

*Physique quantique - 31 Janvier 2011*

# Cours 2010-2011: Quatrième Leçon

## Information quantique avec qubits de phase

Après avoir brièvement décrit (&IV-A) la relaxation des qubits en analysant quelques causes essentielles de dissipation et en donnant les ordres de grandeur des temps de cohérence, nous abordons au &IV-B la description d'expériences réalisées avec des qubits de phase dans le groupe de John Martinis à l'Université de Santa Barbara. Nous commençons par montrer quelques dispositifs concrets couplant entre eux des qubits, qui donnent une idée de la complexité des expériences actuellement possibles.

Nous décrivons ensuite plus en détail une expérience de manipulation d'un qubit isolé (observation des oscillations de Rabi), puis une expérience ayant réalisé l'intrication de deux qubits, une opération qui combinée à des rotations séparées des qubits, revient à la réalisation d'une porte logique CNOT. Nous montrons aussi comment la mesure indépendante des qubits à l'aide de SQUIDS permet de reconstruire leur opérateur densité par tomographie quantique. Nous décrivons enfin une expérience ayant permis de tester les inégalités de Bell pour la première fois dans un système mésoscopique.

**IV-A**  
**Généralités sur la relaxation des qubits**

# Généralités sur la relaxation des qubits supraconducteurs

Nous avons jusqu'ici négligé la relaxation des qubits qui détruit les cohérences quantiques et limite le nombre d'opérations quantiques réalisables dans une séquence de mesures. Pour des qubits atomiques ou ioniques, la relaxation est dominée par l'émission spontanée, couplage aux modes vides du champ libre autour de l'atome, jouant le rôle d'un environnement. Pour les qubits supraconducteurs ce couplage existe, mais sa contribution est très faible en raison de la grande longueur d'onde du rayonnement. La relaxation est essentiellement due au couplage dissipatif avec les éléments du circuit nécessaire à la manipulation et la mesure du qubit: résistance résiduelle des conducteurs, pertes diélectriques dans les condensateurs, couplage à des impuretés «systèmes à 2 niveaux» dans les isolants etc...

On distingue 2 temps de relaxation: le temps  $T_1$  d'amortissement de l'énergie du qubit, associé à la décroissance exponentielle de la probabilité de le trouver dans l'état  $|1\rangle$ . L'état d'équilibre est  $|0\rangle$ , car la condition  $k_b T/h\omega \ll 1$  est remplie (typiquement  $T=25$  mK et  $\omega/2\pi = 5$  GHz). Le second est le temps  $T_2$  d'amortissement de la cohérence quantique entre  $|0\rangle$  et  $|1\rangle$ . On peut écrire de façon générale:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_\varphi} \quad (4-1)$$

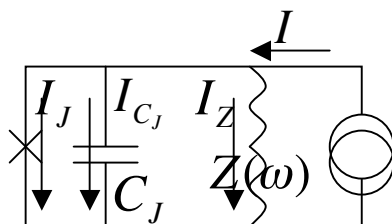
Le taux de relaxation  $1/T_\varphi$  est dû aux processus de déphasage de la cohérence liés aux fluctuations basse fréquence des divers paramètres qui contrôlent le qubit.

# Modèle simple pour calculer le $T_1$ d'un qubit supraconducteur

Un calcul *ab initio* de  $T_1$  doit décrire quantiquement le réservoir et l'évolution de l'opérateur densité du qubit qui lui est couplé. Il est cependant possible de court-circuiter ce calcul par une approche classique, de la même façon qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser la description du champ en terme de photons pour évaluer le temps d'émission spontanée d'un atome à deux niveaux. Il suffit de considérer la valeur moyenne du dipôle associé à une superposition de ses deux niveaux et d'évaluer, en utilisant les équations de l'électromagnétisme classique, la puissance rayonnée par ce dipôle et le temps que cette puissance met à perdre l'énergie de l'état atomique excité.

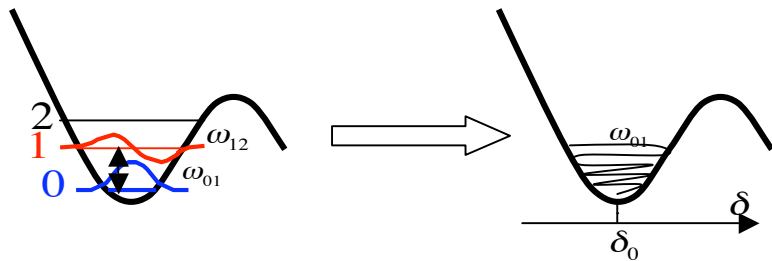
Une procédure analogue est possible pour un qubit supraconducteur. Considérons le modèle simple d'un qubit de phase contrôlé par une source de courant continu délivrant un courant  $I$  et ajoutons, en parallèle avec la JJ et sa capacité  $C_J$ , une impédance complexe  $Z(\omega)$  dépendant de la fréquence, qui représente l'impédance « ramenée au qubit » du circuit extérieur auquel appartient la source de courant. La conservation du courant se met, en exploitant les formules de l'effet Josephson,

sous la forme d'une équation décrivant un mouvement oscillant amorti:



$$I = I_J + I_Z + I_{C_J} = I_0 \sin \delta + \frac{\hbar}{2e} \frac{1}{Z} \frac{d\delta}{dt} + \frac{C_J \hbar}{2e} \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (4-2)$$

# Modèle simple pour calculer le $T_1$ d'un qubit supraconducteur (suite)



On remplace le problème quantique par celui du mouvement oscillant à la fréquence  $\omega_{01}$  d'une particule classique dans le puits de potentiel du plan incliné ondulé. L'équation du mouvement s'écrit, en linéarisant autour de  $\delta = \delta_0$ :

$$\frac{C_J \hbar}{2e} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{\hbar}{2e Z} \frac{d\delta}{dt} + I_0 [\delta - \delta_0] \cos \delta_0 = 0 \quad (4-3)$$

On cherche une solution sous la forme:  $\delta - \delta_0 = \alpha e^{-izt}$

Et on obtient  $z$  en résolvant l'équation du second degré:  $\frac{C_J \hbar}{2e} z^2 + i \frac{\hbar}{2e Z} z - I_0 \cos \delta_0 = 0$

La solution se met sous la forme  $z_{\pm} = \pm \omega - i\gamma/2$  où  $\omega$  et  $\gamma$  sont données par les expressions approchées, valable quand l'impédance satisfait les conditions indiquées:

$$\omega \approx \sqrt{\frac{2I_0 e \cos \delta_0}{\hbar C_J}} \quad ; \quad \gamma = \frac{1}{RC_J} \quad (\text{avec } R = \text{Re}[Z(\omega)] \gg \frac{1}{C_J \omega}, \text{Im}[Z(\omega)]) \quad (4-4)$$

On retrouve l'expression (3-4) de la fréquence du qubit, dont l'amplitude est maintenant amortie avec la constante de temps  $2/\gamma$ . Ce temps est le double de la durée de vie de l'état 1 du qubit, puisque le dipôle décroît avec un amortissement moyenne de ceux de l'état excité et de l'état fondamental qui est nul. On a donc:

$$T_1 = \frac{1}{\gamma} = RC_J \quad (4-5)$$

# Relaxation des qubits supraconducteurs: ordres de grandeur

Un qubit de phase a  $C_J \sim 10$  pF. L'impédance du circuit de couplage à une source de courant dc est de l'ordre de  $100 \Omega$ , d'où  $T_1 \sim 1$  ns. Pour faire mieux, le contrôle direct par courant est remplacé par un contrôle par flux (voir leçon 3) avec un circuit inductif incluant des transformateurs supraconducteurs tel que l'impédance rf vue par le qubit est  $> 100$  k $\Omega$ . Le temps  $T_1$  devient  $\sim 500$  ns. Des  $T_2$  du même ordre sont obtenus en contrôlant les causes de déphasage induit par les fluctuations diverses. Les qubits de charge, un peu mieux isolés, ont des  $T_1$  et  $T_2 \sim 4$  fois plus longs,  $\sim 2 \mu$ s. Ces chiffres (de 2008) sont constamment améliorés par des méthodes sophistiquées de contrôle et d'isolement des qubits. Le facteur Q associé est:

$$Q_{qb} = \frac{\omega}{\gamma} = \omega T_1 \approx 3 \cdot 10^4 \quad (4-6)$$

Les Q des résonateurs rf des expériences de circuit QED sont du même ordre de grandeur. Il reste une grande marge d'amélioration possible si on rappelle que les cavités utilisées dans les expériences de cavité QED de l'ENS ont un  $Q = 4 \cdot 10^{10}$ . La difficulté est qu'il faut coupler aux qubits un circuit extérieur complexe (incluant des diélectriques) ce qui n'est pas le cas des cavités de l'ENS.

