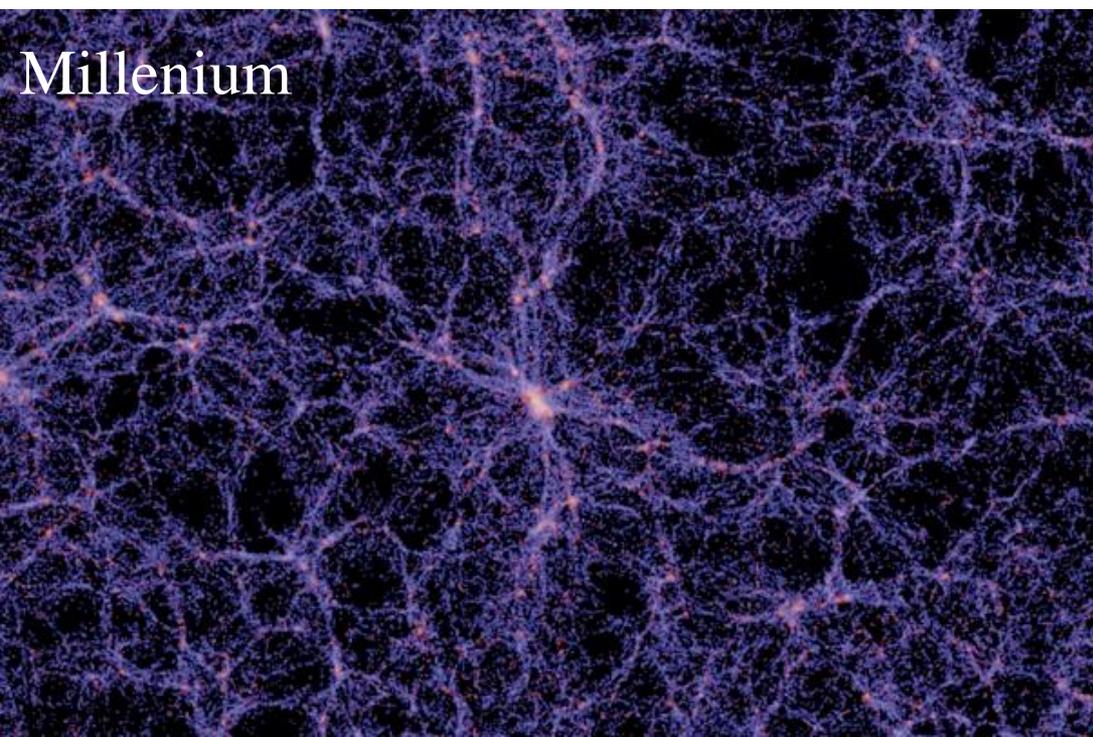




COLLÈGE  
DE FRANCE  
—1530—

*Chaire Galaxies et Cosmologie*

# Théorie des Grandes Structures



**Françoise Combes**



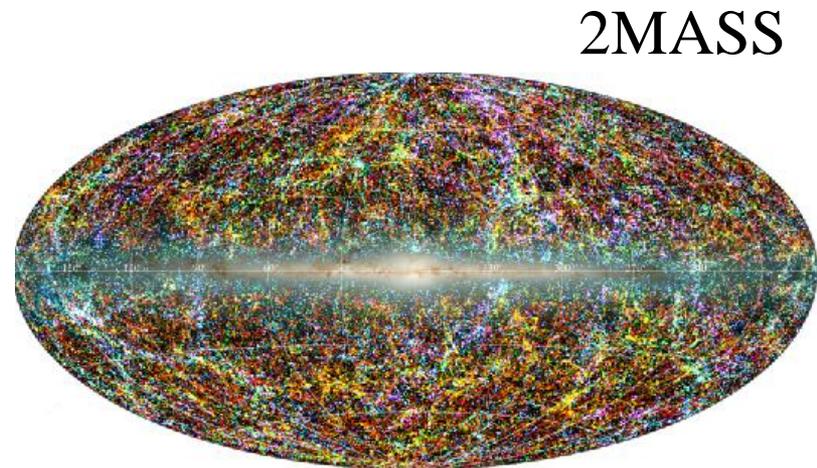
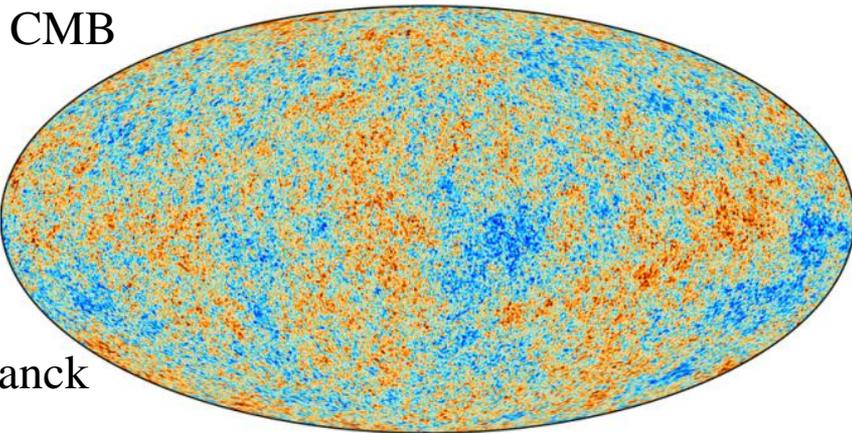
Laboratoire d'Étude du Rayonnement et de la Matière en Astrophysique

# Les grandes questions



# Formation des structures

A quelle vitesse se forment les structures? Gravité modifiée?  
Le biais des galaxies ( $\delta_g = b \delta_m$ ) par rapport à la matière noire  
→ fonction de  $\Omega_m$ ,  $\Lambda$  et de leur évolution

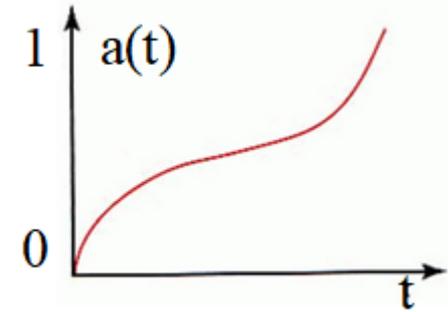


380 000 ans après le Big-Bang  
**Conditions initiales  $\delta = \delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$**

13.8 milliards d'années  
**Structures  $\delta \sim 10^{-10}$**

# Equations de la formation des structures

Univers en expansion  $a(t) = 1$  à  $z=0$ ,  $a(t) < 1$



Quelques idées **fondamentales**:  
instabilité gravitationnelle, taille limite de Jeans

Dans un Univers en expansion, les structures ne collapseront pas de façon exponentielle, mais se développent **de façon linéaire**  
**Vitesse dans le repère comobile  $\mathbf{v} \leftrightarrow \mathbf{u} = \mathbf{v}/a(t)$**

$$d\mathbf{u}/dt + (\mathbf{u} \cdot \text{grad})\mathbf{u} = -\text{grad } \Phi - 1/\rho \text{ grad } p$$

$$d\delta/dt + \text{div } \mathbf{u} = 0$$

$$\Delta\Phi = 4\pi G \delta \quad \rightarrow \text{mêmes équations avec } \delta \text{ au lieu de } \rho$$

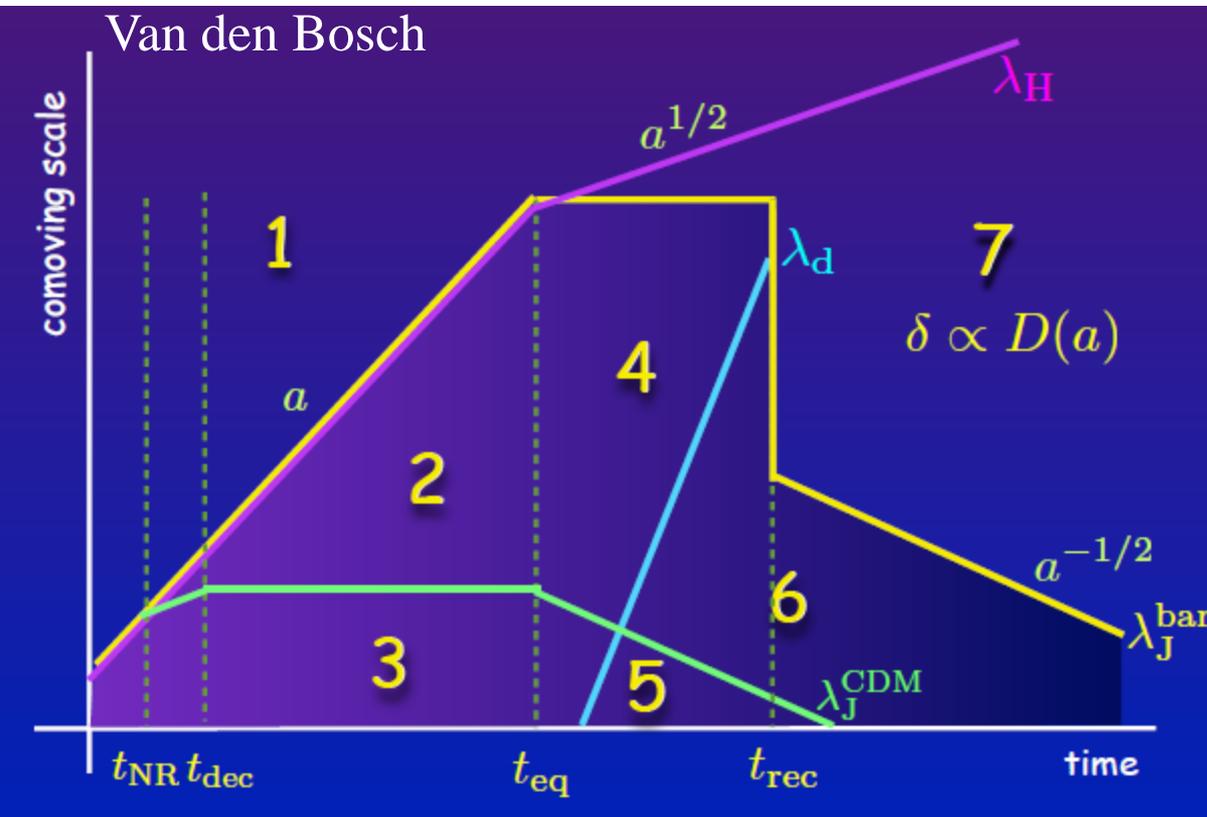
Fluctuations de densité au départ

$$\delta\rho/\rho \ll 1 \quad \text{définition } \delta\rho/\rho = \delta$$

Compétition: free-fall  $t_{\text{ff}} = (G \rho_1)^{-1/2}$  et expansion  $t_{\text{exp}} = (G \langle \rho \rangle)^{-1/2}$

→ Les structures se développent comme le rayon caractéristique  $\delta \sim a(t) \sim (1+z)^{-1}$

Longueurs de Jeans,  $\lambda_J(\text{DM})$ ,  $\lambda_J(\text{baryons})$ . Les perturbations  $\lambda > \lambda_J$  s'effondrent  $\lambda_J = c_s / (G\rho)^{1/2}$



Baryons	CDM
1 croissent	croît
2 oscillent	stagne
3 oscillent	non
4 oscillent	croît
5 non	non
6 non	croît
7 croissent	croît

Les baryons ne peuvent se condenser **qu'à la recombinaison**  $z \sim 1000$   
 La matière noire forme des halos à  $z \sim 4000$  (équivalence)  
 car n'interagit pas avec les photons

$$z > z_{eq}$$

**Rayonnement**

$$\lambda > ct \quad \delta \sim (1+z)^{-2}$$

$$\lambda < ct \quad \delta \sim cste$$

$$z < z_{eq}$$

**Matière noire**

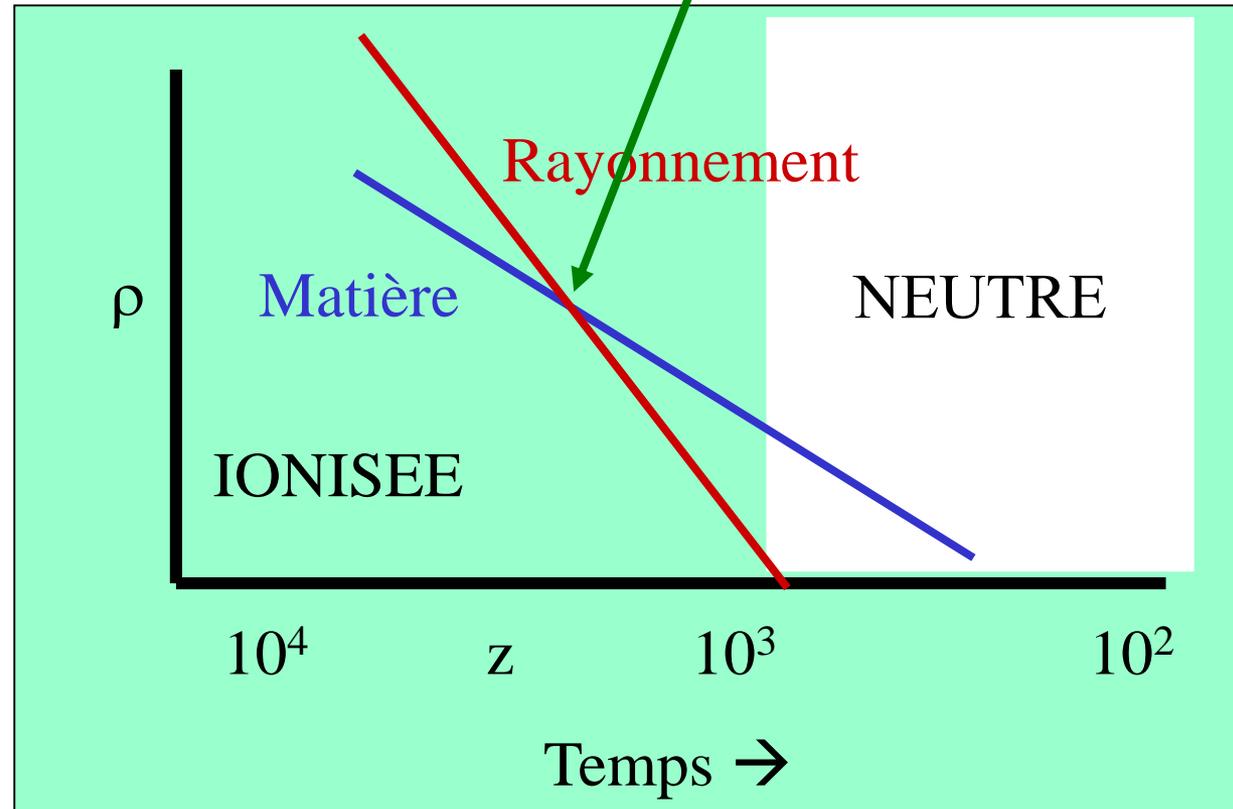
$$\delta \sim (1+z)^{-1}$$

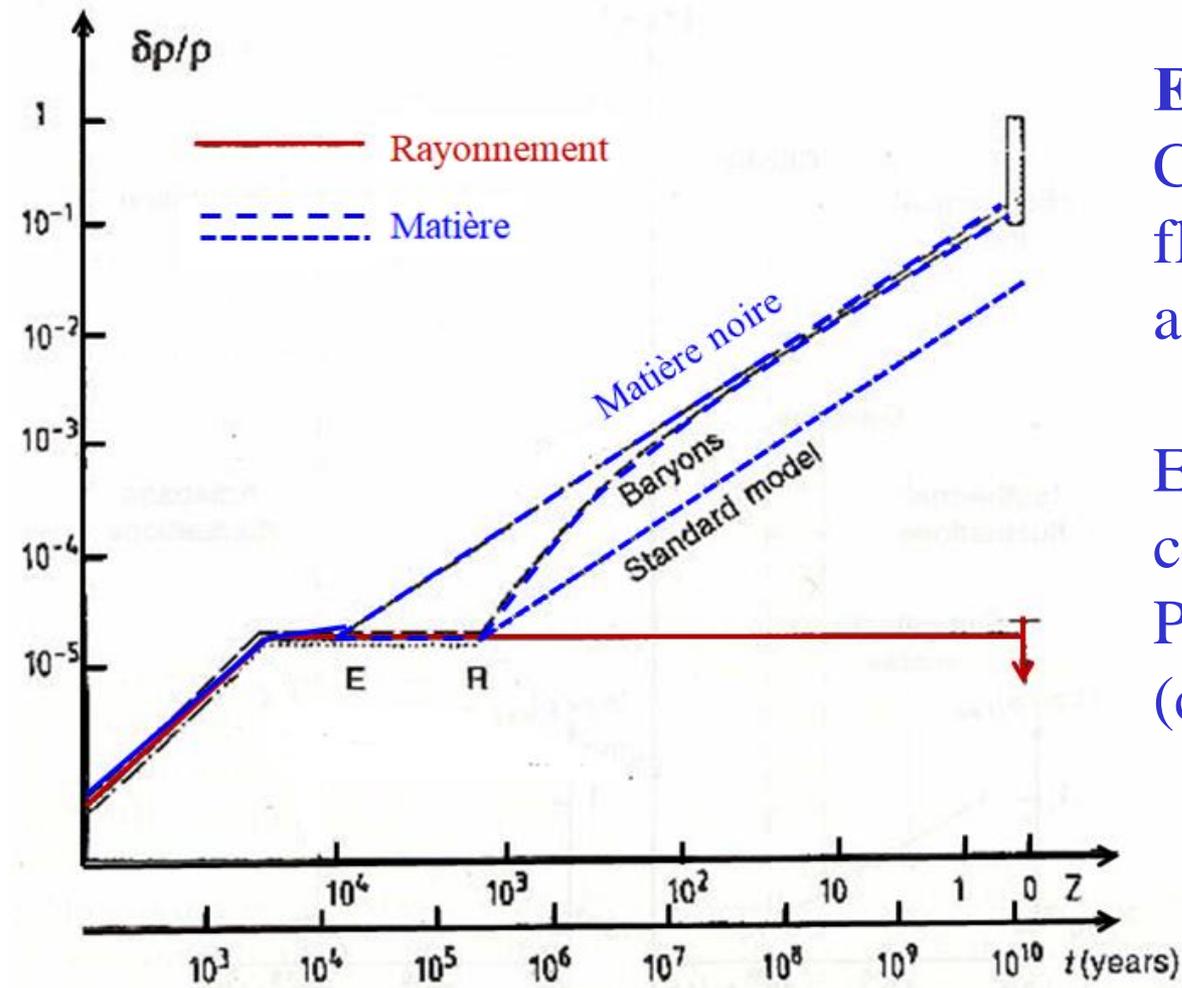
$$\delta \sim (1+z)^{-1}$$

Point d'Equivalence E

$$\rho \sim R^{-3} \text{ matière}$$

$$\rho \sim R^{-4} \text{ photons}$$





Exemple d'un amas  $10^{14}M_{\odot}$   
 Croissance des  
 fluctuations adiabatiques  
 aux échelles (8 Mpc)

Elles croissent jusqu'à  
 contenir la masse de l'horizon  
 Puis restent **constantes**  
 (calibration  $t=0$ , flèche)

- ➔ Les fluctuations de la matière (...) "standard model" suivent le rayonnement, et ne croissent qu'après **la Recombinaison R**
- ➔ les fluctuations de CDM croissent à partir du point E **equivalence matière -rayonnement**

# Spectre de puissance: $P(k) \propto k^n$

La **théorie de l'inflation** prédit un spectre indépendant d'échelle, et la loi de puissance est telle que les perturbations entrent **toujours dans l'horizon avec une égale amplitude  $n \sim 1$**

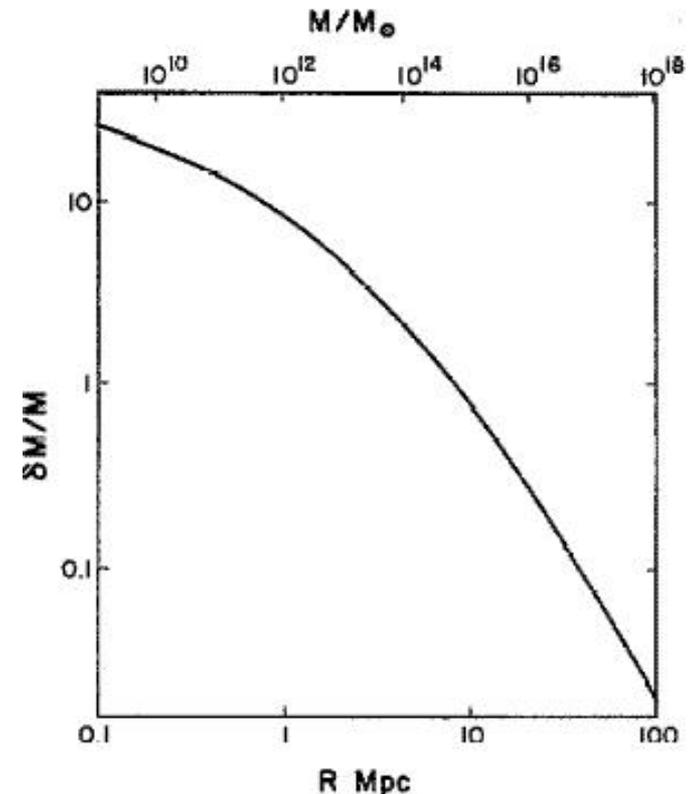
Les observations du satellite Planck ont confirmé ce spectre

$$\delta\rho/\rho \sim \delta M/M = A M^{-a}$$

$$a = 2/3, \text{ ou } \delta(k)^2 = P(k) = k^n \text{ avec } n=1$$

$P(k) \sim k$  à grande échelle  
mais  $P(k)$  ensuite **s'incline en  $k^{-3}$**   
à petite échelle (*Peebles 82*)

Vient de l'effet de streaming (pression des photons en-dessous de l'horizon)



# Modification de $P(k)$ , à petite échelle (grand $k$ )

Fluctuations en température  $P_{\text{rad}} \propto k^n \rightarrow$  Matière  $P_{\text{mat}} \propto k^n$

Pendant les premiers instants de l'Univers,  $P(k)$  est modifié ( $< 10$  Mpc)

Pour CDM: **toutes les échelles croissent de même dans l'époque dominée par la matière**

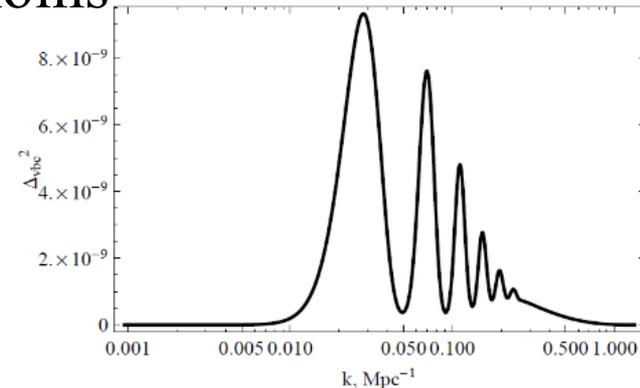
Mais la pression joue un rôle dans l'époque dominée par la radiation

Échelles qui rentrent dans l'horizon croissent moins  
**échelles  $<$  horizon pénalisées par  $k^{-4}$**

En addition à ce « tilt », les baryons et DM dérivent à cause des BAO,

à des  $V$  supersoniques (e.g. Fialkov 2014)

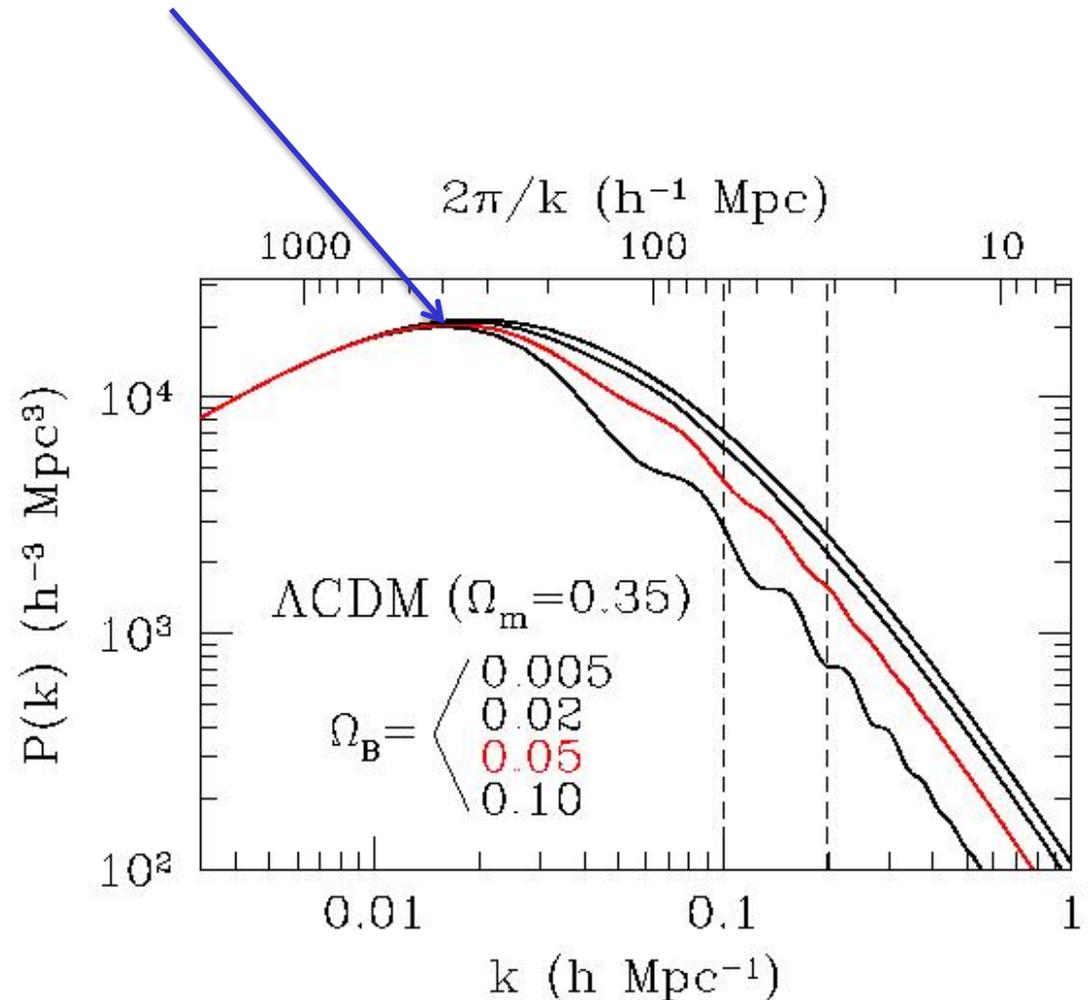
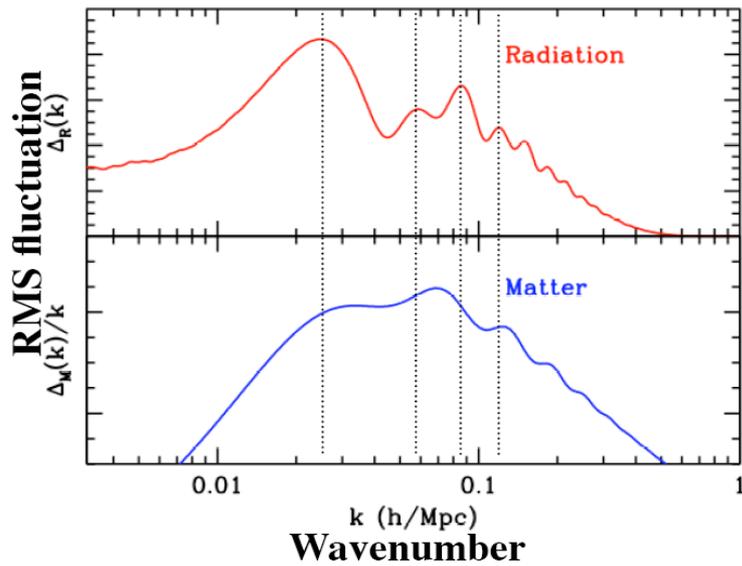
→ Empêchent les petites structures dans les baryons.



