

# Dynamique des populations

Henri Leridon

Collège de France, 2009

(cours 4)

# 1 - Lois des populations stables

- Population stable : taux de croissance et structure par âge invariables, obtenue comme limite d'une population ayant une fécondité et une mortalité constantes.
- La croissance de la population est définie par le **taux d'accroissement intrinsèque**  $r$  instantané (ou taux de Lotka), qui résulte de l'équation suivante :

$$N(t) = \int_{\alpha}^{\beta} N_F(t-x) S_F(x) \varphi(x) dx$$

et du fait que l'on pose :

$$r(t) = r \text{ (taux d'accroissement constant)}$$

d'où

$$P(t) = P(0) e^{rt}$$

et

$$N(t) = C(0,t) P(t) = N(0) e^{rt}$$

*(Population stable)*

- Finalement  $r$  doit vérifier :

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{-r x} S_F(x) \varphi_F(x) dx = 1$$

où  $S_f(x)$  est la fonction de survie féminine et  $\phi_f(x)$  la fonction de fécondité (féminine). Une solution approchée est :

$$r \approx \ln(R_0) / a_m$$

$a_m$  étant l'âge moyen à la maternité et  $R_0$  le taux net de reproduction :

$$R_0 = \int_{\alpha}^{\beta} S_F(x) \varphi_F(x) dx$$

## *Le seuil de remplacement des générations*

- $R_0$  indique combien de filles vont remplacer (effectivement, c'est-à-dire compte tenu de la mortalité jusqu'aux âges reproductifs) une femme, donc à quel rythme les « générations se renouvellent ».
- Pour que  $R_0 = 1$  il faut :

$$\sum_x S_F(x) \varphi_F(x) = 1$$

ou  $\approx S_F(a_m) \Sigma \varphi_F(x) = S_F(30) ISF / 2,05$

et avec  $S_F(a_m) = 0,99$  :  $ISF = 2,07$

## *(Population stable)*

- Cas particulier : Population stationnaire :