Le nombre d'opérations possibles  $N_{op}$  pendant le temps de relaxation est un facteur de mérite essentiel. Une opération (porte à un ou deux qubits) doit prendre un temps  $T_{op}$  minimum  $\sim 100$  périodes du qubit (soit  $T_{op} \geq 200\pi/\omega \sim 20$  ns). On a donc:

$$N_{op} = T_1 / T_{op} \approx \frac{Q_{qb}}{200\pi} \approx 50 \quad (4-7)$$

**IV-B**

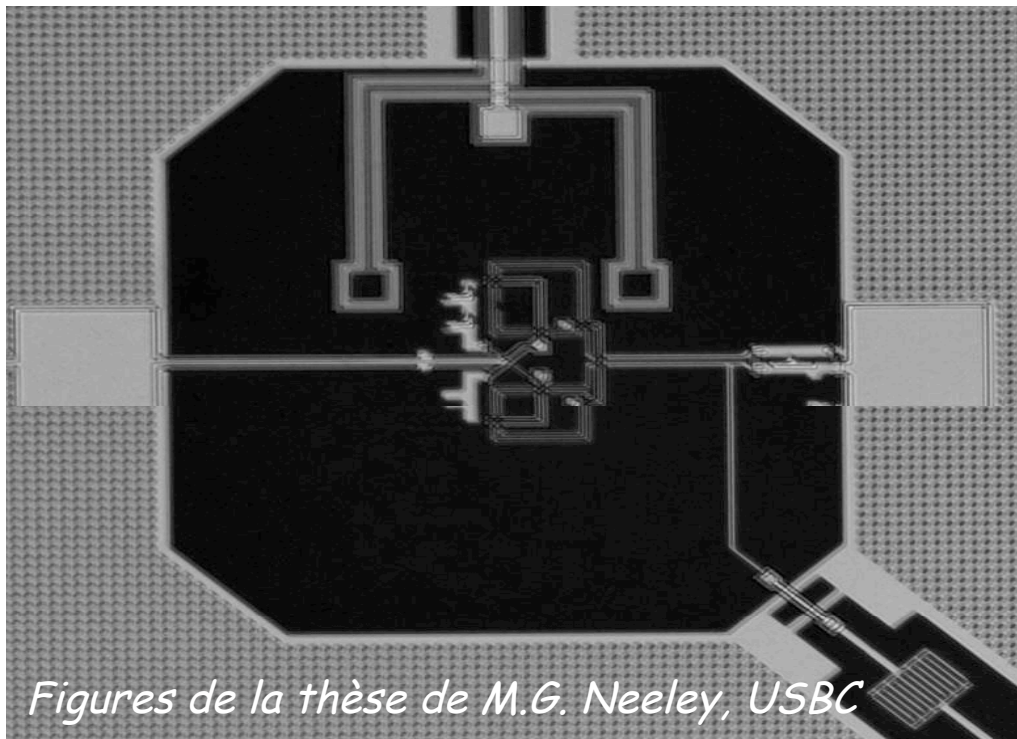
**Expériences avec qubit de phase  
(groupe de J.Martinis)**

## Exemple de qubit de phase (groupe J.Martinis, USBC)

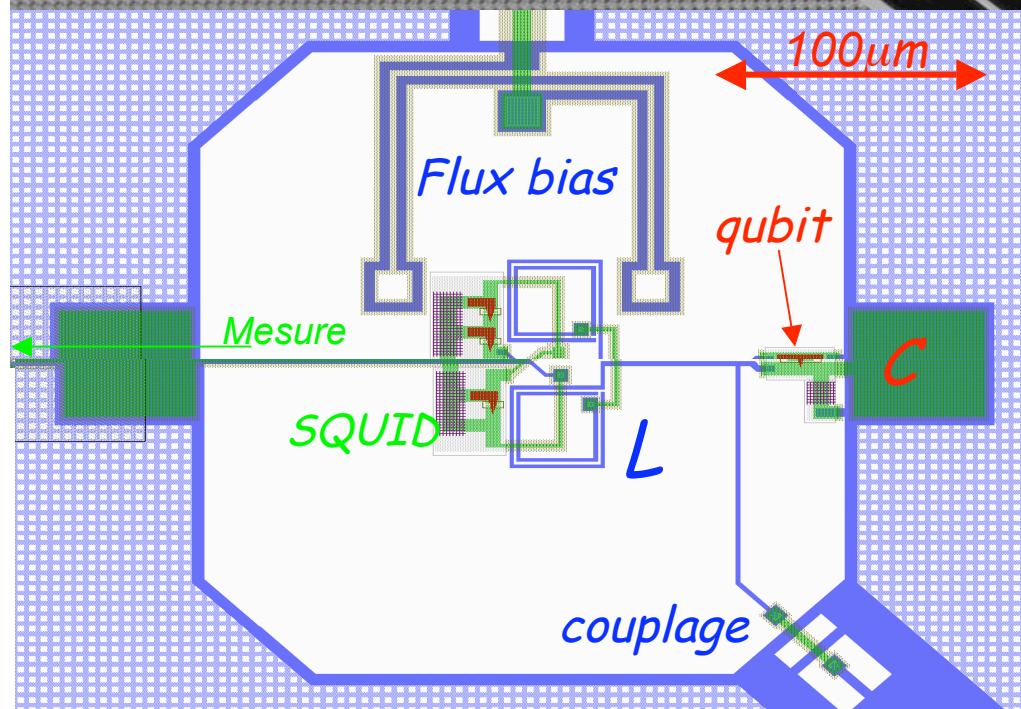
Microphotographie (en haut) et schéma (en bas) d'un circuit montrant la **jonction du qubit (en rouge)** avec le condensateur **C** qui la shunte pour ajuster sa capacité, le circuit en forme de huit réalisant **l'inductance L (en bleu)**, le circuit inductif du **SQUID en huit également (vert)** avec ses **trois jonctions (rouges)** et, en haut, le **circuit de contrôle (flux bias)** permettant d'envoyer un flux à travers le circuit du qubit, soit pour l'accorder en fréquence soit pour ajuster son potentiel afin de faire transiter le qubit excité par effet tunnel (mesure par le SQUID).

Dans cette version, la radiofréquence effectuant les rotations du qubit est transmise par le **circuit de contrôle**. La ligne de sortie en bas à droite couple à travers une capacité le qubit à d'autres qubits ou à un résonateur (ce qubit est inséré dans un circuit de 4 qubits couplés en étoile, voir page suivante).

Le supra est Al et le diélectrique des jonctions est  $\text{AlO}_x$  amorphe (substrat en saphir ( $\text{Al}_2\text{O}_3$  cristal)).