# Empreintes des oscillations acoustiques

Echelle du retournement: taille de l'horizon à l'époque d'équivalence matière-rayonnement  
60 000 ans après le Big Bang

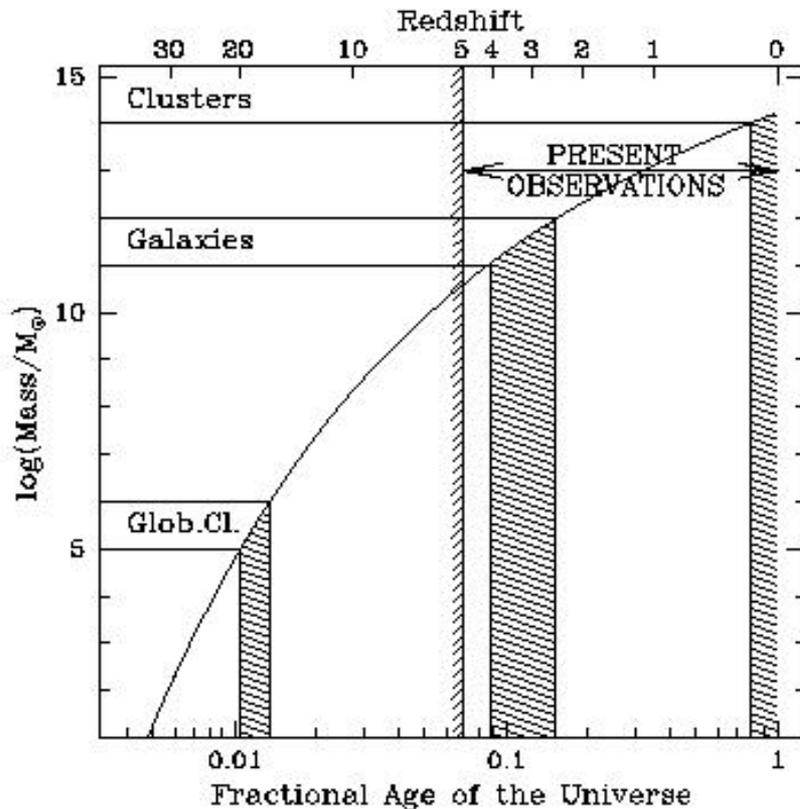
Oscillations des baryons  
longueur d'onde  $\times 2$



# Formation hiérarchique

Dans le modèle le plus adapté aujourd'hui aux observations

CDM (cold dark matter), les premières structures à se former sont les plus petites, puis par fusion se forment les plus grandes (bottom-up)

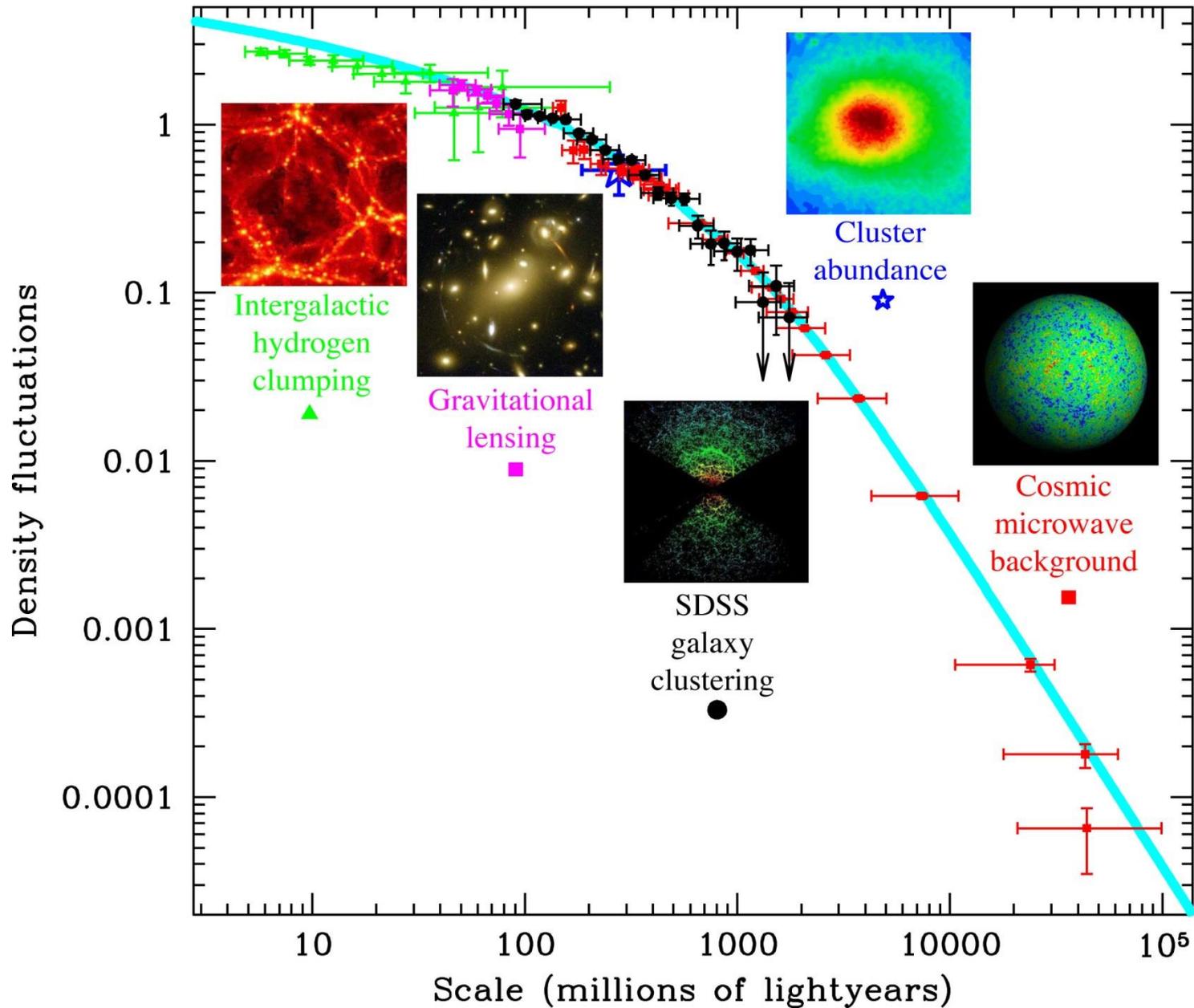


$|\delta k|^2 = P(k) \sim k^n$ , avec  $n=0.91$   
aux grandes échelles  
 $k^{-3}$  aux petites échelles  
tilt quand  $\rho_r \sim \rho_m$   
à l'échelle de l'horizon

$$\delta M/M \sim M^{-1/2 - n/6} \sim M^{-2/3}$$

quand  $n > -3$ , formation  
hiérarchique ( $\delta M/M \downarrow$  avec  $M$ )  
*Abel & Haiman 2000*

# Observations du spectre de densité



*Tegmark  
et al 2004*

# Approximation: Cas linéaire

Les fluctuations de densité ont une distribution gaussienne, variance  $\sigma$

$$P(\delta)d\delta = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\sigma}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right)d\delta \quad \sigma^2 = \langle\delta^2\rangle = \xi(0)$$

La distribution de  $\delta$  est définie par la fonction de corrélation à 2 points  $\xi$

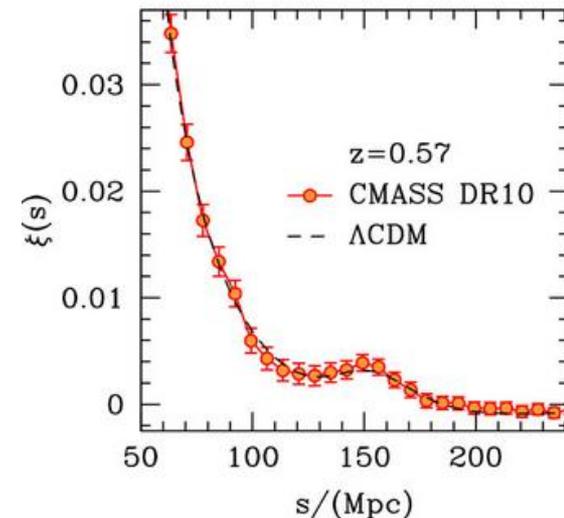
$$\xi(\mathbf{r}) = \langle\delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}+\mathbf{r})\rangle$$

Le spectre de puissance est la transformée de Fourier de  $\xi(\mathbf{r})$

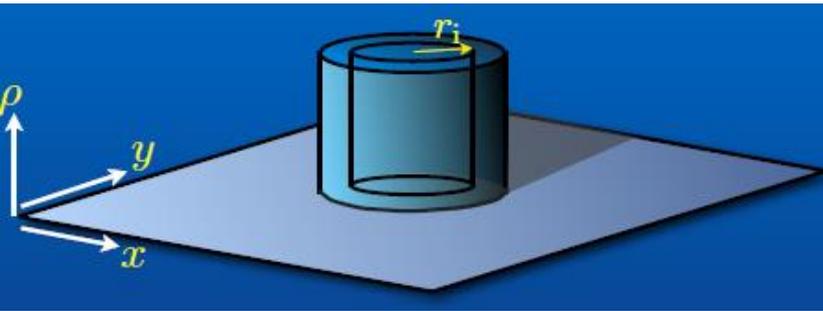
$$P(\mathbf{k}) = \int \xi(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^3\mathbf{x} = 4\pi \int \xi(r) \frac{\sin kr}{(kr)} r^2 dr$$

Tous les modes  $\mathbf{k}$  croissent de même  $\delta(\mathbf{k}) \sim a(t)$

Dés que  $\delta > 1$ , les modes sont couplés,  
le champ de perturbations n'est  
plus gaussien, dans le régime non-linéaire



# Effondrement non-linéaire



Supposons une sur-densité  $\delta > 1$   
sur une sphère (top-hat)

Si les diverses coquilles ne se croisent pas

$$M(r) = \text{cste}$$

$$M(r) = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho(1+\delta) \rightarrow \frac{d^2r}{dt^2} = -GM/r^2$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 - GM/r = E$$

Facile à résoudre

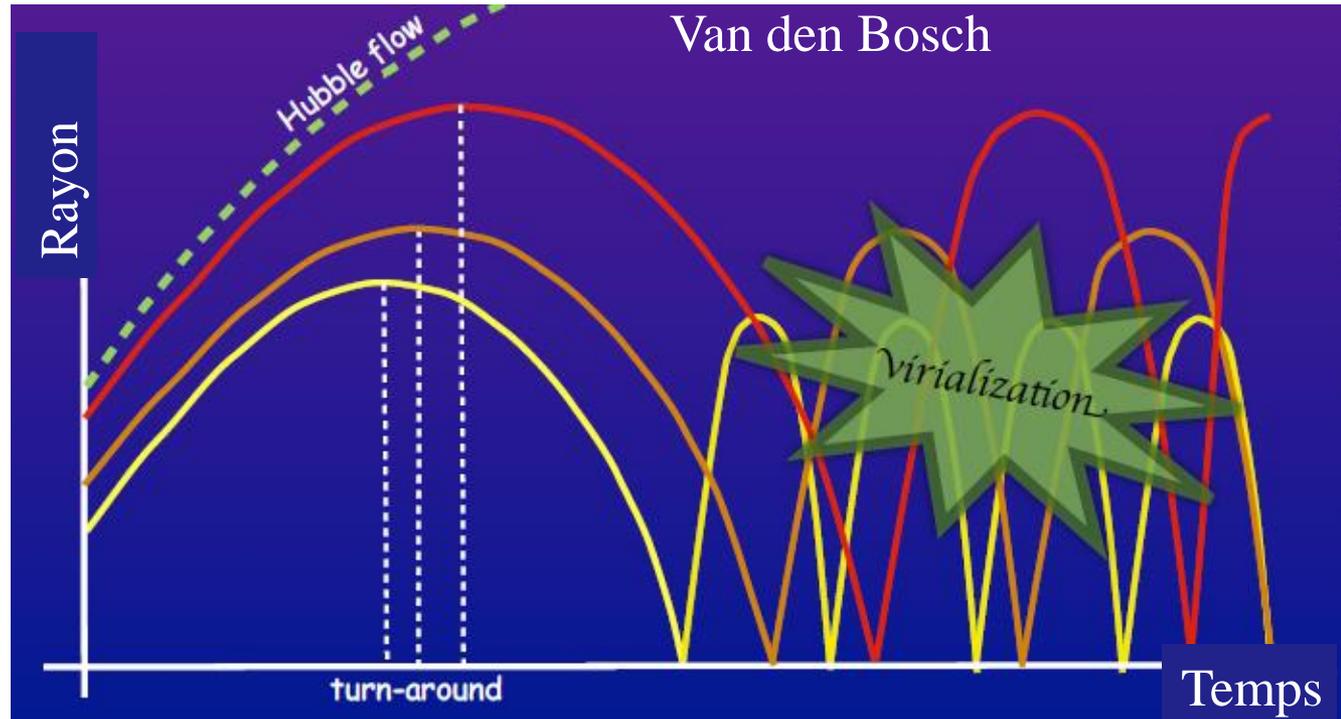
$$r = A(1 - \cos \theta)$$

$$t = B(\theta - \sin \theta)$$

$$A = GM/2|E|$$

$$A^3 = GMB^2$$

$$t_{\text{vir}} = 2 t_{\text{turn}}$$



Van den Bosch

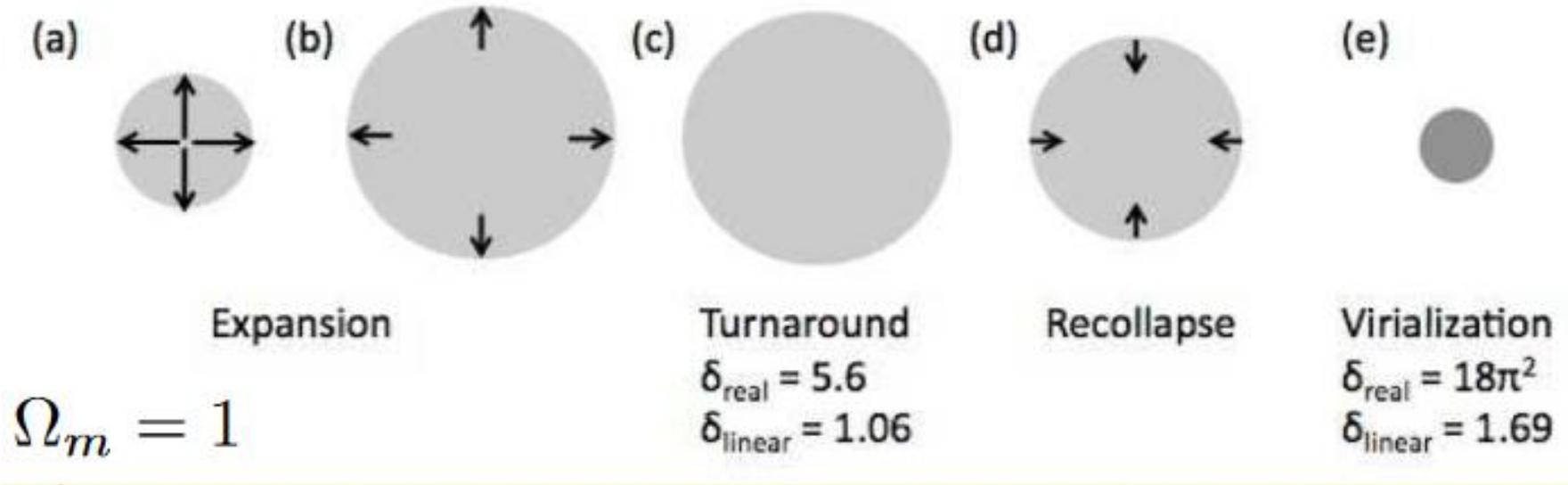
turn-around

Temps

Virialization

# Effondrement sphérique

$$1 + \delta = \frac{9}{2} (\theta - \sin \theta)^2 / (1 - \cos \theta)^3$$



Il est intéressant de comparer avec les prédictions du modèle linéaire dans un Univers de Sitter ( $\Omega \sim 1$ )

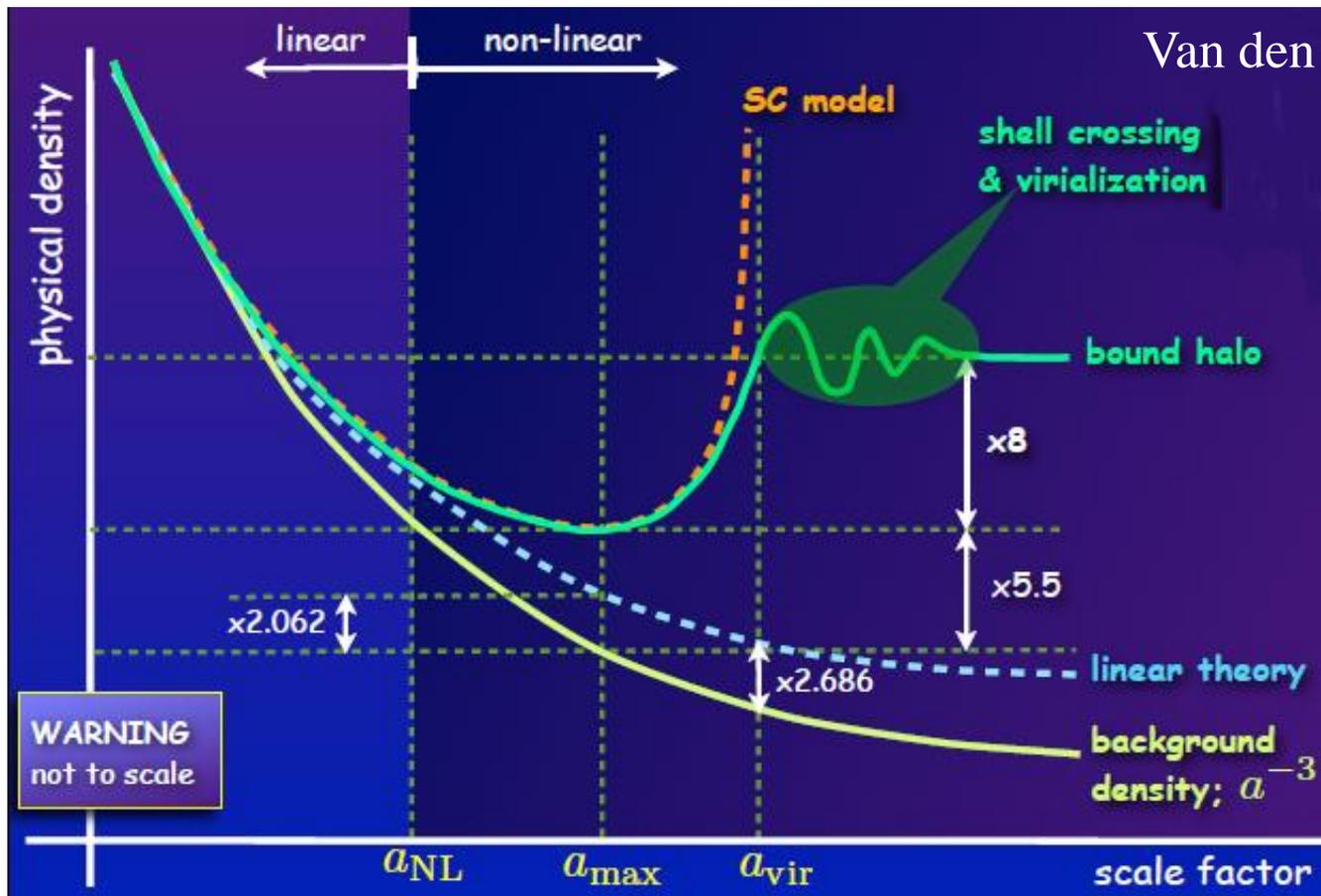
$$\delta_{\text{lin}} \propto D(a) \propto a \propto t^{2/3}$$

**Au temps de  $t_{\text{turn}}$   $\delta_{\text{lin}} = 1.06$ , non-lin = 5.55**

**Et au temps de la virialisation  $\delta_{\text{lin}} = 1.69$ , non-lin = 178**

# Effondrement non-linéaire

Utile d'identifier à quel moment les structures se virialisent, même si le traitement de la sphère homogène n'est pas très réaliste et le régime linéaire encore moins



Il existe aussi des théories analytiques basées sur l'approximation de Zeldovich

ou bien des Champs effectifs

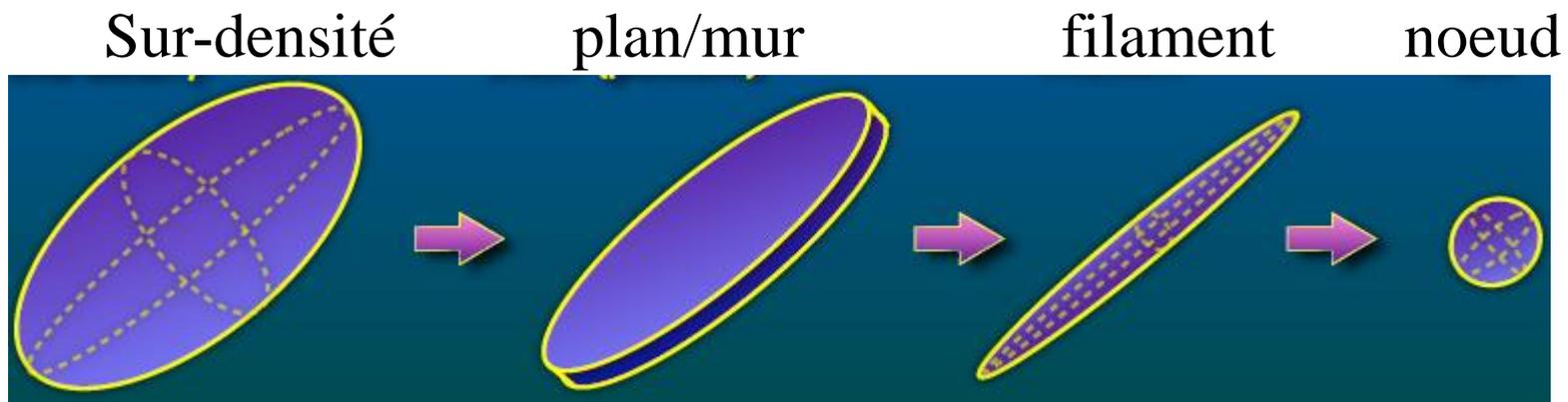
# Formes des structures

Approximation de Zeldovich; les particules continuent dans la direction de leur déplacement initial

$$\mathbf{xx}(t) = \mathbf{xx}_i - c(t) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_i)$$

**Les trois axes s'effondrent à des vitesses différentes, correspondant à leur densité, ce qui accentue les plans, les filaments, les nœuds**

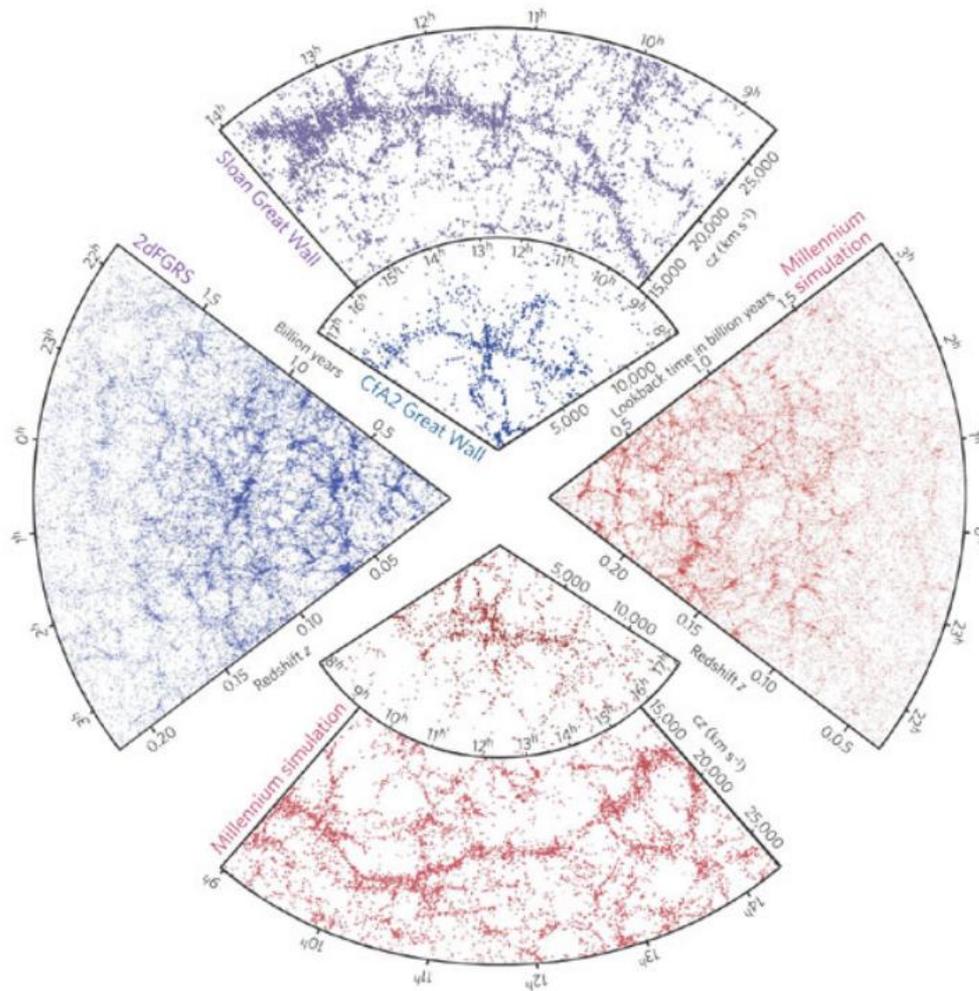
**→ La gravité accentue les asymétries initiales ( $t_{\text{ff}} \sim \rho^{-1/2}$ )**



