Marchés complets…

Une première perspective sur le prix des actifs, le théorème de Modigliani-Miller.

Les questions de la finance théorique et les marchés complets.

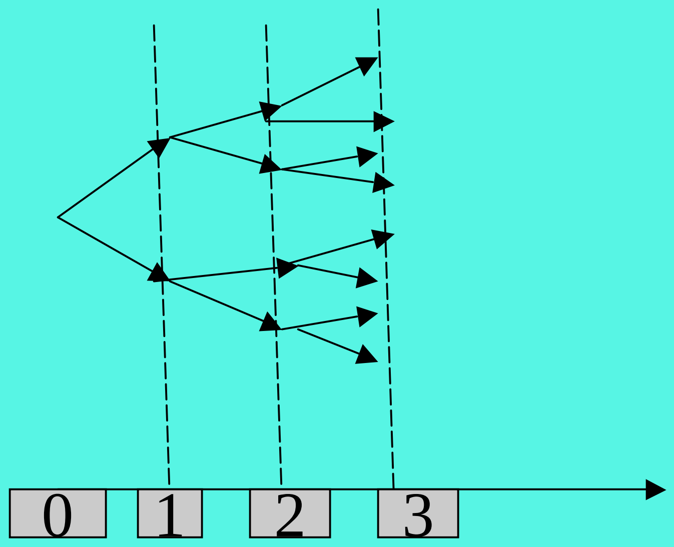
- Les questions de la finance théorique
- Questions positives :
  - Détentions des actifs, prix des actifs,rel. / prix,caractéristiques.
  - L’entreprise comme actif.
  - Relations entre variables réelles et financières
- Questions normatives :
  - Qualité de la protection contre le risque.
  - Bonne allocation des ressources financières / entreprise.
- Le monde des marchés complets
- Un monde simplifié…dans lequel,
  - (presque) toutes les questions (théoriques) de la finance
  - ont des réponses ….(relativement) simples.
- Grammaire…

Etats de la nature, marchés complets : Une seule période risquée.

- Etat de la nature :
  - un concept fondamental/ choix en incertain.
  - Aujourd'hui, t=0, demain t=1
  - $s \in S$ (nombre fini); $p(s)$, $\sum_s p(s) = 1$.
- *Marché complet*
  - Un seul bien physique, mais S+1 biens contingents.
  - Il y a un prix, aujourd'hui / le bien physique disponible en chaque état.
  - Actif : **actif d'Arrow** prix P(s), livre une unité de bien dans l'état s.
- **Logique** du choix d'actif : « couverture » non contrainte/prix existants
  - Agent : $\{V(c(0)) +[1/(1+e)] \sum p(s))V(c(s))\}$
  - Consentement à payer, bien contingent s : $[1/(1+e)]p(s))V'(c(s)\}/V'(c(0))$.
  - Cas prix prop. / probabilités.
    - Aversion pour le risque assurance complète.

Etats de la nature…

- Modèle inter-temporel t=1, 2, 3,
- **Arbre des états** : dimension temporelle.
  - 2 états de la nature par période,
  - $s(t) \in S(t)$, histoire, 8 pour t=3
- **Structure probabiliste plus complexe. :**
  - s(t) processus stochastique,
  - filtration S(t), s(t+1)/s(t).
- **Marchés completx :**
  - Un prix à chaque nœud, transfert entre les nœuds. (dans le ratio donné /prix).
  - p(s(t)) Echanges au ébut des temps



Comment obtenir la complétude ?

- .Cas à 2 périodes
- Actif a : un élément de R^S.
  - m+1 actifs de base {a(o),…a(m)}
  - Matrices des dividendes (s,m+1)
  - $A= [A(0), \ldots A(m)],\ A(j) \in R^S$
  - Portefeuille $\theta = [\theta(0),\ldots.\ \theta(m)]$
  - Dividende : portefeuille θ : $A\,\theta \in R^S$
- Si rang A = S : marchés complets :
  - $A\,\theta = y$ a une solution
  - Si rang <S, marchés incomplets
- Noter l'hypothèse de vente à découvert…

Comment obtenir la complètude ?