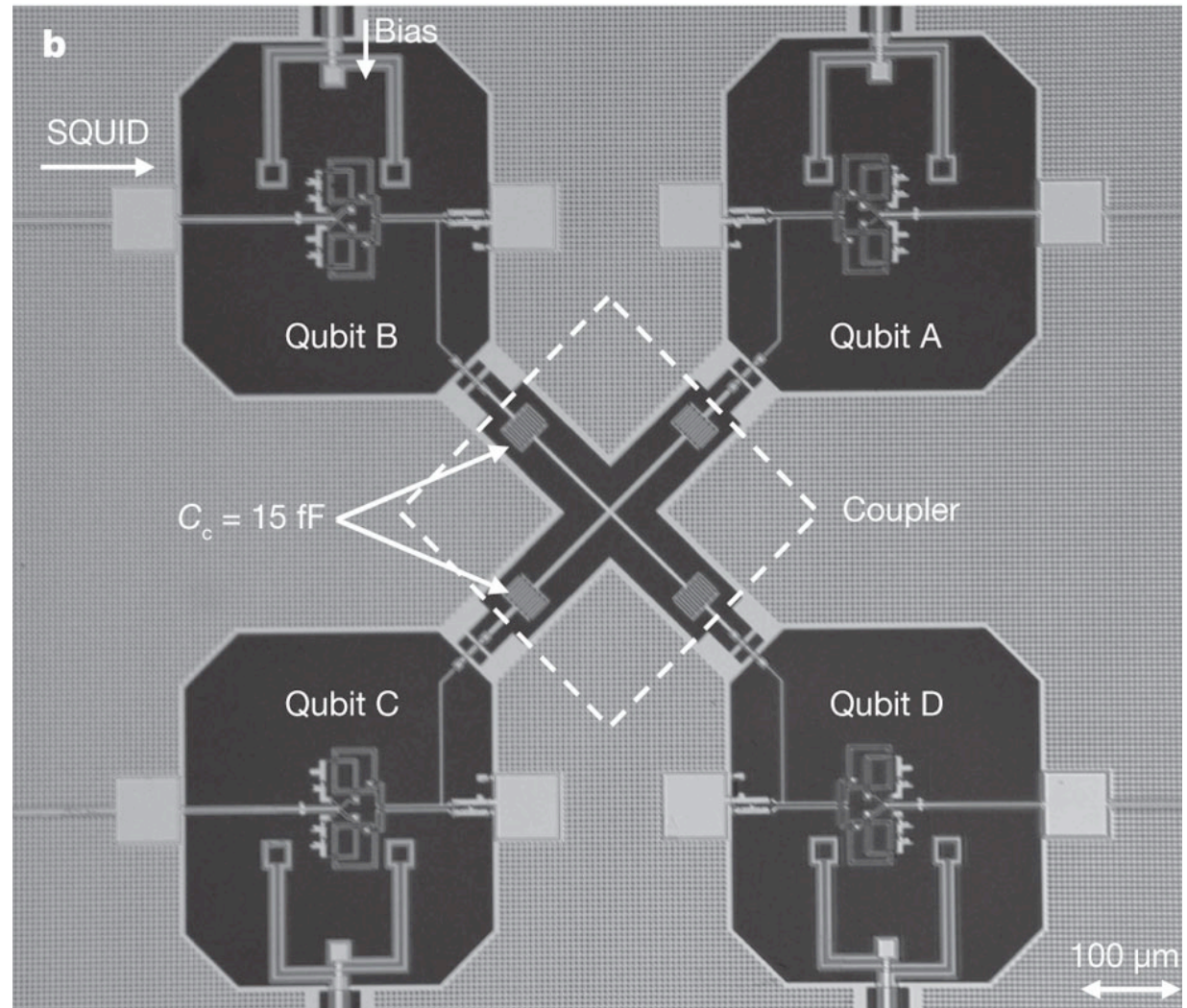
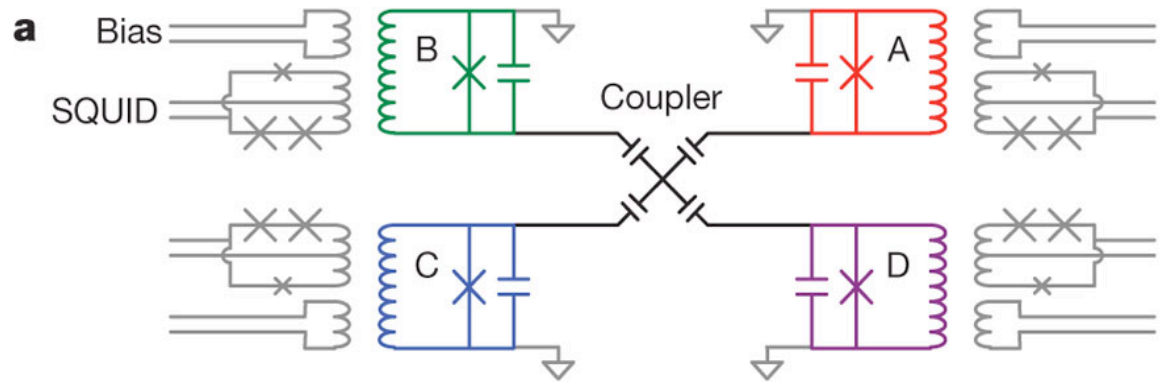
Figures de la thèse de M.G. Neeley, USBC





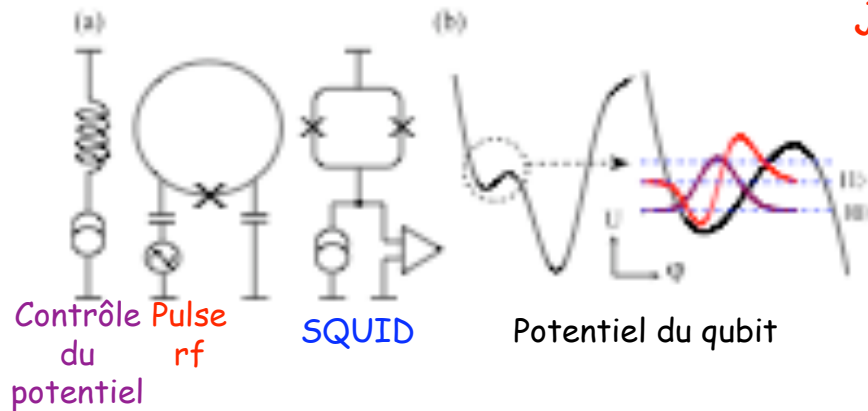
Microphotographie  
montrant quatre  
qubits couplés,  
manipulés et lus  
indépendamment  
pour des  
expériences  
d'intrication  
quantique (circuit  
équivalent en haut)

*(M.Neeley et al,  
Nature, 467, 570  
(2010))*



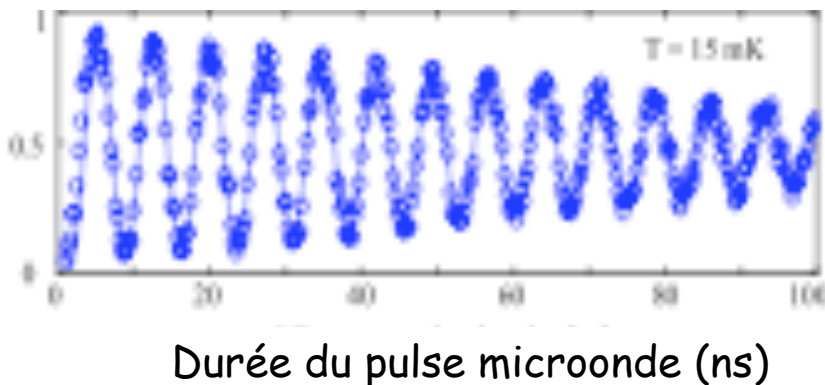
# Oscillations de Rabi d'un qubit de phase

*J.Lisenfeld et al, Phys.Rev.Lett.99, 170504 (2007)*



L'observation d'oscillations de Rabi bien contrastées est une indication de l'aptitude à réaliser des opérations fidèles à un qubit. L'expérience revient à faire une rotation du vecteur de Bloch du qubit autour d'un axe Ou du plan équatorial de la sphère de Bloch.

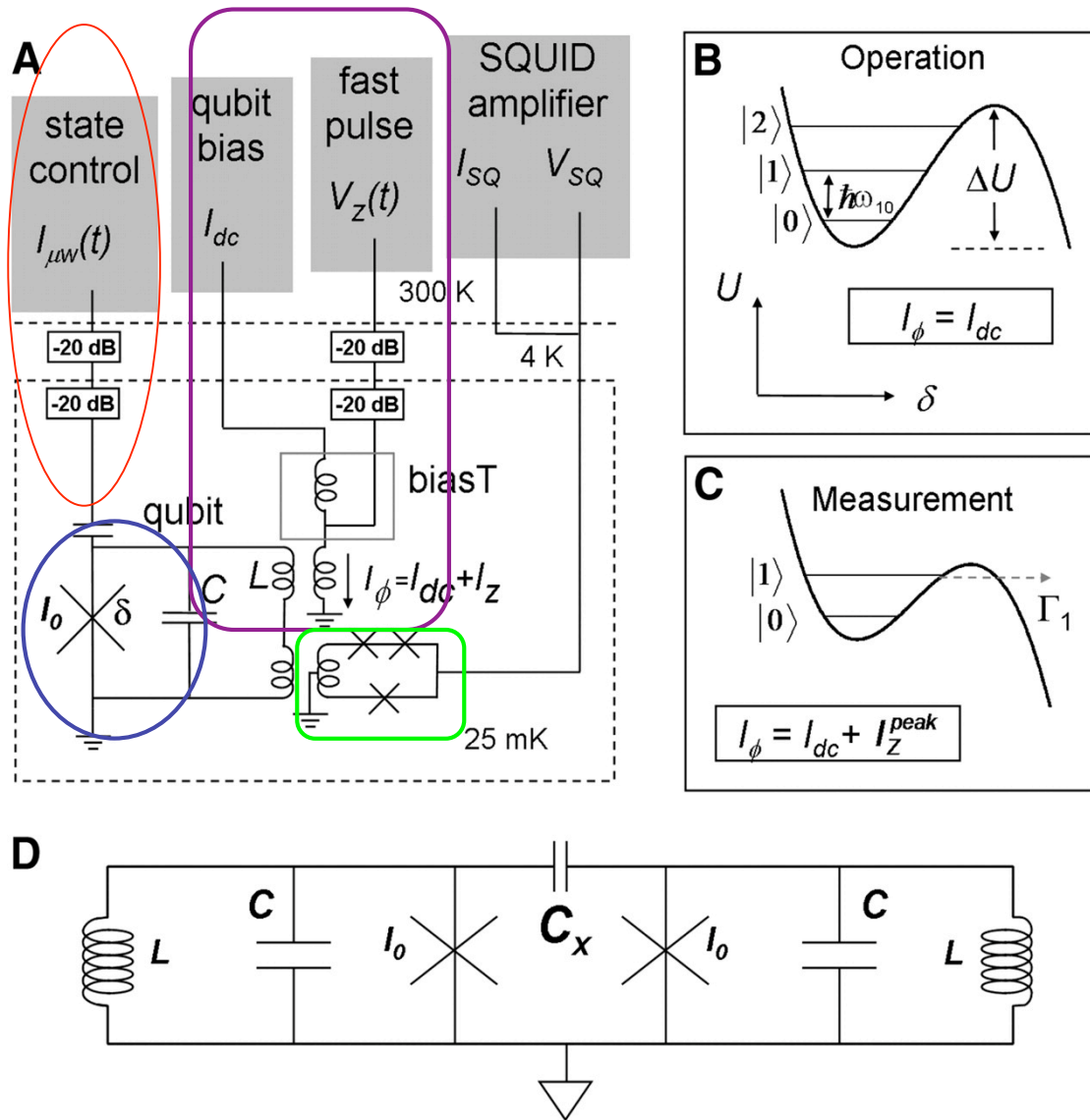
Le qubit **contrôlé par le flux induit par la source continue** (à gauche) est excité par **la radio-fréquence** à résonance pendant un temps variable, puis la mesure est effectuée en modifiant la forme du potentiel permettant au système de sortir du puits par effet tunnel s'il est dans l'état 1, ce qui est détecté par le basculement du **SQUID** (à droite). Après chaque mesure, le qubit est réinitialisé en ramenant le potentiel à sa forme initiale et en attendant la thermalisation de son état dans  $|0\rangle$  (en  $\sim qqs \mu s$ ). Pour chaque délai, la séquence est répétée  $qqs$  centaine de fois, donnant une probabilité  $P_1(t)$  en  $\sim 10^{-3}$  s. Le signal obtenu en variant  $t$  est l'oscillation de Rabi. On l'obtient en un temps d'accumulation total de l'ordre de 1s.