Il est possible de généraliser le collapse de la sphère à celui du sphéroïde

# Cartographies de galaxies

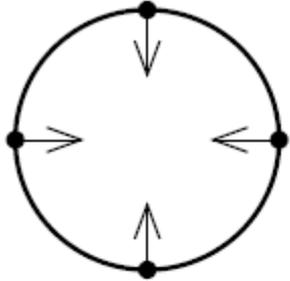
Versus  
Simulations  
CDM



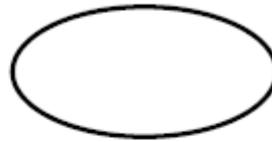
**Les simulations** reproduisent bien les structures à grande échelle:  
Web cosmique, les filaments, les murs, grands murs,  
la structure des vides, la granularité des super-amas

# RSD: Redshift-Space Distortions

Espace-Espace

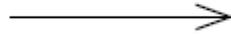
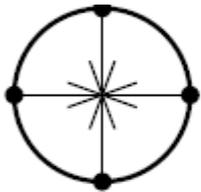


Redshift-Espace



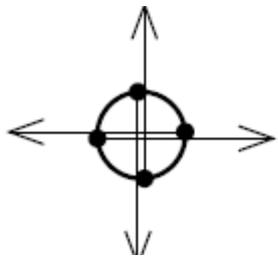
Aplatissement

Régime linéaire



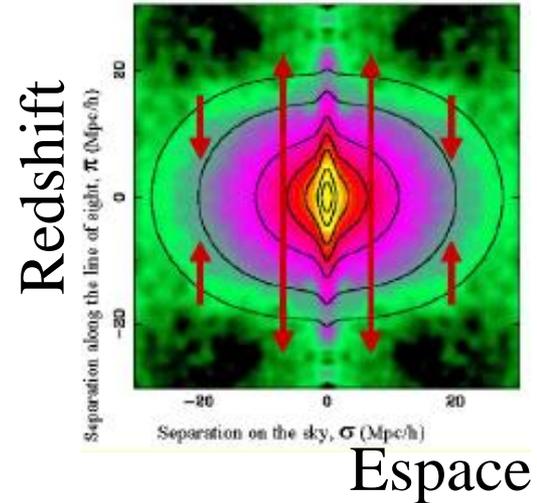
Liaison gravitationnelle

Fin d'expansion



Doigt de Dieu

Effondrement+ $\Delta V$

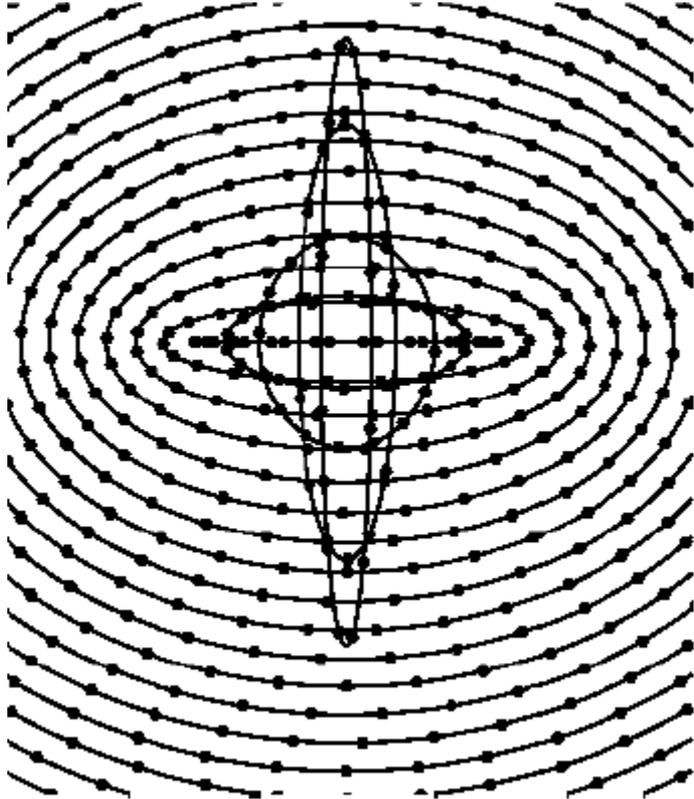


*2dF team  
2001*

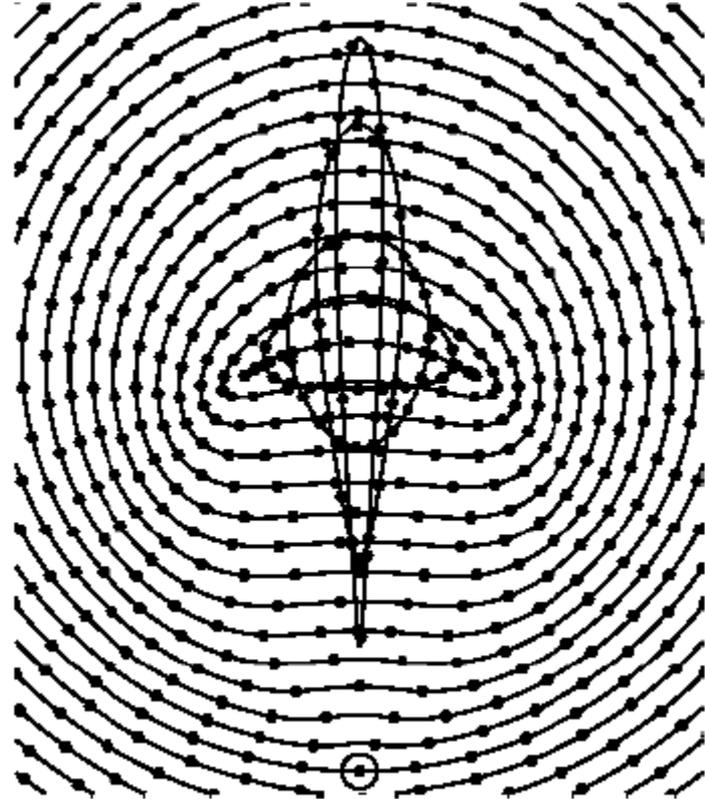
*Hamilton  
1998*

# Effet de perspective

Observateur éloigné



Observateur proche



Calcul fait analytiquement. On s'arrête lorsque l'effondrement va jusqu'à  $R_{\text{turn}}/2$

*Hamilton 1998, Kaiser 1987*

# Taux de croissance comme test de la gravité

Taux de croissance linéaire des structures

$$\frac{G(z)}{G_0} \approx \exp \left( - \int_0^z \frac{dz'}{1+z'} \left[ \Omega_m (1+z')^3 \frac{H_0^2}{H^2(z)} \right]^\gamma \right), \quad \gamma \approx 0.55$$

$$\ddot{\delta} + 2H(t)\dot{\delta} = 4\pi G \langle \rho \rangle \delta$$

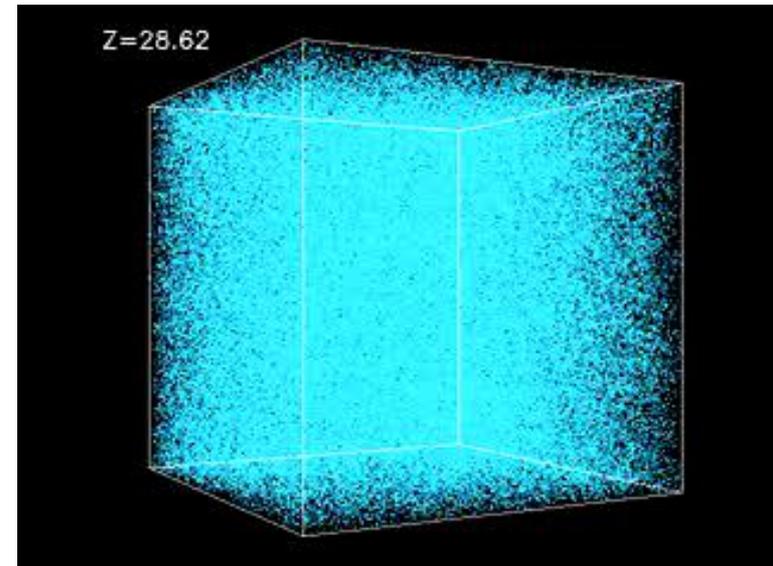
Taux de croissance  $\gamma = d \log(\delta) / d \log(a)$

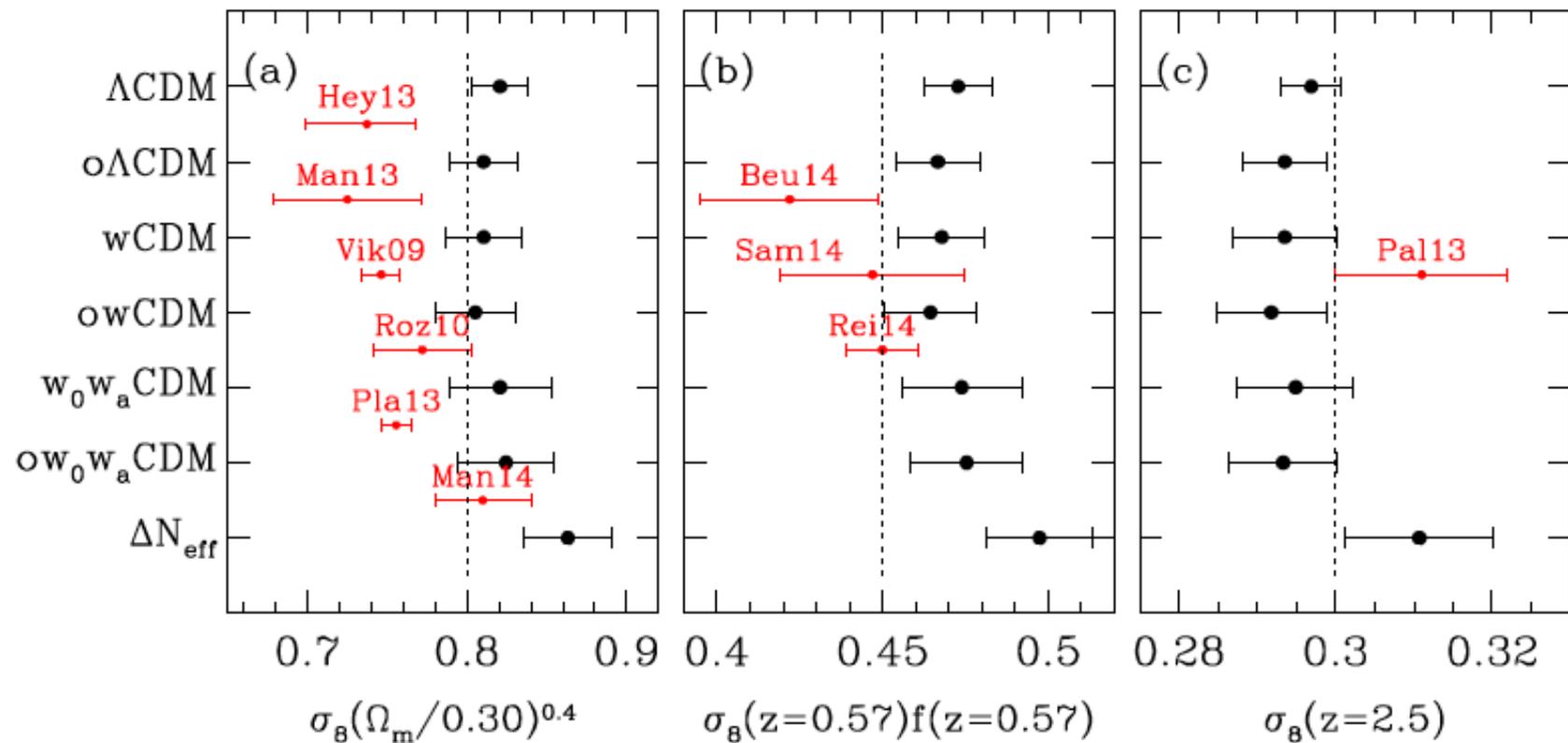
La croissance produit des vitesses particulières  $\rightarrow$  RSD

Le taux de croissance sera mesuré par

1- lentilles faibles (**WL**) et tomographie

2- **Amas de galaxies** et « redshift-space distortions » (**RSD**)





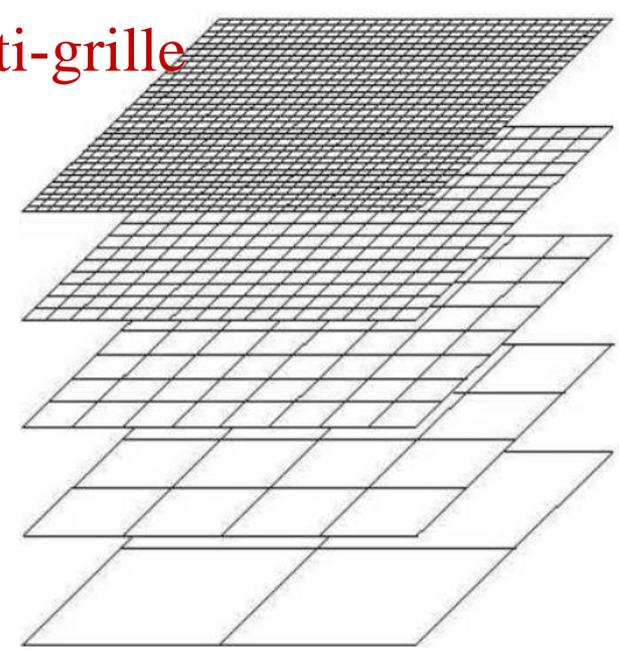
**Points noirs:** amplitude et contraste des structures prédits dans les simulations, avec des paramètres variables, contraints par BAO+SN+CMB.

**Points rouges:** mesures avec les amas, les lentilles, RSD, spectre de puissance de la forêt  $\text{Ly}\alpha$

→ Extrapoler le taux de croissance à partir des conditions initiales du CMB sur-prédit les amplitudes à  $z=0$

# Simulations N-corps

Multi-grille



Calculer l'interaction entre N corps  
Méthode directe: temps croît comme  $N^2$

N'est possible qu'avec  $N=10^{4-5}$   
Pour pouvoir aller jusqu'à  $N = 10^{10-11}$

→ Transformées de **Fourier** rapides, ou code en arbre (Tree-code)

Temps de calcul en  $N \log N$   
(Hohl 1975)

$$\phi(x, y) = G \iint \frac{\sigma(x', y')}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}} dx' dy'$$

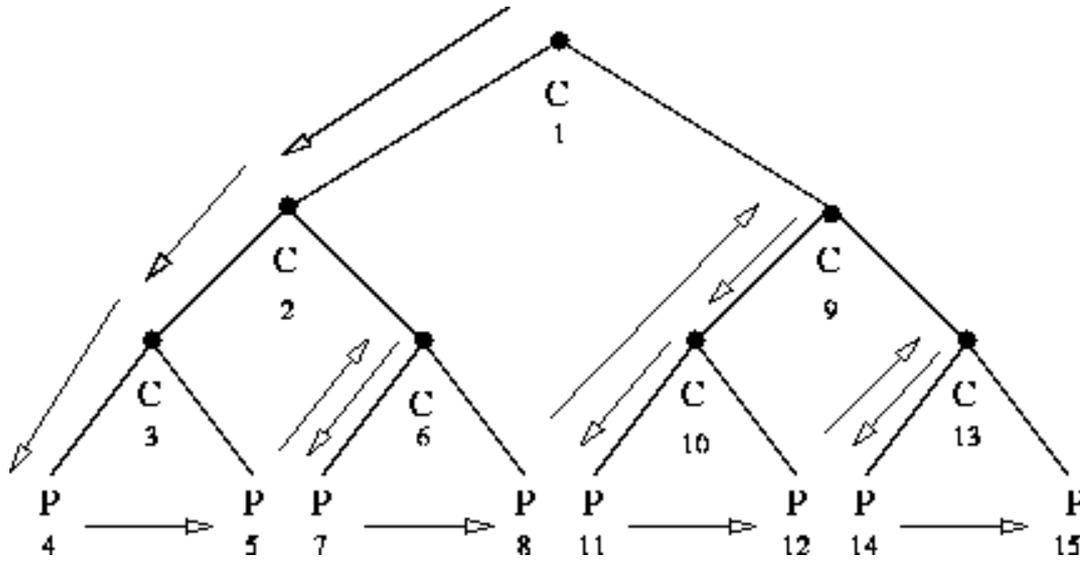
Le potentiel est la convolution de  $1/r$  par la densité

A chaque dt, on calcule la TF de la densité, puis on multiplie dans l'espace de Fourier, la TF( $1/r$ ) et al TF( $\rho$ ) → TF inverse

Softening  $1/(r^2 + a^2)$ , pour éviter la relaxation à 2 corps

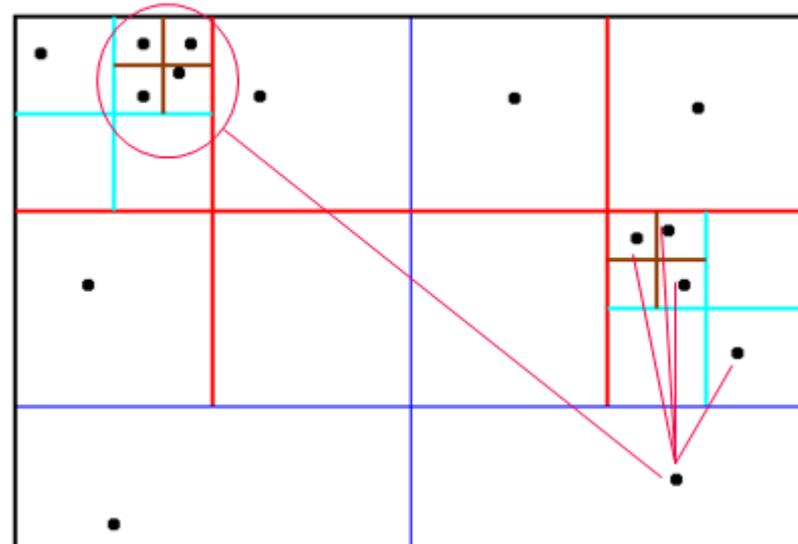
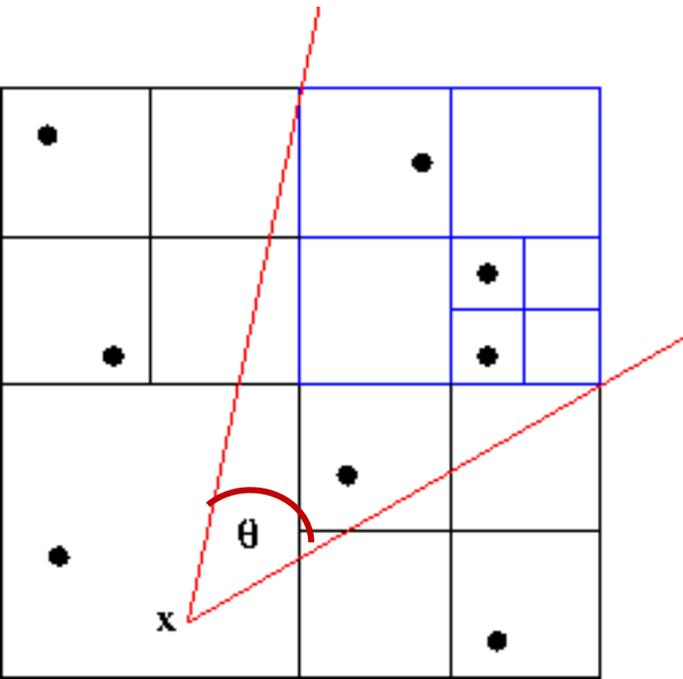
→ Donne une idée de la résolution spatiale

# Méthodes: Tree-code



Approx: monopole +  
quadropole, selon critère  
d'ouverture  $\theta$

Avantage: **pas de grille**  
Résolution variable

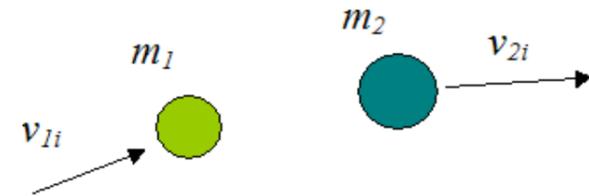


*Barnes & Hut (1983)*

# Hydrodynamique: collisions, SPH, AMR

Pour l'hydrodynamique du gaz, l'essentiel est une faible dissipation

Collisions entre particules ("sticky-particules")  
ou bien différences finies (code fluide, à grille)

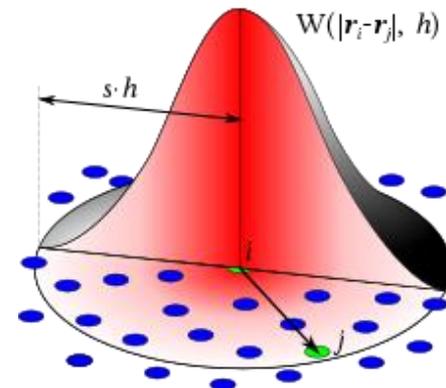


Ou bien à résolution spatiale variable: **SPH**

**"Smoothed Particules Hydrodynamics"** (Lucy & Monaghan 1977)

Principe: fonction noyau (ou poids, weight  $W(\mathbf{r})$ )  
dont la taille est variable, et doit contenir un nombre ~fixe de voisins

On calcule la densité en moyennant  
sur les voisins (**30-50 voisins**)  
et toutes les autres quantités et dérivées de même



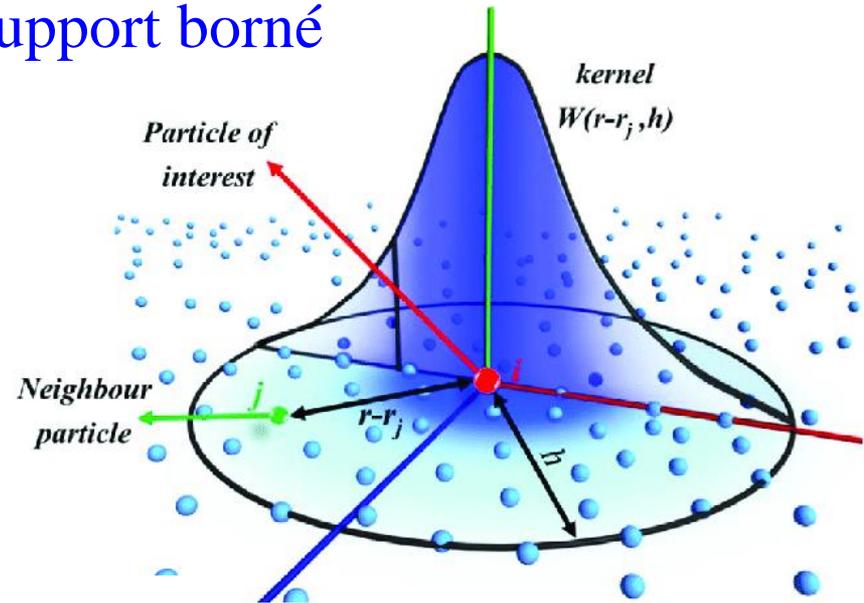
# Technique « SPH » de convolution

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \int f(\mathbf{r}') W(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; h) d^3 r',$$

Avec noyau  $W(\mathbf{r})$  normalisé à 1, et à support borné

Evaluation de toute quantité:

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{j=1}^N f(\mathbf{r}_j) W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j; h) \frac{m_j}{\rho_j},$$



Ou dérivée

$$\langle \nabla f(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{j=1}^N f(\mathbf{r}_j) \nabla W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j; h) \frac{m_j}{\rho_j}.$$

Symétrisation des termes de pression, etc...

