

Chaire de Physique Quantique- Cours 2010-2011

Synthèse, contrôle et protection d'états quantiques

*Notes de Cours (présentations powerpoint)
sur le site du Collège de France et sur www.cqed.org*

*Sept leçons suivies d'un séminaire du 10 Janvier au
28 Février 2011 (ni cours ni séminaire le 14 Février)*

Buts du cours de l'année

La manipulation de systèmes quantiques dans le but de développer des applications pour le traitement de l'information est un domaine très actif de l'optique quantique et de la physique mésoscopique. Dans les cours antérieurs, nous avons étudié des systèmes d'ions piégés et d'atomes couplés à quelques photons dans des cavités en analysant diverses méthodes de préparation, d'estimation et de reconstruction d'états. Nous avons décrit la génération et la mesure d'états possédant des propriétés non-classiques, tels les états intriqués de plusieurs atomes, les états "chat de Schrödinger" d'un champ piégé dans une cavité, ou encore des états de Fock à nombre de photons bien défini et nous avons montré comment la décohérence de ces états pouvait être expérimentalement observée.

Nous décrirons cette année des méthodes plus générales de synthèse d'états quantiques arbitraires et nous aborderons le problème du contrôle de la décohérence en décrivant une méthode de rétroaction (feedback) quantique dont le but est de protéger les systèmes quantiques de la décohérence en les maintenant le plus longtemps possible dans un état non-classique donné. Une partie importante du cours sera consacrée à la description de systèmes constitués de jonctions Josephson supraconductrices, véritables atomes artificiels dont le développement au cours des dernières années a conduit à la réalisation d'expériences remarquables de synthèse et de reconstruction d'états. Nous comparerons ces expériences à celles réalisées avec des atomes et des photons en optique quantique.

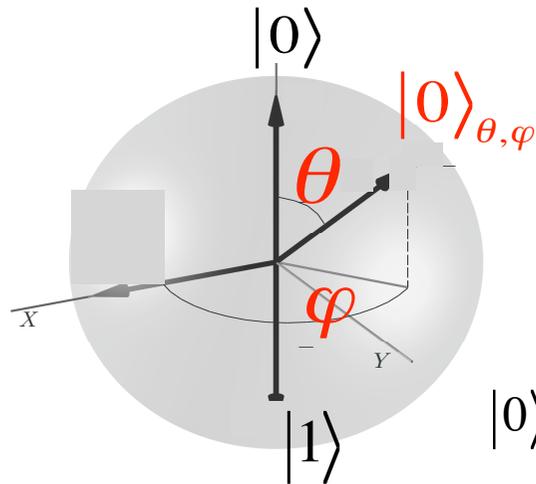
I-A

**Rappels des notions essentielles des
cours antérieurs**

Systeme à deux niveaux: le qubit

— $|e\rangle$ ($|1\rangle$)

— $|g\rangle$ ($|0\rangle$)



Un atome (ou ion) qui évolue dans un sous espace soutendu par deux états est un système analogue à un spin, appelé qubit en information quantique.

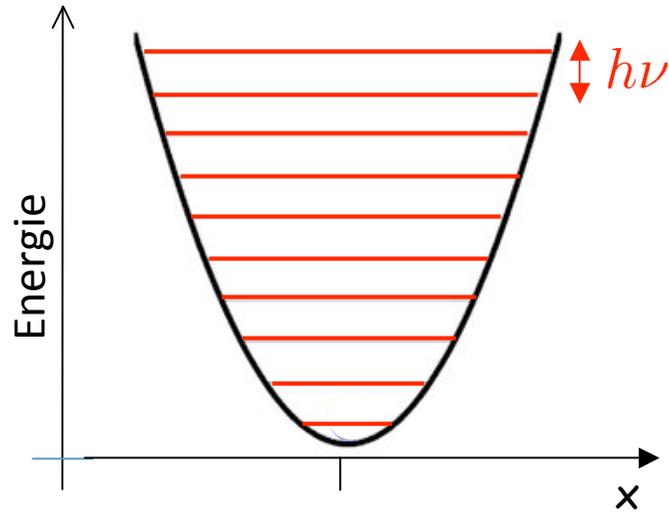
Un état pur du qubit est représenté par un vecteur unitaire évoluant sur la sphère de Bloch. Les pôles nord et sud de la sphère correspondent aux états logiques 0 et 1 du qubit (généralement les états fondamental g et excité e du système à deux niveaux). Une superposition d'états est représentée par un vecteur d'angles polaires θ et φ :

$$|0\rangle_{\theta, \varphi} = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\varphi} |1\rangle ; |1\rangle_{\theta, \varphi} = -\sin \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi} |0\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |1\rangle$$

Les observables du qubit s'expriment comme combinaisons linéaires de l'opérateur unité et des 3 opérateurs de Pauli σ_x, σ_y et σ_z . Les rotations du qubit sont réalisées en lui appliquant des impulsions de champ résonantes de fréquence, phase et durée convenables. En général, on sait mesurer le qubit dans la base logique qui est celle de l'énergie. Pour mesurer une composante quelconque, on commence par appliquer au qubit une rotation qui amène son vecteur de Bloch le long de l'axe Oz , puis on mesure l'énergie.

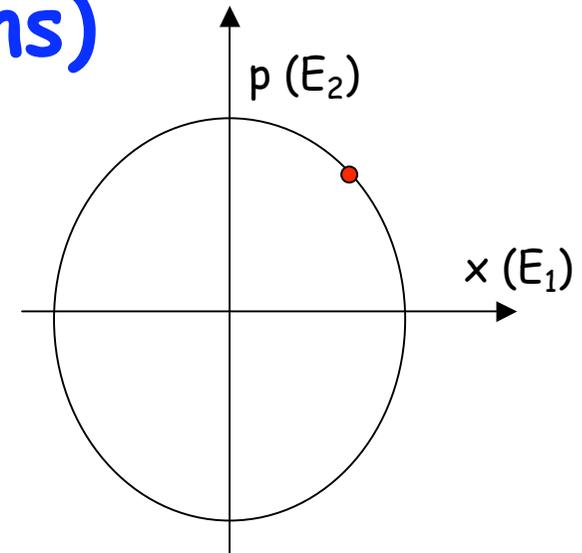
Exemples de réalisation de qubits: ions piégés, atomes de Rydberg circulaires, atomes froids à deux niveaux dans un réseau optique...

Rappels sur l'oscillateur harmonique (phonons ou photons)



Particule dans un potentiel parabolique ou mode du champ dans une cavité

Vibration mécanique ou électromagnétique. Le couplage qubits-oscillateur est un ingrédient important en information quantique



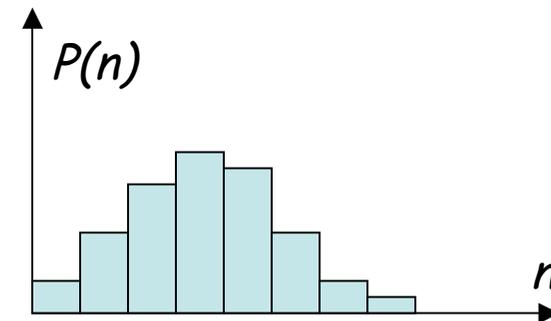
Espace des phases (rapporté aux quadratures conjuguées x, p ou E_1, E_2)

Opérateurs annihilation et création de quanta:

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle; a^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad ; \quad N = a^\dagger a$$

Opérateur déplacement : $D(\alpha) = e^{\alpha a^\dagger - \alpha^* a}$

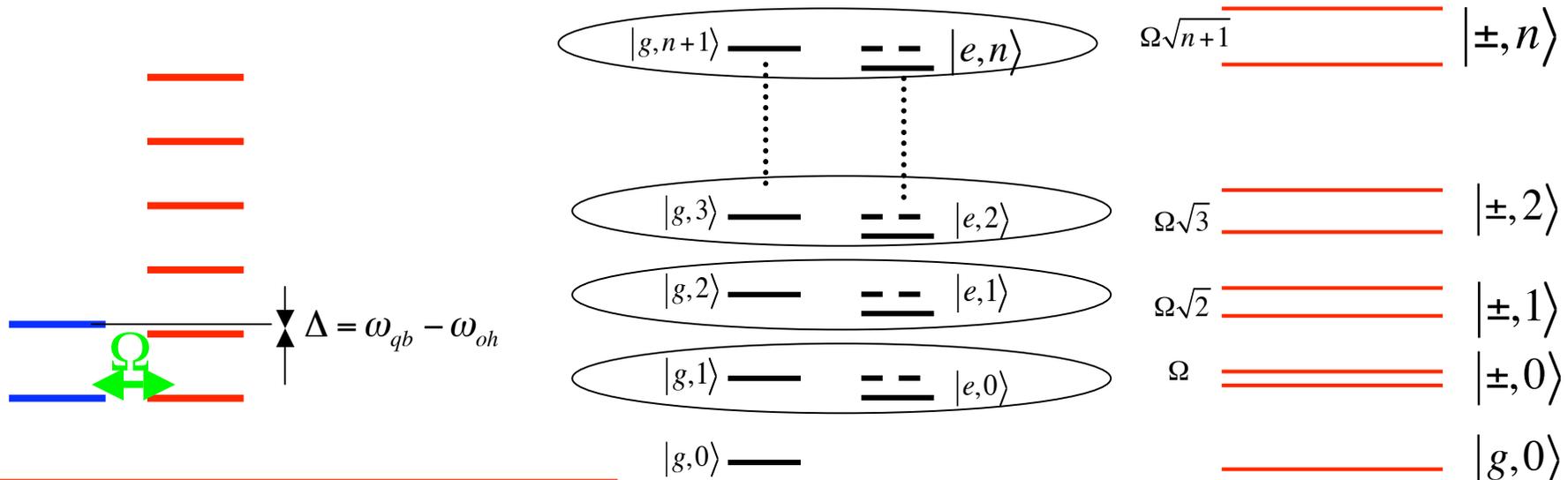
$$\text{Etat cohérent : } |\alpha\rangle = D(\alpha)|0\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$