La période de l'oscillation est typiquement de 10 ns. Des dizaines d'oscillations sont observables pendant le temps  $T_1$ . En variant les paramètres, une rotation arbitraire du qubit peut être réalisée. L'étude du contraste et de la décroissance du signal permet de mesurer  $T_1$  en fonction de la température.

# Intrication de deux qubits

M. Steffen et al, *Science*, **313**, 1423 (2006).



Expérience de couplage de deux qubits. La fig. A montre le circuit de manipulation et de mesure de chaque qubit. La manipulation de l'état est réalisée par la source rf qui génère des impulsions de durée, amplitude, fréquence et phase ajustables. L'accord du qubit et l'impulsion rapide de mesure qui change la forme du potentiel sont réalisés par le circuit d'accord (qubit bias and fast pulse) couplé au qubit par induction. La mesure est faite par un SQUID également couplé au qubit par induction. Les fig. B et C rappellent les caractéristiques du potentiel pendant les phases d'opération et de mesure. La fig. D montre le schéma de couplage des deux qubits (en omettant les circuits de manipulation et contrôle).

# Intrication de deux qubits (suite)

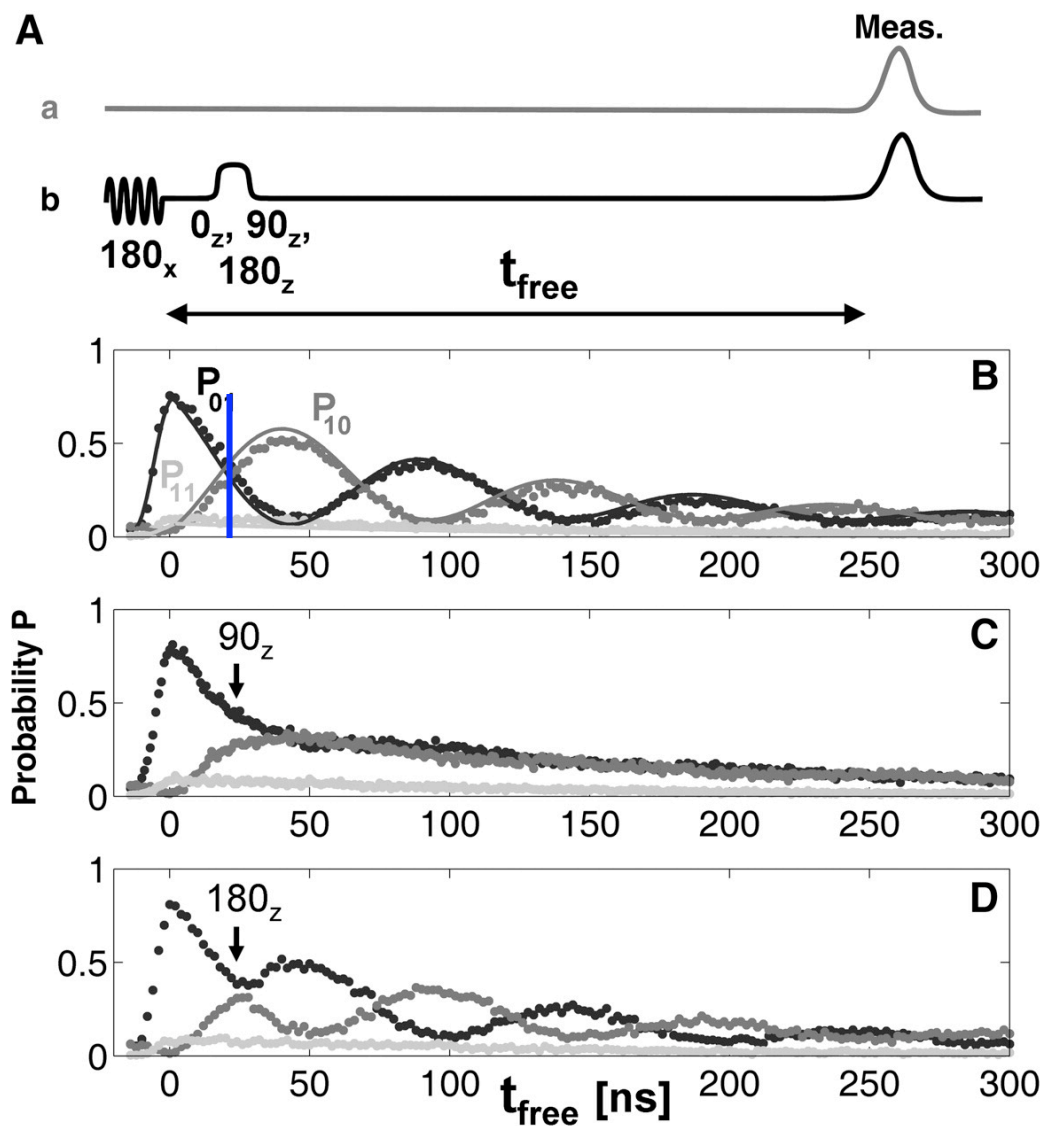
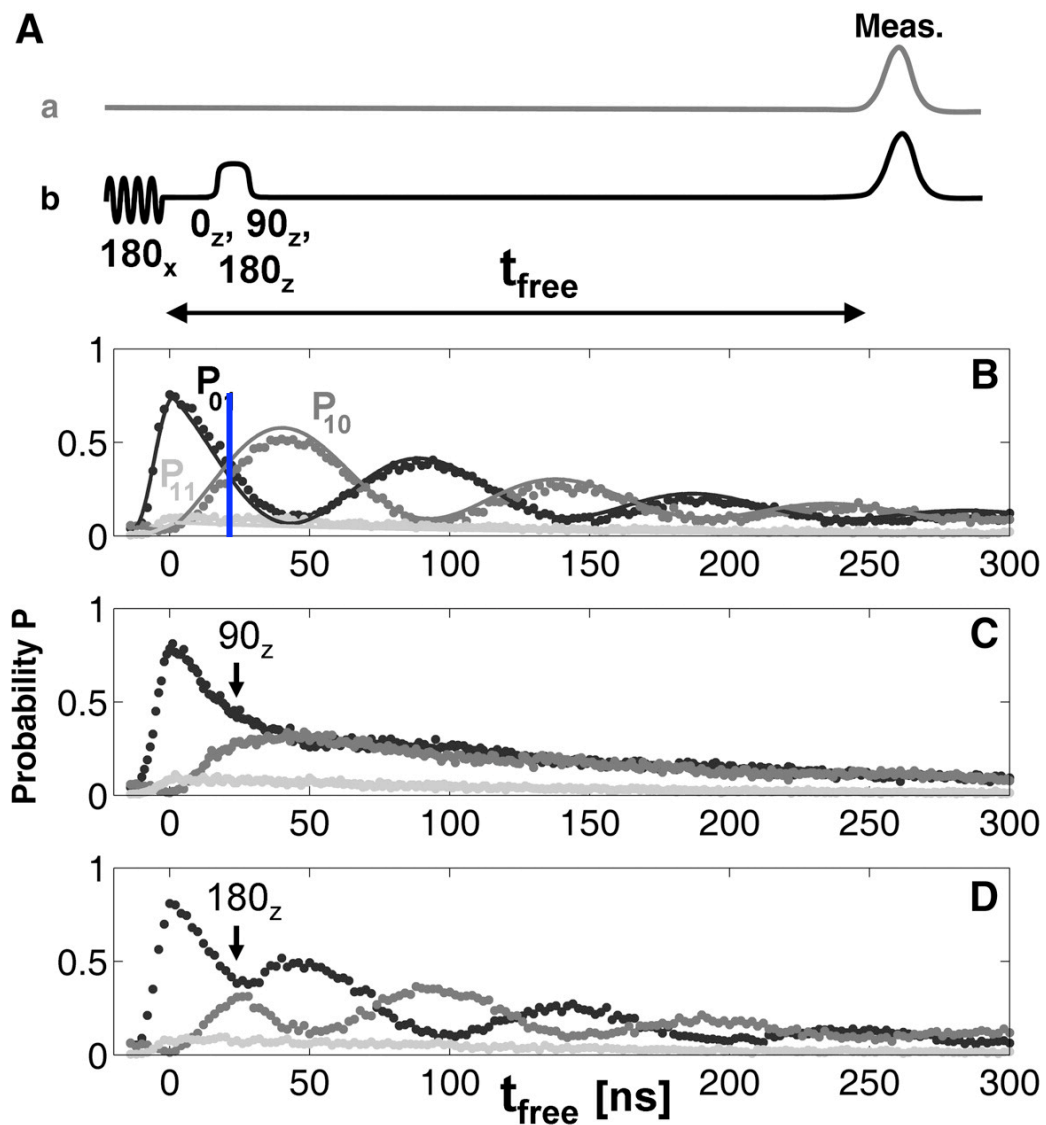