- **<u>Modèles inter-temporels à un bien physique</u>.**
  - Actifs d'Arrow emboîtés,
  - Actifs quelconques suffisamment nombreux et suff. emboîtés.
  - *Notion de complétude pas évidente*
    - *Exemple* : Lucas (78)
    - Une entreprise, y → <u>*y'*</u> stationnaire.
    - Actif : action de l'entreprise
- **<u>Nombre de biens physiques quelconques</u>**
  - **marchés à terme s.n +tous les marchés au comptant**.
- *Récapitulation des hypothèses :* ***<u>(hors cts de transactions faibles)</u>***
  - Rationalité individuelle, attitude S / risque.
  - *Aléas vérifiables et « contractibles », symétrie d'information.*
  - **+ prévision parfaite : « anticipations rationnelles ».**

Les conditions de l'équilibre intertemporel, avec marchés complets

- Un consommateur représentatif ou des consommateurs identiques.
  - $\sum^{T}_{t=0} d^t \, E\{V(\underline{\mathbf{c(t}})\}$
- **<u>W(t)</u>** ressources aléatoires, processus aléatoire..w(**<u>s(t</u>**))
  - **<u>c(t</u>**)=**<u>w(t)</u>**= w(**<u>s(t</u>**))
- **<u>Prix contingents :</u>** taux d'échanges entre les consommations entre deux dates-événements.
  - **P(t, s(t))** proport. {$\mathbf{d^t}$ p(s(t))V'(c(t)} (= avec linéaire en c(0))
  - **q(t)= $\mathbf{d^t}$ E[V'(<u>c(t</u>)]**
- <u>Taux d'intérêt.</u>
  - $q(t)=1/\{1+r(t)\}^t$
  - **<u>1+r(s(t),s(t+1))</u> = V'(c(s(t))/ d V'(c(s(t+1)),** taux d'intérêt entre les dates événements (s(t),s(t+1)),
  - **<u>1+ r(s(t),t+1)</u>** = **V'(c(s(t))/ d *E*V'(c(s(t+1)),**

Eléments de réponse : la courbe des taux

- La courbe des taux
  - **Zéros-coupons : 1 unité sûre à la date t**
- **<u>Ressources sans risque</u>**
  - $q(t)=1/\{1+r(t)\}^t$,
  - $1/\{1+r(t)\}^t = d^t \{V'(w(t)\}$
  - $\Rightarrow\{1+e\}/\{1+r(t)\}= \{V'(w(t)\}^{1/t}$
  - Courbe des taux plate si w(t)= cste, sinon : $r(t) > e \Leftrightarrow w(t)>w(0)$
  - Courbe des taux à terme : $\{1/(1+(f(t,h))\}^h = q(t+ h)/q(t)$ coincide avec ce qui se réalisera. $\{1+r(t)\}^t =(1+r(1)(1+r(1,1))..(1+r(t-1,1))$
- <u>Ressources risquées</u>
  - Effet de précaution.
  - Esp. Prix futur d'un zéro-coupon < prix à terme
  - **<u>1+ r(s(t),t+1)</u>** : prix futur du 0-coupon à maturité 1. , q(t)/q(t+1)
  - Effets informationnels.

Elèments de réponse :le prix des actifs

- Modèle à une période : un actif : a(s)
  - $\Pi\, dt = d\,[\sum p(s))V'(c(s))a(s)dt] = dE[\underline{V'a})]dt$
- Formule centrale :
  - $\Pi = d\mathrm{Cov}\,(\underline{V'a}) + dE\{\underline{V'}\}E[\underline{a}]$
- Autre forme : Taux d'intérêt zéro-coupon r
  - $\Pi - 1/(1+r)E(\underline{a}) = \mathrm{Cov}(d\underline{V',a})$
    - $E(a/\Pi) - (1+r) = (1+r)\,\mathrm{Cov}(d\underline{V',a/}\Pi)$
- Autre écriture :
    - Partant de $\Pi = d\,\{\sum p(s))V'(c(s))a(s)\}$,
    - Noter que $\{\sum d\, p(s))V'(c(s))\} = (1/1+r)$
  - $\Pi = (1/1+r) \sum t(s)a(s)\}, \ \sum t(s) = 1$
  - *Espérance mathématique avec probabilités corrigées du risque.*