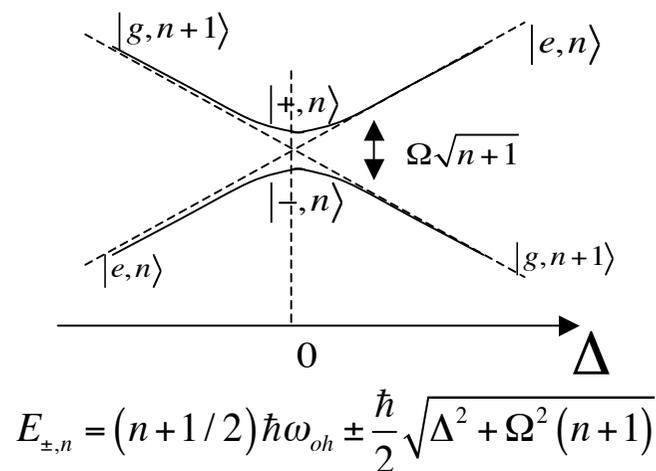
Distribution de la probabilité du nombre de quanta dans un état cohérent: loi de Poisson

Couplage qubit-oscillateur: le hamiltonien de Jaynes-Cummings

$$H = \hbar\omega_{qb} \frac{\sigma_z}{2} + \hbar\omega_{oh} a^\dagger a + \frac{\hbar\Omega}{2} [\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger]$$



Etats découplés



Anticroisement du qubit habillé

A résonance ($\Delta=0$)

$$|\pm, n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, n\rangle \pm |g, n+1\rangle)$$

$$|g, n+1\rangle \longrightarrow \cos \frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2} |g, n+1\rangle - i \sin \frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2} |e, n\rangle$$

$$|e, n\rangle \longrightarrow -i \sin \frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2} |g, n+1\rangle + \cos \frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2} |e, n\rangle$$

L'Electrodynamique quantique en cavité

Impulsions micro-onde préparant (à gauche) le qubit atomique et l'orientant (à droite) dans la direction de détection

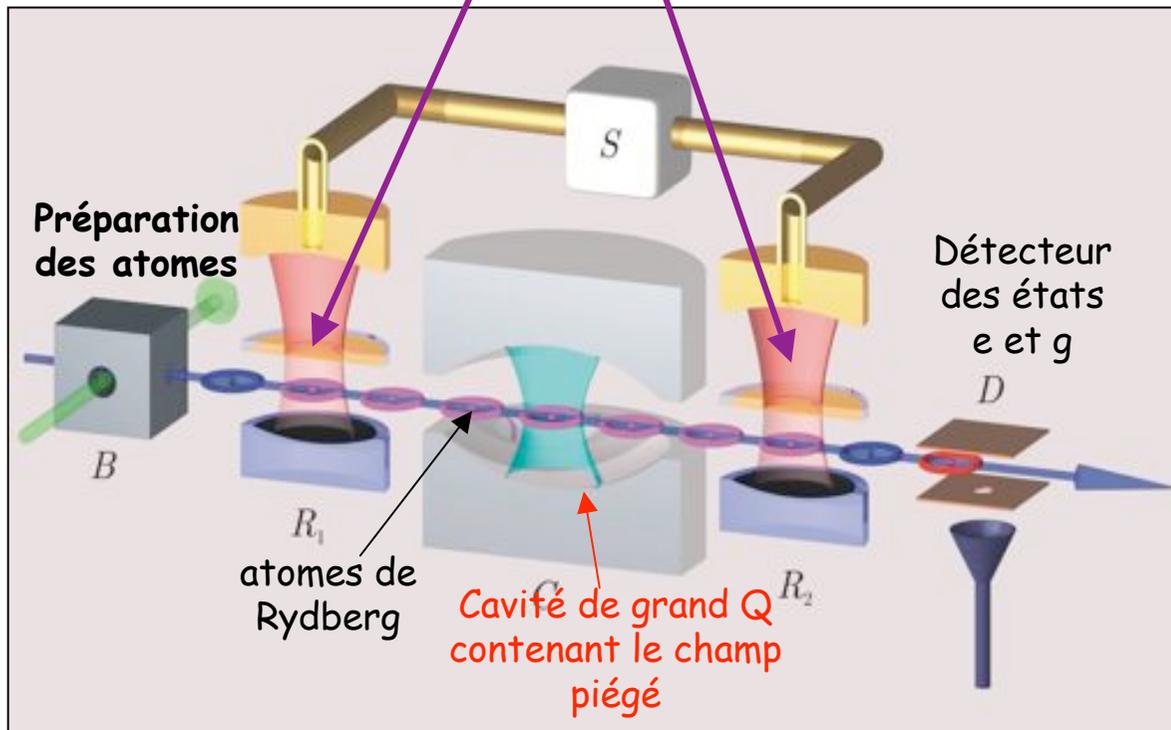
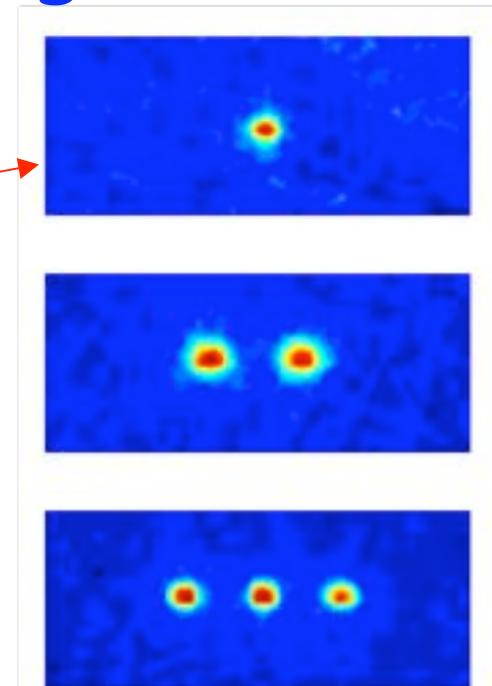
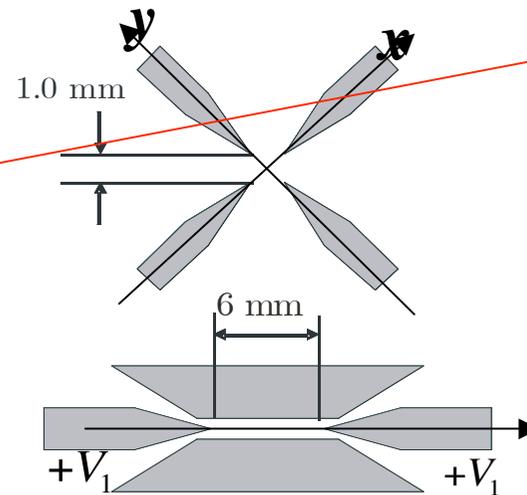
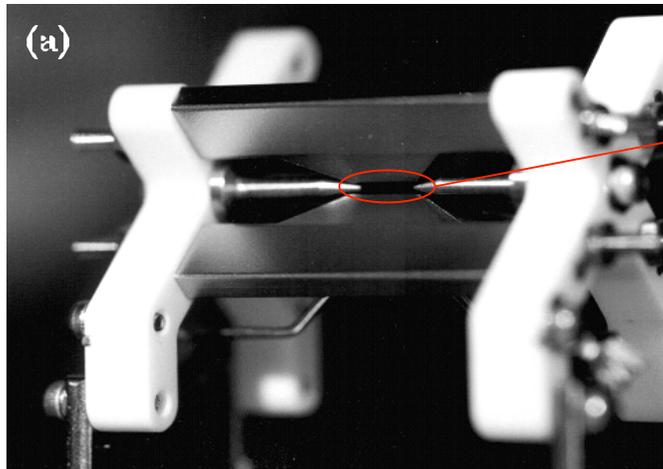


Schéma des expériences de l'ENS: les atomes de Rydberg, préparés dans B, traversent un à un la cavité C de grand Q où ils sont couplés à un mode du champ, l'évolution du système atome-champ étant régie par le Hamiltonien de Jaynes-Cummings. Une impulsion microonde appliquée dans R₁ prépare chaque atome dans une superposition

de e et g. Après C, une seconde impulsion, appliquée dans R₂, amène la direction de mesure du spin du qubit le long de la direction Oz de la sphère de Bloch, avant détection du qubit par ionisation sélective dans un champ électrique (dans D). L'ensemble R₁-R₂ constitue un interféromètre de Ramsey. Ce montage a été utilisé pour intriquer des atomes entre eux, réaliser des portes quantiques, compter des photons sans les détruire et reconstruire des états non classiques du champ.

