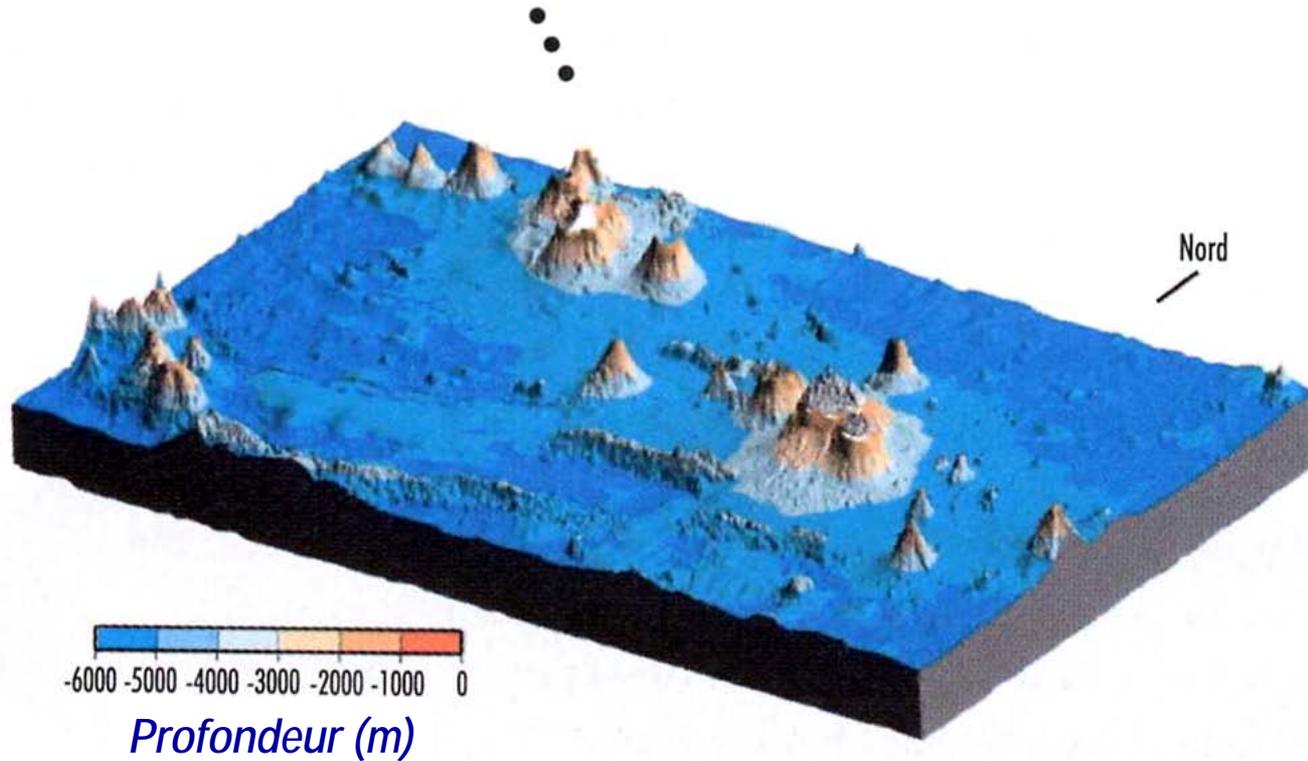


# Topographie sous marine par altimétrie spatiale (Pacifique sud ouest)

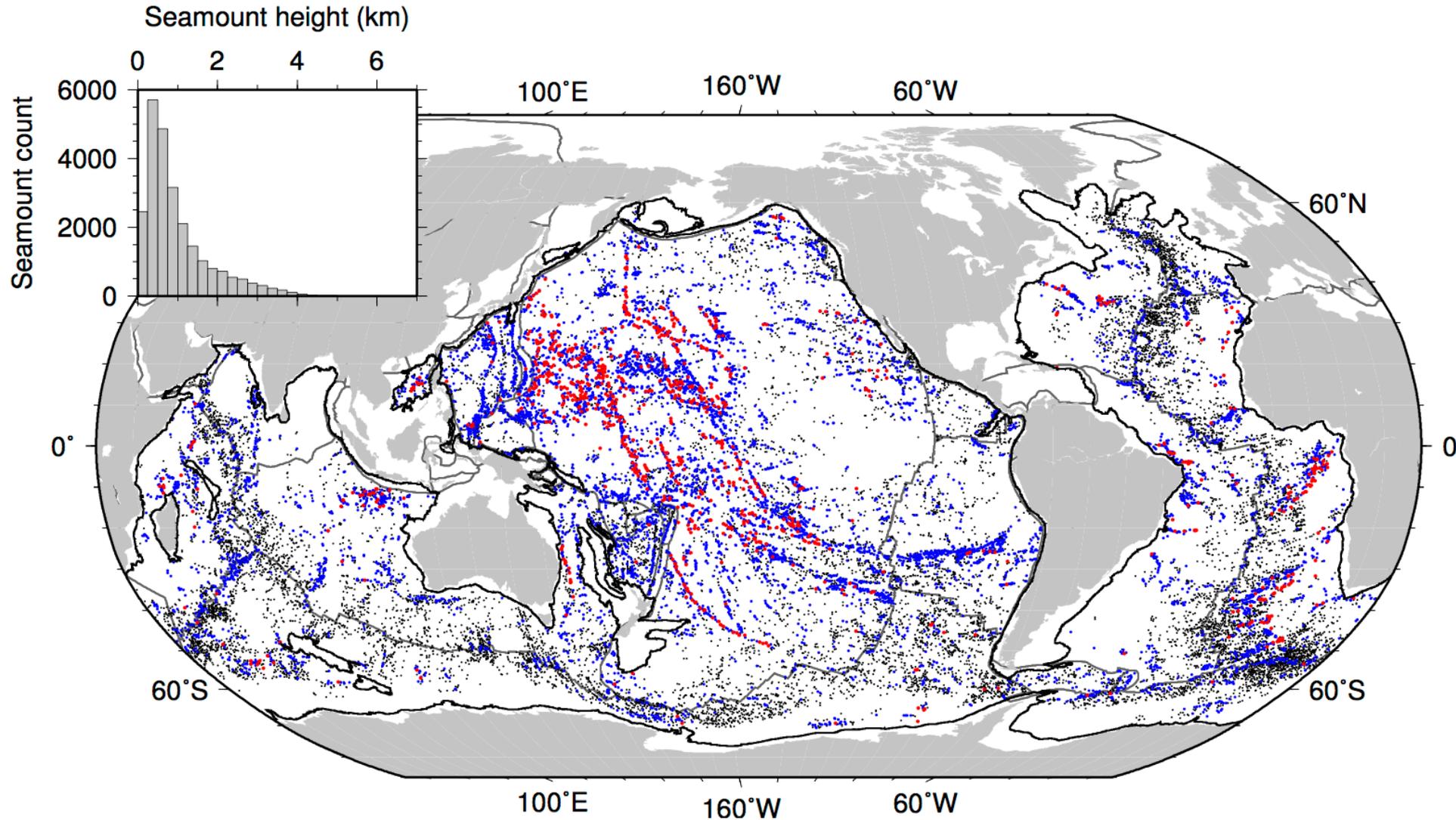


Source: LEGOS

# Découverte de nombreux monts sous marins