$$r = 0$$

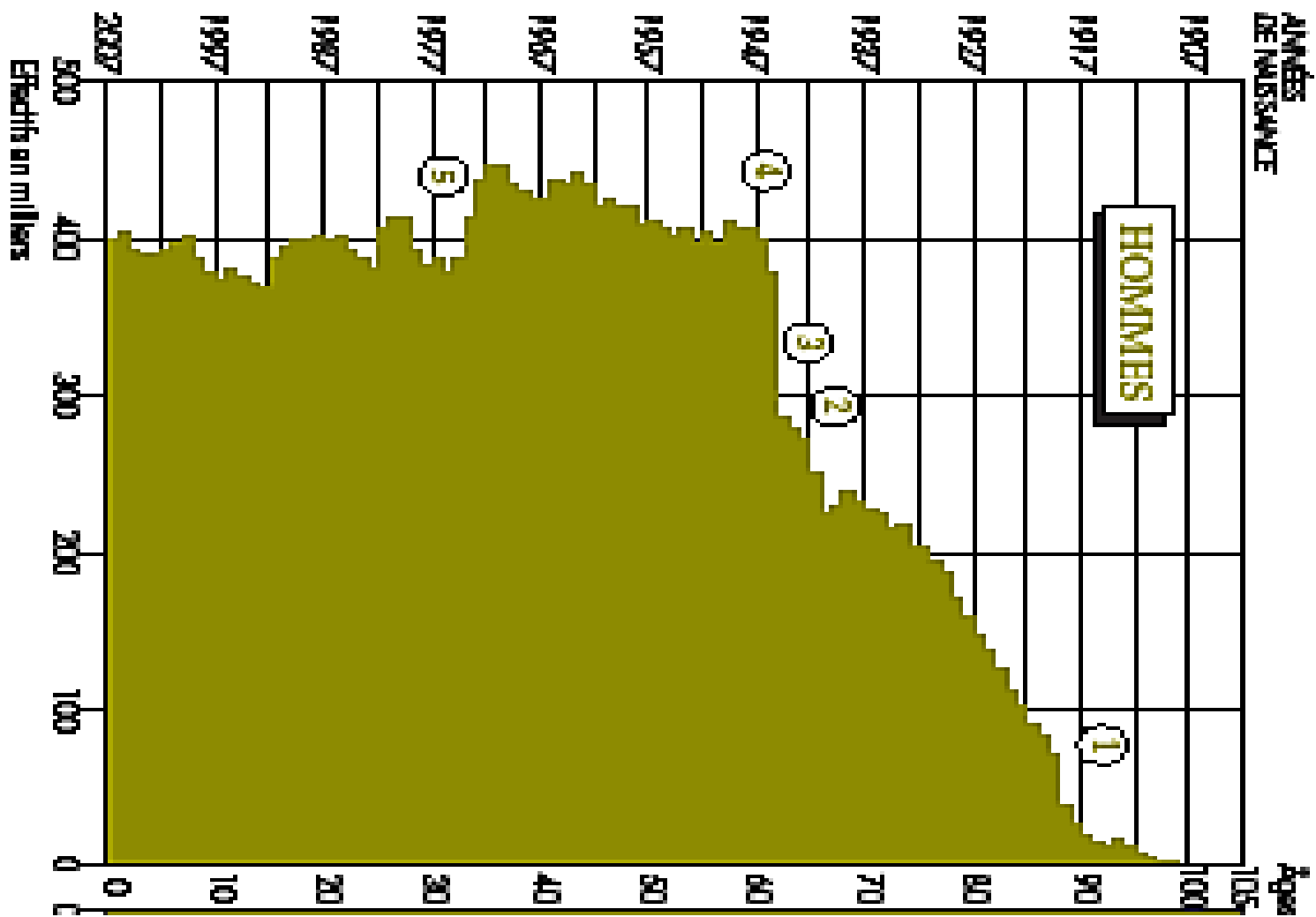
il en résulte que :