La physique des ions piégés



Piège d'Innsbruck pour ions Ca^+ : Les photos montrent (fausses couleurs) les images de 1, 2 et 3 ions dans ce piège obtenues en collectant la fluorescence des ions éclairés par laser résonnant.

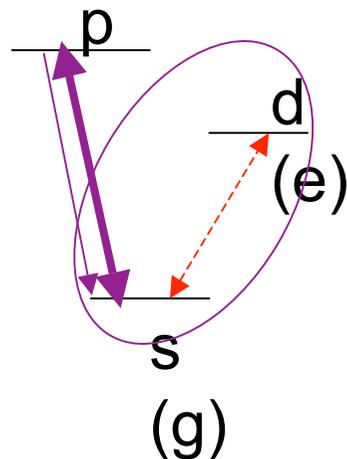
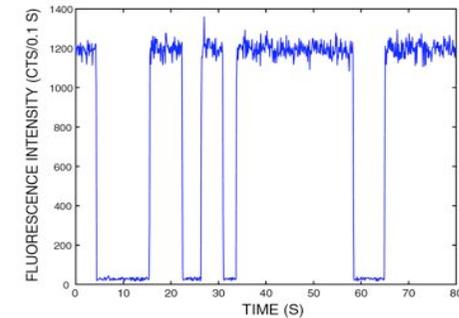
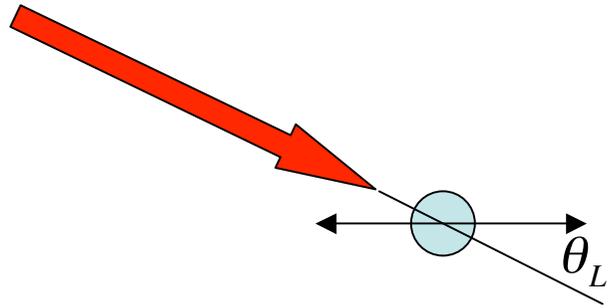


Schéma simplifié des niveaux du Ca : la transition du qubit (en rouge) connecte l'état fondamental s à l'état métastable d . La transition $s \rightarrow p$ est excitée par le laser de détection et les photons émis par fluorescence sur cette transition permettent une détection sélective de l'état s .



Fluorescence d'un ion sautant entre S et D

Réalisation expérimentale du Hamiltonien Jaynes-Cummings avec des ions piégés



$$H_{laser}(t) = -\frac{\hbar\Omega_L}{2} \sigma_+ e^{ik \cos\theta_L Z} e^{-i(\omega_L t + \varphi)} + hc$$

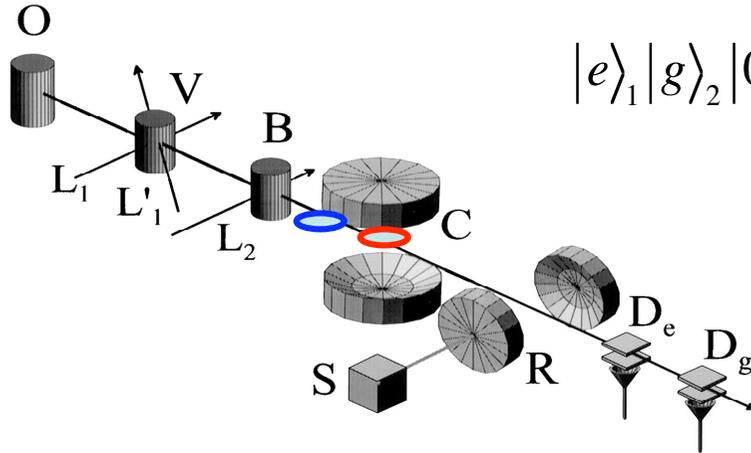
$$Z = z_0 (a + a^\dagger); a : \text{opérateur annihilation de phonon}$$

Développement au 1^{er} ordre en $\eta = kz_0 = 2\pi z_0/\lambda$ (régime de Lamb-Dicke) et en représentation d'interaction:

$$\tilde{H}_{laser}(t) = \underbrace{-\frac{\hbar\Omega_L}{2} \sigma_+ e^{-i\varphi} e^{i(\omega_{eg} - \omega_L)t}}_{\substack{\text{Terme résonnant} \\ \text{pour } \omega_L = \omega_{eg} \\ \text{(fréquence porteuse)}}} - i \frac{\hbar\Omega_L \eta \cos\theta_L}{2} \left(\underbrace{a \sigma_+ e^{i[(\omega_{eg} - \omega_v - \omega_L)t - \varphi]}}_{\substack{\text{Terme résonnant} \\ \text{pour } \omega_L = \omega_{eg} - \omega_v \\ \text{(fréquence latérale rouge)}}} + \underbrace{a^\dagger \sigma_+ e^{i[(\omega_{eg} + \omega_v - \omega_L)t - \varphi]}}_{\substack{\text{Terme résonnant} \\ \text{pour } \omega_L = \omega_{eg} + \omega_v \\ \text{(fréquence latérale bleue)}}} \right) + hc$$

En ajustant la fréquence du laser, on le met au choix à résonance sur la fréquence porteuse, sur la fréquence latérale **rouge**, ou sur la fréquence latérale **bleue**. On peut dans chaque cas négliger les contributions non résonnantes. Dans le premier cas (résonance porteuse), on manipule l'état interne du qubit sans modifier l'état de vibration (rotation du qubit). Dans le second cas (**résonance latérale rouge**), on couple entre eux les états $|g, n+1\rangle$ et $|e, n\rangle$ avec un Hamiltonien Jaynes-Cummings et on réalise la même dynamique qu'en Electrodynamique en cavité (CQED). Dans le troisième cas (**résonance latérale bleue**), on réalise un Hamiltonien Anti-Jaynes-Cummings couplant $|g, n\rangle$ et $|e, n+1\rangle$, sans équivalent en CQED.

Intriquer les qubits par couplage à l'oscillateur: cas de CQED

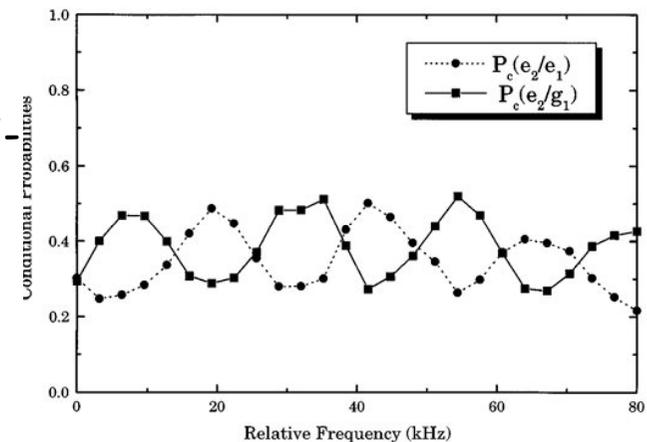


$$|e\rangle_1 |g\rangle_2 |0\rangle_C \xrightarrow{\text{pulse Rabi } \pi/2 \ q_1-C} \frac{1}{\sqrt{2}} [|e\rangle_1 |0\rangle_C - i |g\rangle_1 |1\rangle_C] |g\rangle_2$$

$$\xrightarrow{\text{pulse Rabi } \pi \ q_2-C} \frac{1}{\sqrt{2}} [|e\rangle_1 |g\rangle_2 - |g\rangle_1 |e\rangle_2] |0\rangle_C$$

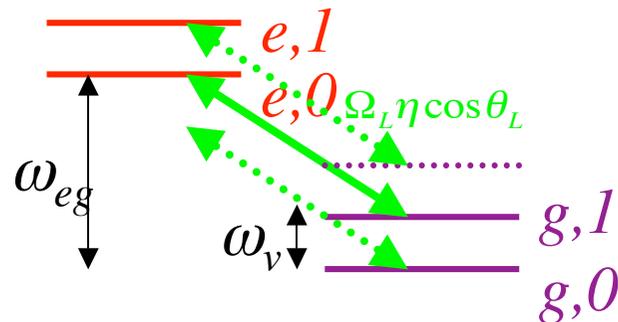
Deux atomes traversent C, le 1^{er} préparé dans e, le 2nd dans g. Le 1^{er} subit une oscillation de Rabi d'angle $\pi/2$ dans C initialement vide intriquant le qubit et l'oscillateur. Le 2nd subit ensuite une oscillation de Rabi d'angle π , qui échange son excitation avec le champ. Les atomes sont dans un état de Bell maximalement intriqué. Le champ, qui a "catalysé" cette intrication revient à son état initial (vide).

Les corrélations quantiques entre les atomes sont testées en mesurant en coïncidence les deux qubits, séparés par un intervalle de temps T, après rotation d'angle $\pi/2$ appliquée dans R par un pulse de pulsation ω_R proche de ω_{eg} . La figure ci-contre montre les probabilités conditionnelles $P(e_2|e_1)$ et $P(e_2|g_1)$ en fonction de ω_R . Les oscillations en opposition de phase de ces probabilités reflètent celles de $\langle \sigma_{x1} \cdot \sigma_{\phi 2} \rangle$ [$\phi = (\omega_{eg} - \omega_R)T$, $\sigma_{\phi} = \sigma_x \cos \phi + \sigma_y \sin \phi$] et prouvent l'intrication (la mesure d'un atome influence à distance le résultat de la mesure de l'autre). (Hagley et al, PRL, 79, 1 (1997)).