Fig.2A: séquence temporelle des opérations sur les qubits a et b. Un pulse  $\pi$  est appliqué au qubit b, préparant l'état  $|0_a 1_b\rangle$ , puis les 2 qubits sont mis en résonance pendant un temps  $t_{free}$  pendant lequel ils interagissent, le système oscillant entre les états  $|0,1\rangle$  et  $|1,0\rangle$ . Finalement les 2 qubits sont mesurés. La séquence est répétée pour chaque  $t_{free}$  (comme pour l'expérience d'oscillation de Rabi d'un qubit) et les probabilités  $P_{01}$ ,  $P_{10}$ ,  $P_{00}$  et  $P_{11}$  sont reconstruites. Une rotation rapide  $\pi/2$  ou  $\pi$  autour de  $O_z$  peut aussi être appliquée au qubit b au moment où l'intrication des deux qubits est maximale. La fig 2B montre les oscillations en opposition de phase des probabilités  $P_{01}$  et  $P_{10}$ . **A 25 ns**, l'état :

$$|\Psi_{ab}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle - i|1,0\rangle)$$

est préparé. La rotation  $\pi/2$  ou  $\pi$  autour de  $O_z$  appliquée à cet instant au qubit b permet de tester cette intrication (traces C et D discutées page suivante)

# Intrication de deux qubits (suite)



Une rotation d'un angle  $\theta$  du qubit b autour de Oz est réalisée en le désaccordant pendant un temps  $\tau$  d'une quantité  $\Delta$  telle que  $\Delta\tau=\theta$ . Après cette rotation, l'état maximalement intriqué  $|\Psi_{ab}\rangle$  devient:

$$|\Psi'_{ab}(\theta)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{i\frac{\theta}{2}} |0,1\rangle - ie^{-i\frac{\theta}{2}} |1,0\rangle \right)$$

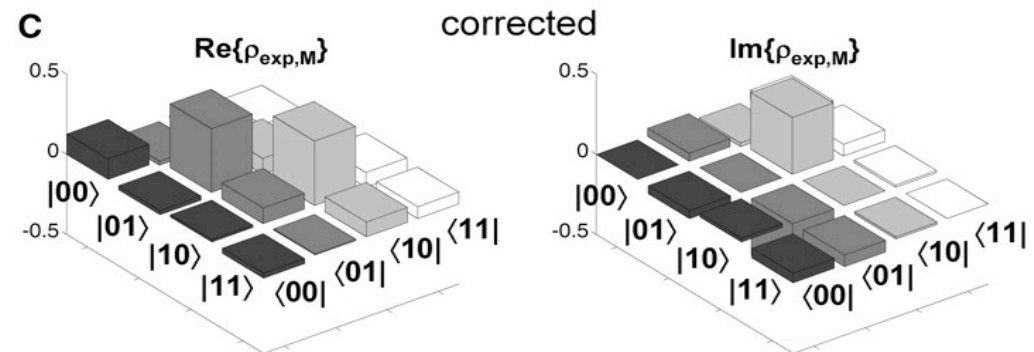
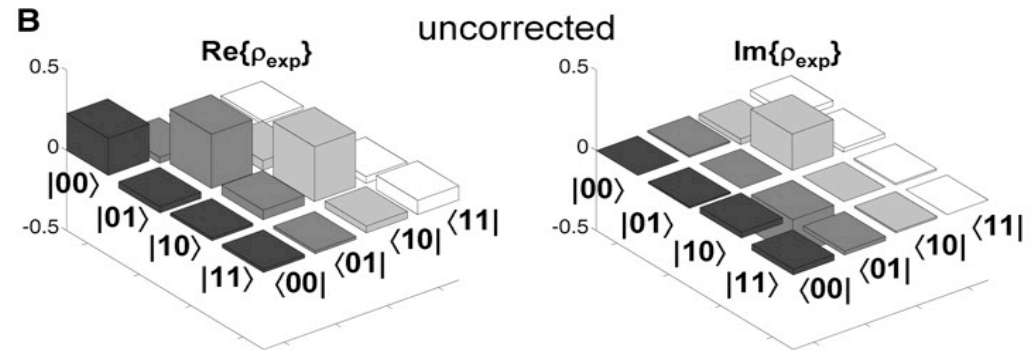
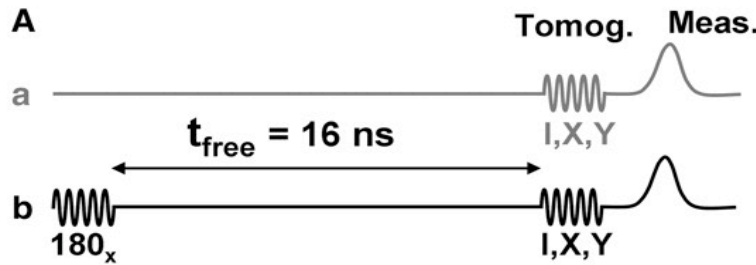
soit pour  $\theta=\pi/2$  et  $\theta=\pi$ :

$$|\Psi'_{ab}(\theta = \frac{\pi}{2})\rangle = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} (|0,1\rangle - |1,0\rangle)$$

$$|\Psi'_{ab}(\theta = \pi)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (i|0,1\rangle - |1,0\rangle)$$

Dans le 1<sup>er</sup> cas, la rotation porte les qubits dans un état propre de l'hamiltonien global, qui cesse donc d'évoluer: les oscillations disparaissent (Fig.C). Dans le 2<sup>nd</sup> cas, le déphasage équivaut à une translation d'une demi période des oscillations dans le temps: celles-ci reprennent en opposition de phase (trace D). Ces manipulations de la cohérence quantique prouvent l'intrication entre a et b.