$$n = m = 1 / e_0 \quad e_0 = P / N$$

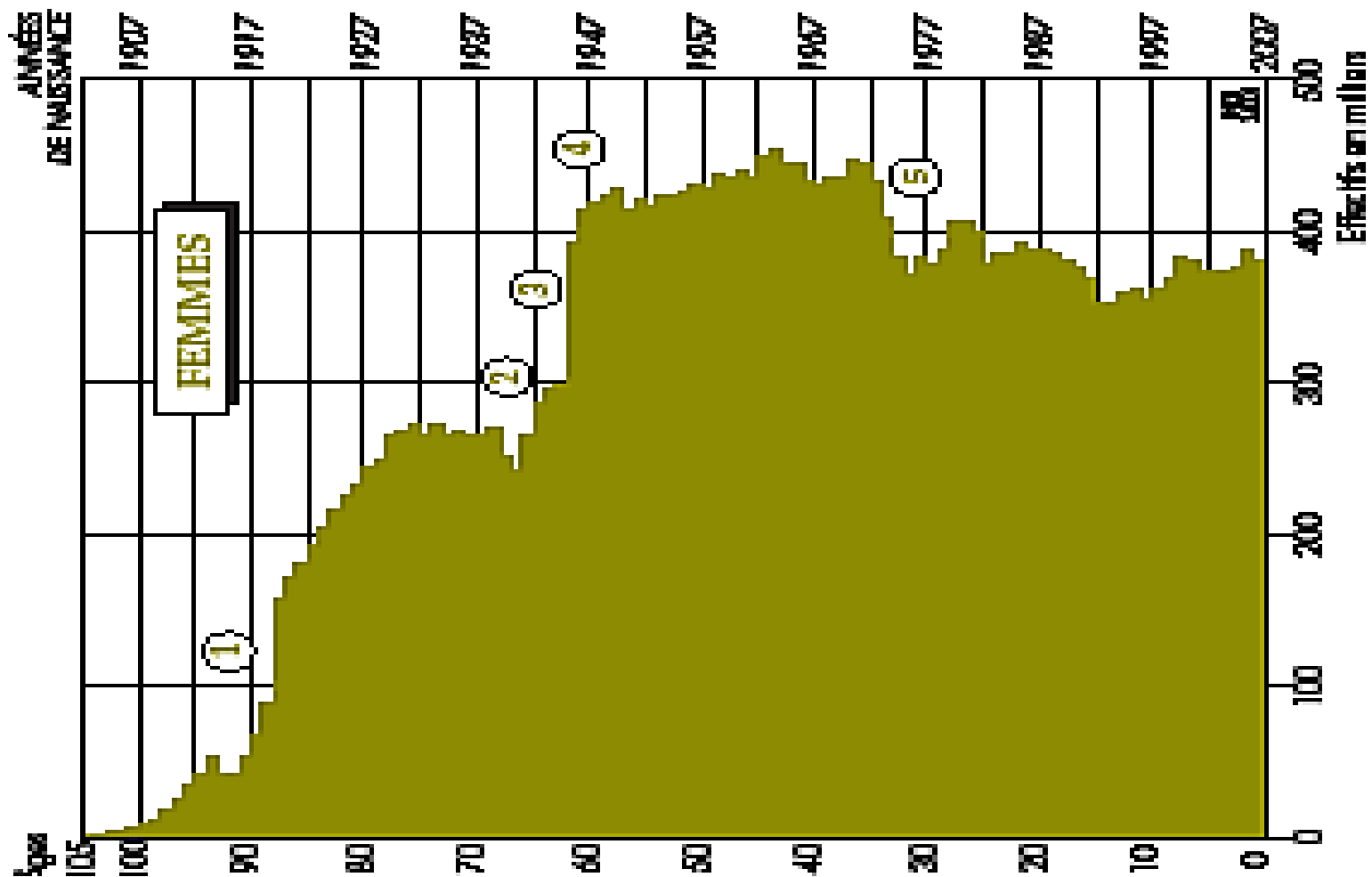
$$C(x) = n S(x)$$



*Quart de tour à droite : on lirait la courbe de survie, en population stationnaire*



*Quart de tour à gauche : on lit l'histoire récente de la natalité, si la mortalité est faible*





## 2 – L'inertie d'une population

- Inertie, ou potentiel d'accroissement :  
= rapport entre l'effectif de la population stationnaire qui résulterait de l'application immédiate du niveau de fécondité qui équilibrerait la mortalité actuelle, et l'effectif actuel.

$$I = \frac{ne_0}{ra_m} \frac{R_0 - 1}{R_0} \approx \frac{ne_0}{\sqrt{R_0}},$$

*Exemple* : si  $n = 45$  p. 1000,  $R_0 = 2$  (4 à 5 enfants par femme),  
et  $e_0 = 60$  ans, on a :  $I = 1,9$

# Un programme de projections

- **Principe** : application à une pyramide initiale (n'importe quel pays du monde en 1995) de :
  - quotients de mortalité par âge, constants ou variables, et :
  - soit des taux de fécondité par âge (constants ou variables),
  - soit un taux d'accroissement constant ou variable.