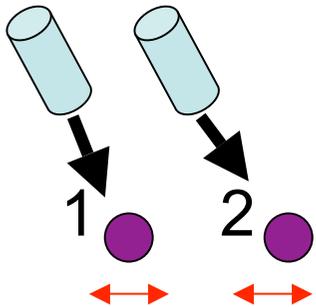
Intriquer les qubits par couplage à l'oscillateur: cas des ions piégés

$$|e, n\rangle \longleftrightarrow |g, n+1\rangle$$



Couplage par pulse sur bande latérale rouge de $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ alors que $|g, 0\rangle$ reste non couplé (état fondamental). Analogie avec le Hamiltonien de l'Electrodynamique en cavité (photons remplacés par les phonons du mode de vibration). Transition utilisée pour le refroidissement de l'ion et pour intriquer l'état interne du qubit à la vibration:

$$|e, 0\rangle \xrightarrow[\omega_{eg} - \omega_v]{\text{pulse } \pi/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, 0\rangle - i |g, 1\rangle)$$



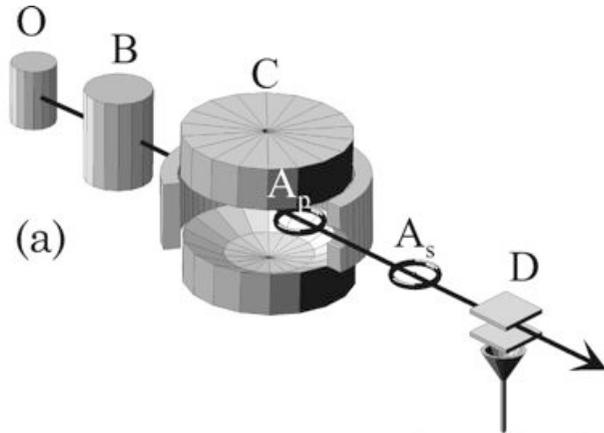
On applique une séquence de pulses à deux ions, sur la bande latérale associée à un mode de vibration collectif (par exemple le mode du centre de masse). Les états internes des ions sont alors intriqués comme en CQED:

$$|e_1, (g_2); 0\rangle \xrightarrow[\text{ion 1}]{\text{pulse "rouge" } \pi/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1, g_2; 0\rangle - i |g_1, g_2; 1\rangle)$$

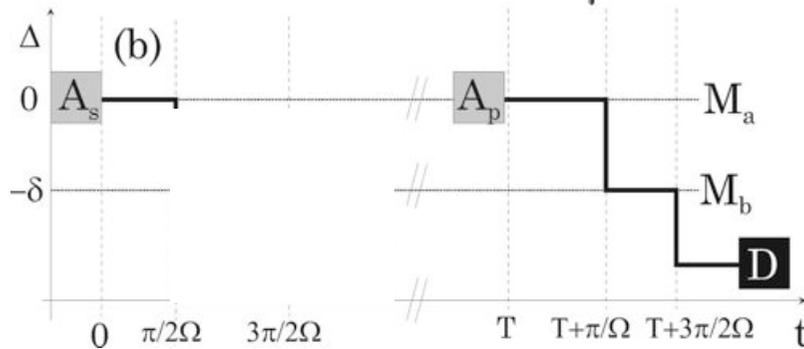
$$\xrightarrow[\text{ion 2}]{\text{pulse "rouge" } \pi} \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_1, g_2\rangle - |g_1, e_2\rangle) \otimes |0\rangle$$

En combinant de telles opérations sur la bande latérale avec des rotations individuelles des qubits (pulses sur la porteuse) on réalise une porte CNOT, brique élémentaire du calcul quantique (I.Cirac et P. Zoller, *Phys.Rev.Lett.* 74, 4091 (1995)).

Intriquer deux oscillateurs par couplage à un atome: cas de CQED



La cavité C a deux modes M_a et M_b initialement vides, séparés en fréquence par δ . Un atome A_s , dans l'état $|e\rangle$ est mis à résonance avec M_a pour la durée d'une oscillation de Rabi $\pi/2$, puis avec M_b pour une oscillation de Rabi π . L'évolution du système A_s - M_a - M_b est:



$$|e_S; 0_a, 0_b\rangle \xrightarrow{\text{pulse Rabi } \pi/2 \text{ } A_S - M_a} \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_S, 0_a\rangle + |g_S, 1_a\rangle) |0_b\rangle$$

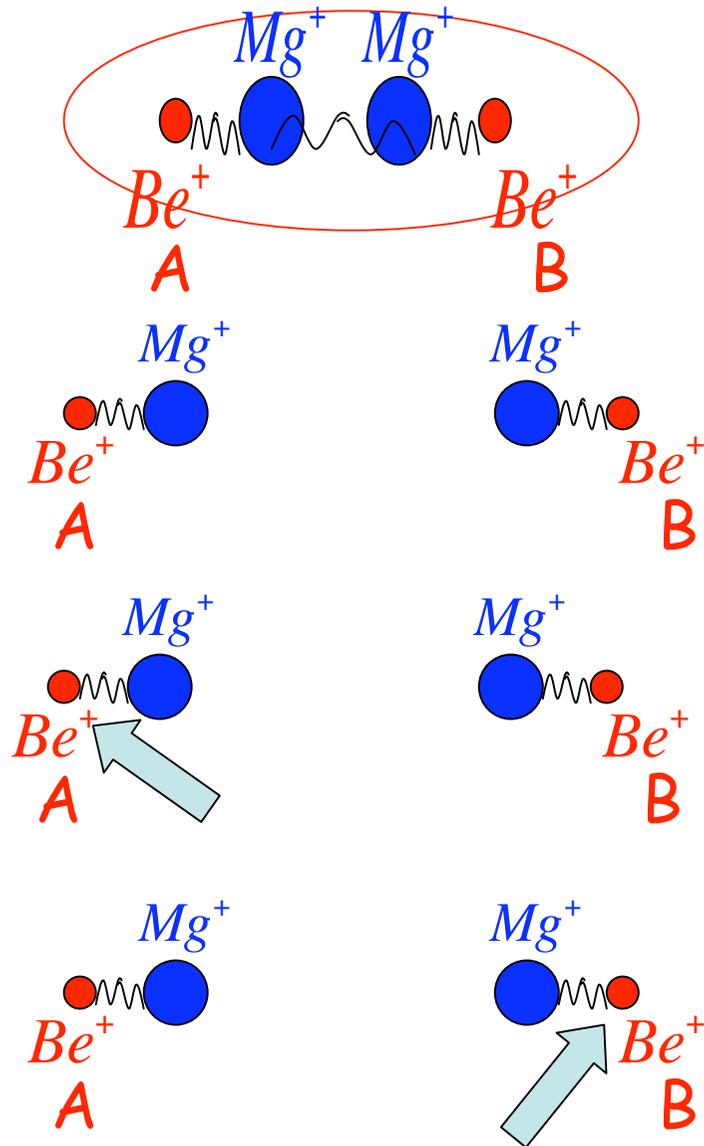
$$\xrightarrow{\text{pulse Rabi } \pi \text{ } A_S - M_b} \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{i(\delta t + \varphi)} |0_a, 1_b\rangle + |1_a, 0_b\rangle) |g_S\rangle$$

Les deux modes "partagent" un photon émis par A_s et sont maximalement intriqués.

Pour lire cette intrication, on envoie à l'instant T un second atome A_p préparé dans g qui subit l'évolution inverse: pulse de Rabi π avec M_a et $\pi/2$ avec M_b . On montre que la probabilité de mesurer A_p dans e oscille en fonction de T à la fréquence δ . L'intrication entre les deux modes peut se généraliser aux modes de deux cavités distinctes (voir leçon 5).

Rauschenbeutel et al, Phys.Rev.A 64, 050301 (2001).

Intriquer deux oscillateurs par couplage à deux ions



Système formé de 2 ions Mg⁺ et deux ions Be⁺.
Préparation d'un état intriqué des deux qubits Be:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|e_A, g_B\rangle + |g_A, e_B\rangle)$$

Séparation des paires A et B et refroidissement des deux oscillateurs Be-Mg jusqu'à l'état à 0 phonon:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|e_A, g_B\rangle + |g_A, e_B\rangle)|0_A, 0_B\rangle$$

Intrication du qubit B avec l'oscillateur A par pulse sur bande latérale rouge de Be (A):

$$\xrightarrow{\text{pulse } \pi \text{ "rouge" sur Be(A)}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_A, g_B, 1_A\rangle + e^{i\varphi} |g_A, e_B, 0_A\rangle)|0_B\rangle$$

Transfert de l'intrication aux deux oscillateurs par pulse sur bande latérale rouge de Be (B):

$$\xrightarrow{\text{pulse } \pi \text{ "rouge" sur Be(B)}} \frac{1}{\sqrt{2}}|g_A, g_B\rangle(|1_A, 0_B\rangle + e^{i\xi} |0_A, 1_B\rangle)$$

Oscillateurs intriqués, partageant symétriquement un phonon, séparés de 0,24 mm.
Analyse en renversant la séquence d'opérations pour reconstruire l'état des qubits intriqués