# Intrication de deux qubits (fin)



## Tomographie de l'état intriqué:

A. Séquence d'opérations appliquées aux qubits. Le qubit B subit un pulse  $\pi$  puis est couplé à (a) pendant  $t_{\text{free}}$ , conduisant à l'état maximale intriqué  $(|01\rangle - i|10\rangle)/\sqrt{2}$ . Trois opérations sont ensuite effectuées sur (a) et (b) et combinées de toutes les

façons possibles: l'identité I ou une rotation de  $\pi/2$  autour de  $O_x$  ou de  $O_y$ . On répète un grand nombre de fois et on reconstruit les valeurs moyennes des 15 opérateurs  $\sigma_{ia}$ ,  $\sigma_{jb}$  et  $\sigma_{ia}\sigma_{jb}$  ( $j=x,y,z$ ) à partir desquelles on obtient les 16 éléments de matrice de l'opérateur densité des qubits (tomographie). L'opérateur densité attendu est:

$$\rho = \frac{1}{2} [ |01\rangle\langle 01| + |10\rangle\langle 10| + i(|01\rangle\langle 10| - |10\rangle\langle 01|) ]$$

B. Opérateur densité obtenu avec, à gauche, sa partie réelle essentiellement diagonale et à droite sa partie imaginaire essentiellement non-diagonale avec éléments de matrice prenant des valeurs à peu près opposées. C: le même opérateur après corrections prenant en compte la fidélité calibrée indépendamment des mesures à un qubit. La fidélité brute de préparation de l'état intriqué est de 75% et celle obtenue après correction est 87%.

# Intrication par « $\sqrt{\text{iswap}}$ » et réalisation d'une porte CNOT

L'échange entre les 2 qubits sous l'effet de  $H_{\text{int}}$  réalisée à l'instant  $\tau = \pi/2g$  la transformation unitaire décrite dans la base  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$  par la matrice:

$$U_{\sqrt{\text{iswap}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -i/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -i/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad [U_{\sqrt{\text{iswap}}}]^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4-8)$$

L'opération est appelée  $\sqrt{\text{iswap}}$  car son carré (réalisé en laissant agir  $H_{\text{int}}$  pendant  $2\tau = \pi/g$ ) échange la valeur des qubits a et b dans la base logique (avec un déphasage). Cette  $\sqrt{\text{iswap}}$ , combinée à des opérations à un qubit, permet de réaliser la porte universelle CNOT. Au lieu de réaliser le « swap » en multipliant directement deux  $\sqrt{\text{iswap}}$ , intercalons entre elles une rotation du qubit a de  $\pi$  autour de l'axe Ox de la sphère de Bloch. Cette rotation est décrite par l'opérateur  $R_x(\pi) = \exp(-i\pi\sigma_x/2) = -i\sigma_x$  soit dans la base des états  $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ :

$$R_x^a(\pi) = -i \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4-9)$$

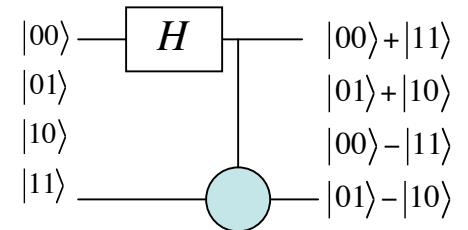
Un calcul simple de produit de matrices donne alors:

$$U_{\sqrt{\text{iswap}}} R_x^a(\pi) U_{\sqrt{\text{iswap}}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & i & 0 \\ 1 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 1 \\ 0 & i & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

**Ce produit d'opérateurs transforme la base logique en base de quatre états maximale ment intriqués, correspondant, à des phases près, aux 4 états de Bell.**

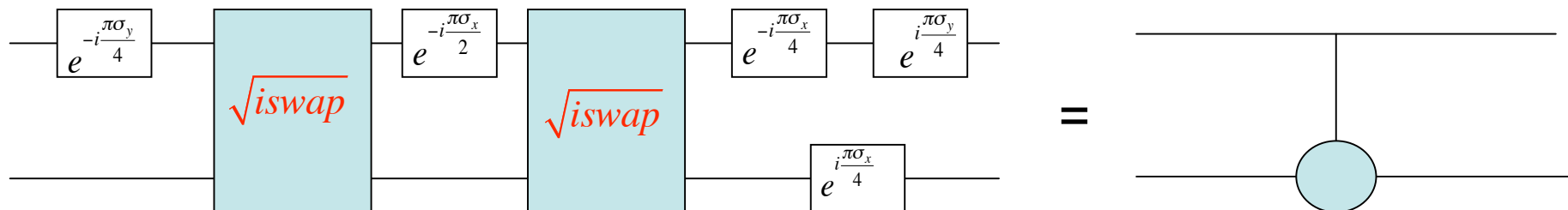
# Intrication par « $\sqrt{\text{iswap}}$ » et réalisation d'une porte CNOT

Le passage de la base logique à la base des états de Bell est réalisé de façon « standard » par une porte CNOT précédée d'une transformation unitaire de Hadamard  $H=(\sigma_z+\sigma_x)/\sqrt{2}$  agissant sur le qubit de contrôle a (voir figure ci contre). A un échange des états de Bell et des changements de phases près, ce circuit est ainsi équivalent au produit des deux  $\sqrt{\text{iswap}}$  encadrant la rotation d'angle  $\pi$  du qubit a. Pour rétablir l'ordre de la base de Bell, ajuster les phases et obtenir exactement une porte CNOT à partir de deux  $\sqrt{\text{iswap}}$ , il suffit de combiner ce produit d'opérations avec des portes à un qubit qui reviennent à des changements de base logique. Décomposées en rotations autour des axes  $O_x$  et  $O_y$ , cela donne les produits d'opérations:



$$R_y^a\left(-\frac{\pi}{2}\right)R_x^a\left(\frac{\pi}{2}\right)R_x^b\left(-\frac{\pi}{2}\right)U_{\sqrt{\text{iswap}}}R_x^a(\pi)U_{\sqrt{\text{iswap}}}R_y^a\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -i \\ -i & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & i & 0 \\ 1 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 1 \\ 0 & i & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = e^{i\frac{5\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ (4-11) \end{matrix}$$

On reconnaît dans le membre de droite de cette équation la table de vérité du circuit CNOT (à une phase globale sans importance physique près). D'où l'équivalence des circuits logiques:





# Violation des inégalités de Bell avec deux qubits supraconducteurs

Une caractéristique essentielle des états de Bell est leur non-localité, l'impossibilité d'expliquer les corrélations des mesures des deux qubits en terme de variables locales classiques dont les valeurs seraient déterminées (mais cachées) avant la mesure. Si de telles variables existaient, des signaux de corrélation obtenus en effectuant des mesures statistiques sur les deux qubits devraient satisfaire des inégalités de Bell dont la violation est la signature de l'intrication quantique. Cette violation, vérifiée d'abord sur des paires de photons intriqués, a également été observée sur des ions piégés (voir cours des années antérieures). Elle a été démontrée très récemment sur une paire de qubits de phase intriqués.

Rappelons la version CHSH des inégalités de Bell. Mesurons l'un des opérateurs de Pauli  $\sigma_a, \sigma_{a'}$  pour le qubit a et l'un des opérateurs  $\sigma_b, \sigma_{b'}$  pour le qubit b. Les directions a,a' et b, b' peuvent être choisies de façon arbitraire (pas nécessairement les directions des axes de la sphère de Bloch). La mesure de ces opérateurs donne les résultats  $\varepsilon_{a,a'}$  et  $\varepsilon_{b,b'} = \pm 1$ . Si ces valeurs étaient 'contrafactuelles', c'est à dire si elles existaient avant la mesure, on pourrait écrire pour chaque réalisation (même si seulement 2 des 4 quantités sont mesurées à chaque fois):

$$(\varepsilon_b - \varepsilon_{b'})\varepsilon_a + (\varepsilon_b + \varepsilon_{b'})\varepsilon_{a'} = \pm 2 \quad (4-12)$$

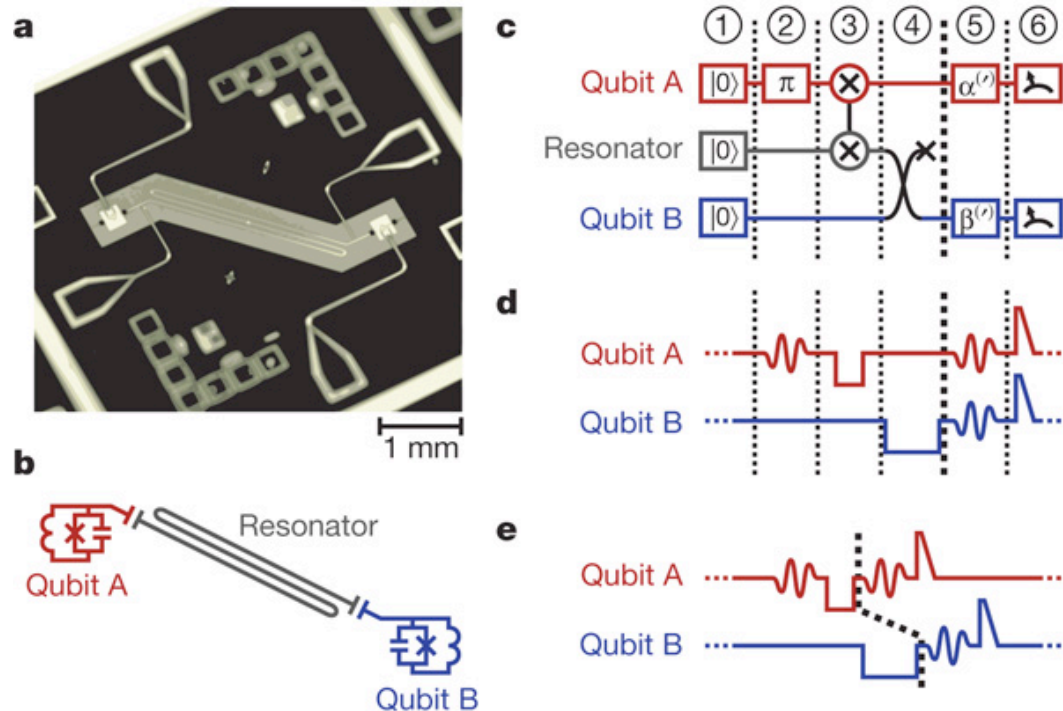
En moyennant sur un grand nombre de réalisations dans lesquelles on mesure  $\sigma_a$  ou  $\sigma_{a'}$  sur un qubit et  $\sigma_b$  ou  $\sigma_{b'}$  sur l'autre on construit le signal de Bell:

$$S = \langle \sigma_a \sigma_b \rangle + \langle \sigma_{a'} \sigma_b \rangle - \langle \sigma_a \sigma_{b'} \rangle + \langle \sigma_{a'} \sigma_{b'} \rangle \quad (4-13)$$

qui, si les variables cachées existaient et la relation (4-12) était valide satisfierait l'inégalité évidente  $|S| \leq 2$ . Or le calcul de ce signal dans l'état  $|01\rangle - |10\rangle$  montre que S atteint la valeur  $2\sqrt{2}$  pour un angle de  $90^\circ$  entre les directions de a et a' (et de b, b') et un angle entre a' et b' de  $45^\circ$ . Ce résultat invalide l'hypothèse des variables cachées donnant un sens à l'équ. (4-12).

# Test de Bell avec qubits supra

(M. Ansmann et al, Nature, 461, 504 (2009))



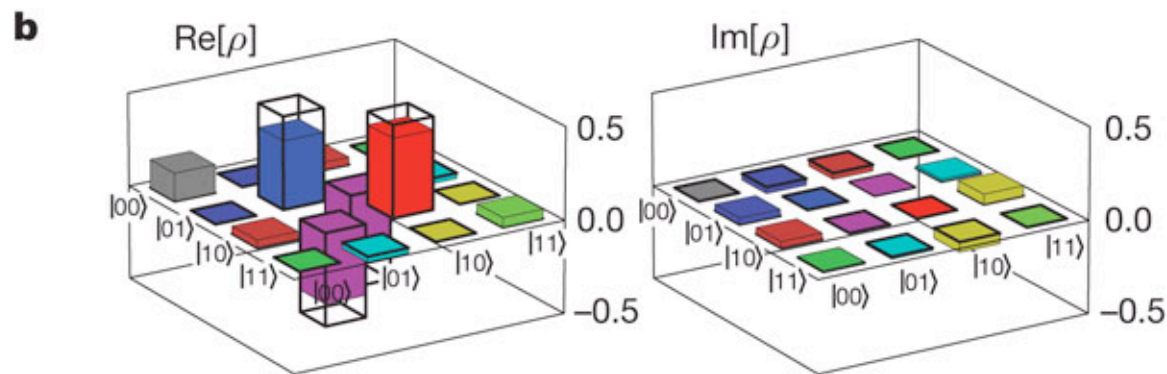
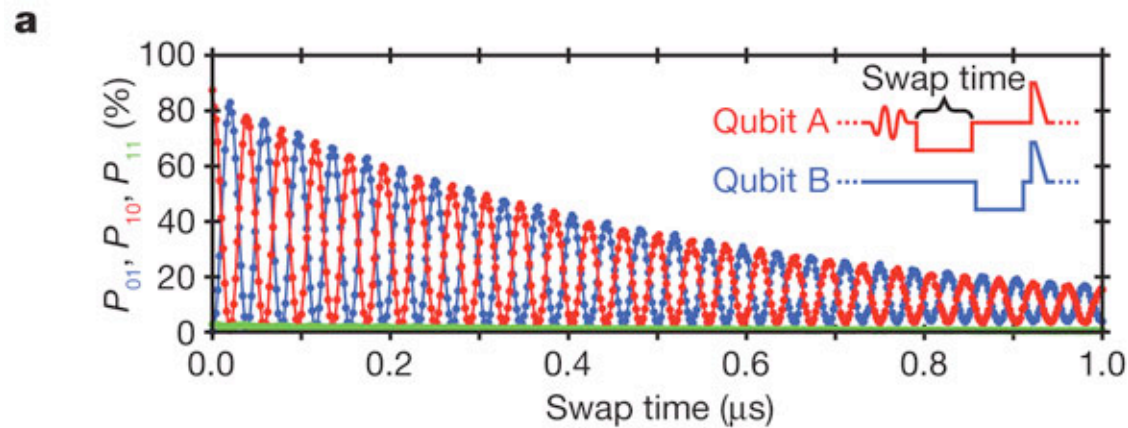
Au lieu d'être couplés directement, les 2 qubits de phase interagissent par leur couplage capacitif à un long **résonateur** coplanaire, mettant les deux qubits à une distance de trois millimètres et minimisant le « crosstalk » au moment de la mesure. La séquence des opérations est schématisée à droite. Les deux qubits et le résonateur sont initialisés dans leurs états de base  $|0\rangle$  (étape 1). Un pulse  $\pi$  est ensuite appliqué au qubit A (étape 2). Le qubit A est ensuite mis à résonance avec le résonateur **R** pendant le temps nécessaire à la réalisation d'un pulse  $\pi/2$  conduisant à l'intrication

maximale **A-R** (étape 3). Le qubit A est ensuite découplé de **R** et B mis en contact avec **R** pour réaliser un pulse  $\pi$  (étape 4). Les étapes 2,3 et 4 réalisent de façon idéale la suite de transformations qui conduit à un état de Bell généralisé des deux qubits:

$$|0\rangle_A |0\rangle_R |0\rangle_B \xrightarrow{2} |1\rangle_A |0\rangle_R |0\rangle_B \xrightarrow{3} (|1\rangle_A |0\rangle_R - e^{i\theta} |0\rangle_A |1\rangle_R) |0\rangle_B \xrightarrow{4} (|1\rangle_A |0\rangle_B - e^{i\theta} |0\rangle_A |1\rangle_B) |0\rangle_R$$

Le résonateur **R** qui revient à la fin dans son état initial non intriqué avec les qubits a servi de **catalyseur** pour l'intrication des deux qubits éloignés l'un de l'autre, suivant une procédure déjà démontrée en CQED atomique (voir leçon 1). La phase  $\theta$ , reproductible d'une réalisation à l'autre de la séquence et annulable (voir plus loin), dépend des déphasages accumulés durant les opérations de mise à et hors résonance des qubits avec R. Les qubits subissent ensuite des rotations variables (étape 5) avant d'être mesurés (étape 6).

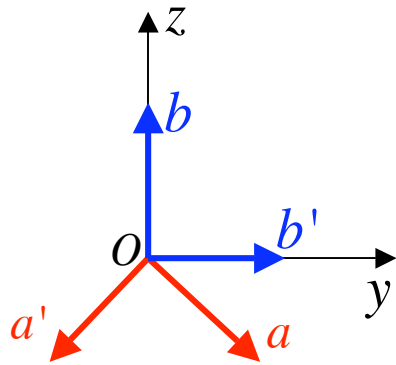
# Test de Bell avec deux qubits supraconducteurs (suite)



Pour tester l'intrication ainsi préparée, on mesure en fonction du temps de couplage A-R les probabilités  $P_{01}$  et  $P_{10}$ , comme dans l'expérience d'intrication directe des qubits (fig.a). Les qubits sont maximalement intriqués au premier croisement des deux courbes, pour un temps de couplage A-R de  $\sim 10\text{ns}$ . La tomographie des qubits intriqués à cet instant est effectuée suivant la méthode décrite plus haut. Une rotation compensatrice autour de  $Oz$  est appliquée à l'un des qubits pour annuler la phase  $\theta$  et préparer ainsi exactement l'état singlet  $|01\rangle - |10\rangle$ .

Les parties réelles et imaginaires de la matrice densité reconstruite des deux qubits sont montrées sur la fig.b. La fidélité de l'état obtenu est de 88% (92% lorsqu'on corrige des erreurs de mesure, calibrées indépendamment). C'est sur cet état de Bell que l'on effectue ensuite la mesure de la somme des corrélations  $S$  qui doit violer l'inégalité CHSH.