La variabilité résulte du choix d'un objectif, à un horizon donné, différent des valeurs initiales (par exemple le niveau de la mortalité, ou celui de la fécondité, dans 50 ans)

## *Programme « Pyramide »*

- **En pratique** : on entre la durée de projection souhaitée, les objectifs de mortalité et/ou fécondité ou accroissement, en termes d'espérance de vie et de nombre d'enfants par femme, avec la durée de transition vers ces objectifs
- A chaque espérance de vie sont associées deux tables de mortalité, masculine et féminine. De même l'ISF est traduit en taux de fécondité par âge.
- Pendant la période de transition : interpolation linéaire
- Le programme affiche la pyramide, de 5 en 5 ans, et les valeurs de divers paramètres

# *Programme Pyramide*

- **Options complémentaires :**
  - Représentation de la pyramide en valeur « proportionnelle » ou « réelle »
  - Simulation d'une « crise démographique », du type guerre de 1914-18 (effet sur la mortalité et sur la natalité)

- *Simulations Pyramide : Mexique 1960*
  - Un mauvais objectif : taux d'accroiss. = 0 en 40 ans
  - Un objectif réaliste :  $R_0 = 1$  en 40 ans

## 3 - Le vieillissement des populations

- Mesure du vieillissement : % de 60 ans et plus, ou de 65 ans et plus
- Au départ : le vieillissement a été induit par la baisse de la fécondité

# Illustration du vieillissement par la baisse de la fécondité

- *Simulations Pyramide :*
  - *France 1740 : « évolution réelle » (avec crise 1914-18)*
  - *France 1740 : mortalité constante, ou fécondité constante*
  - *France 1995 : le « vieillissement par le haut »*  
( $E_0 = 90$  ans en 100 ans)

## Trois causes au vieillissement de la population

- La baisse de la fécondité
- La hausse de l'espérance de vie, *quand elle se concentre sur les âges élevés (après 60 ans)*
- Les irrégularités de la pyramide des âges



## Conclusions sur le passé

- Tant que la fécondité et la mortalité restaient à leurs niveaux élevés, la structure par âge des populations ne changeait pas (environ 5 % de 65 ans et plus).
- La baisse de la fécondité a fait vieillir les populations européennes, à commencer par celle de la France : 5,7 % de p. âgées en 1800, 8 % en 1900, 11 % en 1950.
- Depuis 1950, la baisse de la mortalité au-delà de 60 ans contribue à accentuer le vieillissement (de 11% en 1950 à 16 % en 2000).

# L'avenir : un processus encore inachevé

## *Un vieillissement inéluctable...*

Le vieillissement actuel est un processus inéluctable, parce qu'il repose – pour deux de ses causes – sur des évolutions *passées* : la baisse séculaire de la fécondité, et la perturbation introduite par le baby-boom.

- Si la mortalité et la fécondité se stabilisaient à leurs niveaux actuels, la part des 65 ans et plus dans la population française **passerait de 16 à 23 % en 2050** ; à plus long terme, après élimination des irrégularités de la pyramide, la proportion reviendrait à **21 %**.

# L'évolution de la mortalité au-delà de 60 ans

## Evolution de l'espérance de vie (et des survivants) à 60 et 85 ans (femmes)

	<b>E0</b>	<b>S60</b>	<b>E60</b>	<b>S85</b>	<b>E85</b>
<b>France, 1750</b>	25 ans	17%	10 ans	1%	env. 1-2 ans
<b>France, 1900</b>	50 ans	50%	15 ans	6%	env. 3-4 ans
<b>France, 1950</b>	70 ans	81%	18 ans	19%	4,4 ans
<b>France, 2000</b>	83 ans	94%	26 ans	55%	6,5 ans
<b>France, 2050</b>	90 ans	98%	32 ans	82%	9,0 ans

*... vieillissement que la baisse de la mortalité (après 60 ans) aggravera encore*

- L'évolution prévue pour l'espérance de vie portera – à fécondité constante - la proportion des plus de 65 ans **à 29 % en 2050.**
- Autrement dit, la proportion passera de 16 à 29 %, les 13 points de hausse se répartissant approximativement en :
  - *5 points dus aux évolutions passées, principalement la baisse de la fécondité*
  - *2 points dus aux effets du baby-boom*
  - *6 points dus à la baisse prévue de la mortalité (après 60 ans)*

*... et même avec une fécondité plus élevée*

Selon les projections des Nations-Unies, la proportion des 65+ dans la population européenne passera, entre 2000 et 2050 :

de 15 % à 27 %, dans l'hypothèse centrale (Féc = 1,85 en 2050 ),  
et de 15 % à 24 % dans l'hypothèse de forte fécondité ( +0,5).