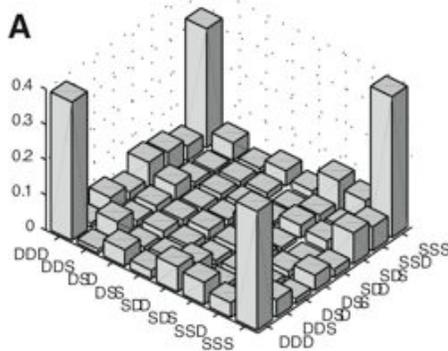
Tomographie des qubits

La reconstruction complète de l'état d'un qubit se fait en mesurant sur un ensemble de réalisations les valeurs moyennes P_i des trois opérateurs de Pauli. On détermine directement P_z par la mesure de l'énergie du qubit, P_x et P_y en appliquant avant la mesure au qubit les rotations qui amènent les axes Ox et Oy de la sphère de Bloch le long de Oz . L'opérateur densité reconstruit s'écrit alors:

$$\rho = \frac{1}{2} \left(1 + \sum_i P_i \sigma_i \right)$$

L'opérateur densité d'un système de N qubits a 4^N éléments de matrice, que l'on obtient en mesurant les valeurs moyennes des 4^N opérateurs produits des opérateurs de Pauli et des opérateurs unité associés à chaque qubit:

$$O_{j_1, j_2, \dots, j_N} = \prod_{k=1, j=0}^{k=N, j=3} \sigma_j^{(k)} \quad ; \quad \sigma_0 = I, \sigma_1 = \sigma_x, \sigma_2 = \sigma_y, \sigma_3 = \sigma_z$$



La mesure demande 3^N combinaisons différentes de pulses lasers accordés sur la porteuse et adressant les ions individuellement, avec détection simultanée de la fluorescence spatialement résolue des N ions (il faut 3^N et non 4^N opérations car la mesure de l'opérateur I est triviale et ne demande aucun réglage). La tomographie de 3 ions dans un état GHZ implique $3^3=27$ combinaisons de pulses et permet de reconstruire une matrice 8×8 (figure ci-contre). Le record a consisté à reconstruire l'opérateur densité de 8 qubits, demandant $3^8=6561$ réglages différents. Voir cours 2005-2006 (C.Roos et al, *Science*, 304, 1478 (2004) et H.Häffner et al, *Nature*, 438, 643 (2005)).

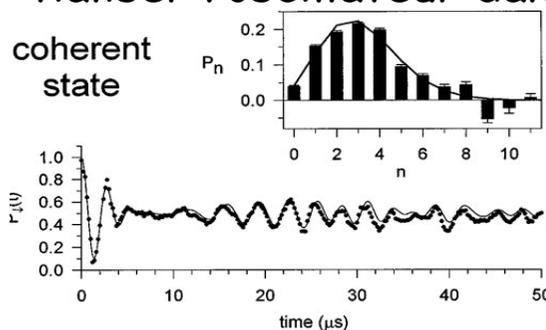
Reconstruction de la distribution de quanta d'un oscillateur: méthode destructive

L'opérateur densité ρ d'un oscillateur a un nombre infini d'éléments de matrice ρ_{nn} . En pratique, l'espace de Hilbert peut être tronqué à un nombre max N_m de quanta et ρ réduit à un nombre N_m^2 d'éléments non nuls. Les éléments diagonaux $\Pi(n) = \rho_{nn}$ sont les probabilités d'avoir n quanta (photons ou phonons) dans l'oscillateur.

Pour reconstruire $\Pi(n)$, on peut coupler à résonance l'oscillateur à un qubit et observer l'oscillation de Rabi, dont la fréquence dépend du nombre de quanta. Si le qubit est initialement dans g , on a à l'instant τ :

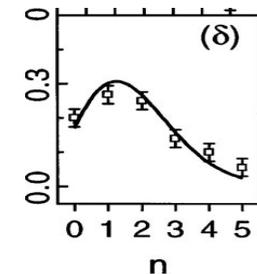
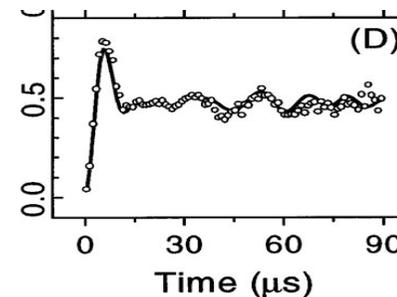
$$P_e(\tau) = \sum_n \Pi(n) \sin^2 \frac{\Omega \sqrt{n} \tau}{2}$$

La transformée de Fourier de $P_e(\tau)$ donne les $\Pi(n)$. La méthode a été appliquée en CQED et en physique des ions. Les figures montrent l'oscillation de Rabi pour un état cohérent dans ces deux types d'expériences. Cette méthode de mesure perturbe l'état de l'oscillateur (en changeant $\Pi(n)$) puisqu'un photon supplémentaire peut être émis). Après chaque détection du qubit en e ou g à τ donné, il faut réinitialiser l'oscillateur dans l'état à mesurer et le qubit dans g avant de recommencer.



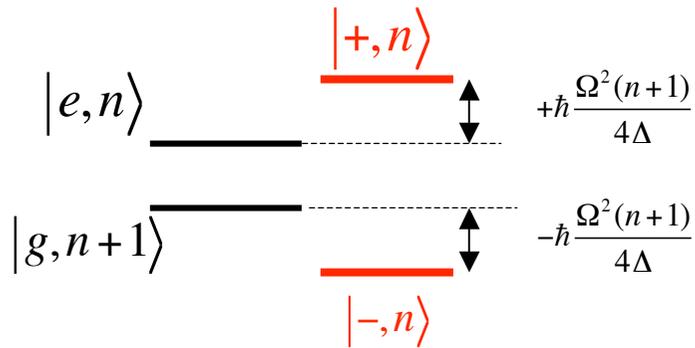
Ions piégés:
Meekhof et al,
PRL, 76, 1796
(1996).

CQED:
Brune et al,
PRL, 76,
1800 (1996)



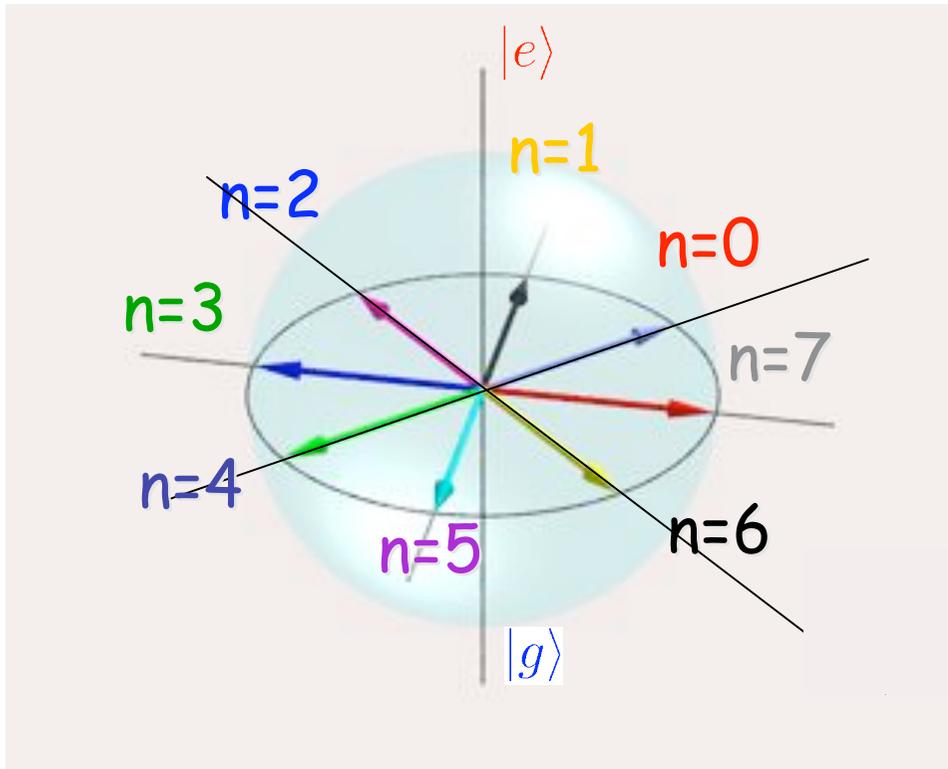
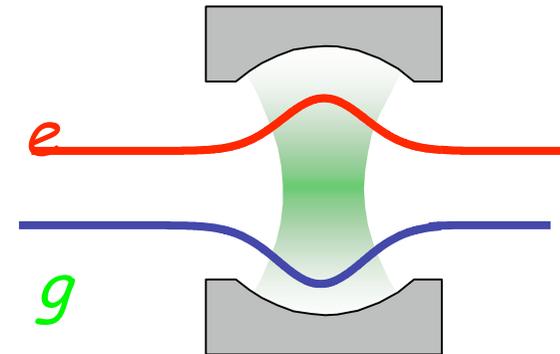
Reconstruction de $\Pi(n)$ par méthode QND

Au lieu d'un couplage résonant qubit-oscillateur, on désaccorde de Δ les deux systèmes et on exploite les déplacements d'énergie dispersifs induits pendant un temps d'interaction τ par l'oscillateur sur le qubit.