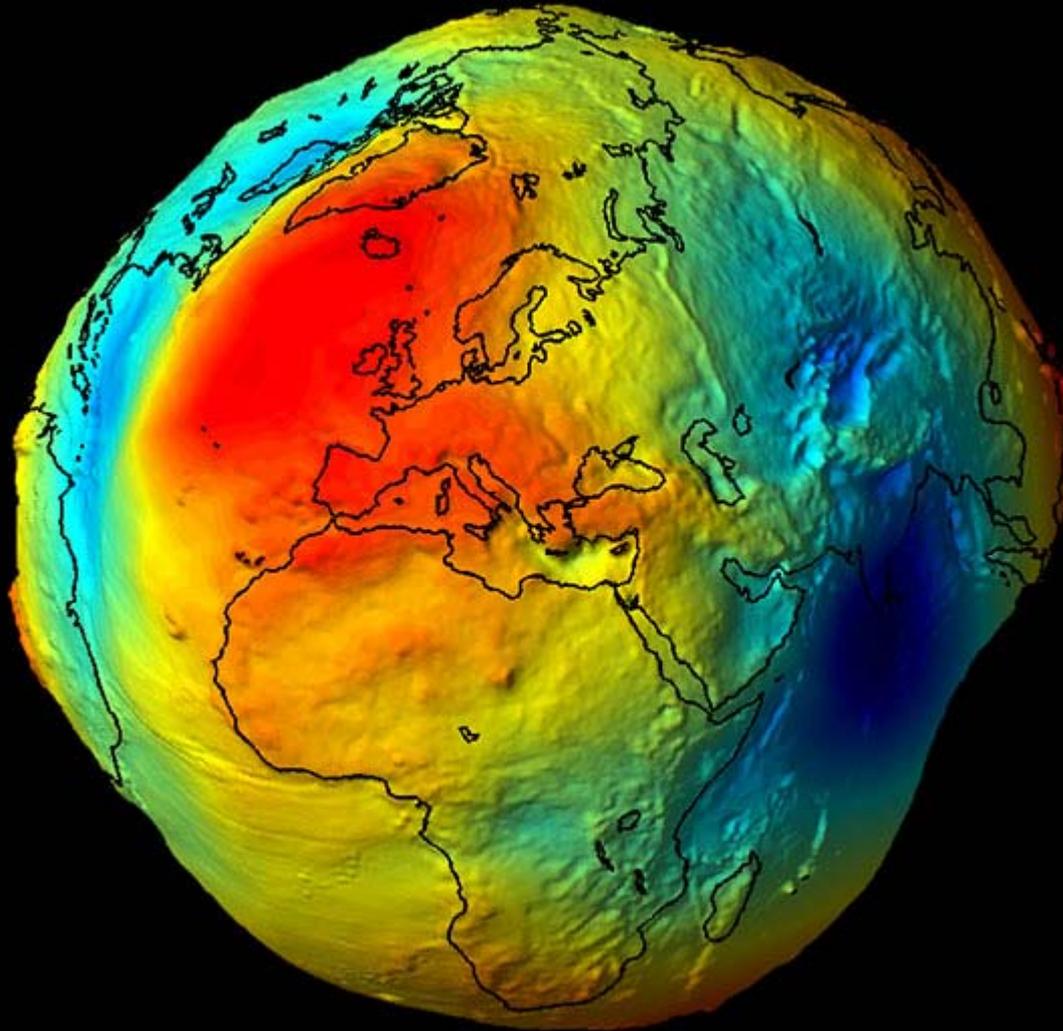


# Détection et cartographie des monts sous marins

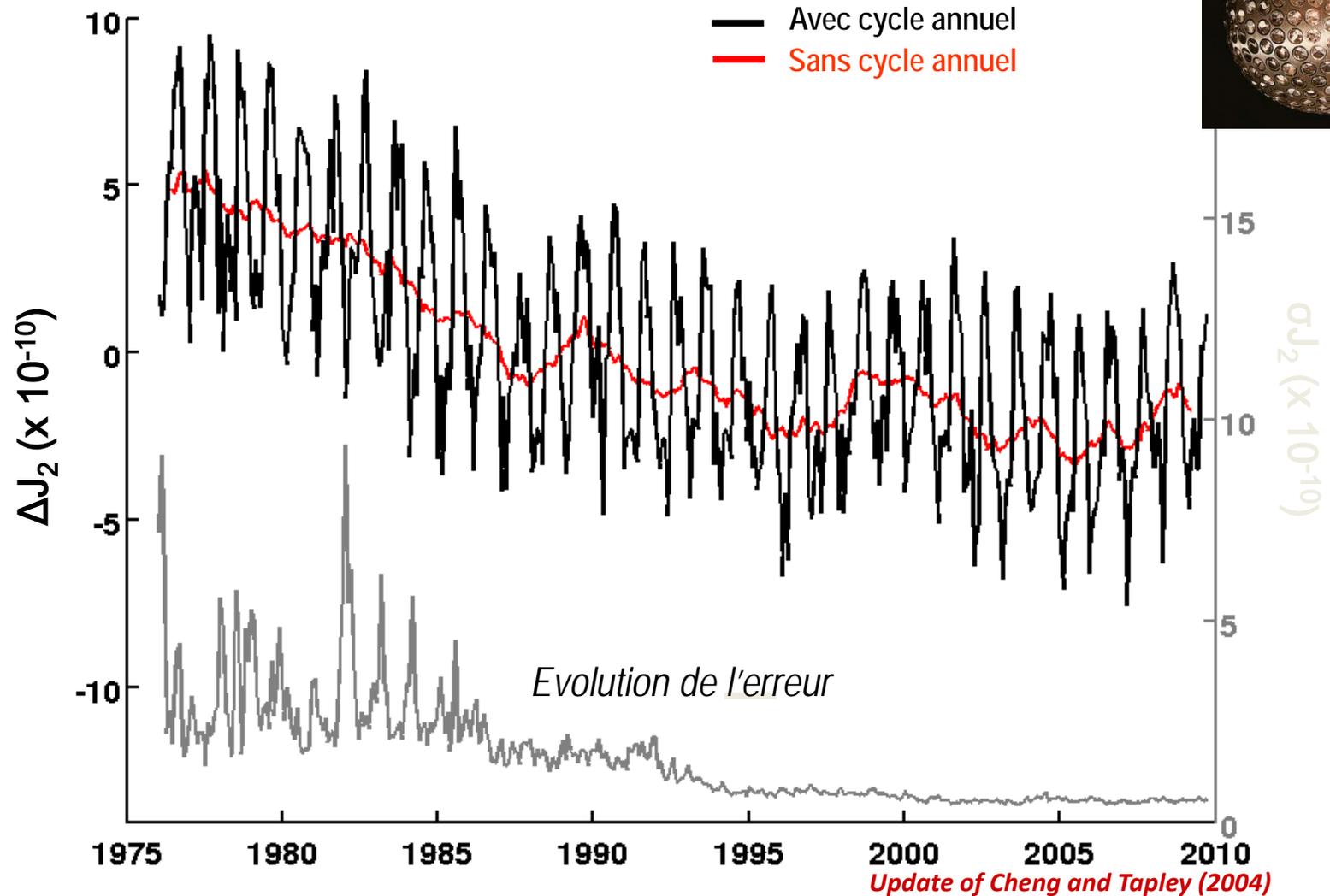


**25 000 monts sous marins > 100 m**  
**8000 monts sous marins > 1 km**

## Variations temporelles du champ de gravité

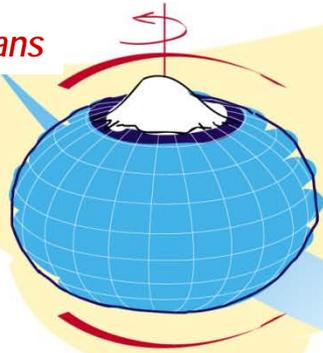


# Variations de l'aplatissement de la Terre (coefficient $C_{20}$ du champ de gravité) par analyse des orbites des satellites 'Laser'