*Une remontée de la fécondité ne freinerait donc qu'assez peu le vieillissement.*

## 4 - Les migrations peuvent-elles freiner le vieillissement ?

- La réponse est **NON**.
- Vouloir empêcher la population actuelle, par le recours à l'immigration, d'atteindre la structure par âge résultant des niveaux de fécondité et de mortalité actuels (ou projetés), ne reviendrait qu'à entretenir le déséquilibre existant aujourd'hui, et cela supposerait un recours sans cesse **croissant** à l'immigration.
- Il faudrait, en France, pour maintenir le rapport entre personnes âgées et personnes d'âge actif, 800 000 immigrés dès cette année, 2 millions en 2020, 3 millions en 2050 (au total, près de **100 millions** au cours des 50 prochaines années)

## 5 – Les projections à très long terme

- Les projections se font habituellement à 20-30 ans dans les études nationales (qui ont une visée plus opérationnelle), à 50 ans dans les projections internationales (l'incertitude semblant encore maîtrisable à cette échéance), parfois à 100 ans.
- Au-delà, l'exercice n'a plus grand intérêt, parce que l'on est **obligé** de bloquer les valeurs des paramètres à partir d'un certain moment, de préférence à un niveau qui assure le maintien du niveau de la population. Autrement, la conséquence du moindre déséquilibre est claire : un taux d'accroissement négatif entraîne la disparition de la population, un taux positif son explosion...

- ... Pourtant, les Nations-Unies n'ont pas résisté à la tentation des projections « à très long terme » :
  - à 2150 en 1990 et 1993,
  - à 2300 en 2004

Dans ces dernières projections, l'augmentation de l'espérance de vie n'est pas limitée, mais la fécondité est stabilisée : d'abord en dessous du niveau de remplacement des générations (1,85 entre 2050 environ et 2175 au plus tard), puis à 2,05 pour rendre la population mondiale *stationnaire*, comme celle de chaque pays (les migrations sont nulles à partir de 2050). On stabilise ainsi, de façon assez arbitraire, la population mondiale à 9 milliards.