Déphasage atomique par photon:

$$\varphi_0 = \frac{\Omega^2 \tau}{2\Delta}$$



Un qubit, préparé dans la superposition symétrique de e et g , subit une rotation dans le plan équatorial de la sphère de Bloch d'un angle proportionnel à n :

$$|g\rangle + |e\rangle \xrightarrow[\text{dans } n \text{ photons}]{\text{int. dispersive pendant } \tau} |\psi_n\rangle = |g\rangle + e^{-in\varphi_0} |e\rangle$$

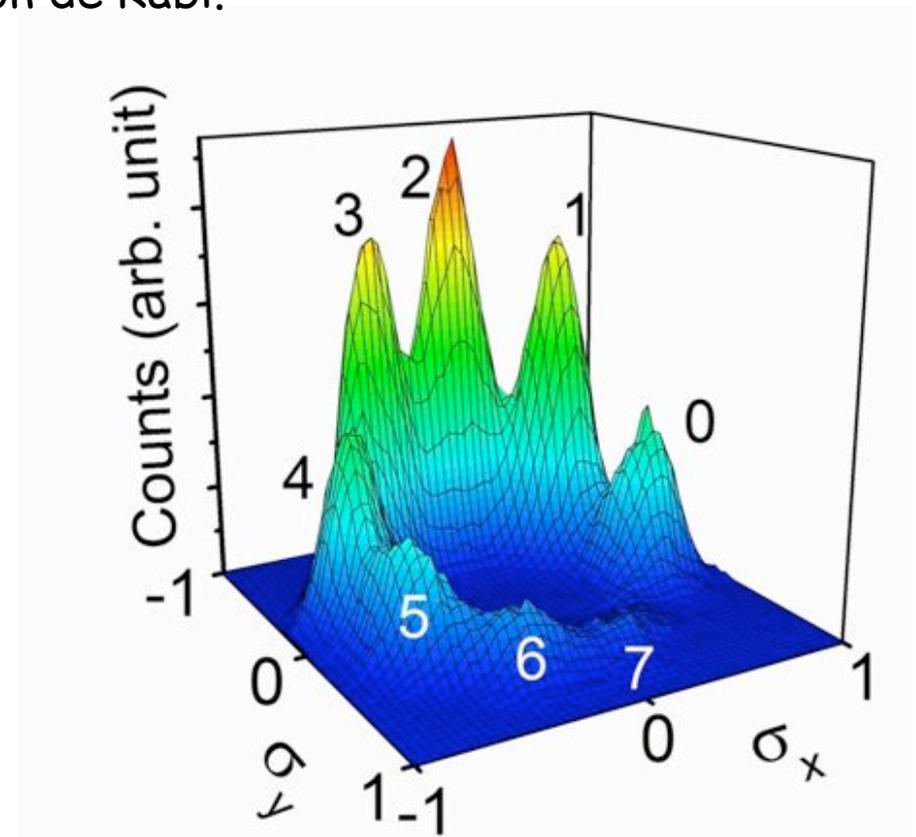
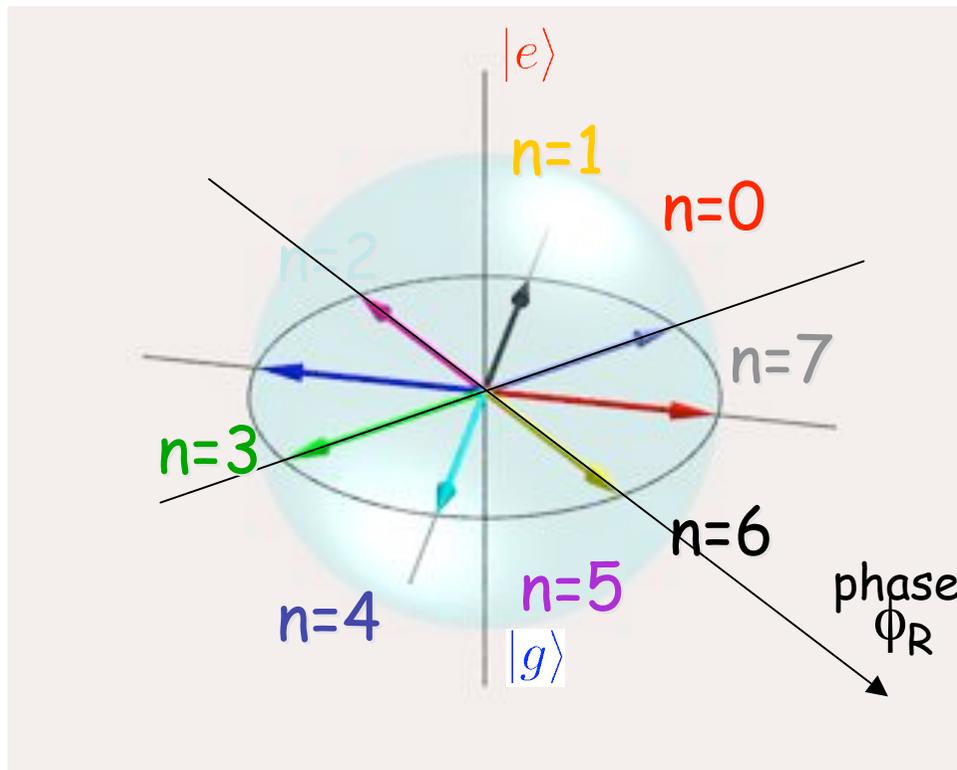
Un ensemble de N qubits identiques envoyés l'un après l'autre dans C s'intrique avec le champ et constitue un « mètre » pour compter n

$$(|g\rangle + |e\rangle)^{\otimes N} \otimes \sum_n C_n |n\rangle \rightarrow \sum_n C_n (|\psi_n\rangle)^{\otimes N} |n\rangle$$

La tomographie des N qubits donne n

Reconstruction de $\Pi(n)$ par méthode QND (suite)

Il faut envoyer les N qubits dans C en un temps court devant le temps de relaxation du champ. Chaque mesure des N qubits s'effectue sur une seule réalisation du champ et donne par tomographie une direction du « spin » collectif correspondant à une valeur précise de n . En recommençant un grand nombre de fois, on obtient un histogramme reconstruisant $\Pi(n)$. La méthode QND extrait beaucoup plus d'information de chaque réalisation de l'état de l'oscillateur que la méthode destructive par reconstruction de l'oscillation de Rabi.



Reconstruction complète de l'état de l'oscillateur par tomographie

Les $\Pi(n)$ ne suffisent pas pour décrire complètement l'état de l'oscillateur. Il manque l'information sur les cohérences contenues dans les éléments non-diagonaux $\rho_{nn'}$ ($n \neq n'$). Pour les obtenir, on déplace l'oscillateur dans son plan de phase de α et on mesure la distribution $\Pi^{(\alpha)}(n)$ de l'oscillateur déplacé pour un grand nombre de valeurs de α . On en déduit les $\rho_{nn'}$ par résolution d'un ensemble d'équations:

$$\Pi^{(\alpha)}(n) = \langle n | D(-\alpha) \rho D(\alpha) | n \rangle = \sum_{n', n''} D_{n, n'}(-\alpha) \rho_{n', n''} D_{n'', n}(\alpha)$$

Une méthode plus "économique" consiste à passer par la fonction de Wigner dont la reconstruction ne dépend des $\Pi^{(\alpha)}(n)$ que par l'intermédiaire de la parité \mathcal{P} du nombre de photons. On montre que la fonction de Wigner de l'oscillateur au point α de l'espace des phases est, à une normalisation près, égale à la valeur moyenne de l'opérateur \mathcal{P} dans l'état de l'oscillateur déplacé de $-\alpha$:

$$W(\alpha) = \frac{2}{\pi} \text{Tr} [D(-\alpha) \rho D(\alpha) \mathcal{P}] = \frac{2}{\pi} \sum_n (-1)^n \Pi^{(\alpha)}(n)$$

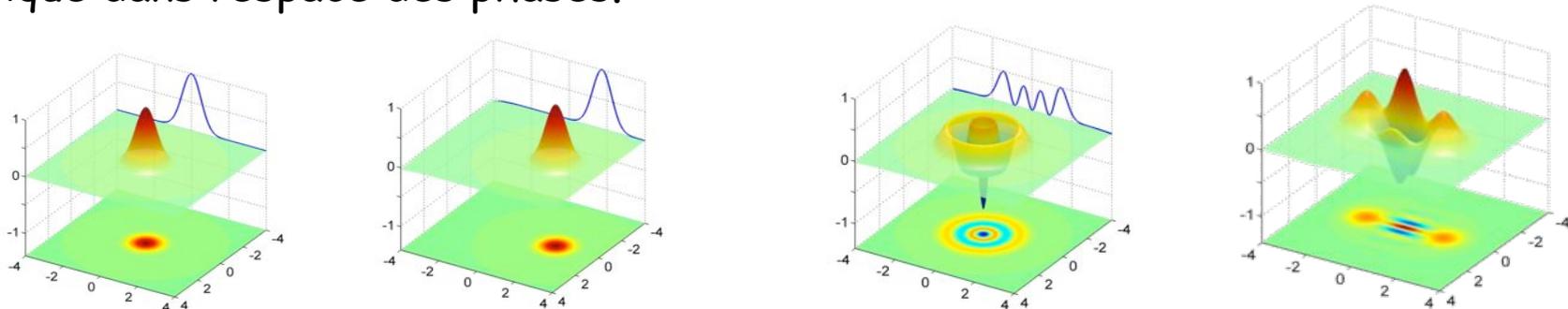
La reconstruction des $\Pi^{(\alpha)}(n)$ pour une grille de valeurs de α donne ainsi $W(\alpha)$, donc ρ , lié à W par une formule mathématique simple. Les $\Pi^{(\alpha)}(n)$ peuvent être obtenus par analyse complète des oscillations de Rabi d'un qubit. On peut en CQED court-circuiter cette procédure en mesurant directement, par la méthode QND, la parité du nombre de photons dans l'état déplacé, sans passer par la détermination de tous les $\Pi^{(\alpha)}(n)$. Il suffit de coupler un seul qubit non-résonant à l'oscillateur. La mesure de ce qubit (dans e ou g) donne directement la parité de n (voir Cours 2009-2010).

