

SYNTHÈSE

En quelques décennies, les simulations numériques sont devenues un outil privilégié d'investigation dans les sciences et les technologies. Elles ont pour but de reproduire par le calcul le comportement d'un système décrit par un modèle, très souvent constitué d'équations aux dérivées partielles. Ces équations correspondent à la traduction mathématique de lois scientifiques. L'essor des simulations numériques renforce donc la nécessité de l'étude mathématique (analyse) de ces équations et de leur résolution numérique.

Les dernières décennies ont vu les simulations numériques s'imposer comme un outil indispensable d'investigation dans les sciences et technologies. Rendues possibles par les ordinateurs modernes, inventés précisément pour effectuer de telles simulations, elles permettent aujourd'hui d'étudier des systèmes complexes et d'observer des phénomènes ou des situations inaccessibles ou difficilement accessibles à l'expérience.

L'objectif habituel d'une simulation numérique est de reproduire ou de prédire par le calcul le comportement d'un système, nécessitant pour ce faire la description de ce système par un modèle. Traductions mathématiques de lois ou principes, les modèles utilisés dans de nombreux domaines scientifiques (Physique, Chimie, Mécanique, Météorologie, Sciences de l'Ingénieur, Finance...) et secteurs industriels (aéronautique, spatial, automobile, nucléaire...) sont constitués (ou incorporent) d'équations aux dérivées partielles. Une simulation numérique consiste donc à « résoudre ces équations » grâce aux ordinateurs.

Pour résoudre une simulation, il est nécessaire de définir le problème qui doit être résolu par l'ordinateur (problème dit discrétisé) ainsi que la manière appelée algorithme ou méthode numérique dont la machine effectuera les calculs. La discrétisation des équations aux dérivées partielles est en effet indispensable car les inconnues, dont les valeurs numériques sont à déterminer grâce aux simulations, sont a priori en nombre infini.

L'étude mathématique ou analyse mathématique, de ces équations permet d'aborder systématiquement les questions de discrétisation et d'algorithmes. Elle a, en outre, pour ambition d'étudier la validité des modèles à travers la découverte de propriétés satisfaites par les solutions des équations, ces propriétés pouvant être confrontées aux phénomènes réels. Cependant, l'analyse mathématique des équations aux dérivées partielles est souvent délicate en raison des phénomènes non linéaires présents dans la plupart des modèles réalistes.