Eléments de réponse :le prix des actifs

- Nbre quelconque de périodes, Cas particulier
- Neutralité au risque
  - Espérance mathématique de la valeur actualisée
- Faible variation de la consommation
  - Π - 1/(1+r)E($\underline{a}$)= -bCov($\underline{C,a}$)
- Suite inter-temporelle de dividendes.
  - Espérance mathématique avec probabilités corrigées du risque de la valeur actualisée
- Valorisation de l'entreprise de Lucas.
  - $V'(y)p(y)=d \int V'(y')(y'+p'(y')dF(y'/y)$.
  - Définir $g(y)=dE(V'/\underline{y'})$
  - Résoudre $f(y) = g(y)+d \int f(y')dF(y'/y)$.
  - $P(y) =f(y)/V'(y)$

Valeur de l'entreprise en marché complet.

- Entreprise :
  - Choix fixé
  - Suite y(s(t)) plans contingents
  - Génération nette de liquidité…
- Valeur de l'entreprise :
  - Valeur évaluée avec le système de prix complet p(s(t) de y(s(t))
  - = valeur de ses contreparties :
  - Valeur entreprise indépendante de la répartition de ses contreparties
- Contreparties possibles :
  - Actions, fraction a de l'entreprise -- ay(s),
  - Autres actifs à rémunérer,
  - Exemple la dette …

Le théorème de Modigliani Miller.

- THM : ***La valeur de l'entreprise ne dépend pas de la répartition dette actions***.
  - Valable sous des hypothèses plus faibles
- Mais ici des propriétés supplémentaires.
  - En réintroduisant les choix de production
  - les actionnaires d'accord sur le choix du plan de production.
- Du point de vue normatif :
  - Financement et production sont optimaux.

Biblio sommaire.

- **<u>Livres :</u>**

- Brunnermeier, M. K. (2001). “Asset Pricing under asymmetric Information - Bubbles, Crashes, Technical Analysis, and Herding.” <u>Oxford: Oxford University Press</u>.
- Campbell, J. Y. Consumption-Based Asset Pricing. <u>Handbook of the Economics of Finance</u>. Amsterdam.
- Demange G et Laroque G ,(2001) « Finance et Economie de l’incertain », Economica, 267 p.

Biblio sommaire.

- Articles sur Finance en information symétrique (séances 2-3-4)

- Arrow, K. J. (1964). “Le rôle des valeurs boursières pour la répartition la meilleure des risques.” Review of Economic Studies **31**(2): 91-96.
- Campbell, J. Y. (1995). “Some Lessons from the Yield Curve.” Journal of Economic perspectives **9**(3): 129-52.
- Campbell, J. Y. (2000). “Asset Pricing at the Millennium.” Journal of finance **55**(4): 1515-67.
- Constantinidés G. and D. Duffie (1996). “Asset Pricing with Heterogenous Consumers.” Journal of Political Economy **104**(2): 219-40.
- Dumas, B. (1989). “Two-Person Dynamic Equilibrium in the Capital Market.” Review of financial Studies **2**(2): 157-88

Biblio sommaire.

- Articles sur Finance en information symétrique (séances 2-3-4).

- Guesnerie, R. and J. Y. Jaffray (1974). Optimality of Equilibrium of Plans, Prices and Price Expectations. Allocation under Uncertainty, Equilibrium, Optimality. J. Dreze. London: Mac Millan, MacMillan**:** 71-86.
- Kreps, D. M. (1982). Multiperiod Securities and the Efficient Allocation of Risk: A Comment on the Black-Scholes Option Pricing Model. Chicago, University of Chicago Press.
- Lucas, R. E., Jr. , (1978). “Asset Prices in an Exchange Economy.” *Econometrica* **46**(6): 1429-1445.
- Ross, S. (1976). “Options and efficiency.” Quarterly journal of economics **90.**(1): 75 - 98.