Etats classiques et non-classiques de l'oscillateur

Rappelons la relation entre la fonction de Wigner $W(\alpha)=W(x+ip)$ et l'opérateur densité dans la représentation des états propres de la quadrature $x = x_0(a+a^\dagger)$.

$$W(x, p) = \frac{1}{\pi} \int du e^{-2ipu} \langle x+u/2 | \rho | x-u/2 \rangle$$

$W(x,p)$ est une fonction réelle dans l'espace des phases de l'oscillateur. Les états «classiques» de l'oscillateur (états cohérents purs ou états thermiques mélange statistique) ont des fonctions de Wigner gaussiennes et positives. On appelle "non-classiques" les états qui ont des fonctions de Wigner non-gaussiennes. Pour des états purs, le caractère non-gaussien implique l'existence de valeurs négatives de la fonction de Wigner qui ne peut plus être assimilée à une distribution de probabilité classique dans l'espace des phases.



Fonctions de Wigner de quelques états purs: De gauche à droite: état fondamental et état cohérent (classiques), état de Fock $n=3$ et état chat de Schrödinger (non-classiques). Des approximations de ces états ont été préparées et reconstruites en CQED et en physique des ions, avec mise en évidence des parties négatives de W pour les états non-classiques.

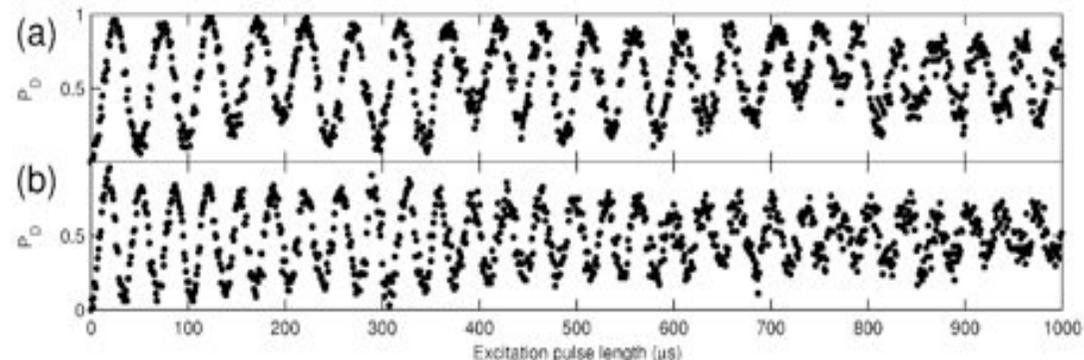
Préparation déterministe d'états non-classique de l'oscillateur: états de Fock

La préparation déterministe des états de Fock exploite une propriété simple du hamiltonien de Jaynes-Cummings. Elle utilise un qubit couplé à l'oscillateur, qui, par une succession de pulses Rabi d'angle π transfère son énergie à l'oscillateur après avoir été à chaque étape repompé par rotation dans son état excité. Par exemple:

$$|e,0\rangle \xrightarrow{\text{pulse Rabi } \pi \text{ (durée } \tau=\pi/\Omega)} |g,1\rangle \xrightarrow{\text{rotation } \pi \text{ du qubit}} |e,1\rangle \xrightarrow{\text{pulse Rabi } \pi \text{ (durée } \tau=\pi/\Omega\sqrt{2})} |g,2\rangle \dots$$

Réalisée avec un ion piégé, l'expérience revient à alterner des pulses sur bande latérale (pour effectuer les oscillations de Rabi) et des pulses sur la porteuse (pour repomper le qubit). Les pulses de Rabi successifs sont de plus en plus courts (durée en $1/\sqrt{n}$). On prépare ainsi un état de Fock de façon déterministe. On peut l'analyser par tomographie. Une autre méthode consiste à enregistrer après la préparation un signal d'oscillation de Rabi et à constater la présence d'une composante de Fourier unique dans son spectre, à la fréquence $\Omega\sqrt{n}$ attendue.

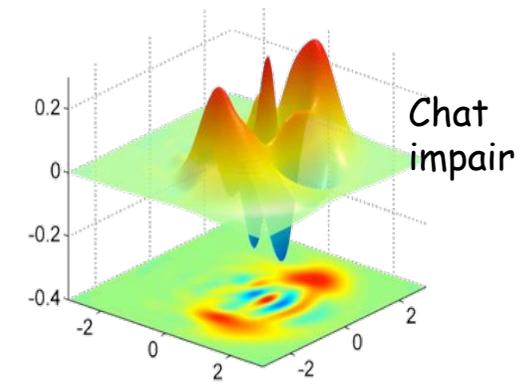
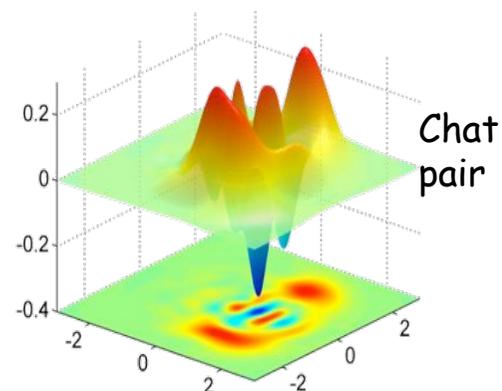
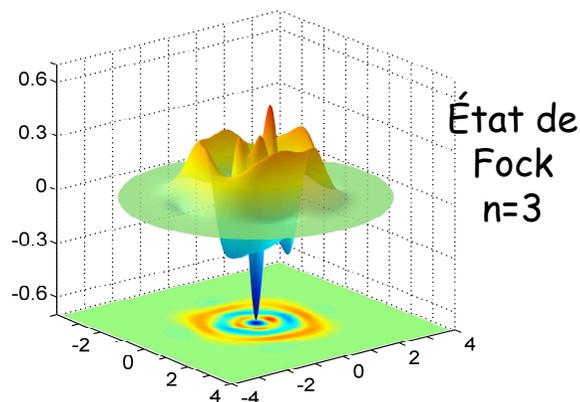
Oscillations de Rabi $|e,n\rangle \rightarrow |g,n+1\rangle$ pour $n=0$ et $n=1$ quanta de vibration. Expérience avec un ion Ca^+ , groupe d'Innsbruck, Blatt et al (2000). Noter que chaque signal a une fréquence unique, les fréquences étant dans le rapport $\sqrt{2}$.



Préparation non-déterministe par la mesure: états de Fock et chats de Schrödinger

Une méthode non-déterministe de préparation d'états de Fock consiste simplement à compter le nombre de photons dans un état cohérent $|\alpha\rangle$. La mesure projette l'oscillateur dans l'état de Fock $|n\rangle$, avec la probabilité $\Pi^{(\alpha)}(n)$. Au prix de quelques essais, on peut ainsi préparer l'état que l'on souhaite. On peut ensuite l'analyser soit par tomographie, soit par oscillation de Rabi. L'expérience implique alors une post sélection. On reconstruit l'état de Fock voulu en sélectionnant dans la série de réalisations celles qui ont conduit à l'état cherché (figure en bas à gauche pour $n=3$).

La même méthode de projection peut être appliquée à la préparation d'états « chats de Schrödinger » $|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle$. On part d'un état cohérent $|\alpha\rangle$ et on mesure, à l'aide d'un seul atome la parité du nombre de photons. Pour un résultat pair, l'oscillateur est projeté dans $|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle$, et pour un résultat impair dans $|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle$. La procédure est aléatoire, préparant une fois sur deux l'état voulu. En post-sélectionnant, on reconstruit les fonctions W des chats « pair et « impair » (figure centre et droite).



I-B:

Introduction au Cours 2010-2011

Synthèse d'états arbitraires d'un oscillateur par couplage à un qubit

La génération d'états non-classiques d'un oscillateur est difficile en raison de l'équidistance de ses niveaux. L'excitation par une force (cas mécanique) ou par le couplage à un courant oscillant (cas électromagnétique) conduit à des états cohérents. Pour générer des états non-classiques (états de Fock ou «chats»), il faut introduire une non-linéarité, par exemple coupler l'oscillateur à un qubit, conduisant à une réponse de l'oscillateur dépendant du nombre de quanta. De façon générale, tout état pur de l'oscillateur peut se représenter soit dans la base des états de Fock, soit dans la base (surcomplète) des états cohérents:

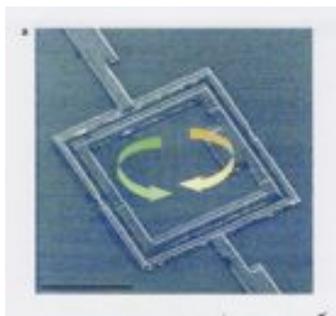
$$|\Psi\rangle = \sum_n C_n |n\rangle = \frac{1}{\pi} \int d^2\alpha |\alpha\rangle \langle\alpha|\Psi\rangle$$

Nous allons montrer comment synthétiser un état arbitraire de l'oscillateur avec C_n quelconques. La méthode, proposée par Law et Eberly (référence à la fin de la leçon) repose sur le couplage de l'oscillateur à un qubit soumis à une séquence de rotations et d'oscillations de Rabi.