## 6 – Conditions de stabilité et crises démographiques

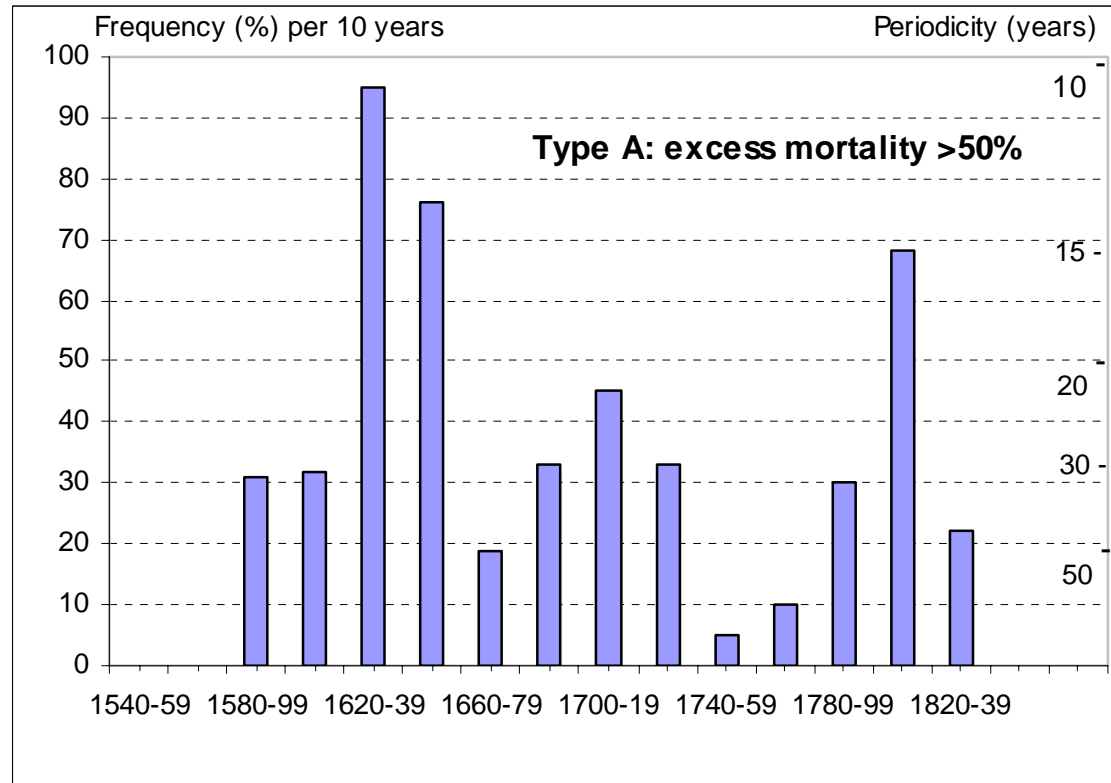
- Les populations sont rarement « stables »
  - ... Mais heureusement le modèle stable a des applications utiles même quand une des fonctions varie
- La récupération après une crise
  - La régulation par le mariage dans la France Ancienne (Dûpaquier, Livi-Bacci)

## *Récupération avec mécanisme auto-régulateur*

- Un exemple de mécanisme autorégulateur dans l'Europe des XVII-XVIIIème siècles : la nuptialité
  - Le mariage tardif permettait d'amortir les crises de mortalité : il était possible de compenser un surcroît de décès allant jusqu'à 50% (des décès d'une année) (cf. graphiques Livi-Bacci), soit une réduction de 2 à 3 % de la population totale.
  - *Rappel : la Peste Noire de 1348 pouvait tuer jusqu'à 30 à 50% de la population d'une ville ou d'une région...*

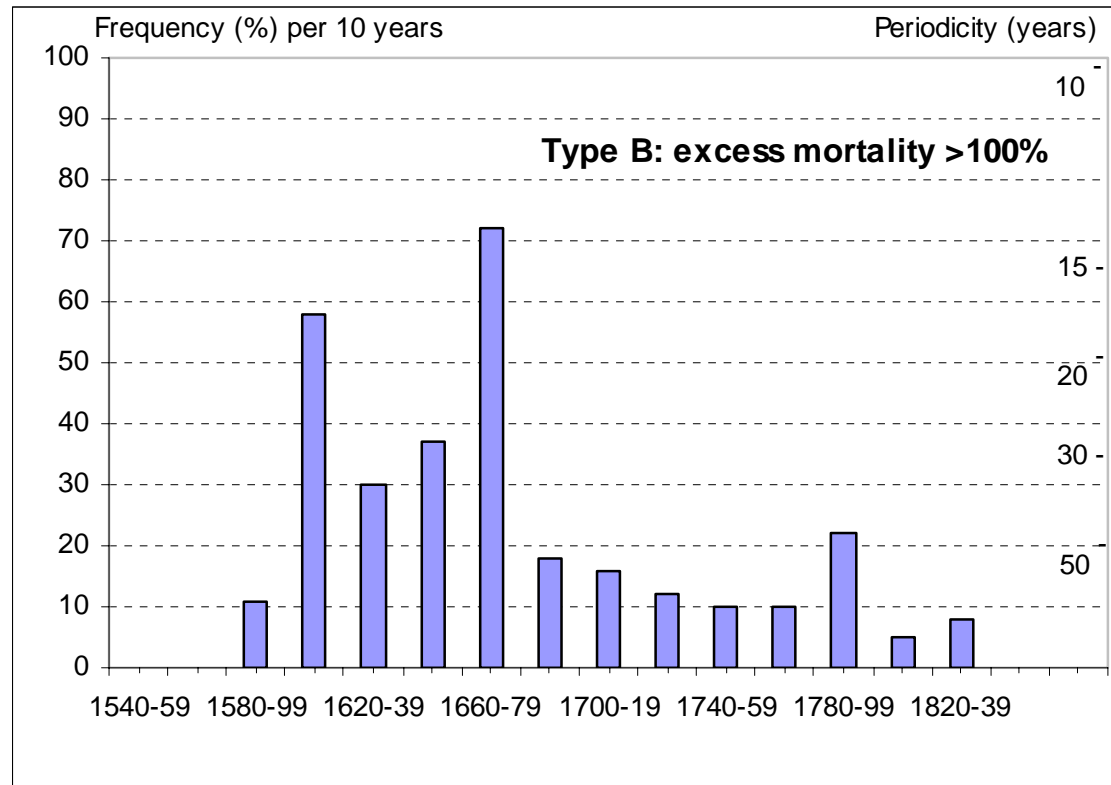
## Fréquence des crises de mortalité en Italie, 1560-1840 (1)