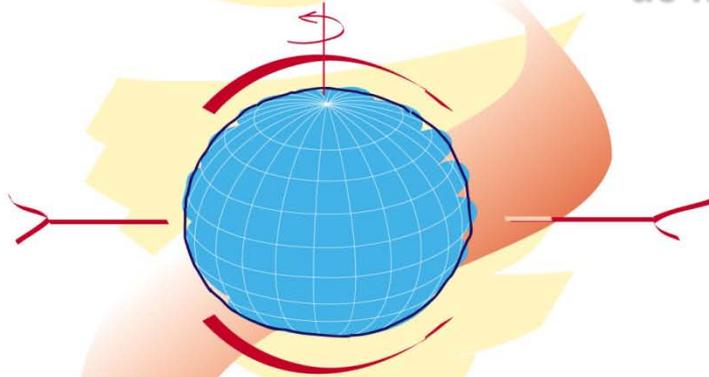


## Variation séculaire de l'aplatissement de la Terre

*Il y a 20 000 ans*

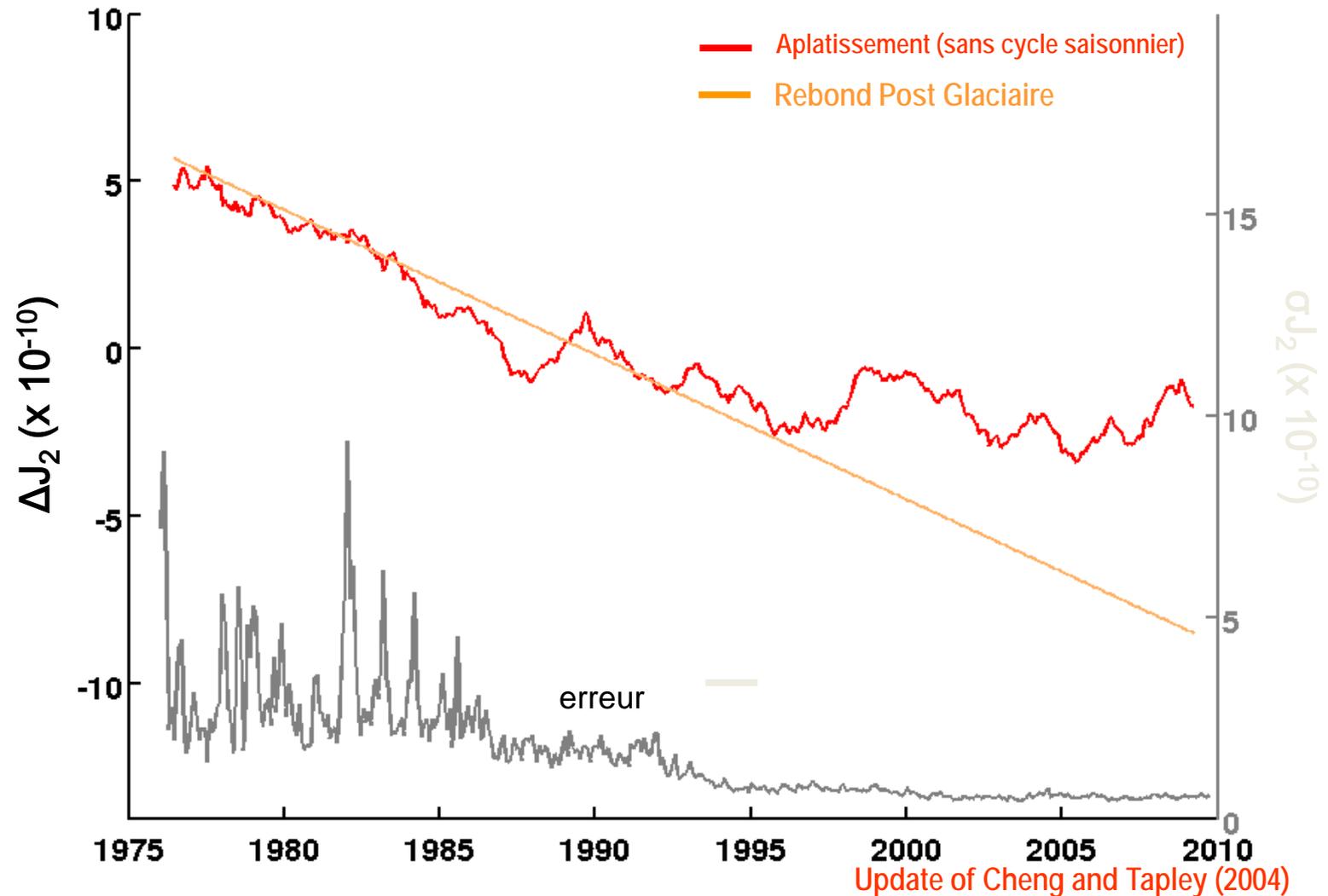


**La Terre devient  
de moins en moins aplatie**

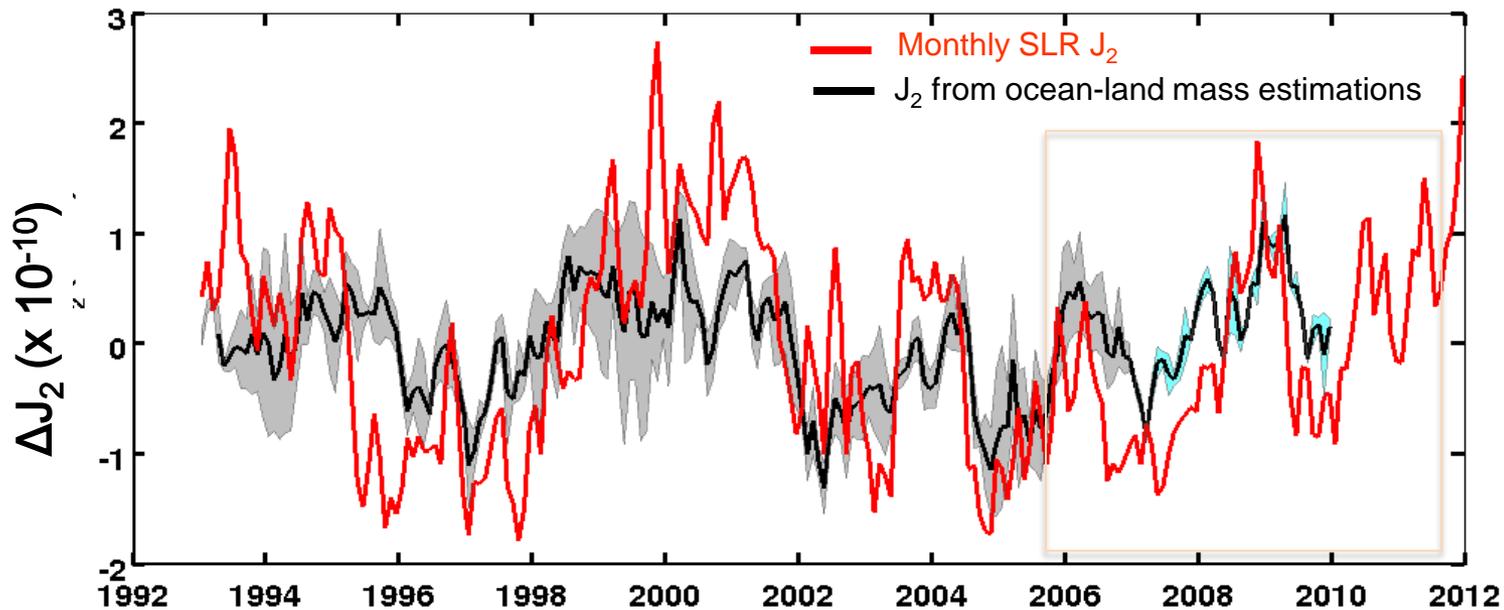