Nous décrivons aussi une méthode générale de synthèse lorsque l'état est donné sous forme de superposition d'états $|\alpha\rangle$ (qui s'applique lorsque les amplitudes $\langle\alpha|\Psi\rangle$ se recouvrent de façon négligeable). La méthode est basée sur une application d'une variante de l'effet Zénon. Elle consiste à restreindre l'évolution de l'oscillateur à un sous-espace de Hilbert par application d'une séquence rapide d'opérations unitaires réalisées en le couplant à un qubit. Cette méthode, proposée par Raimond et al (référence en fin de leçon) n'a pas encore été réalisée expérimentalement.

Jonctions Josephson et résonateurs LC : l'électrodynamique des circuits

La méthode de synthèse de Law et Eberly a été démontrée en 2002 sur un mode de vibration d'un ion, puis en 2009 de façon plus complète, dans une expérience d'Electrodynamique des circuits où le qubit est une jonction Josephson et l'oscillateur un circuit LC. Dans cette expérience, un petit circuit supraconducteur incluant une jonction Josephson se comporte comme un système quantique mésoscopique dont on peut restreindre l'évolution à deux niveaux d'énergie définissant un qubit. L'information quantique des circuits mésoscopiques fait l'objet des cours de M.Devoret au Collège de France.



Une boucle supraconductrice avec jonctions Josephson peut être le siège d'une superposition symétrique ou antisymétrique de 2 courants de sens opposés, formant la base d'un qubit



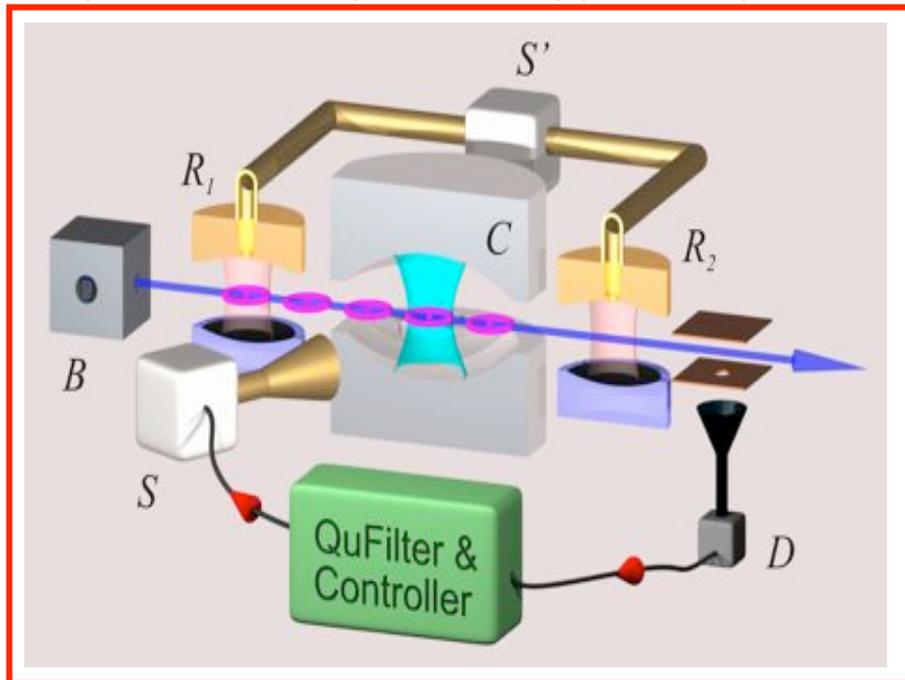
Couplage de deux qubits Josephson à un résonateur rf pour expérience de circuit QED

Dans ce cours, dont le but est de faire le lien entre physique mésoscopique et physique atomique, je me limiterai à analyser les propriétés essentielles de l'effet Josephson et à décrire simplement des expériences réalisées par le groupe de J.Martinis avec un qubit particulier, le qubit de phase. Je m'aiderai d'analogies avec la physique atomique (en particulier la physique des condensats de Bose-Einstein étudiés en 2006-2007). Figures ci-contre tirées de Clarke et al et Martinis et al.

Expériences de rétroaction quantique

Les méthodes déterministes de synthèse d'états évoquées jusqu'ici sont basées sur l'application d'une séquence d'opérations unitaires à l'oscillateur. Ces opérations sont pré-calculées à partir de la donnée des amplitudes de probabilité définissant l'état à générer. La séquence d'opérations ainsi déterminée s'applique automatiquement.

Une autre approche possible pour préparer un état de façon déterministe se base sur un principe de rétroaction (feedback): on observe l'évolution de l'oscillateur de façon continue et on utilise l'information ainsi extraite pour influencer sur son évolution et l'orienter vers l'état final recherché. Contrairement aux méthodes de synthèse précédentes, l'ordinateur joue ici un rôle actif puisqu'il doit calculer en temps réel la réponse à apporter pour amener progressivement l'oscillateur dans



le bon état final. L'avantage de cette méthode est qu'on peut l'utiliser, une fois cet état atteint, pour corriger les effets de la décohérence qui tendent à ramener cet état vers un état classique. La rétroaction quantique joue ainsi un rôle de synthèse d'état non-classique et un rôle de protection de cet état contre la décohérence. Nous montrerons comment cette méthode peut s'appliquer en CQED pour générer et protéger des états de Fock.

Plan du cours

- Première leçon (10 Janvier): **Introduction du cours 2010-2011**
- Deuxième leçon (17 Janvier): **La physique de la jonction Josephson**
- Troisième leçon (24 Janvier): **Les qubits supraconducteurs**
- Quatrième leçon (31 Janvier): **Information quantique avec qubits de phase**
- Cinquième leçon (7 Février): **Synthèse d'états en Electrodynamique des circuits**
- *Ni leçon ni séminaire le 14 Février*
- Sixième leçon (21 Février): **Synthèse d'états d'un oscillateur par effet Zénon dynamique (une proposition d'expérience)**
- Septième leçon (28 Février): **Synthèse et protection d'états par rétroaction quantique.**

Conférences de Luiz Davidovich:

Le cours 2010-2011 sera complété par une série de quatre conférences en français de Luiz Davidovich (Université fédérale de Rio de Janeiro, professeur invité au Collège de France), portant sur « **Intrication, décohérence et métrologie quantique** ». Première conférence le 9 Février à 17h, salle 2 du Collège de France. Luiz Davidovich interviendra par ailleurs le 7 Février dans le cadre des séminaires de la chaire de physique quantique (détails page suivante).

Les séminaires de l'année 2010-2011

10 Janvier 2011: *Imaging and manipulating single atoms in a strongly correlated quantum system*

Stefan Kuhr, Institut Max Planck d'Optique Quantique, Garching, Allemagne

17 Janvier 2011: *Mesurer la mesure: comment utiliser l'électrodynamique en cavité pour détecter un qubit atomique avec une rétroaction minimale*

Jakob Reichel, LKB/ENS/UPMC

24 janvier 2011: *Optomécanique avec des micro-cavités de grande finesse*

Samuel Deléglise, Ecole Polytechnique de Lausanne

31 Janvier 2011: *What can a single atom do that many atoms cannot?*

Peter Toschek, Université de Hambourg

7 Février 2011: *Entanglement and Decoherence: From Einstein and Schrödinger to Quantum Information*

Luiz Davidovich, Université Fédérale de Rio de Janeiro, Brésil

21 Février 2011: *Dissipation: a new tool in quantum information processing*

Ignacio Cirac, Institut Max Planck d'Optique Quantique, Garching, Allemagne

28 Février 2011: *Refroidissement d'un atome individuel par rétroaction sur des photons uniques*

Alexei Ourjoumtsev, Institut d'Optique, Palaiseau

Références générales

- Notes des cours antérieurs sur le site du Collège de France et sur www.cqed.org
- S.Haroche & J-M.Raimond, *Exploring the quantum, Atoms, cavities and photons*, Oxford University Press (2006).
- Notes de cours de M.Devoret, Chaire de Physique mésoscopique, Collège de France
- J.Clarke & F.Wilhelm, Superconducting quantum bits, *Nature*, **453**, 1031 (2008)
- R.Schoelkopf & S.Girvin, Wiring-up quantum systems, *Nature*, **451**, 664 (2008)
- J.Martinis & M.Devoret, Superconducting qubits dans « Quantum entanglement and information processing », Ecole des Houches sessions **79** (2004).
- C.Law & J.Eberly, Arbitrary Control of a quantum electromagnetic field, *Phys.Rev.Lett.* **76**, 1055 (1996)
- S.Pascazio & M.Namiki, Dynamical quantum Zeno effect, *Phys.Rev.A*, **50**, 4582 (1994)
- J-M.Raimond & al, Phase space tweezers for tailoring cavity fields by quantum Zeno dynamics, *Phys.Rev.Lett.* **105**, 213601 (2010)
- A.Doherty & al, Quantum feedback control and classical control theory, *Phys.Rev.A.* **62**, 012105 (2000)
- I.Dotsenko & al, Quantum feedback by discrete quantum nondemolition measurements: towards on-demand generation of photon number states, *Phys.Rev.A*, **80**, 013805 (2009).