# Test de Bell avec deux qubits supra (fin)



Dans le cas où l'état  $|\psi_s\rangle = |01\rangle - |10\rangle$  est mesuré, on obtient idéalement la valeur maximale de  $S$  pour la configuration d'axes de mesure de la figure, les directions des spins des 2 qubits étant dans le plan  $yOz$  de la sphère de Bloch et l'angle  $a, b'$  de  $45^\circ$ . Pour réaliser cette mesure, il faut appliquer, dans la phase 5, des rotations autour de  $Ox$  de  $\pm 135^\circ$  du qubit  $a$  et de  $0$  et  $90^\circ$  du qubit  $b$  afin d'amener les 4 directions le long de  $Oz$  avant de détecter les qubits. En principe, la même phase doit être choisie pour les pulses appliqués aux deux qubits, seule la durée

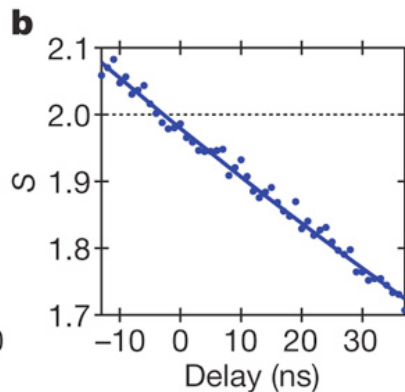
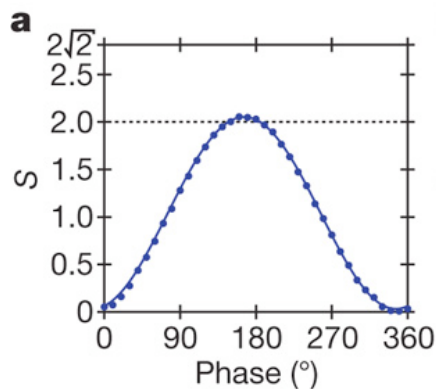
des impulsions étant différente. Le signal de Bell est alors dans le cas idéal:

$$S = \cos\theta_{ab} + \cos\theta_{a'b'} - \cos\theta_{ab'} + \cos\theta_{a'b} = \cos\frac{3\pi}{4} + \cos\frac{3\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{3\pi}{4} = -2\sqrt{2}$$

En fait, l'expérience prépare un état de Bell généralisé  $|01\rangle - \exp(i\theta)|10\rangle$  et il faut varier les paramètres de détection pour optimiser  $S$ . Un des paramètres ajustable est la différence de phase  $\Delta\phi$  entre les pulses appliqués à  $A$  et  $B$ , qui représente l'angle entre les plans de  $a, a'$  et de  $b, b'$ . La fig a. ci-dessous montre la variation observée de  $S$  en fonction de cet angle. Le signal

est maximum autour de  $\Delta\phi=180^\circ$ , correspondant à la configuration de la fig du haut (directions de  $a'$  et  $b'$  à  $135^\circ$ ). Il est nul autour de  $\Delta\phi=0$ , qui revient à échanger  $a$  et  $a'$  (on constate alors que  $S$  vaut bien zéro). Le petit offset de quelques degrés est dû aux déphasages mentionnés plus haut. La fig b.

Montre la variation de  $S$  en fonction du délai entre les mesures des deux qubits et met en évidence la décohérence qui détruit l'intrication. Le signal mesuré de violation max. est  $S = 2,0732 \pm 0,0003$

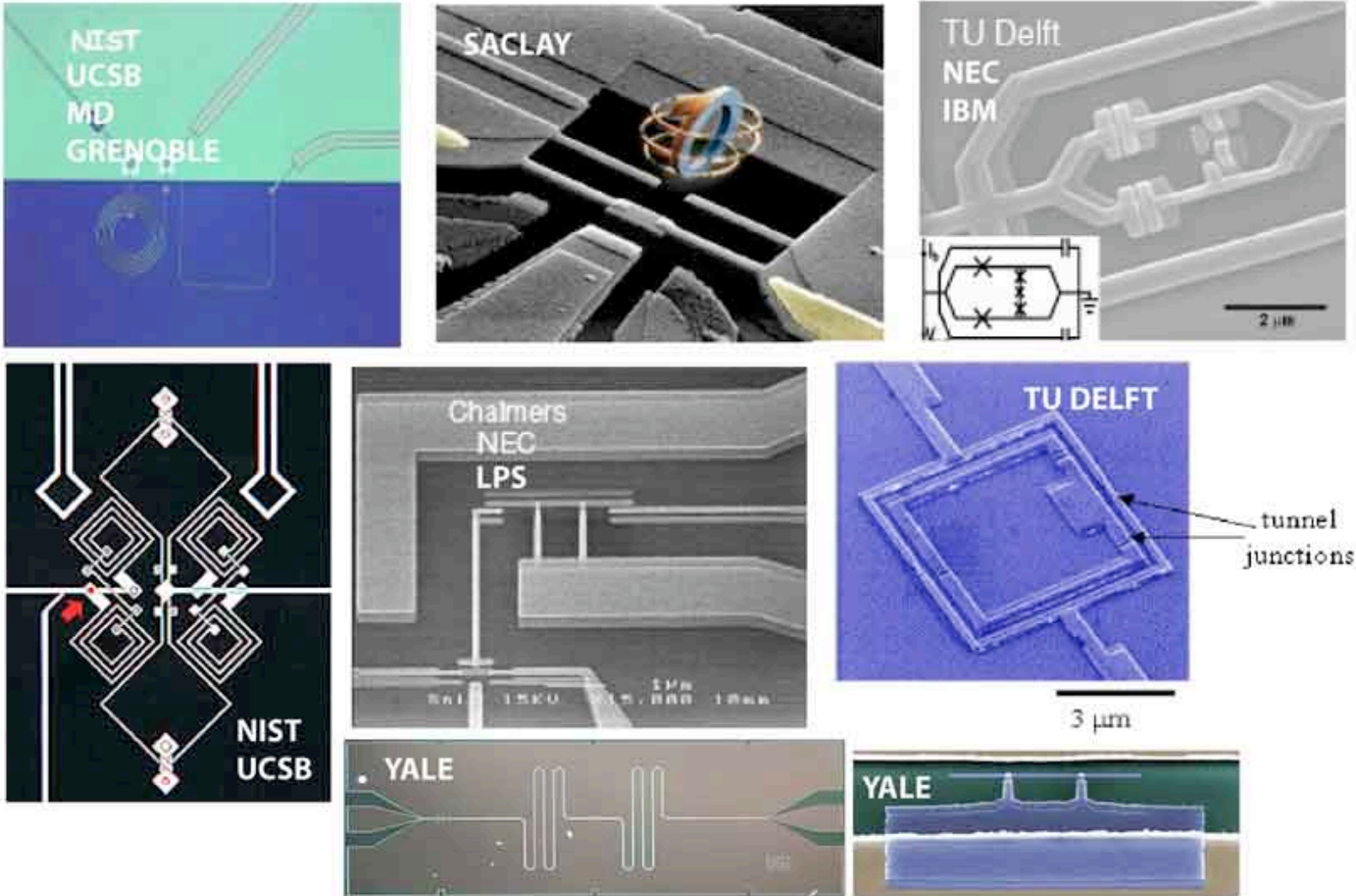


# Conclusion de la quatrième leçon

Nous avons montré que la manipulation des qubits supraconducteurs permet de réaliser les mêmes opérations d'information quantique que celles réalisées avec des atomes ou des ions piégés, avec l'avantage de pouvoir intégrer les éléments dans un dispositif compact de physique de la matière condensée et l'inconvénient de nécessiter de très basses températures (cryostats à dilution). La compétition entre les deux types de systèmes pour réaliser des suites d'opérations de plus en plus complexes est en cours.

Je me suis limité ici à passer en revue quelques expériences faites avec des qubits de phase dans le groupe de J. Martinis. D'autres très belles expériences ont été réalisées dans différents laboratoires avec divers types de qubits: qubit de flux ou qubit de charge (quantrium, transmon etc... voir microphotographies page suivante). La revue de toutes ces expériences sort du cadre de ce cours.

Nous verrons la semaine prochaine comment le couplage des qubits supraconducteurs avec des résonateurs radiofréquence permet de synthétiser des états arbitraires non-classiques du champ et de reconstruire ces états. L'analogie avec les expériences d'Electrodynamique quantique en cavité sera évoquée.



### *Un zoo de qubits supraconducteurs*

*(microphotographies de qubits réalisés dans différents laboratoires, photo du site du département de physique de l'Université de Rutgers)*