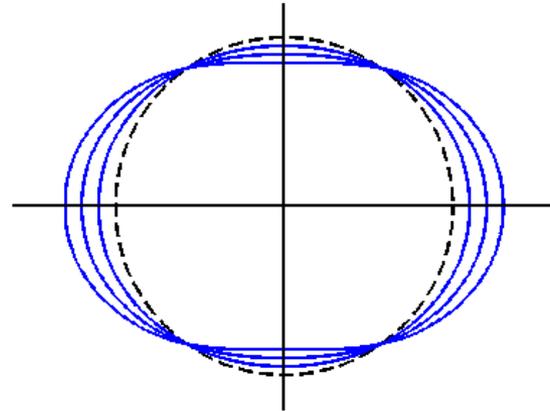
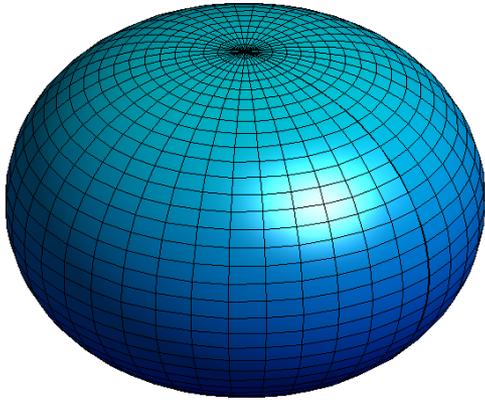


*Aujourd'hui*

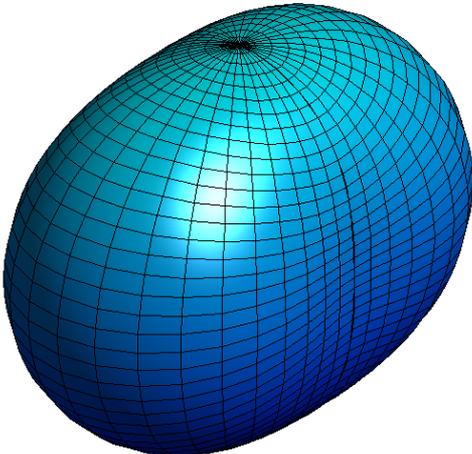
# Variations de l'aplatissement de la Terre (coefficient $C_{20}$ du champ de gravité) par analyse des orbites des satellites 'Laser'