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla W_{ij}$$

# AMR: Adaptive Mesh Refinement

**AMR: Méthode sur grille fixe, Eulérienne**

Ne suit pas les particules

Gravité: **Transformées de Fourier**, PM (Particle-Mesh)

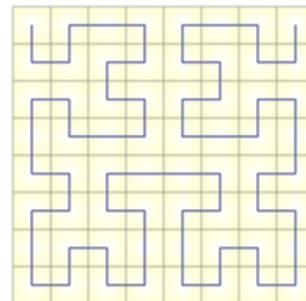
Et aussi **Code Multi-grille**

Résolution variable, s'adapte aux régions les plus denses

**Hydro:** Conditions de saut à vérifier pour tous les chocs

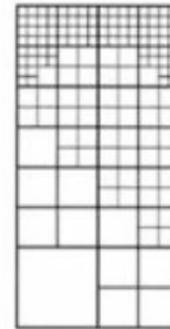
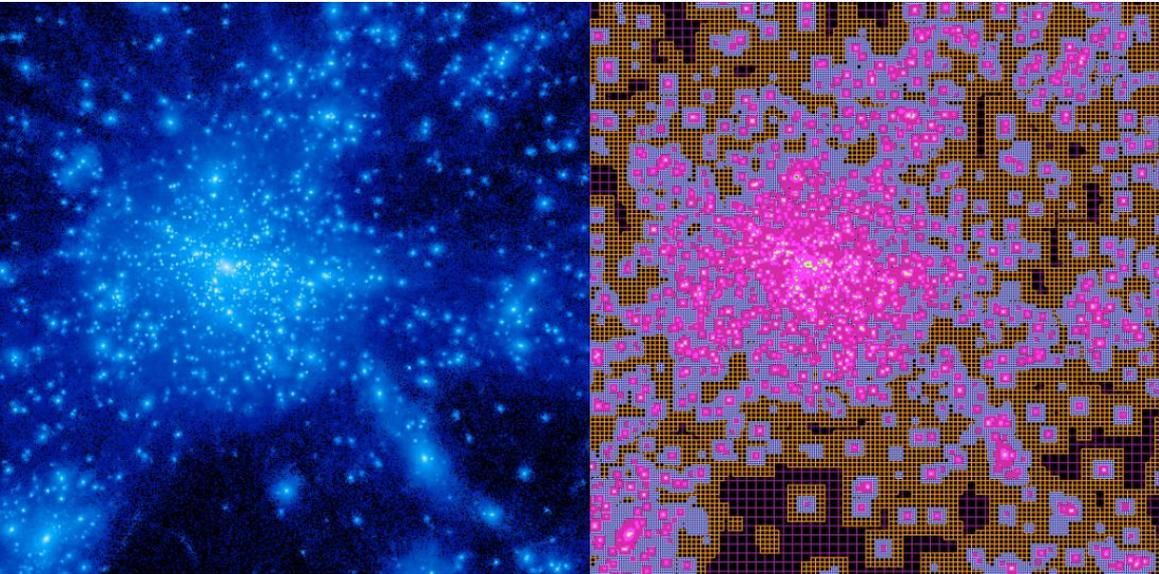
Suit beaucoup plus finement les ondes de choc

Difficile d'anticiper les mouvements supersoniques  
(non-invariance galiléenne)

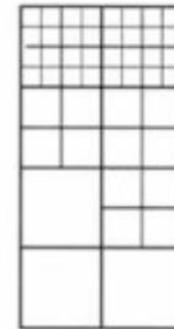


Parallélisation  
Peano-Hilbert

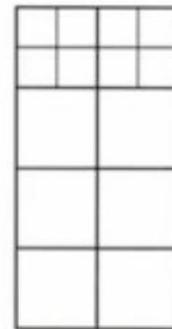
# Divers niveaux de raffinement



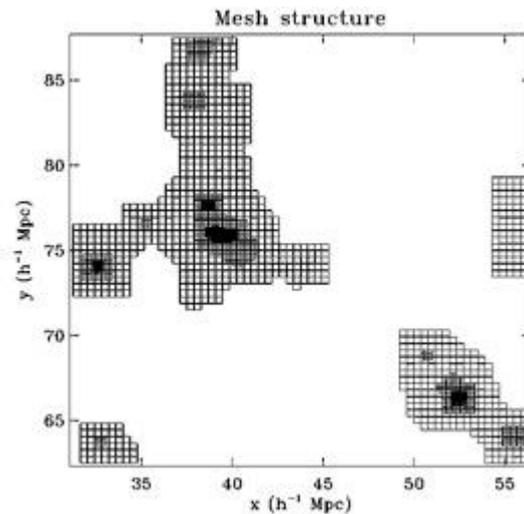
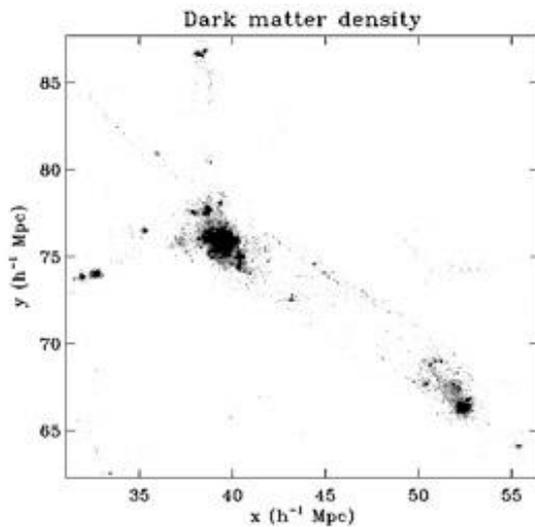
Level 3



Level 2



Level 1



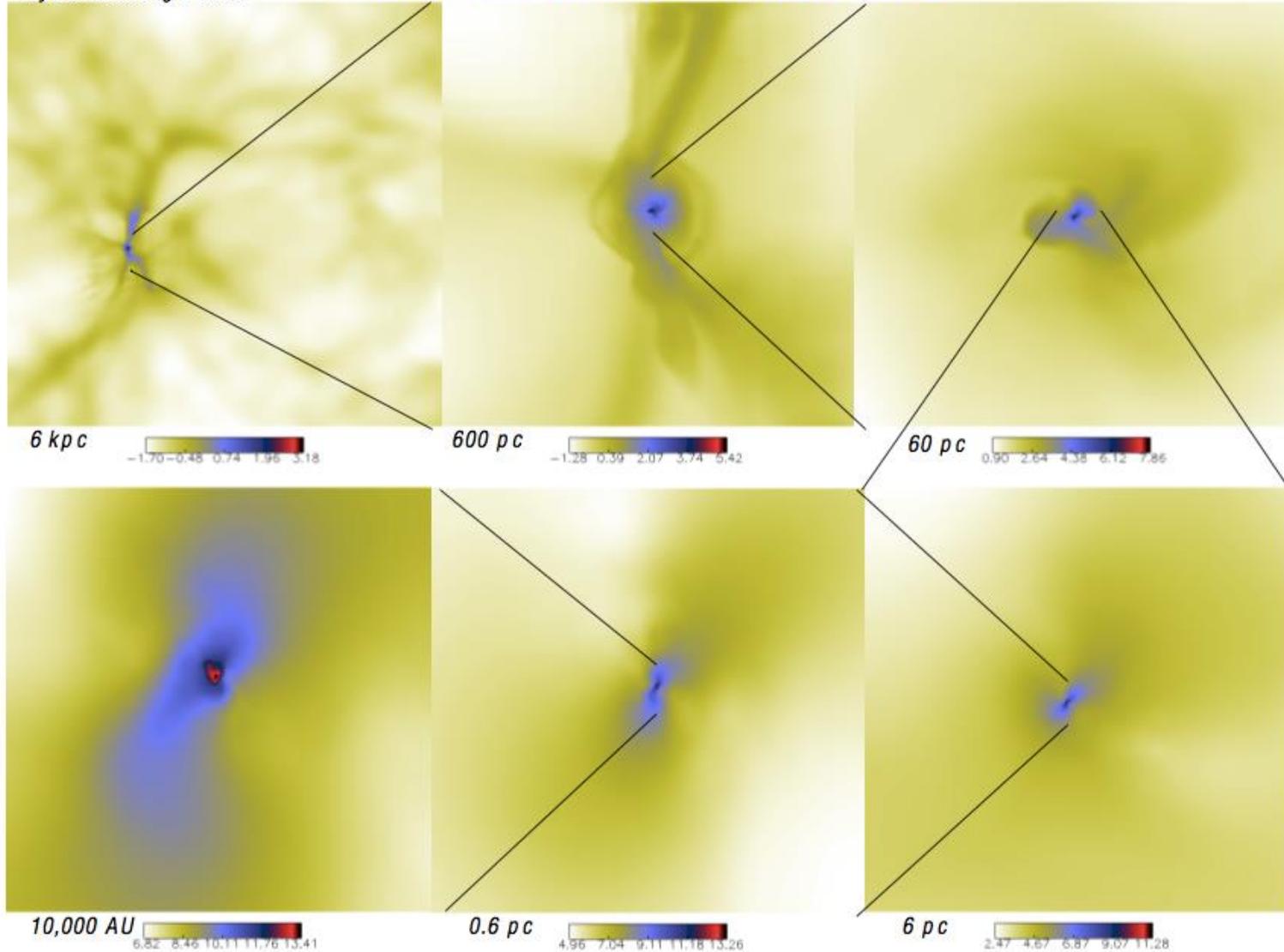
Jusqu'à 25 niveaux,  $2^{25} = 3 \cdot 10^7$

Grande dynamique d'échelle

# Zoom possibles sur les premières étoiles

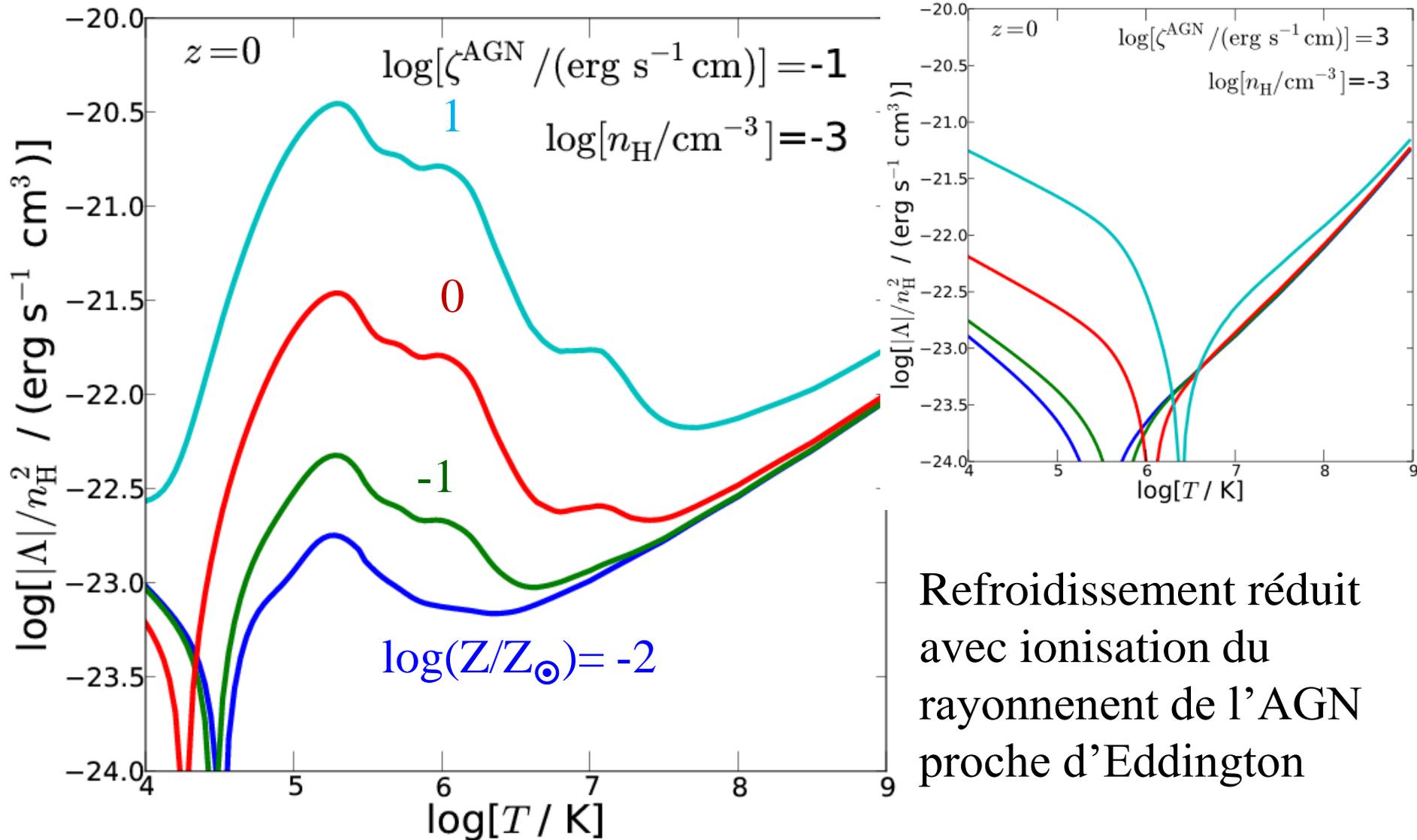
$z=20$ ,  $R_{200}=90\text{ pc}$ ,  $M_V=4e5 M_{\text{sun}}$   
 $\text{dynamic range}=3e7!$

## The First Star in the Universe



# Refroidissement -- Chauffage

Efficacité du refroidissement versus métallicité  $Z$  (Vogelsberger et al 2013)

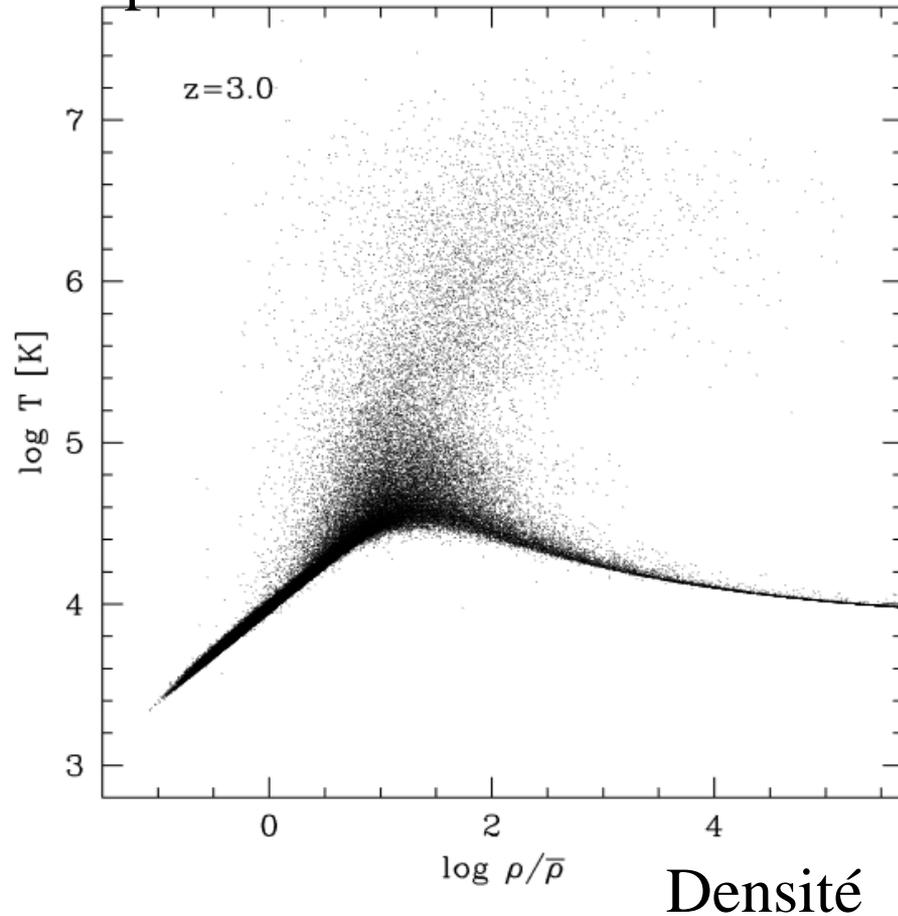


Refroidissement réduit  
avec ionisation du  
rayonnement de l'AGN  
proche d'Eddington

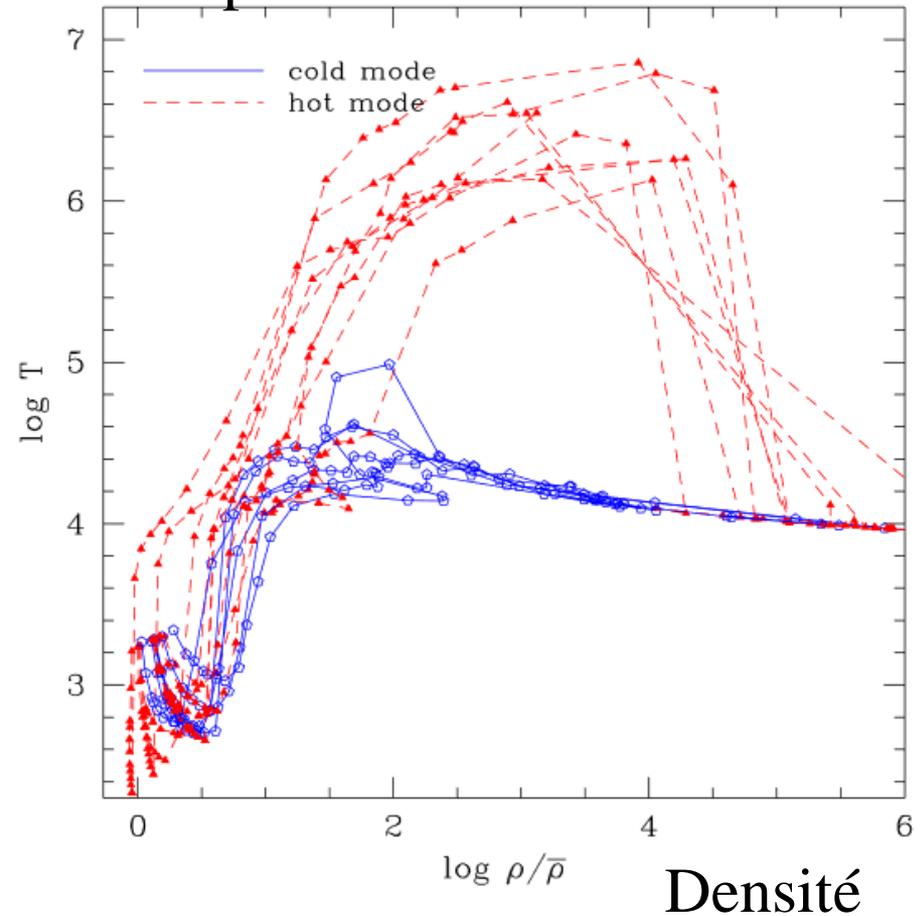
# Conditions physiques du gaz

Deux possibilités: gaz chauffé et virialisé, puis refroidissement  
Ou flots de gaz froid

Température



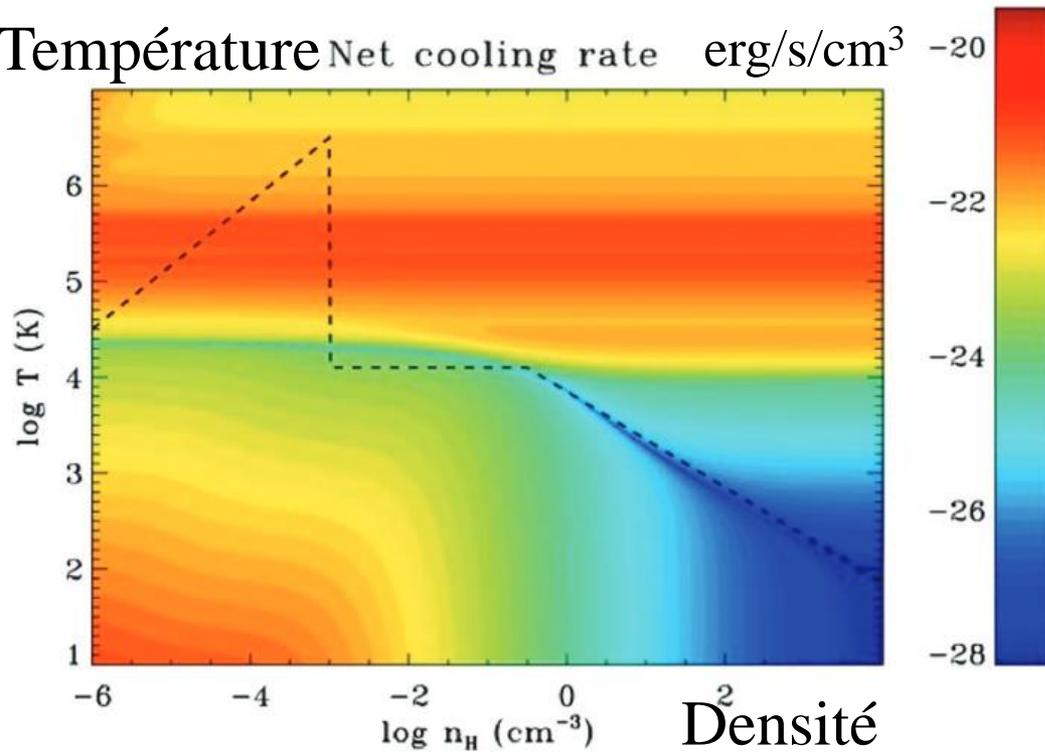
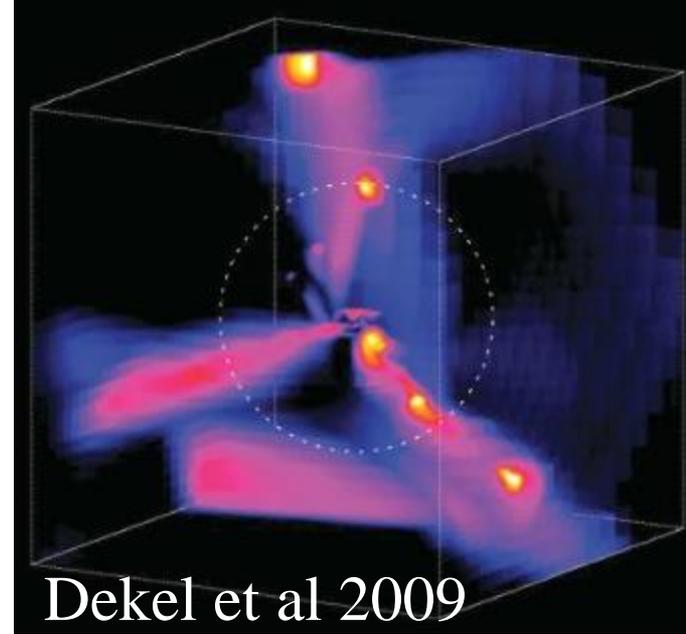
Température



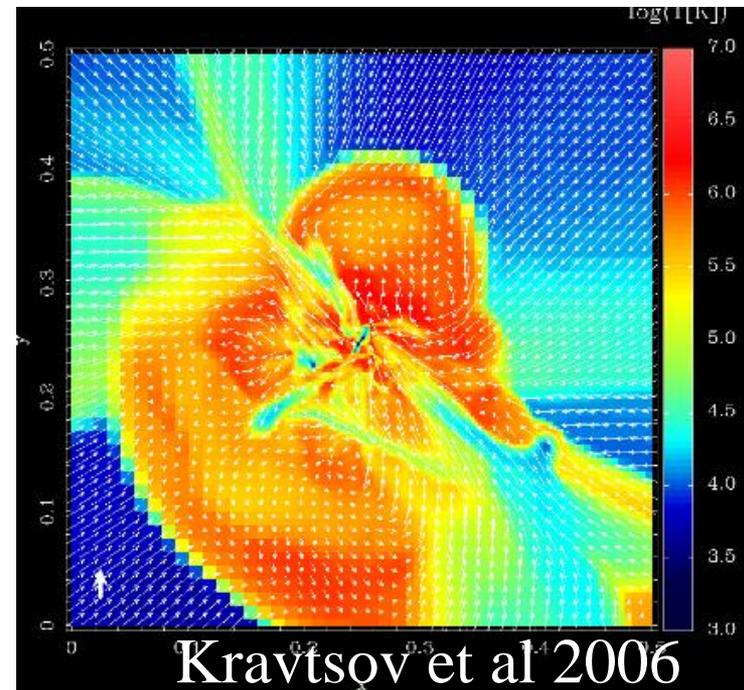
*Keres et al 2005*

# Equation d'état du fluide

Gaz diffus, très chaud,  $T \sim n$   
Puis gaz isotherme, rayonne  
Gaz froid et dense, neutre, HI, H<sub>2</sub>  
Nécessaire de **fixer un plancher**

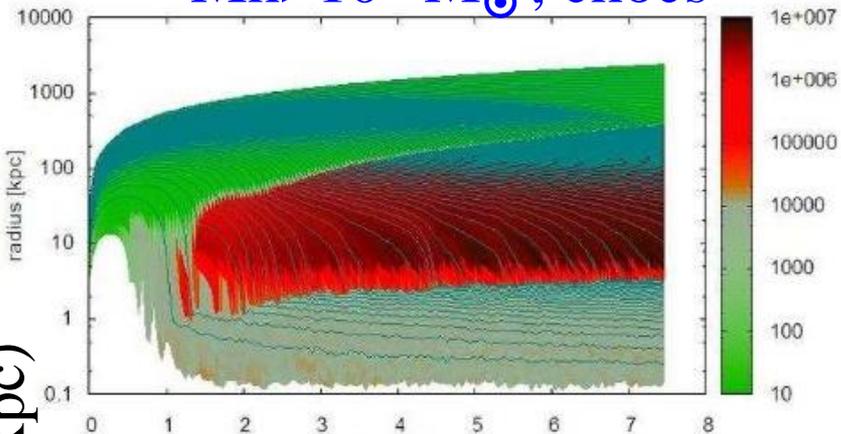


*Bournaud et al 2010*



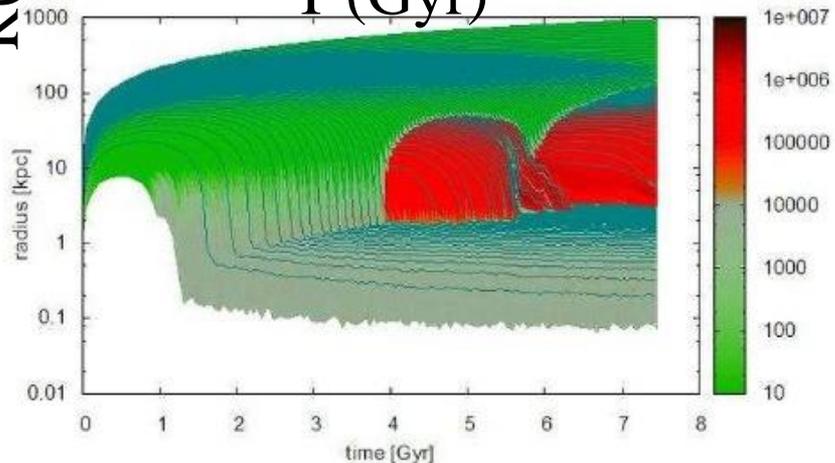
# Accrétion froide?