- Italie (Toscane) : Fréquence des crises de type A (excédent de mortalité équivalent à 50% des décès d'une année normale) (Livi-Bacci, 1978)



## Fréquence des crises de mortalité en Italie, 1560-1840 (2)

- Italie (Toscane) : Fréquence des crises de type B (excédent de mortalité équivalent à 100% des décès d'une année normale) (Livi-Bacci, 1978)



## *Récupération sans mécanisme auto-régulateur*

- Sans un tel mécanisme de compensation, la récupération est moins facile :
  - Un exemple sur une population africaine contemporaine : compensation possible jusqu'à 10-20% maxi de surmortalité (Lutz, 1994)

## Références bibliographiques

- **Leridon Henri et Toulemon L.** 1997. *Démographie. Approche statistique et dynamique des populations*. Paris, Economica.
- Coale Ansley. 1972. *The Growth and Structure of Human Populations: A Mathematical Investigation*. Princeton, Princeton University Press
- Lee Ronald. 1987. Population dynamics of humans and other animals. *Demography* 24(4) : 443-465
- Keyfitz Nathan. 1985 et 2005. *Applied Mathematical Demography*. Berlin and New-York, Springer-Verlag.
- Lee Ronald. 1987. Population dynamics of humans and other animals. *Demography* 24(4) : 443-465
- Leridon Henri. 2000. Vieillissement démographique et migrations : quand les Nations unies veulent remplir le tonneau des Danaïdes... *Population et Sociétés* n°358
- Livi-Bacci 1978. *La société italienne devant les crises de mortalité*. Florence, Dipartimento statistico (Conférence au Collège de France)
- Lotka Alfred. 1934 et 1939. *Théorie analytique des associations biologiques*. Paris, Hermann
- Lutz Wolfgang. 1994. *Population-Development-Environment: Understanding their interactions in Mauritius*. Berlin, Springer-Verlag.

.../...

- United Nations Population Division. 1998. *World Population Projections to 2150*. New York: United Nations
  - United Nations Population Division. 2004. [Long-range Population Projections](#). *Proceedings of the Technical Working Group on Long-range Population Projections*, New York, 30 June 2003
  - United Nations, Population Division, *Replacement migration : is it a solution to declining and ageing populations ?*, New York, 2000 (ESA/P/WP.160).
- « *Simulateur de population* » sur le site Ined  
(G. Pison) [http://www.ined.fr/fr/tout\\_savoir\\_population/jouer\\_population/](http://www.ined.fr/fr/tout_savoir_population/jouer_population/)