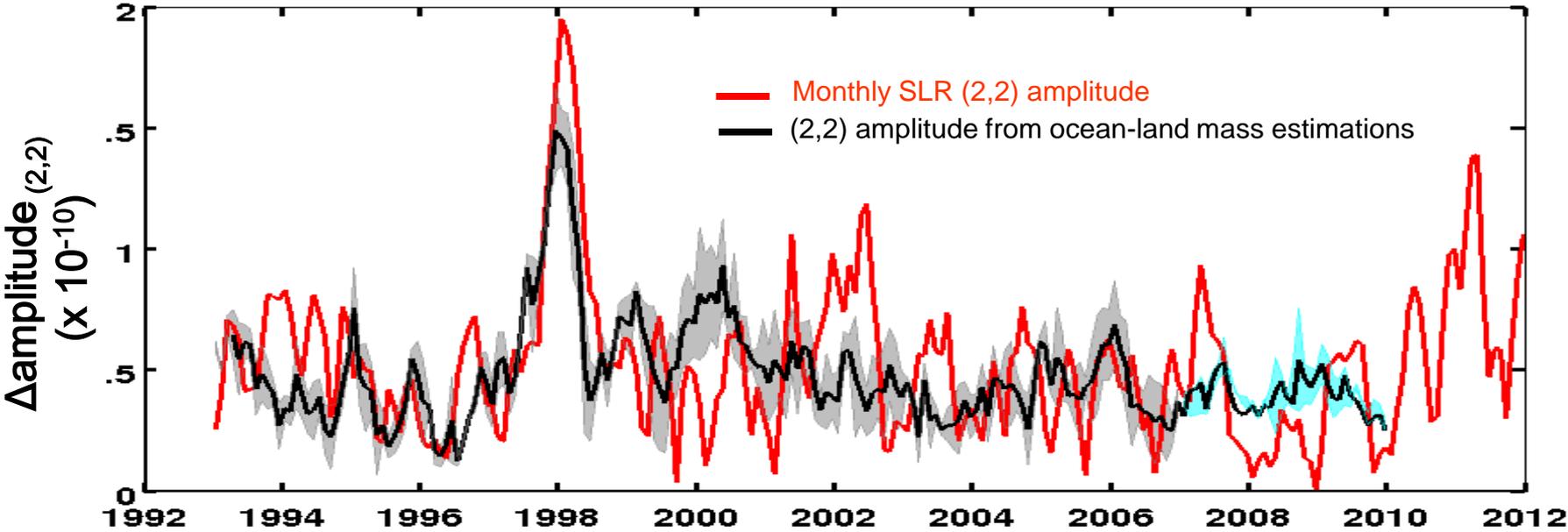
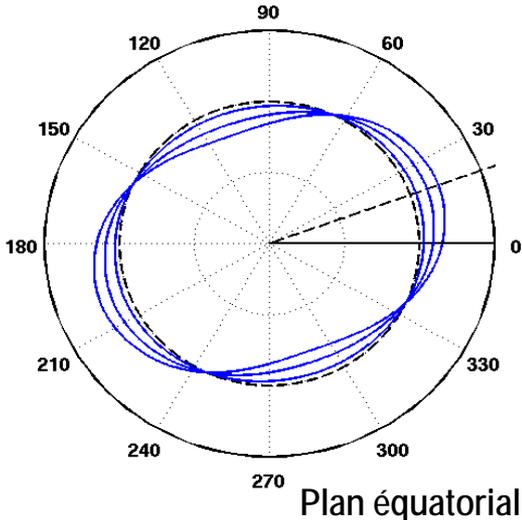
# Variabilité interannuelle de l'aplatissement (1993-2012)