$M_h > 10^{12} M_\odot$ , chocs

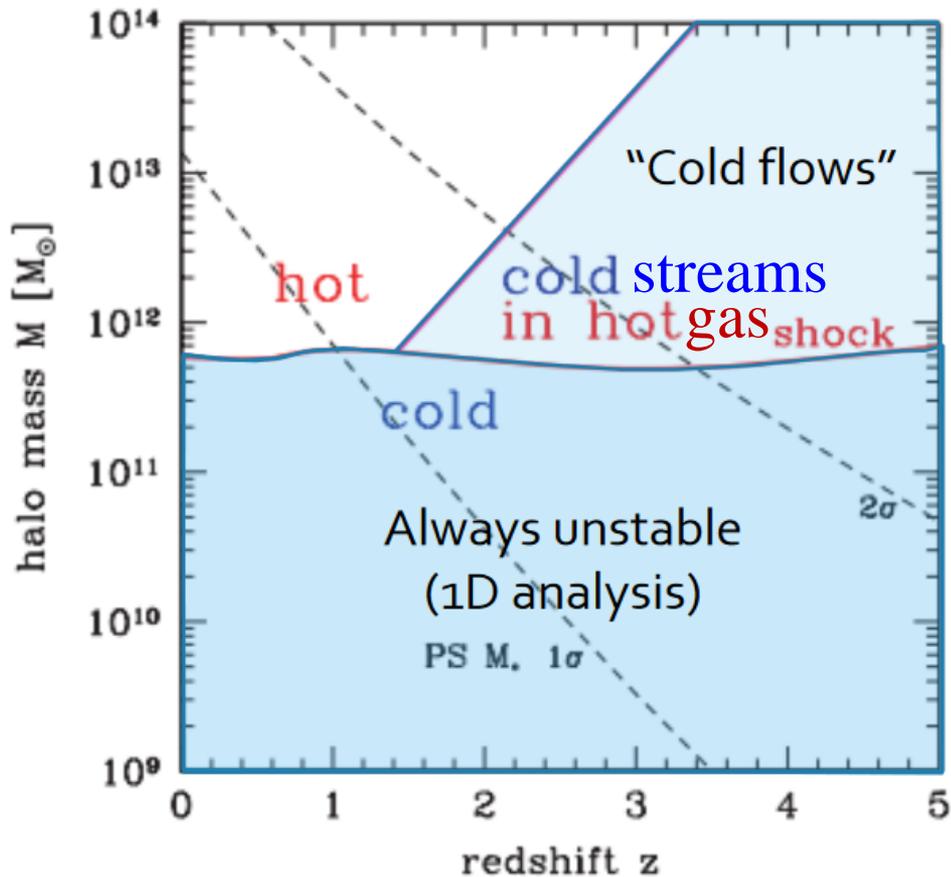


T (Gyr)

R(kpc)



$M_h < 10^{12} M_\odot$

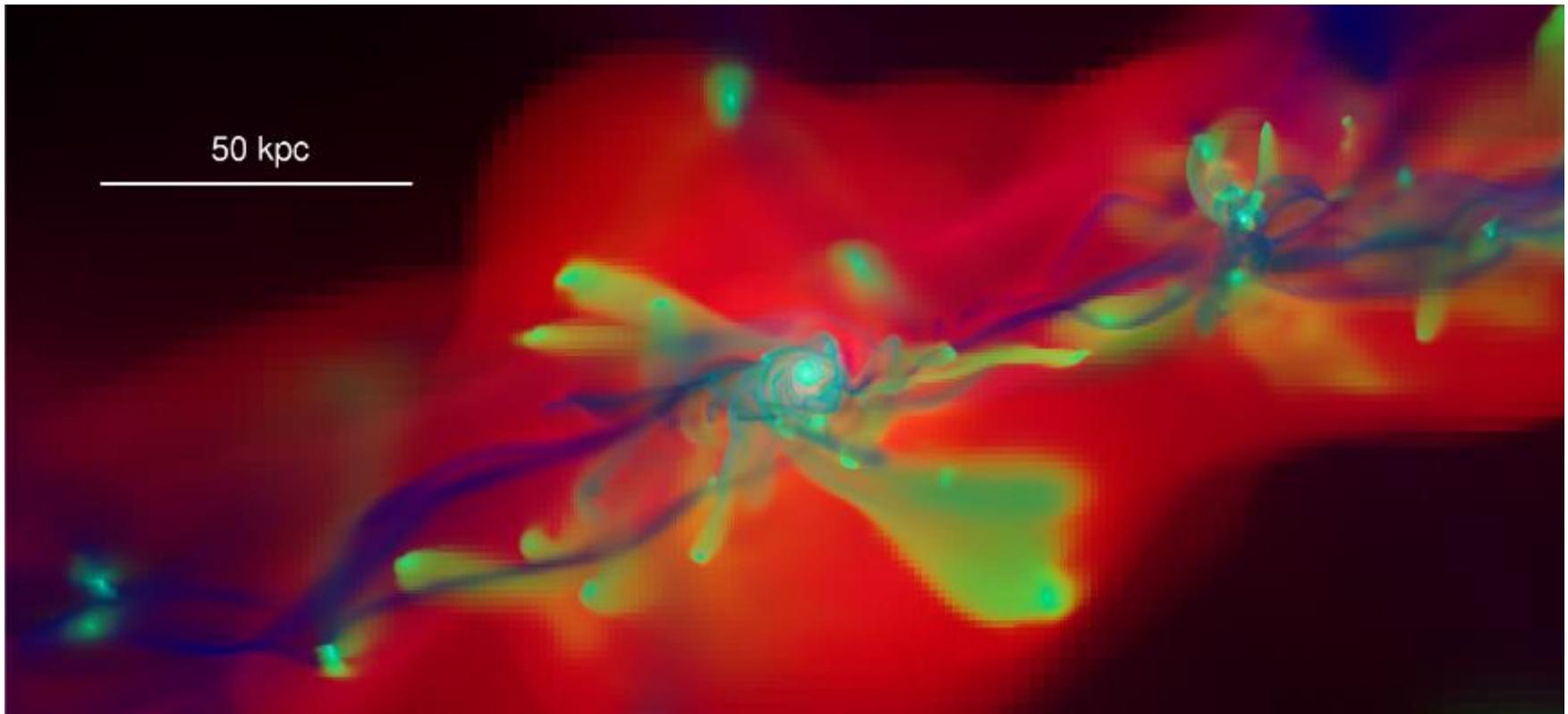


Puits de potentiel profond → chocs  
 Dépend de la masse du halo  
 Peut arrêter l'accrétion de gaz

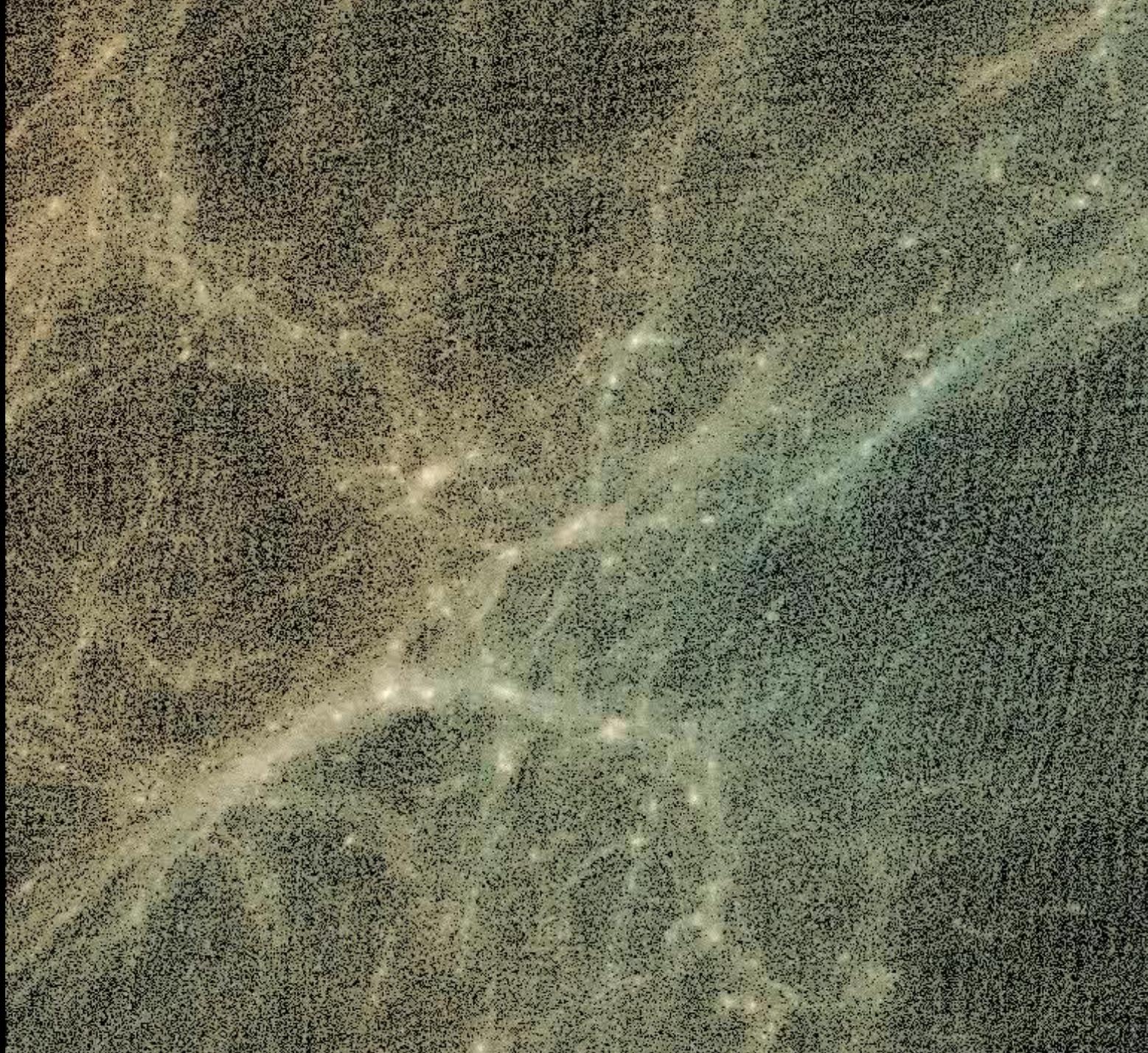
# Formation des galaxies par accrétion

Rouge= température Vert= métallicité Bleu = densité

Accrétion de gaz froid sur les galaxies, puis feedback, enrichissement



Agertz et al 2009

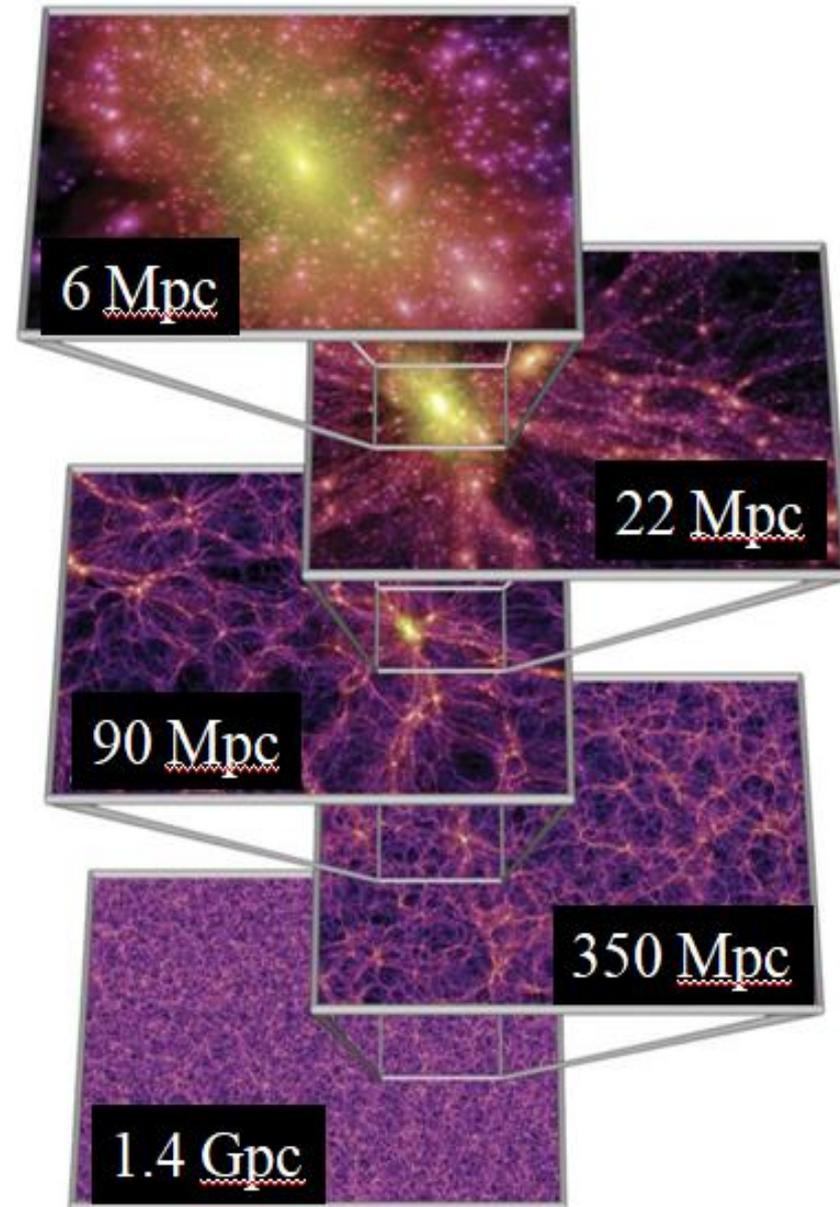


# Structure du web cosmique

- Anisotropies des structures,  
-- autour des noeuds  
-- filaments très allongés (1D)  
-- murs, crêpes, grands murs (2D)

Caractère multi-échelle  
grande dynamique de densité, échelle  
Sur-densités dans les amas, groupes  
Sous-densités dans les vides

Connectivité spatiale complexe  
réseau, toile d'araignée, squelette  
→ Toile cosmique



# Structure fractale et Univers

Les galaxies ne sont pas distribuées de façon homogène mais suivent une **hiérarchie**

Les galaxies se rassemblent en groupes, puis amas de galaxies, eux-mêmes inclus dans des **superamas** (Charlier 1922, Shapley 1934, Abell 1958).

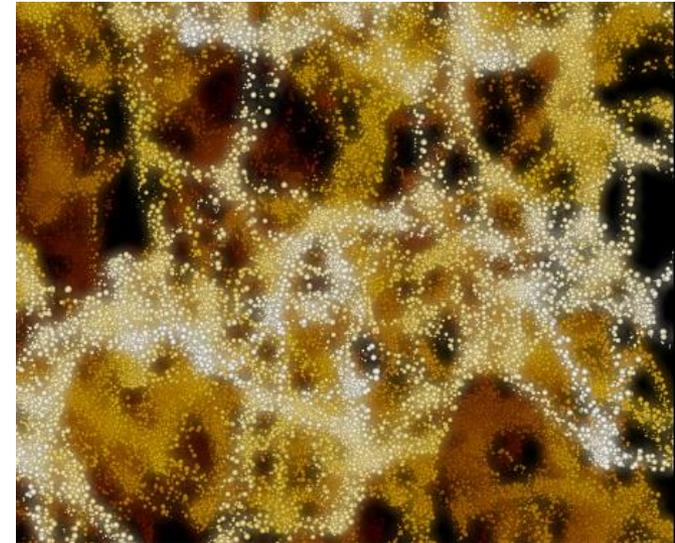


En 1970, de Vaucouleurs propose une loi universelle

$$\text{Densité} \propto \text{taille}^{-\alpha} \quad \text{avec } \alpha = 1.7$$

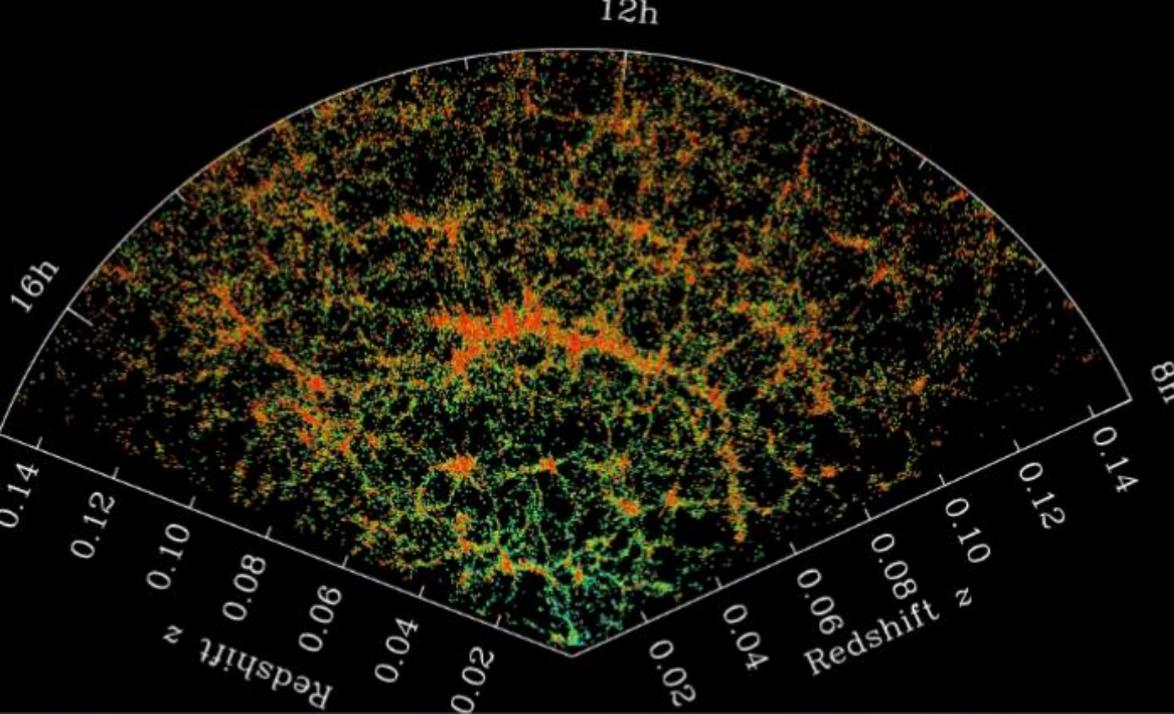
Benoît Mandelbrot en 1975: choisit le nom de « fractal » pour ces structures, qui représentent bien l'Univers

→ Régularité qui se trouve dans l'irrégularité et le chaos

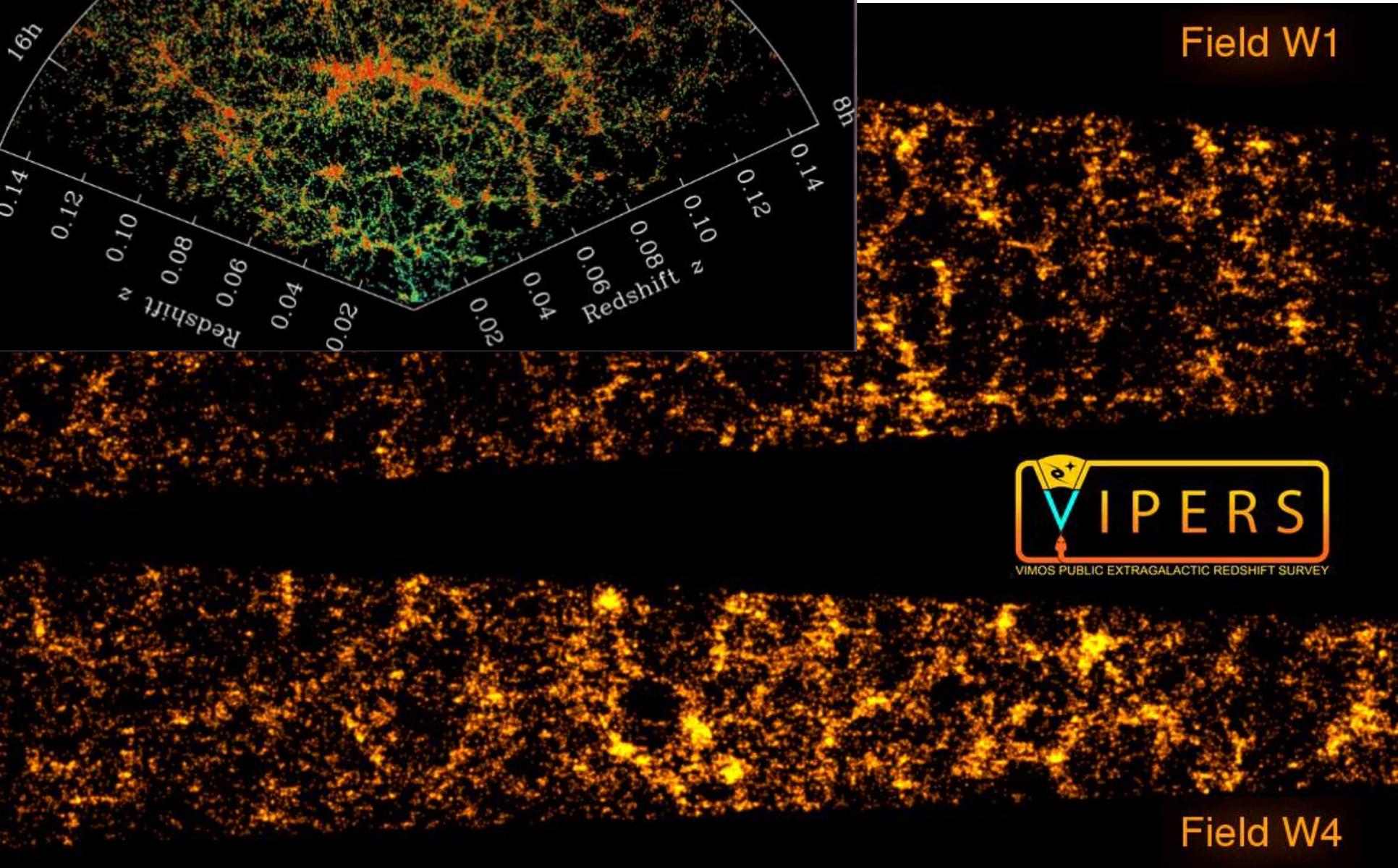


Portion d'univers  
reconstruit par un fractal

# Structure filamentaire



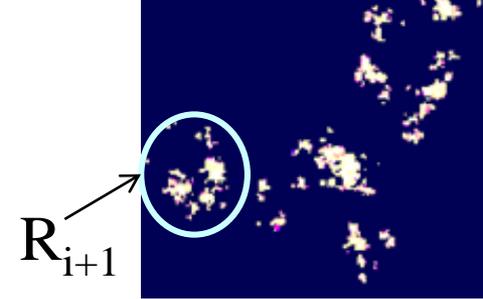
Field W1



Field W4

# Paradoxe d'Olbers (1823)

Pourquoi le ciel est noir?



Dans l'Univers hiérarchique de Charlier, la condition était

$$R_{i+1}/R_i > N_{i+1}$$

Ou bien dans le langage des fractals  $D \leq 1$

puisque  $(R_{i+1}/R_i)^D = N$



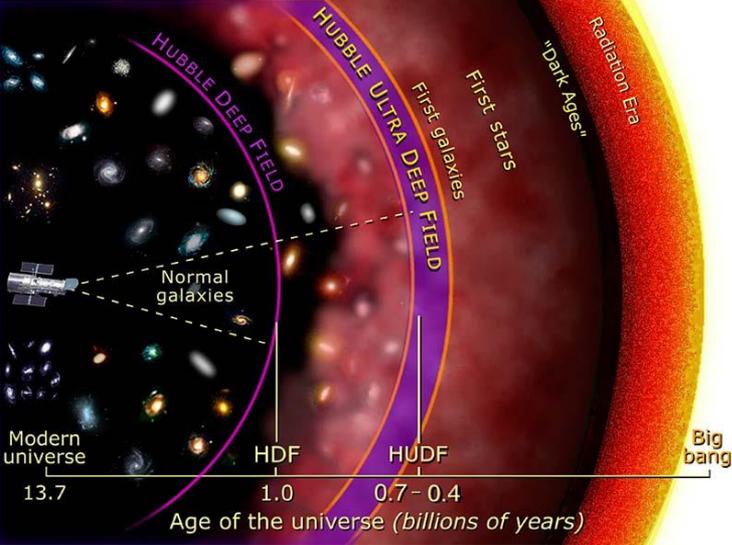
Projection de fractals avec  $D \geq 2 \rightarrow$  projection dim=2

Pour que les galaxies ne remplissent pas la surface du ciel, il suffit que la dimension fractale soit inférieure à 2

En fait, le paradoxe est aujourd'hui résolu par l'expansion de l'Univers (décalage vers le rouge), et le Big-Bang (temps fini)

# Principe cosmologique

Après Copernic, on ne pense plus qu'il existe des positions privilégiées



Pourtant, la densité a l'air de décroître tout autour de nous (de la Voie lactée, au groupe local, amas, superamas)

Principe cosmologique: isotropie et homogénéité  
L'Univers est paramétré selon ce principe  
par une métrique et un référentiel bien identifié

A-t-on atteint l'échelle d'homogénéité dans les observations?

Fonction de corrélation à deux points: loi de puissance  $\gamma = 1.7$   
 $\xi(\mathbf{r}) \propto r^{-\gamma}$  (Peebles 1980, 1993)

Quelle est l'échelle de coupure du fractal?  
100 Mpc, 500 Mpc?

Fonctions de corrélation: formalisme mal adapté  
car utilise une densité moyenne  
 $dP = n^2(r) [1 + \xi(r)] dV_1 dV_2$

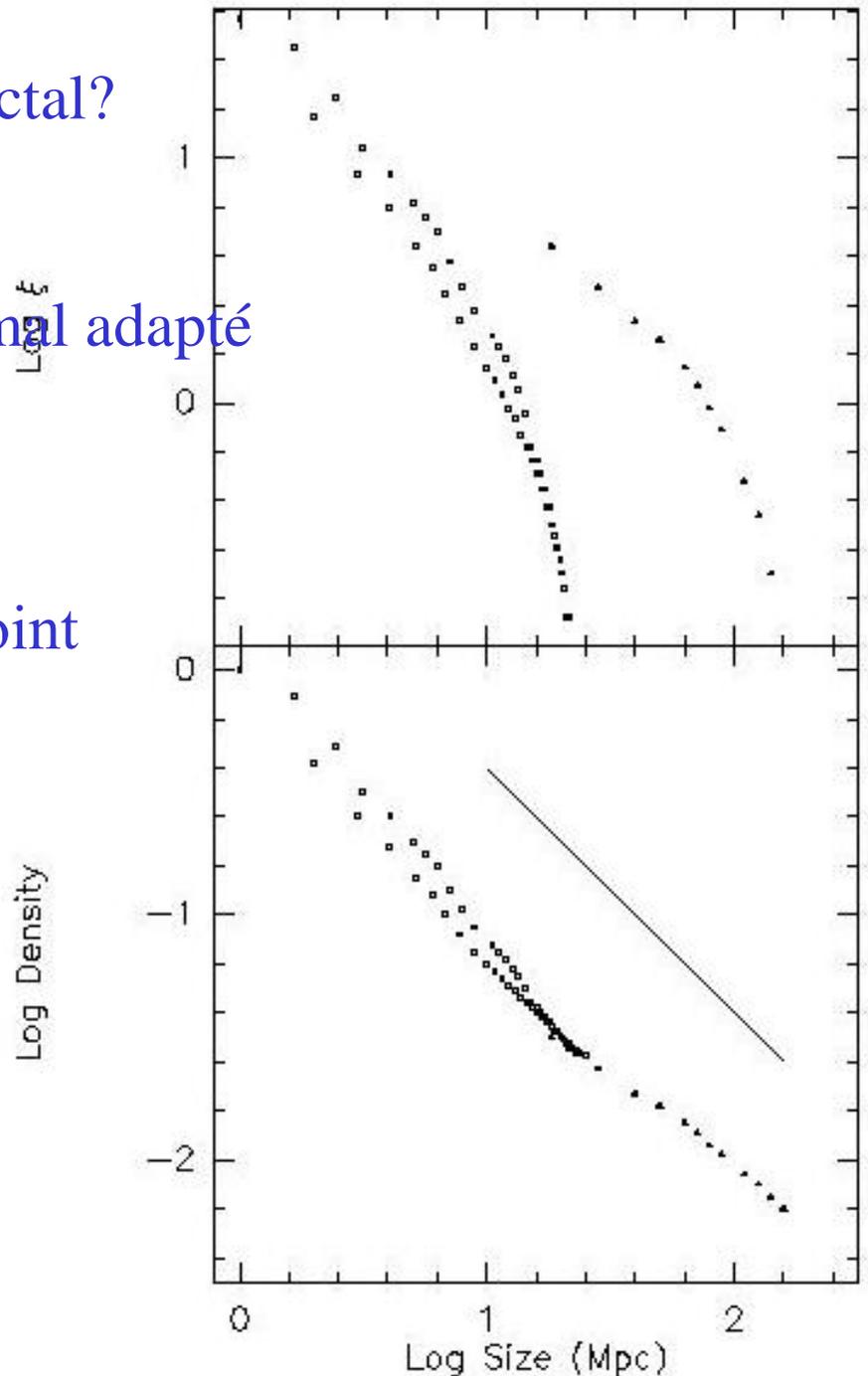
Il faut utiliser la densité autour d'un point occupé

$$\Gamma(r) \propto r^{-\gamma}$$

Dans ce cas, pente  $\gamma = -1$   
Correspondant à  $D = 2$

$$M(r) \sim r^2$$

*Pietronero et al 1997*



# Distribution Multi-Fractale

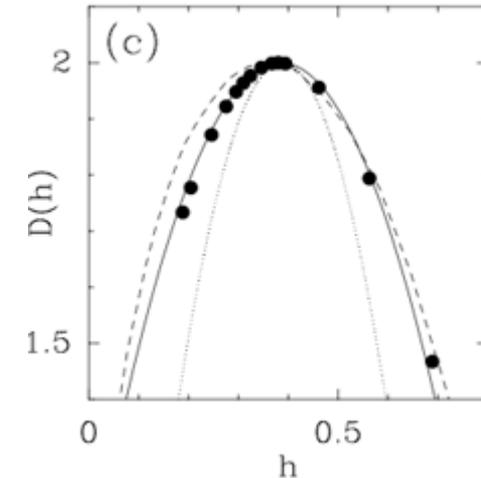
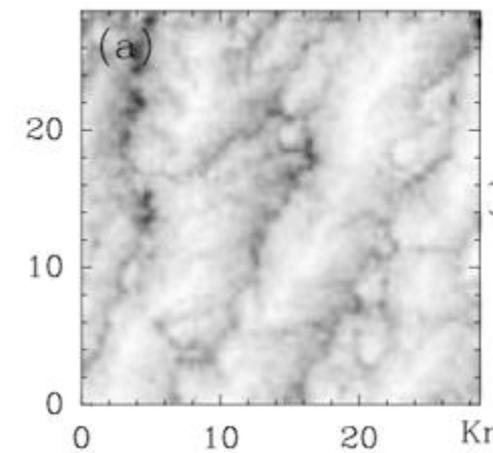
Distribution continue d'exposants, suivant l'échelle qui assure la transition vers l'homogénéité  $D=3$