# Variabilité interannuelle de l'ellipticité de l'équateur



Ellipticité de l'équateur



Source : B. Meyssignac

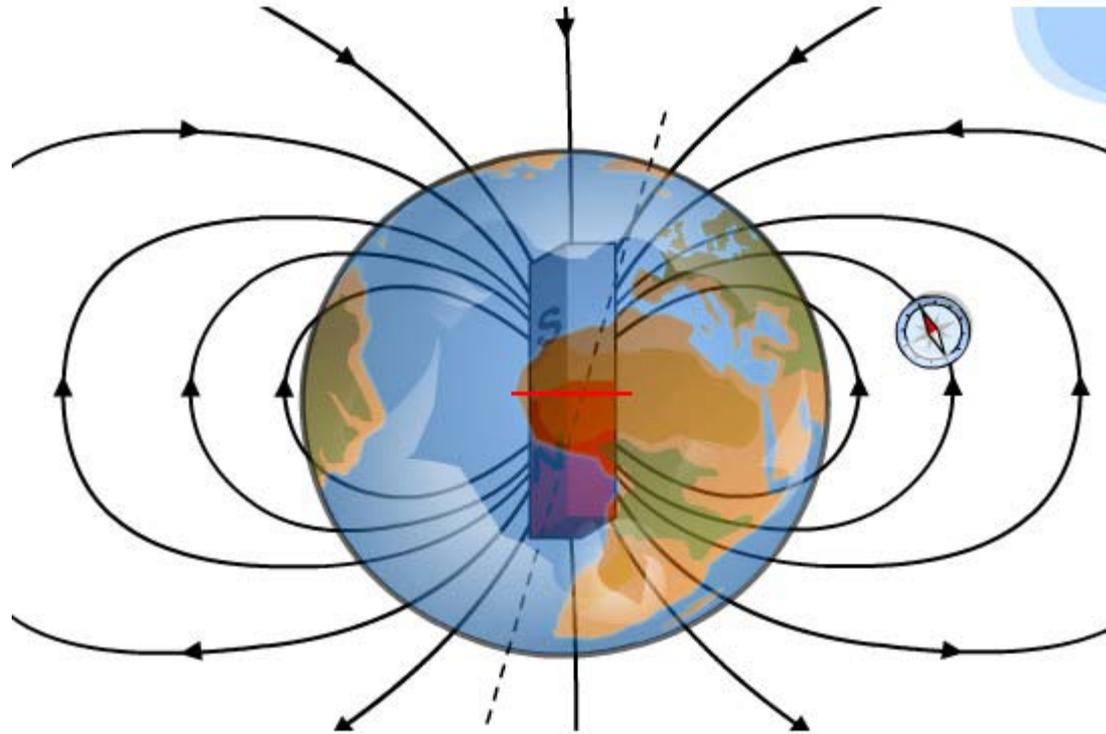
# Variations temporelles de la gravité à haute résolution →

## *Mission de gravimétrie spatiale GRACE (2002)*



Et dans un instant...

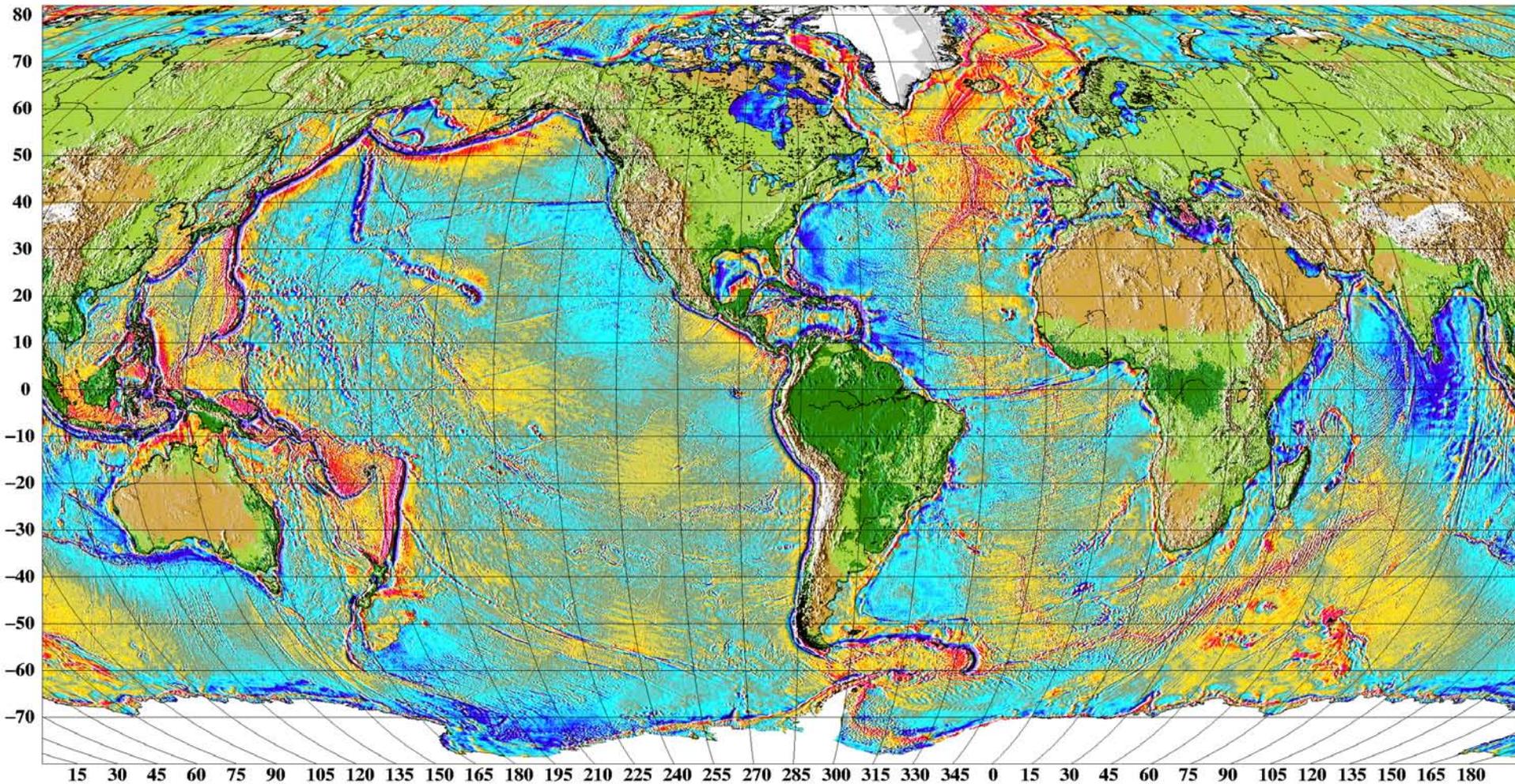
Conférence de Mioara Mandea sur le champ magnétique de la Terre