L'échelle de transition vers l'homogénéité serait autour de **300 Mpc et  $10^{17} M_{\odot}$** , grands superamas

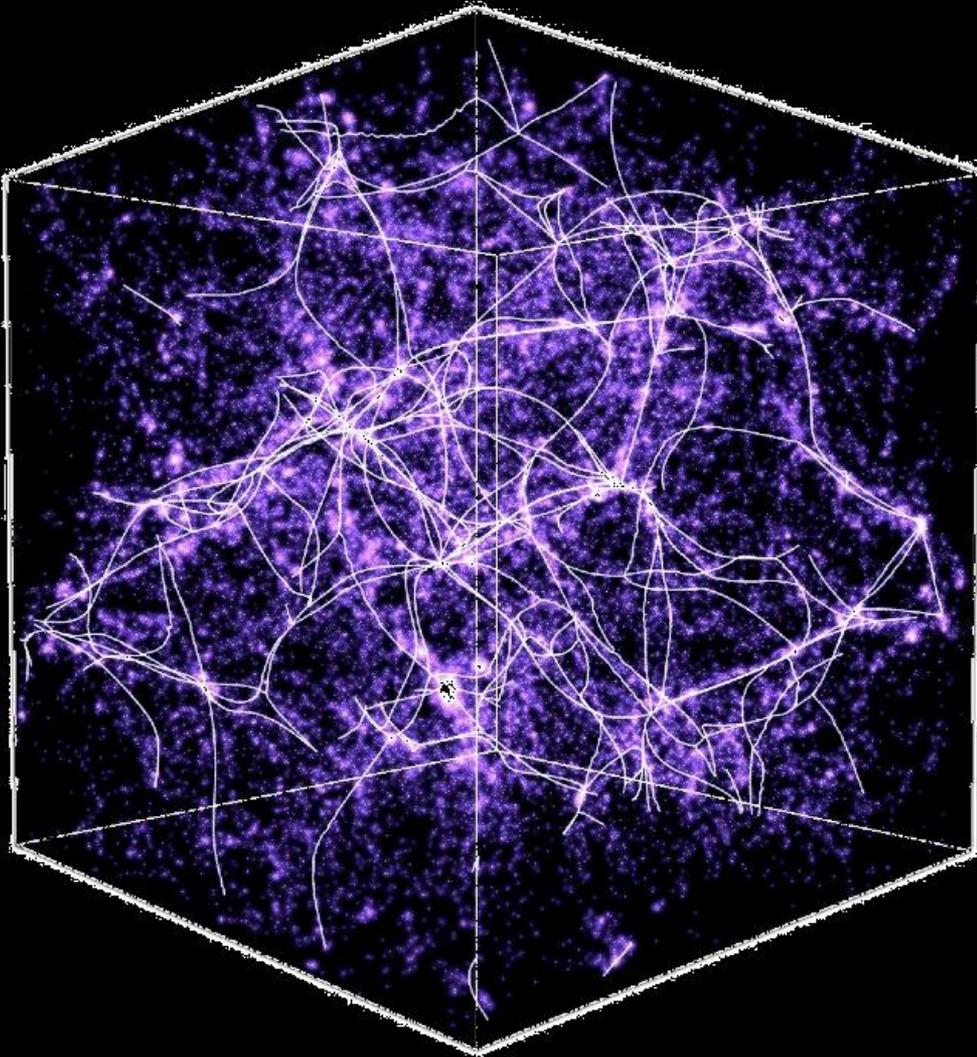
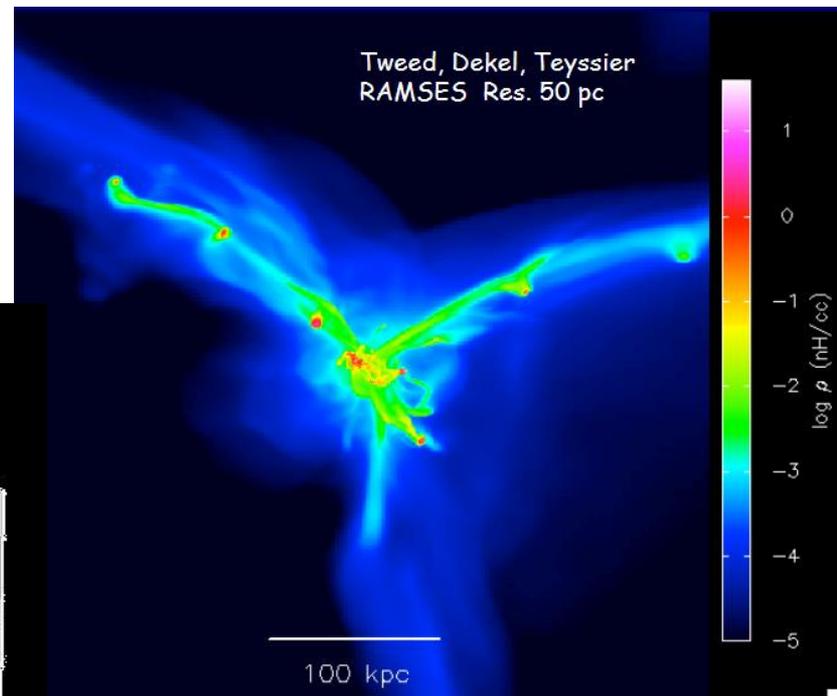
Le fractal s'étend sur 3 ordres de grandeur en échelle et 5 en masse

Des structures de plus en plus grandes se découplent de l'expansion

→ Le fractal accroît sa hauteur dynamique, entre échelle maximum et minimum

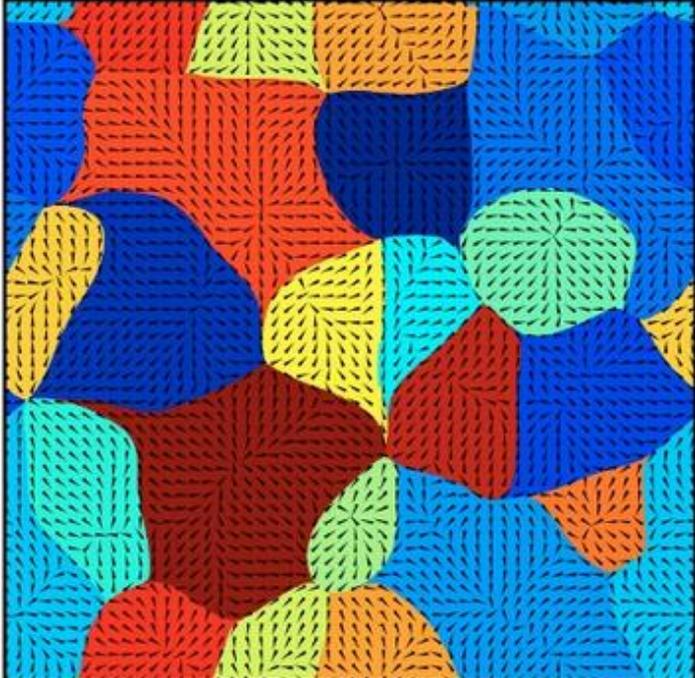
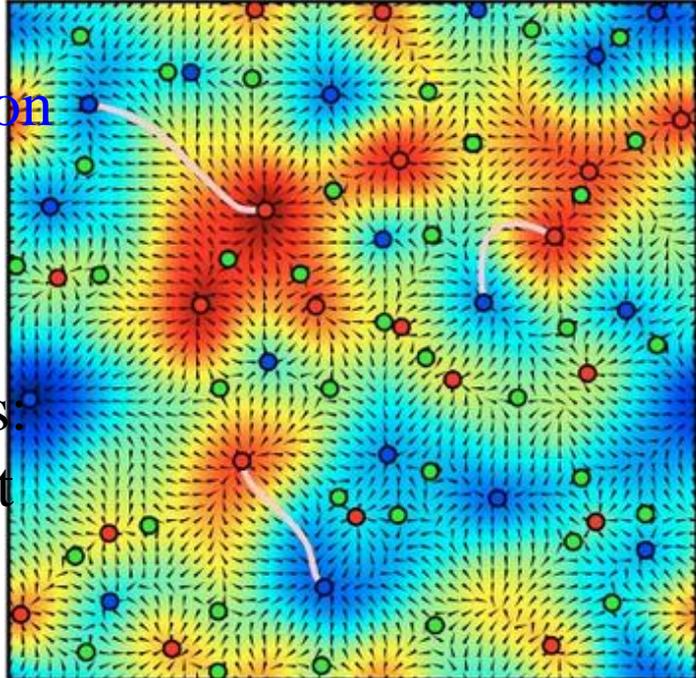


# Filaments et squelette



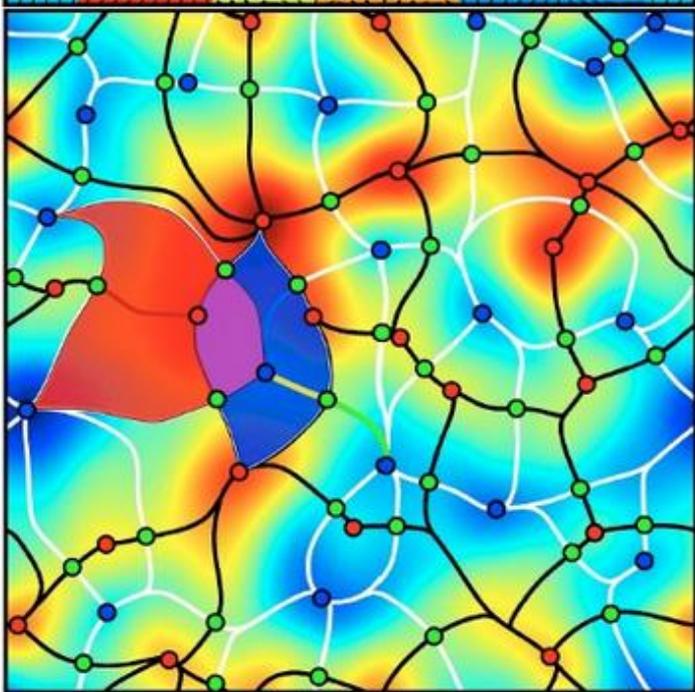
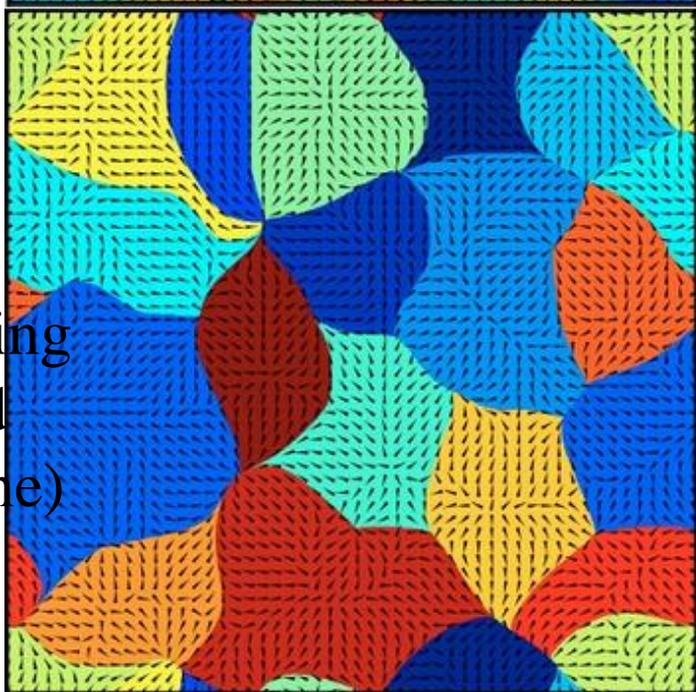
En général, à la croisée  
des filaments, groupes  
de galaxies, ou  
Galaxies  
→ 3 ou 4 filaments

Definition  
maxima  
minima  
saddle  
Vecteurs:  
Gradient



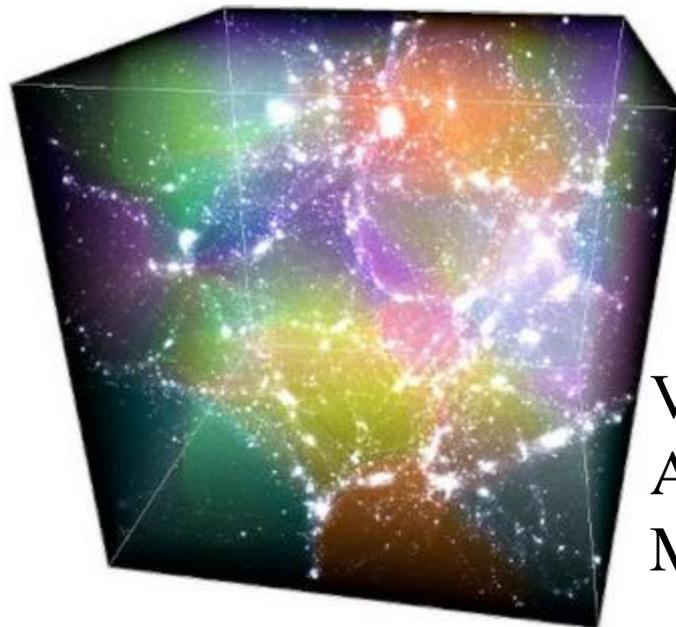
Ascending  
Manifold  
(vallée)  
  
Morse-  
Smale

Descending  
Manifold  
(montagne)



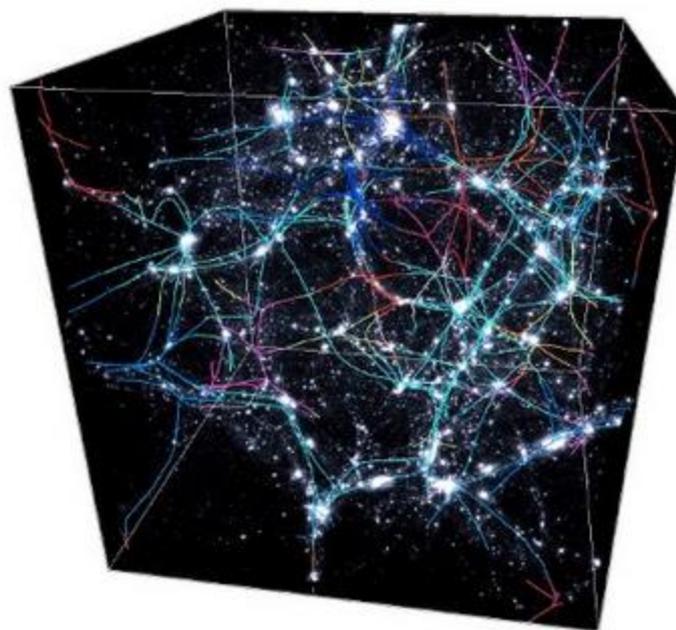
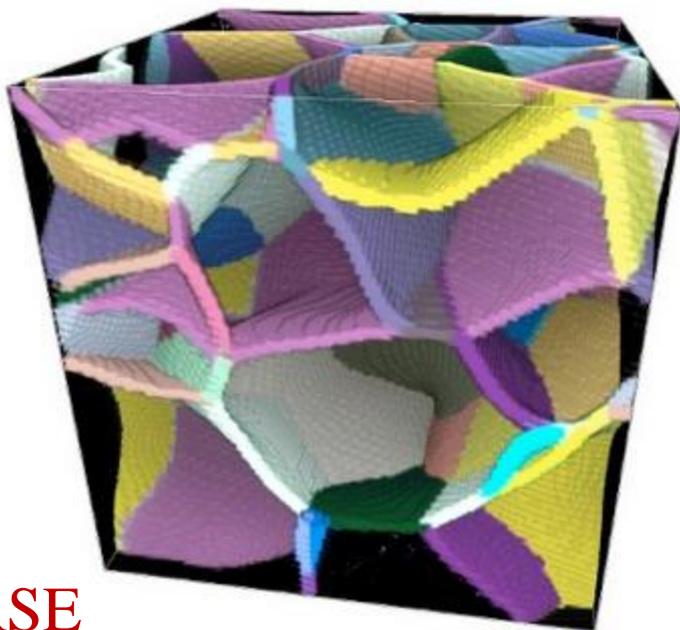
Tessellation  
en cellules  
Lignes  
integrales  
Point  
Critique:  
Zero  
gradient

Filaments



Vides:  
Ascending  
Manifolds

Murs

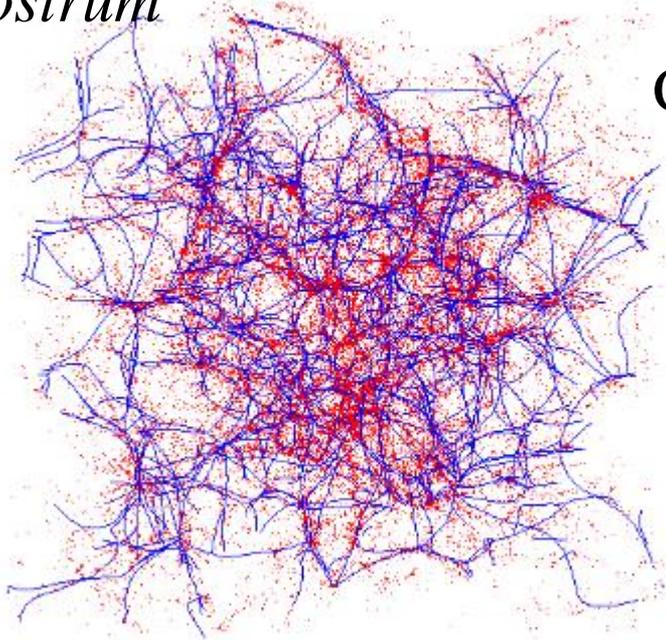


Squelette

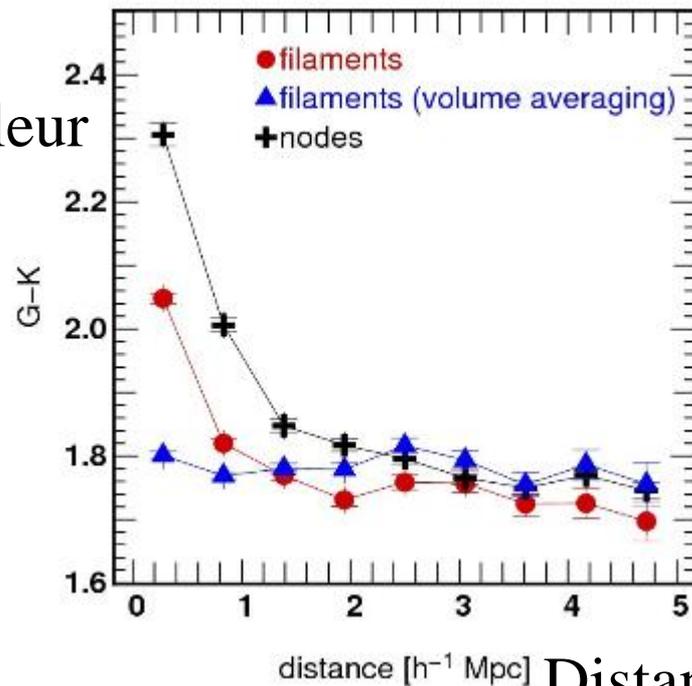
**DISPERSE**  
Thierry Sousbie

*Mare Nostrum*

Lissage  
8 Mpc



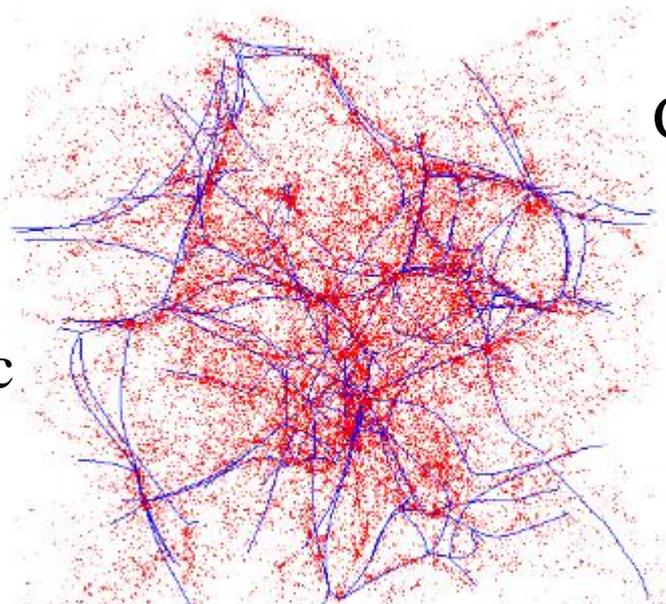
Couleur



Rouge

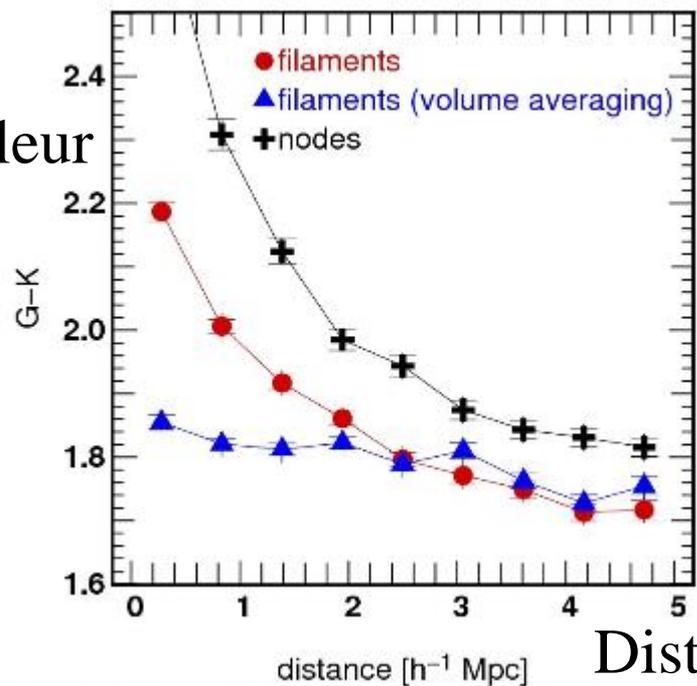
Bleu

Distance



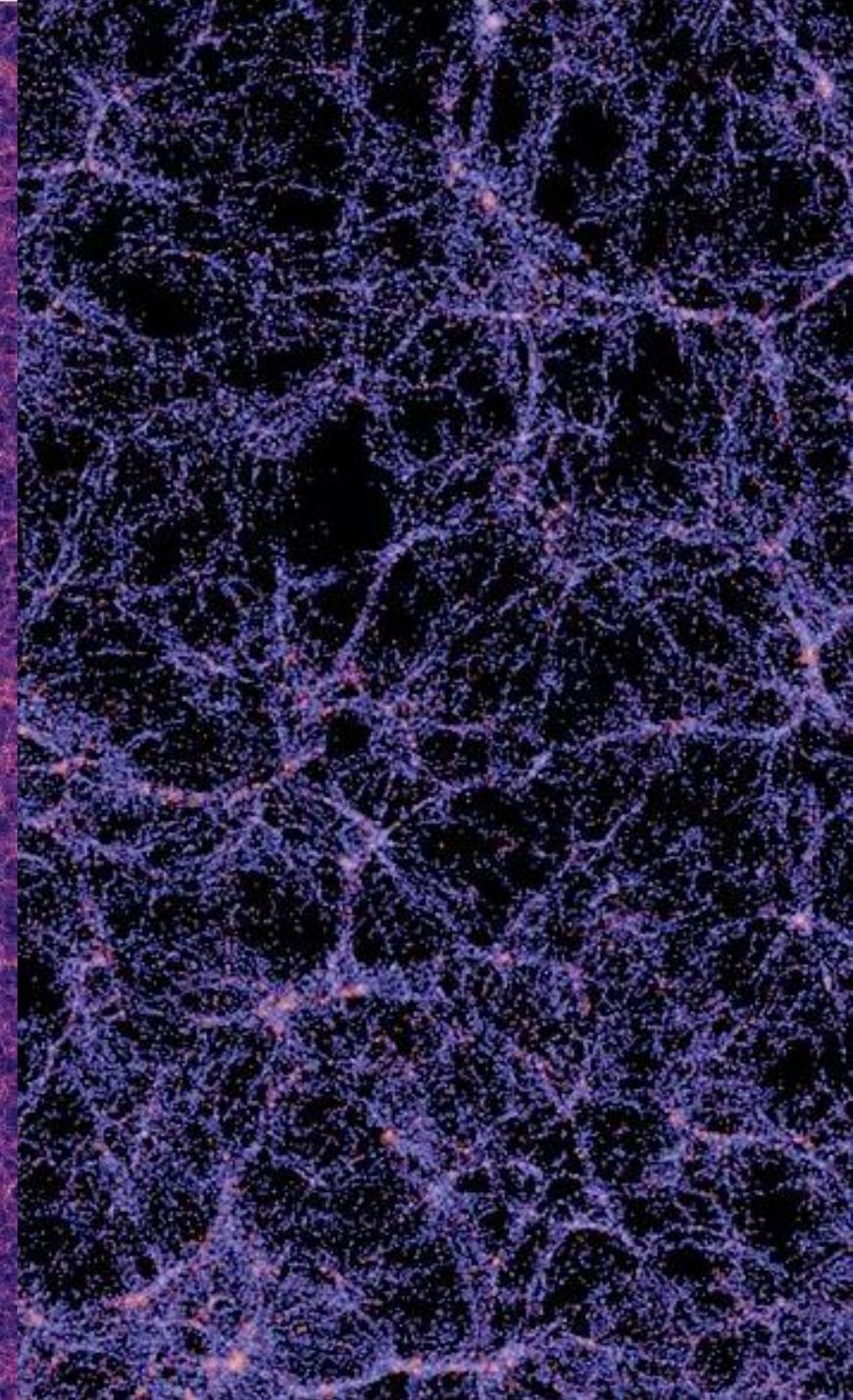
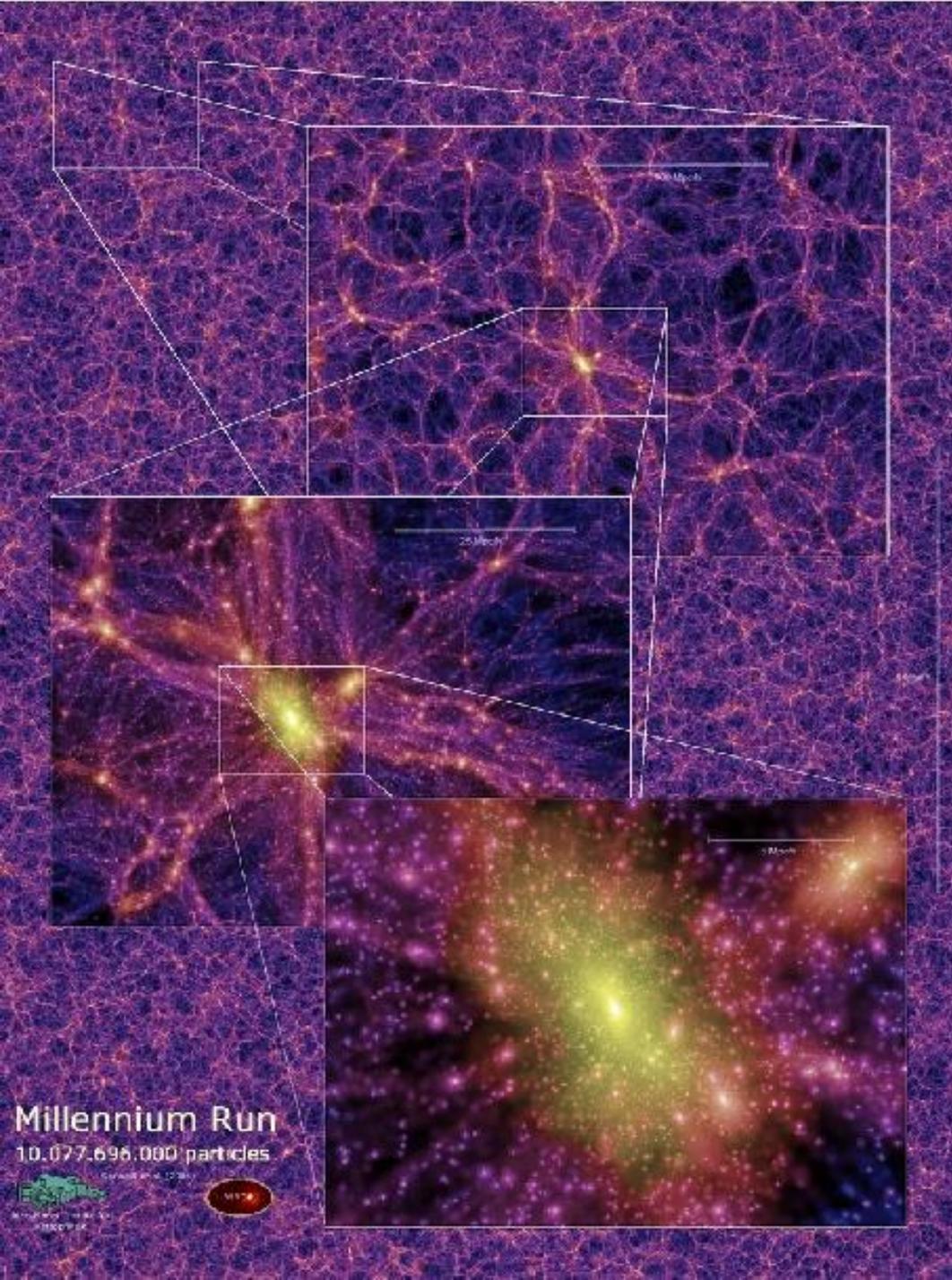
16 Mpc

Couleur



Distance

*Gay et al 2010*

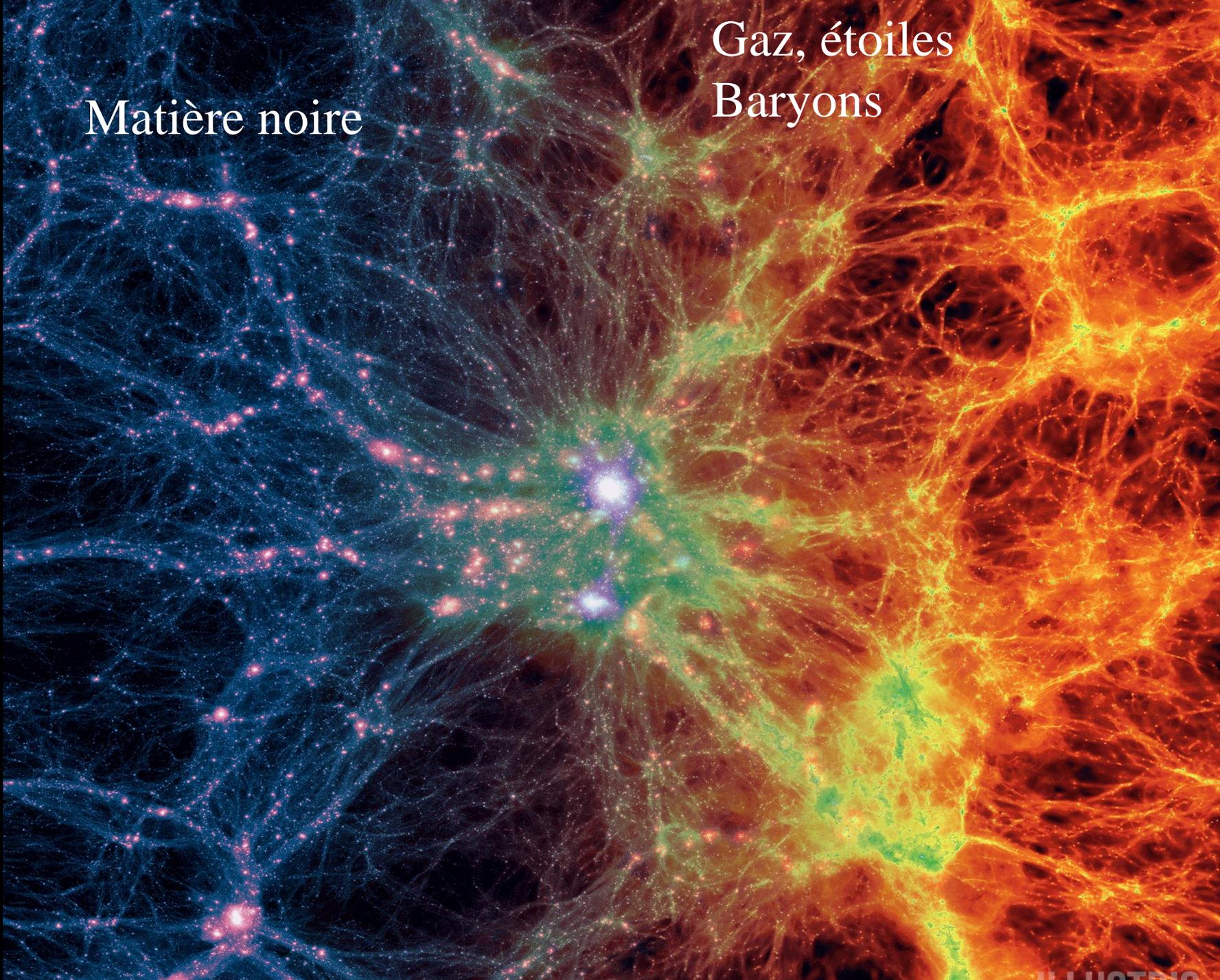


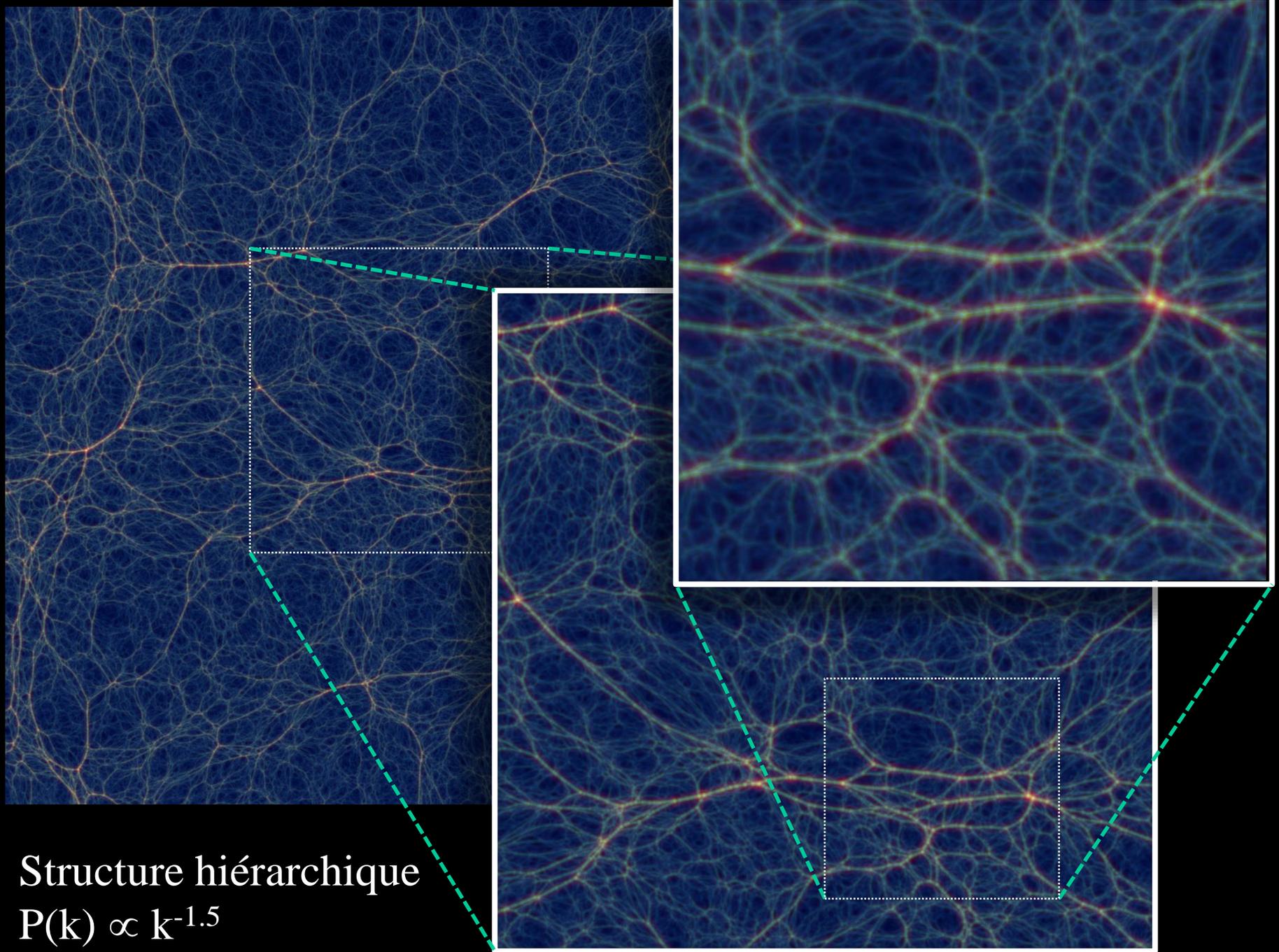
**Millennium Run**  
10,077,696,000 particles



Matière noire

Gaz, étoiles  
Baryons



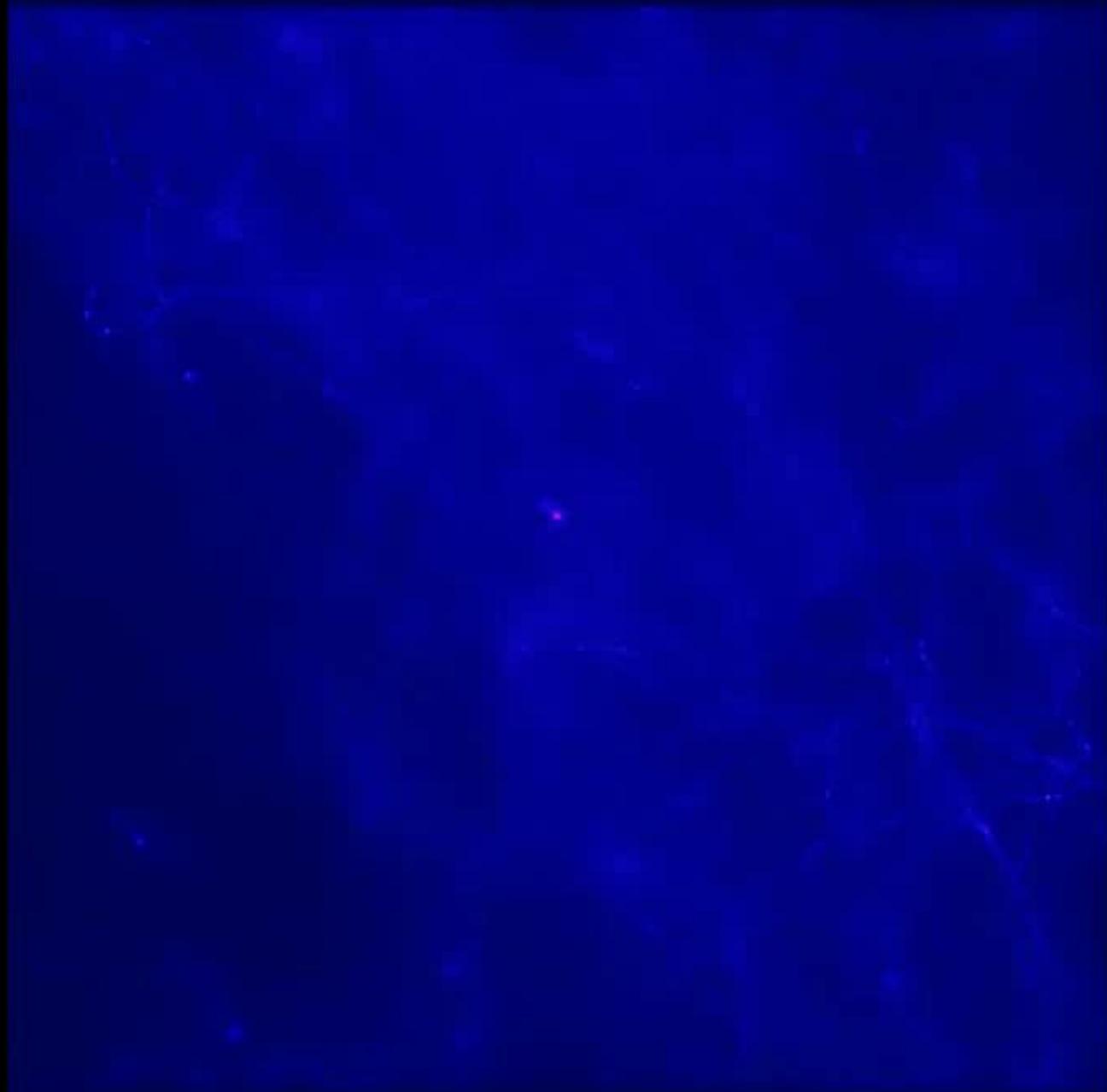


Structure hiérarchique  
 $P(k) \propto k^{-1.5}$

$a = 0.121$

$z = 7.3$

$t = -13.0 \text{ Gyr}$

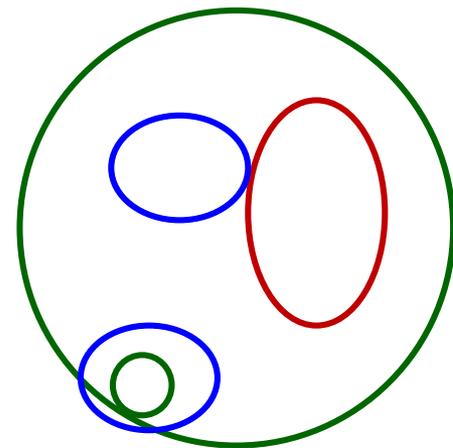


# Formalisme de Press-Schechter

Lissant les sur-densités, avec  $W(\mathbf{x}, R)$ , par exemple sur une masse  $M = 4/3\pi \rho R^3$

$$\delta_s(\mathbf{x}; R) \equiv \int \delta_0(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} + \mathbf{x}'; R) d^3 \mathbf{x}'$$

Avec  $\delta > \delta_c$ , on obtient la fraction de masse contenue dans les halos de masse  $M$



$$\mathcal{P}[\delta > \delta_c(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(M)} \int_{\delta_c(t)}^{\infty} \exp\left[-\frac{\delta_s^2}{2\sigma^2(M)}\right] d\delta_s = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left[\frac{\delta_c(t)}{\sqrt{2}\sigma(M)}\right]$$

Avec 
$$\sigma^2(M) = \langle \delta_s^2(\mathbf{x}; R) \rangle = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} P(k) \tilde{W}^2(\mathbf{k}R) k^2 dk$$

$\sigma^2(M)$  décroît avec  $M$

Un problème de calibration, d'un facteur 2, survient, car on ne prend pas en compte les halos imbriqués

→ **Formalisme étendu (EPS)**, avec une excursion de densité

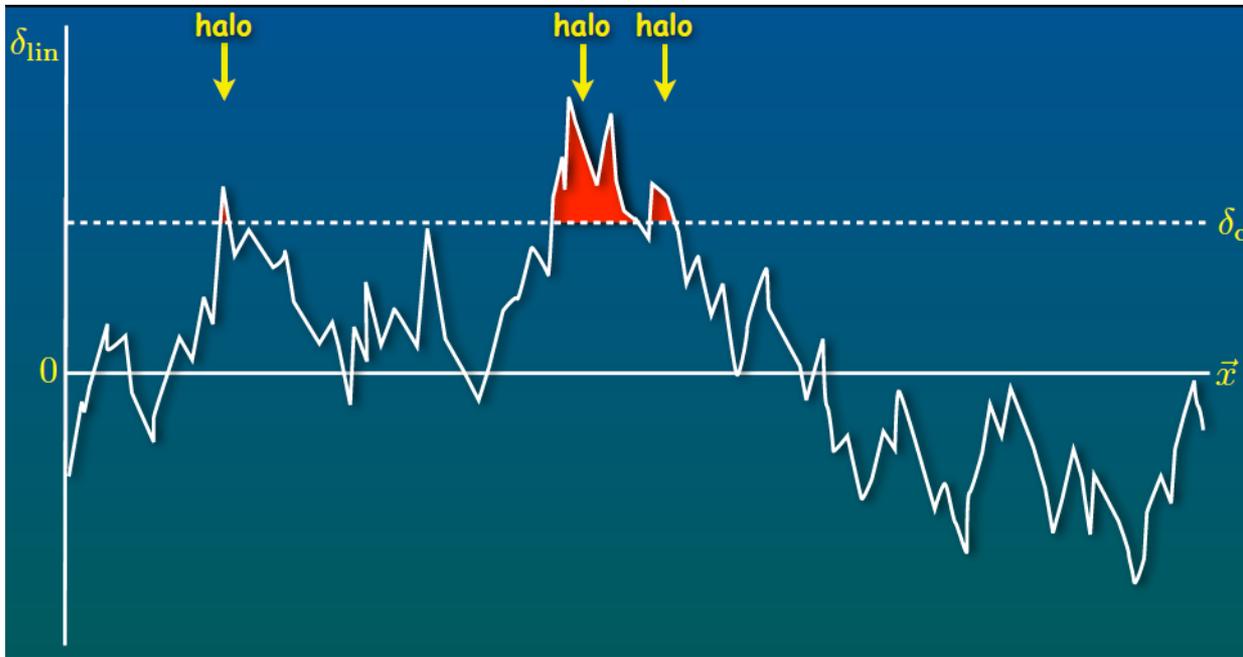
# Excursion des densités

Pour les grandes structures, quasi-linéaires, peut-on extrapoler le spectre de masse?

Formule de Press-Schechter: gravité indépendante d'échelle

→ Hiérarchie self-similaire de structures

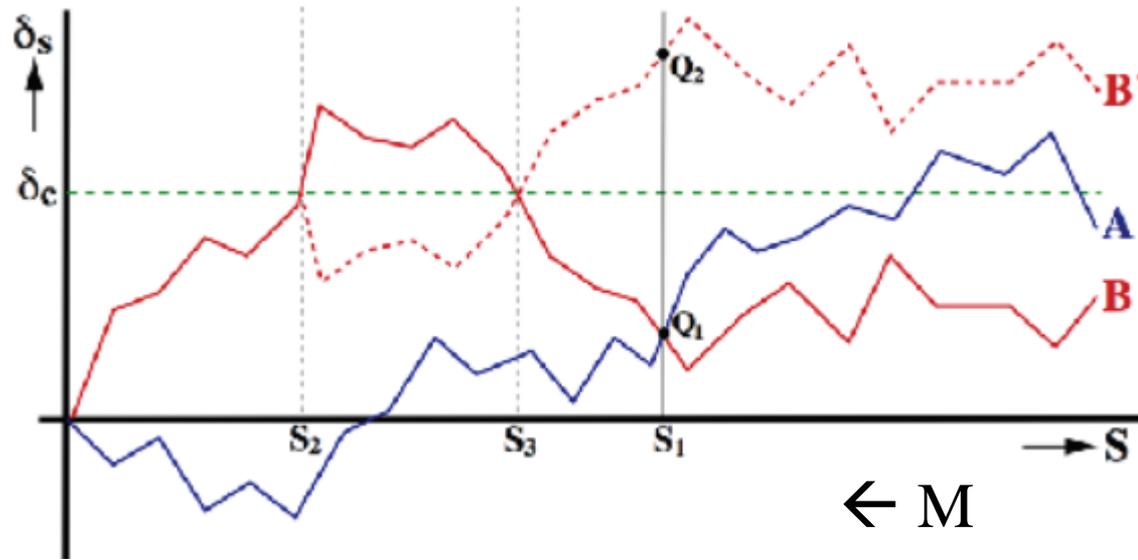
Va servir à construire les arbres de fusion



Les fluctuations  $\delta(\mathbf{x})$  croissent linéairement  
 $\delta(\mathbf{x}, t) = a(t) \delta_0(\mathbf{x})$

Celles qui dépassent le seuil critique  $\delta_c = 1.69$  s'effondrent en halo

# Trajectoire des excursions

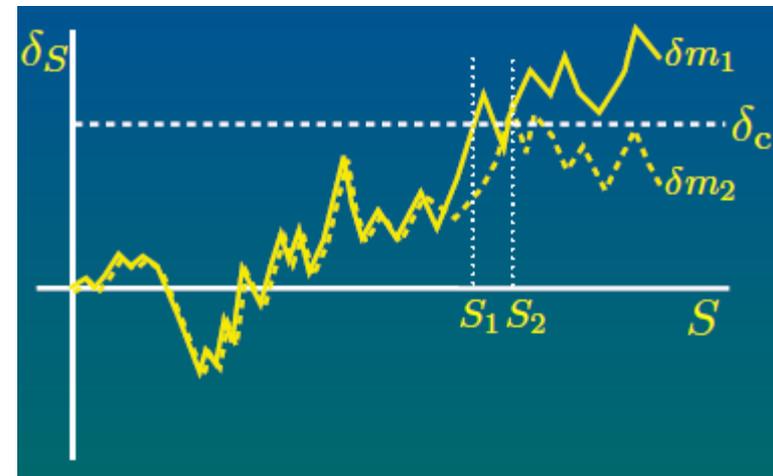


Trajectoire B et B'  
Équiprobables  
→ Facteur 2

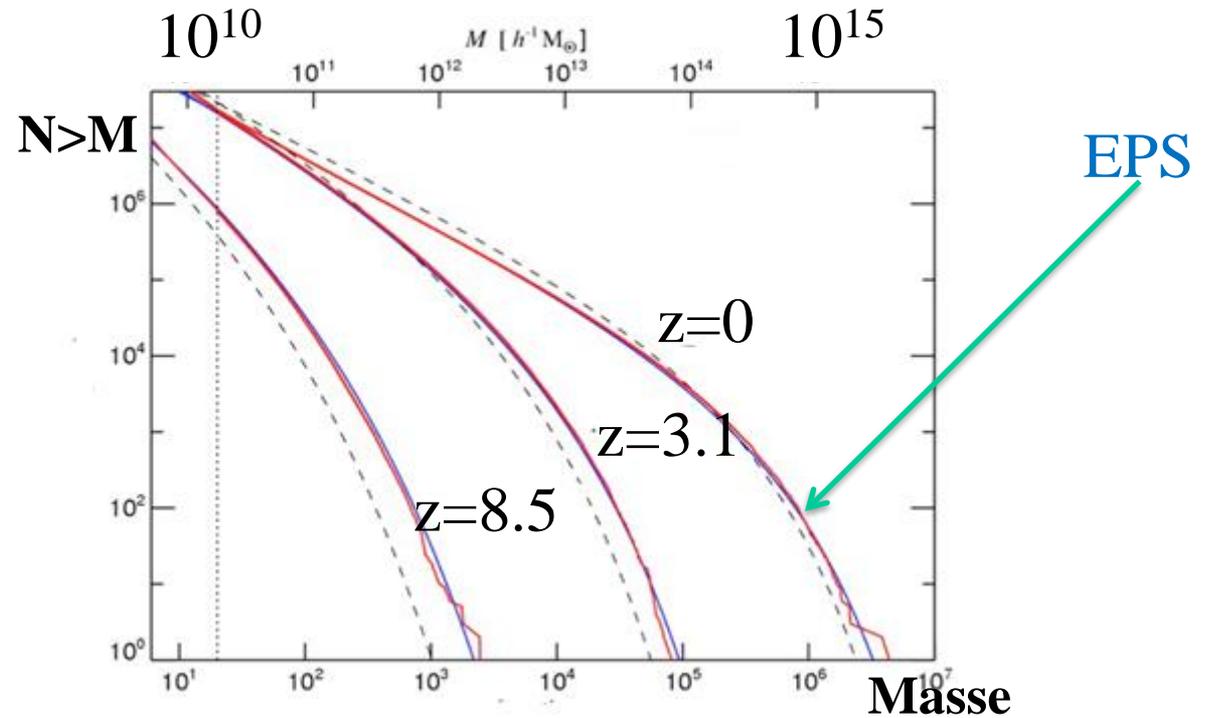
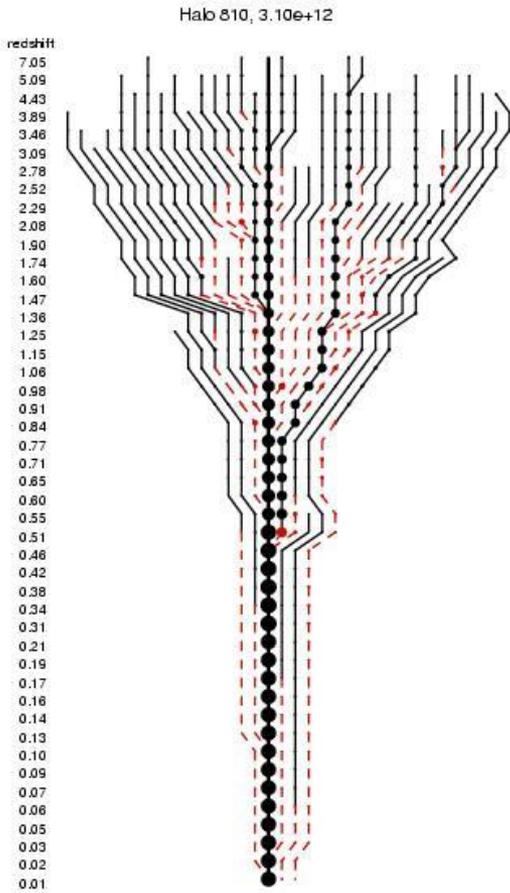
$$S = \sigma^2(M)$$