**Merci de votre attention**

# Anomalies de gravité déduites de l'altimétrie sur les océans

## Free Air Gravity Anomalies from Satellite Altimetry



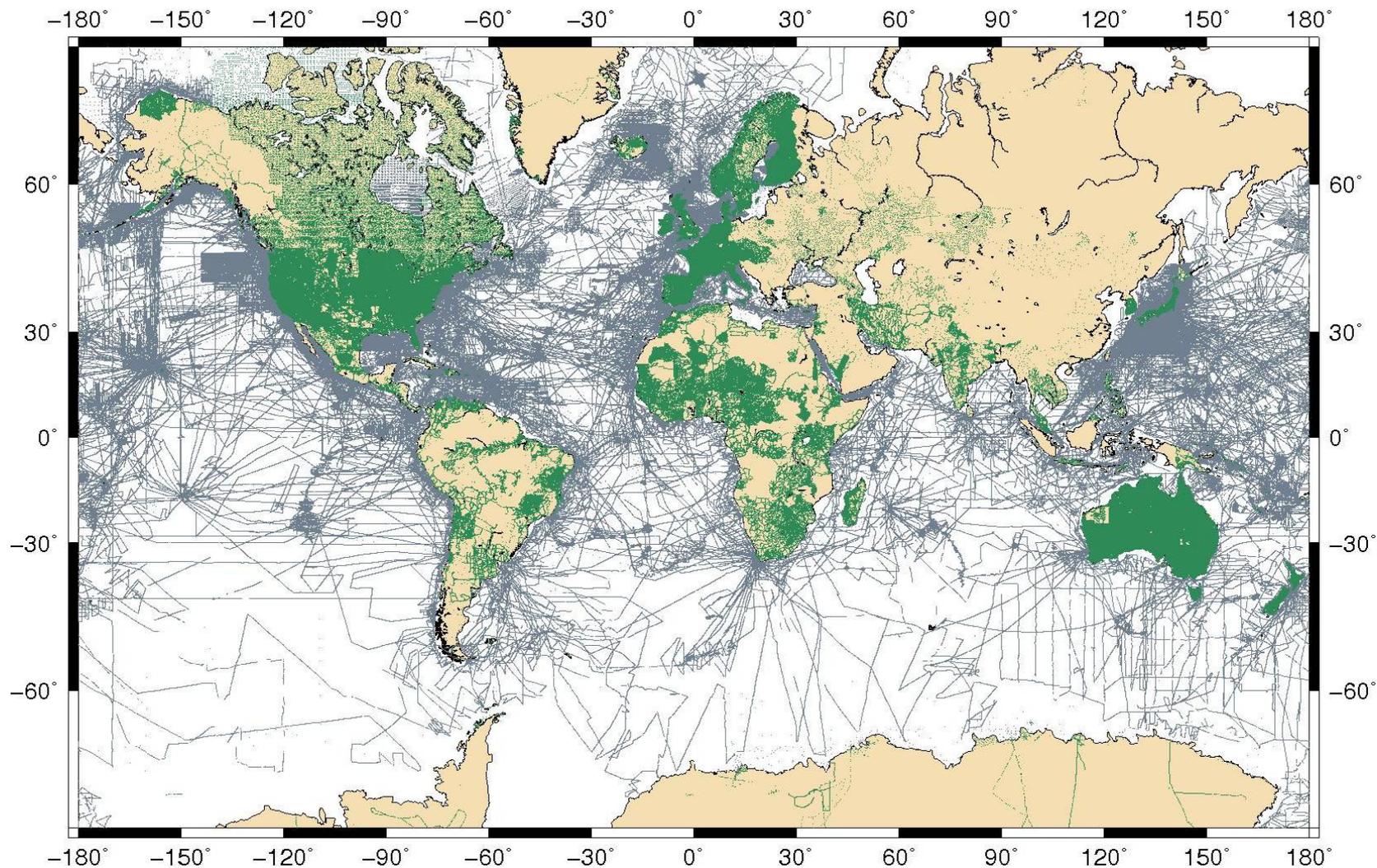
Produced by:  
Ole B. Andersen and Per Knudsen – Denmark  
oa.pk@kms.dk, research.kms.dk/GRAVITY

Free Air Gravity Anomalies (mgal)



Kort & Matrikelstyrelsen 

# Couverture des mesures de gravité au sol



# Polynômes et fonctions associées de Legendre

- $P_n(x) = 1/(2^n n!) [d^n (x^2-1)/dx^n]$
- $P_{nm}(x) = (1-x^2)^{m/2} [d^m P_n(x)/dx^m]$
- Propriétés d'orthogonalité
  - $\int P_n(x) P_m(x) dx = 0 \quad (n \neq m)$
  - $\int [P_n(x)]^2 dx = 2/(2n+1)$
- $P_0(x)=0, P_1(x)=x, P_2(x)=(3x^2-1)/2, \dots$