La calibration exacte prend en compte les sous-densités qui seraient comprises à l'intérieur d'une sur-densité plus grande

La masse correspondant à la première Intersection donne la masse du halo,  
Exemple halo  $M_1 > M_2$



# Approche semi-analytique



Pour un champ de fluctuations aléatoires gaussien,  
Formule de Press-Schechter

$$\mathcal{P}(\delta_M > \delta_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_M} \int_{\delta_c}^{\infty} \exp\left[-\frac{\delta_M^2}{2\sigma_M^2}\right] d\delta_M = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left[\frac{\delta_c}{2\sigma_M}\right]$$

# Comment planter un arbre de fusion

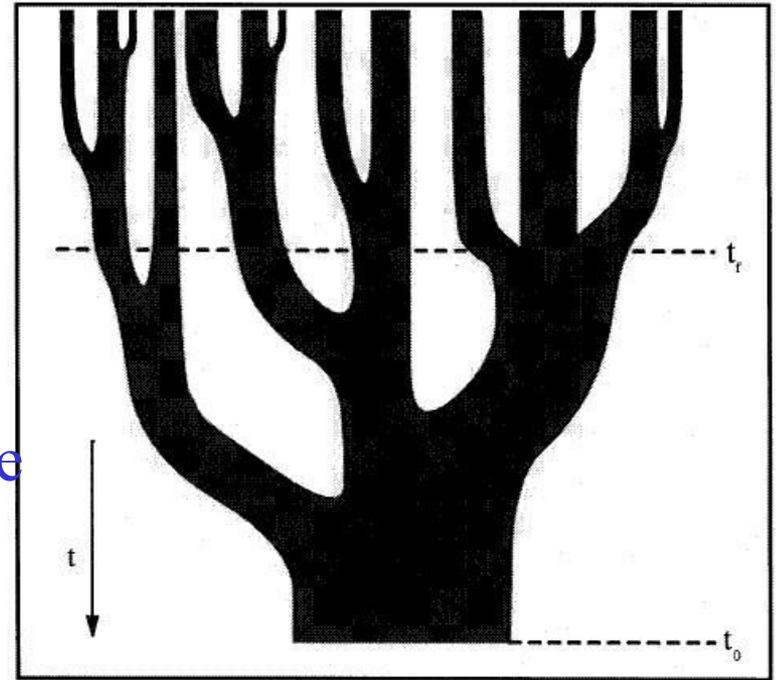
L'avantage du formalisme étendu de Press-Schechter, et des trajectoires d'excursion est de permettre de connaître les progéniteurs,

Par **fusion successive et accréation** les systèmes de plus en plus massifs se forment

Fonction de masse des progéniteurs  $n(M_p, t_0 + \Delta t | M_0, t_0)$

Pour une masse de halo  $M_0$  donnée, mais après le premier  $M_1$  choisi, Il faut contraindre la **conservation de la masse**

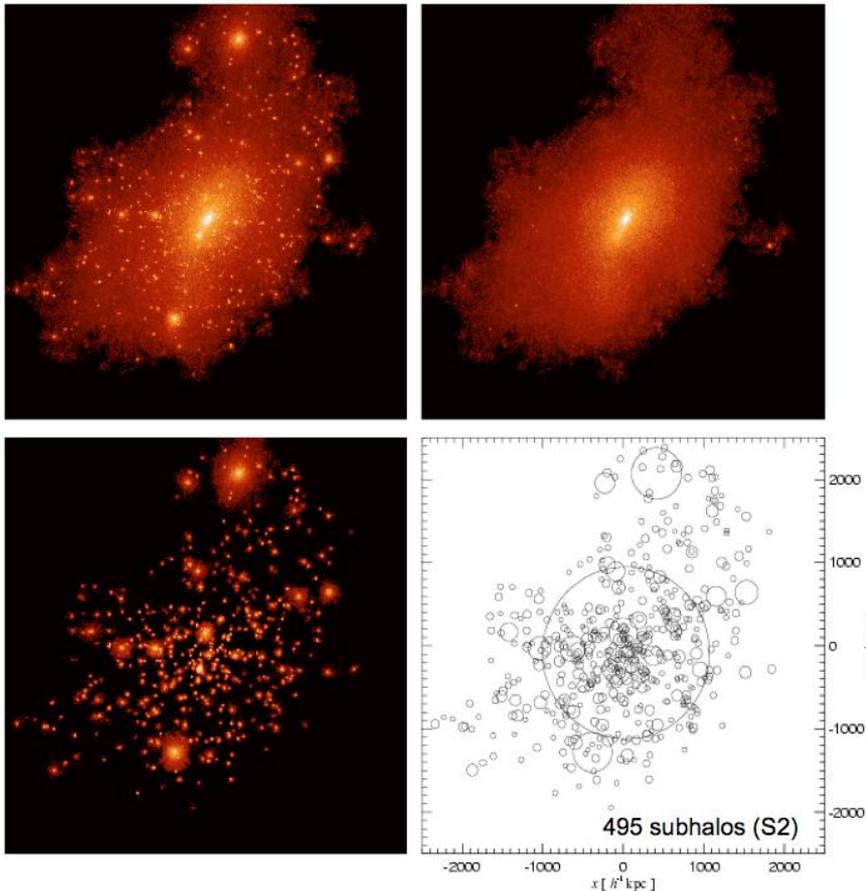
→ Plusieurs façons de faire! (tester 2000 arbres, et vérifier à posteriori!)



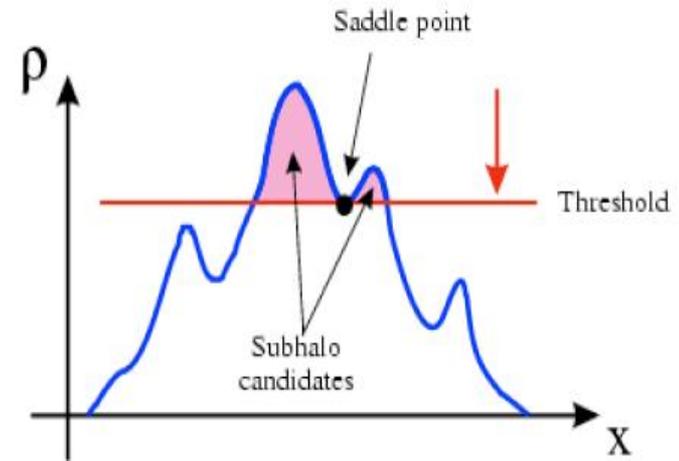
*Lacey & Cole 1993*

# Comparaison avec des simulations

Il n'est pas simple de définir des halos et des progéniteurs dans les simulations!



## Critère de densité

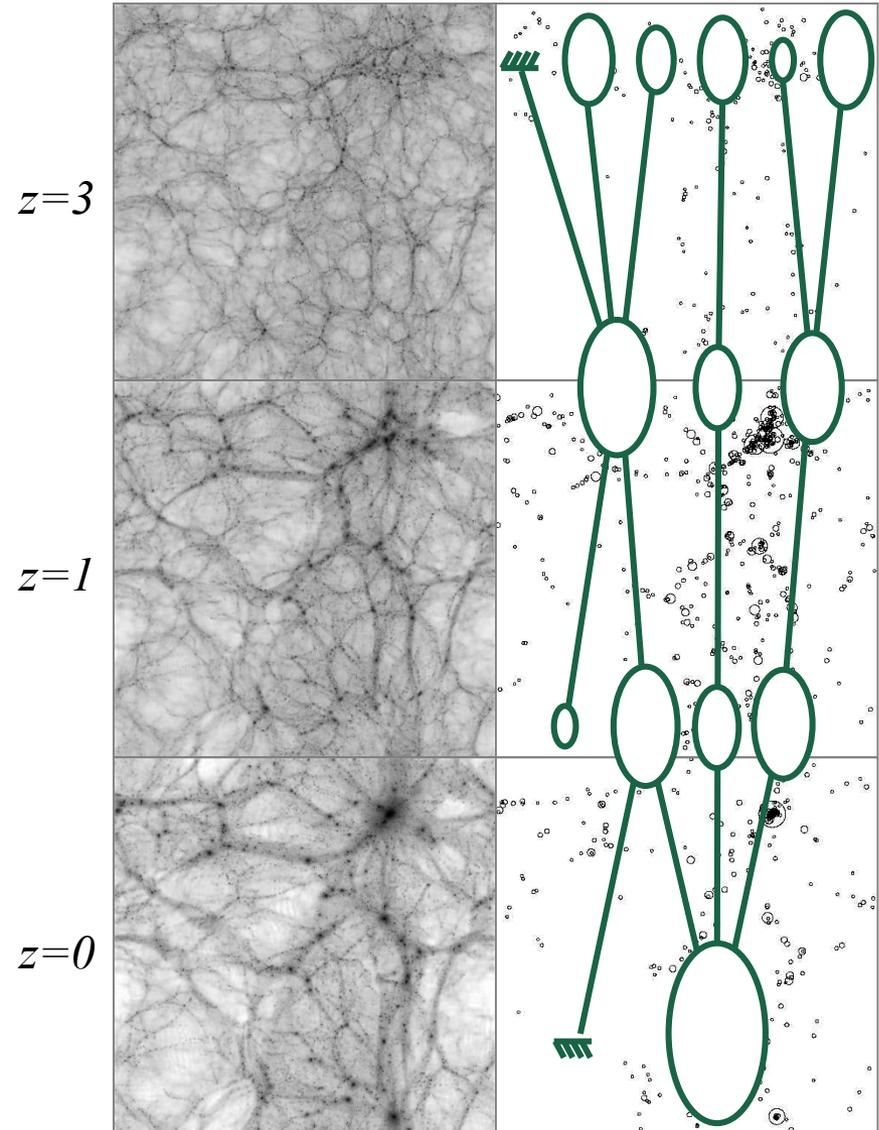


- SUBFIND (Springel et al 2001)
  - ADAPTAHOP (Aubert et al 2004)
- Avec critères de liaison gravitationnelle

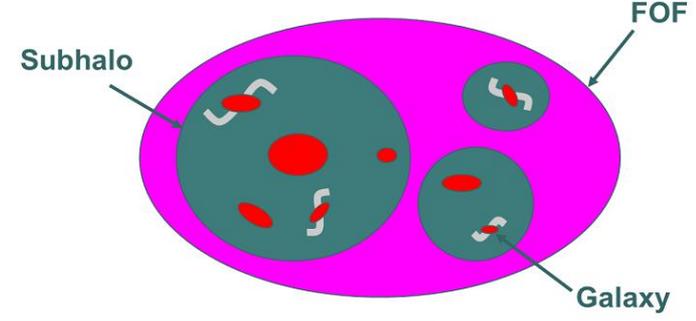
# Arbre de fusion des simulations

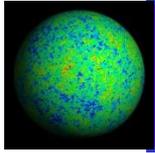
Identification des halos  
(Friend of Friend FOF) et  
détermination de leurs propriétés  
(masse, moment angulaire..)

Construction de l'arbre  
(fusions, accrétion, fragmentation,  
évaporation)



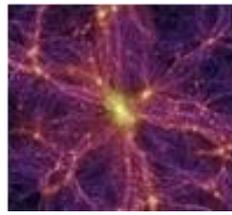
# Méthode semi-analytique



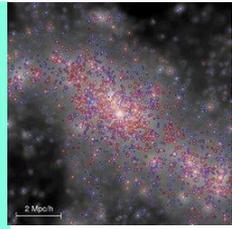
 Modèle cosmologique  
Fluctuations (Planck)

Simulation N-corps



 Evolution MN  
Millennium  
Par exemple

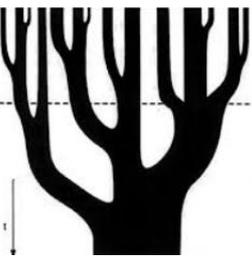
Catalogues de galaxies:  
Comparaison avec les  
galaxies observées



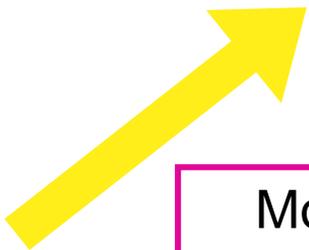
Synthèse de populations  
stellaires, extinction etc

Evolution des galaxies

FOF "Friend of Friend"

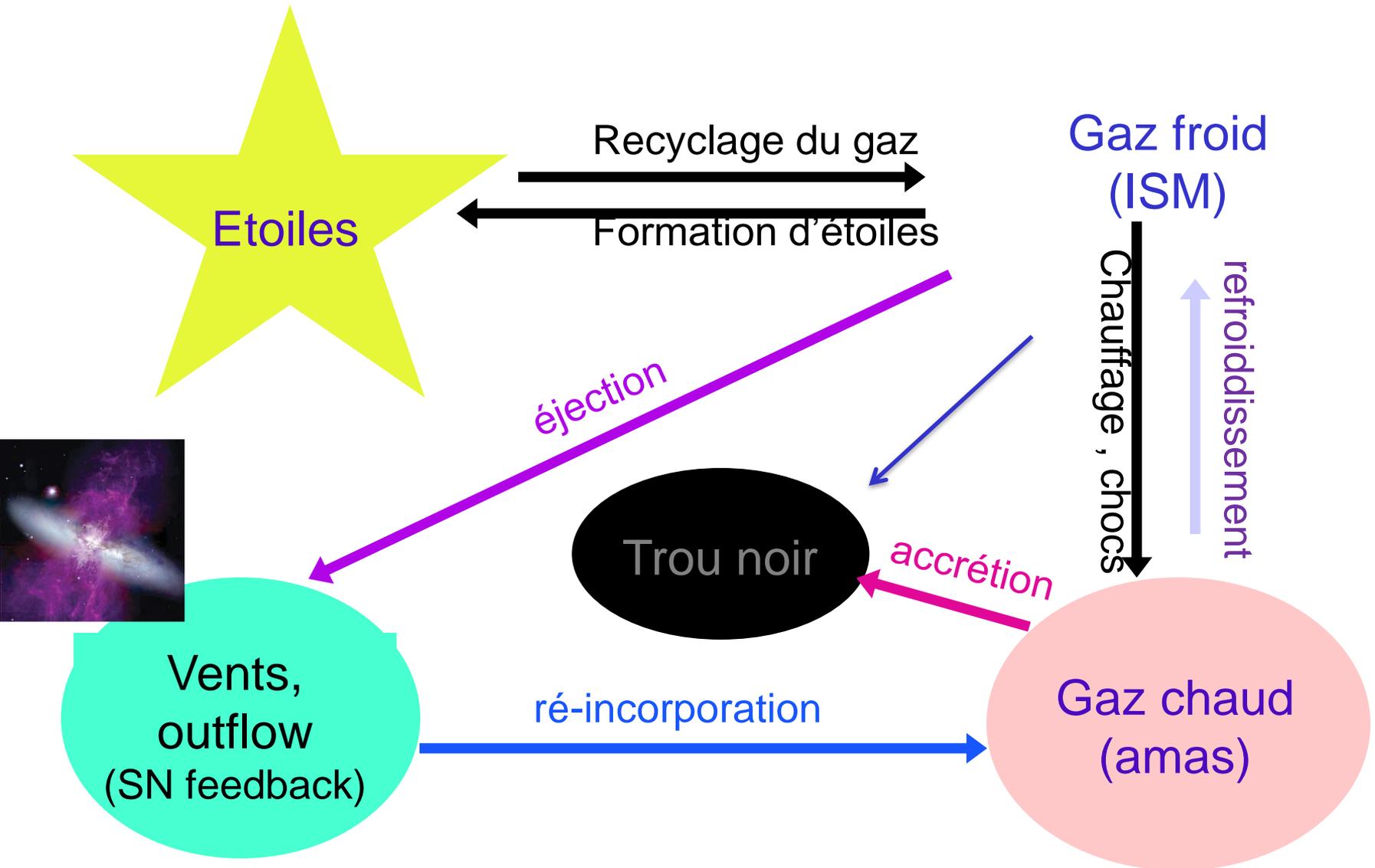


Arbre de fusion des  
halos



Modèle de formation des  
galaxies

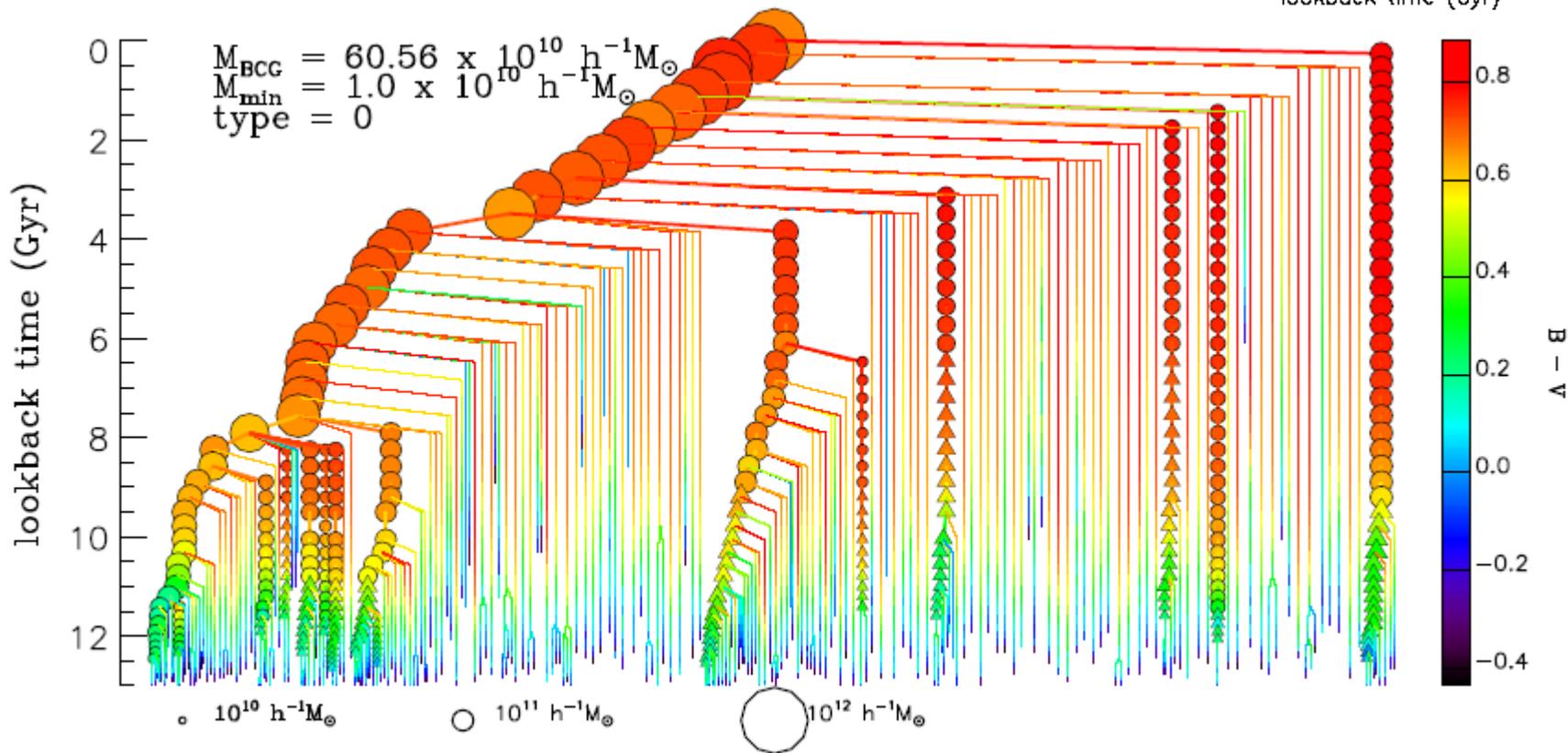
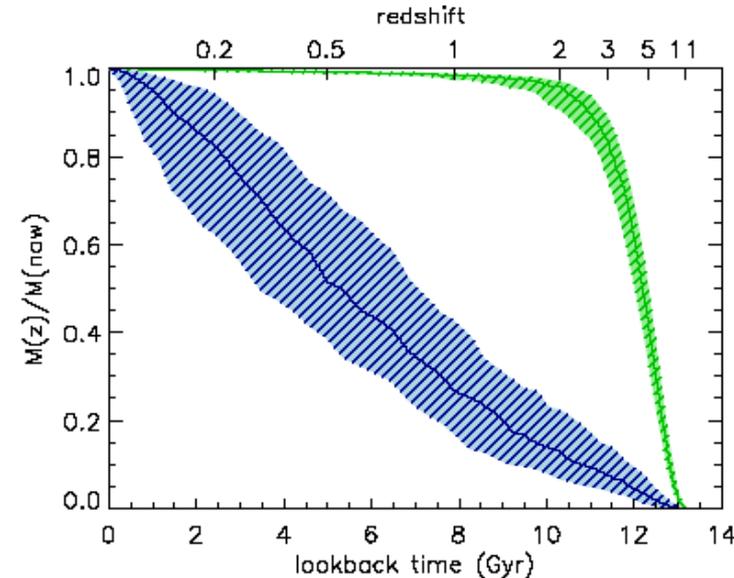
# Physique des baryons



# Formation hiérarchique

Pour les plus massives des galaxies  
 50% des étoiles formées à  $z=5$ ;  
 A partir de  $z=1$ , fusions seules  
 Assemblage de la masse  $z=0.5$

*De Lucia & Blaizot 2007*

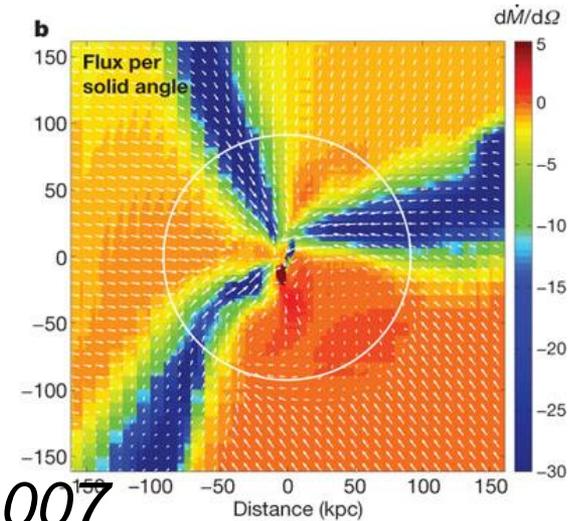


# Accrétion de masse par les galaxies

(1) Fusion de galaxies (\*, gaz)

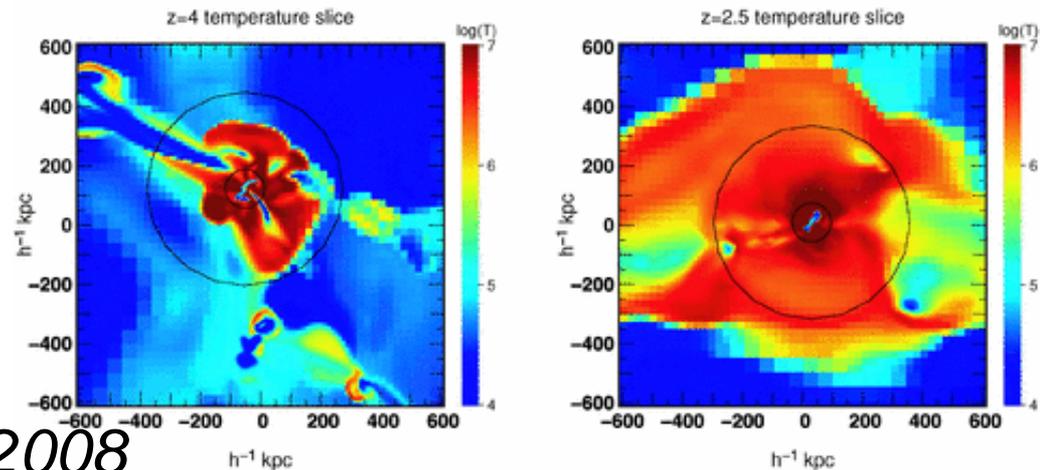


(2) Accrétion de gaz froid



(3) Accrétion de gaz chaud, pour  $M > M_{\text{crit}}$

*Dekel et al 2007*



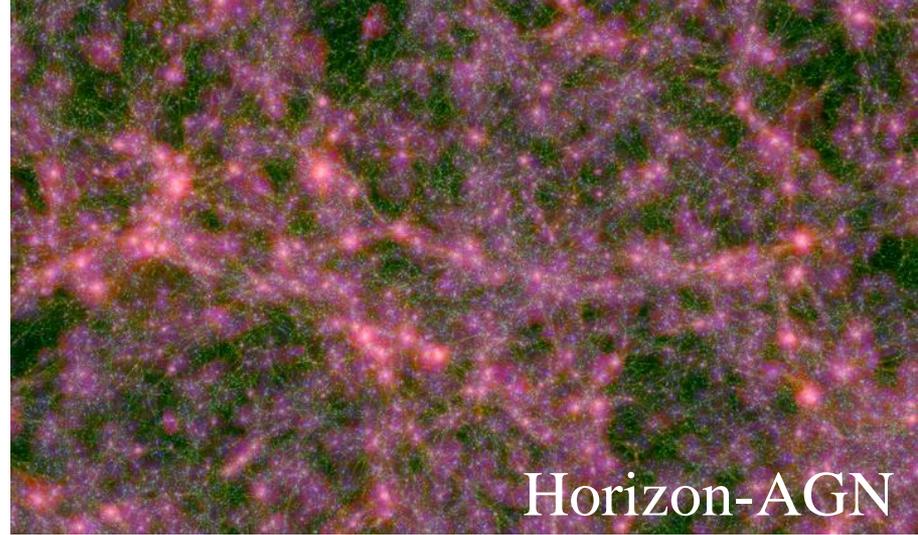
*Ocvirk et al 2008*

# Résumé

Spectre de puissance des fluctuations

$$P(k) \propto k^{-1.5} \quad (1-30\text{Mpc})$$

Matière noire nécessaire à grand  $z$



Structure hiérarchique. Simulations semi-analytiques

Formalisme de Press-Schechter et construction d'arbres de fusion

Simulations N-corps + hydrodynamiques, multi-échelles

Formation d'étoiles et feedback, physique sous-grille

Structure fractale, nœuds, filaments, murs

Détermination du squelette des structures