

Physique quantique - 9 Avril 2013

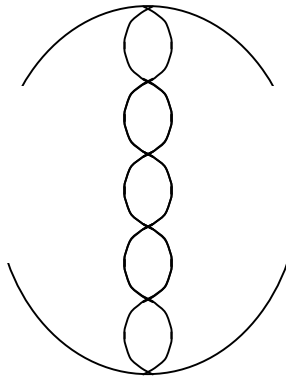
Cours 2012-2013: Cinquième Leçon

Chats de Schrödinger et décohérence en électrodynamique quantique en cavité

Dans la leçon précédente nous avons rappelé les expériences mettant l'accent sur l'aspect corpusculaire du champ dans une cavité: comptage de photons, préparation et contrôle d'états de Fock. Nous décrivons aujourd'hui les études, commencées en 1996, dans lesquelles l'aspect ondulatoire de la lumière est essentiel. Dans ces expériences, nous manipulons la phase du champ et, à partir d'états cohérents, nous préparons des états superpositions d'états de phases différentes, que l'on appelle des états « chats de Schrödinger ». Ces états sont générés à l'aide d'un seul atome, lui même porté dans une superposition de deux états de Rydberg associés à des indices de réfraction différents pour le champ. A l'aide d'un second atome sonde traversant la cavité après l'atome préparateur du chat de Schrödinger, nous avons étudié la décohérence de ces états, due à leur couplage par perte de photon à un environnement de modes du champ initialement vides. Cette décohérence est d'autant plus rapide que le champ contient plus de photons, ce qui illustre un des aspects du passage entre les mondes quantique et classique. Nous décrivons enfin des expériences plus récentes (2008) de reconstruction complète par tomographie d'états non-classiques du champ qui nous ont permis d'étudier la décohérence de façon plus précise. Ces expériences exploitent l'information fournie par un grand nombre d'atomes traversant un à un la cavité pendant son temps d'amortissement.

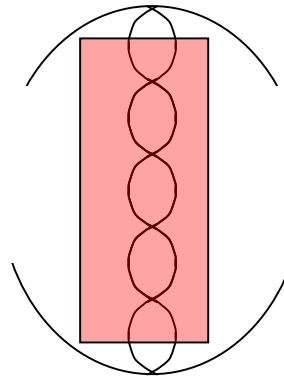
V-A

Effets d'indice à un atome en électrodynamique quantique en cavité



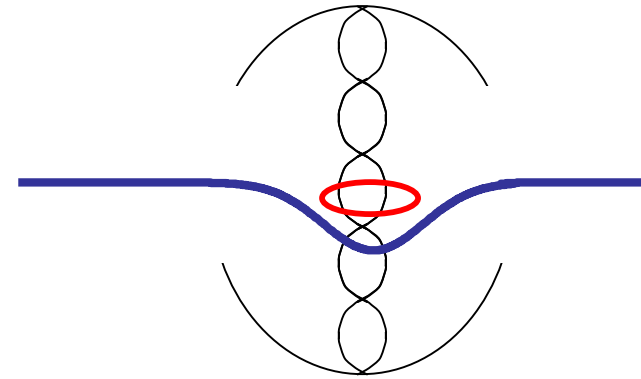
Fréquence de résonance de la cavité vide

$$\omega = (2p + 1) \frac{\pi c}{L}$$



Un diélectrique transparent d'indice $n=1+\varepsilon$ change c en $c/n \sim c(1-\varepsilon)$ et modifie la fréquence de résonance de la cavité:

$$\omega \rightarrow \omega - \omega\varepsilon$$



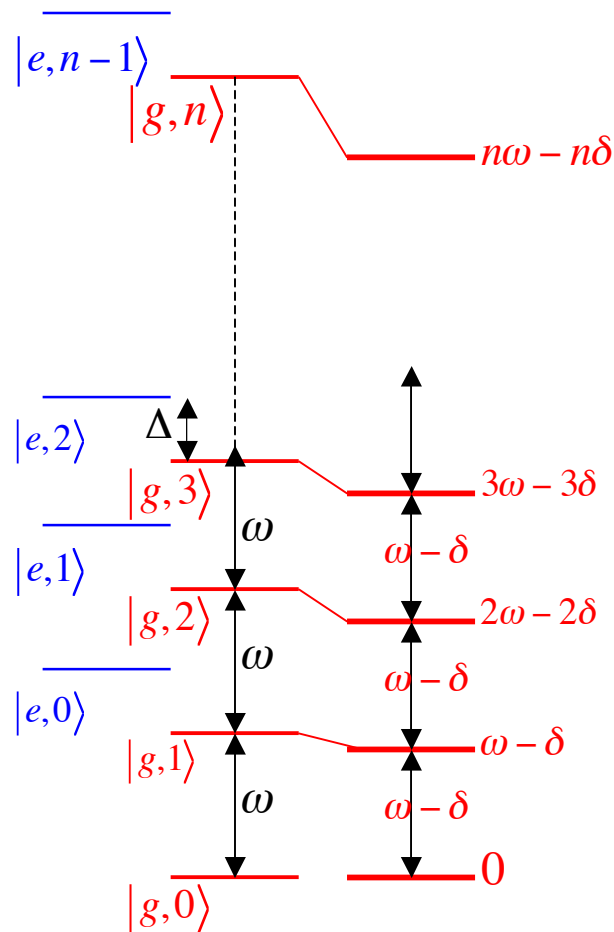
Un atome de Rydberg non-résonnant est analogue à un petit élément diélectrique changeant l'indice du milieu et la fréquence du champ:

$$\omega \rightarrow \omega \pm \frac{\Omega^2(z)}{4\Delta}$$

$$n_{\text{atome}} = 1 \mp \frac{\Omega^2}{4\omega\Delta}$$

Un seul atome produit une variation relative d'indice qui peut atteindre quelques 10^{-7} !

Indice de réfraction d'un atome



La fréquence du champ dans la cavité change lorsqu'elle contient un atome non-résonnant au point z . Les déplacements de fréquence sont opposés suivant que l'atome est dans l'état e ou g :

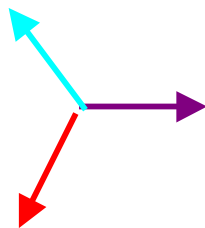
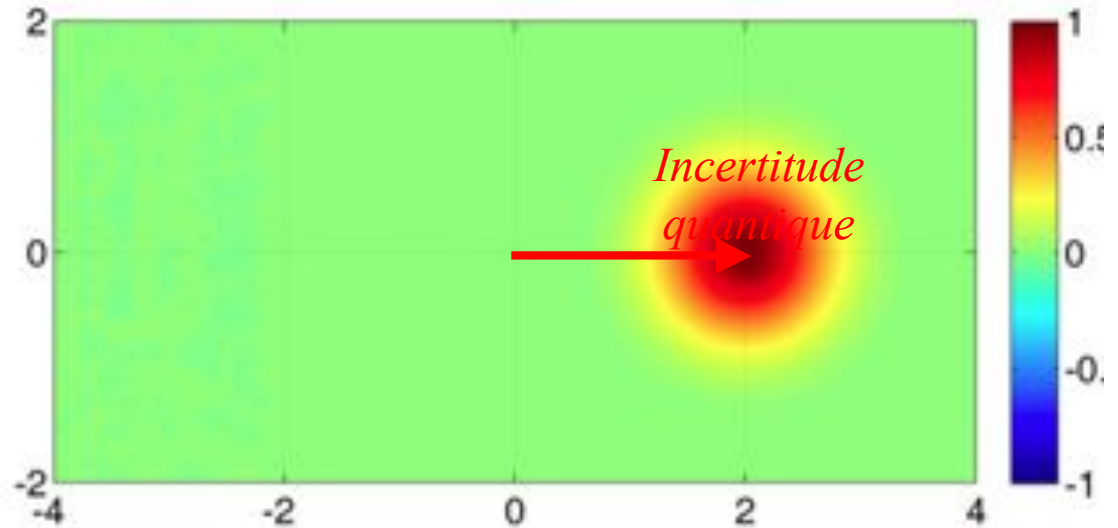
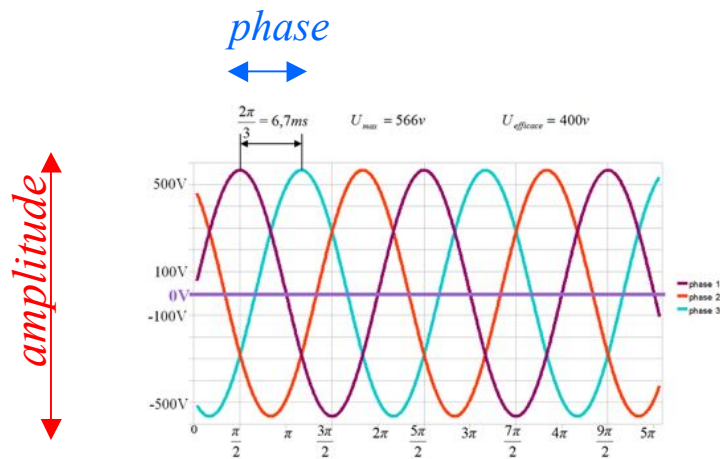
$$\omega_g = \omega - \delta(z) \quad ; \quad \omega_e = \omega + \delta(z) \quad ; \quad \delta(z) = \frac{\Omega^2(z)}{4\Delta}$$

D'où un déphasage du champ après que l'atome a traversé C , égal au demi-déphasage par photon subi par le dipôle atomique (effets complémentaires sur les phases de l'atome et du champ):

$$\delta\varphi = \pm \int \frac{\Omega^2(z)}{4\Delta} \frac{dz}{v}$$

Ce déphasage peut atteindre la valeur $\pi/2$. Un seul atome peut ainsi déphaser d'un angle macroscopique la phase d'un champ contenant plusieurs photons. Si l'atome est dans une superposition des états e et g , la phase du champ prend deux valeurs à la fois, ce qui permet de préparer des états « chats de Schrödinger » du champ. **Indice atomique quantique**

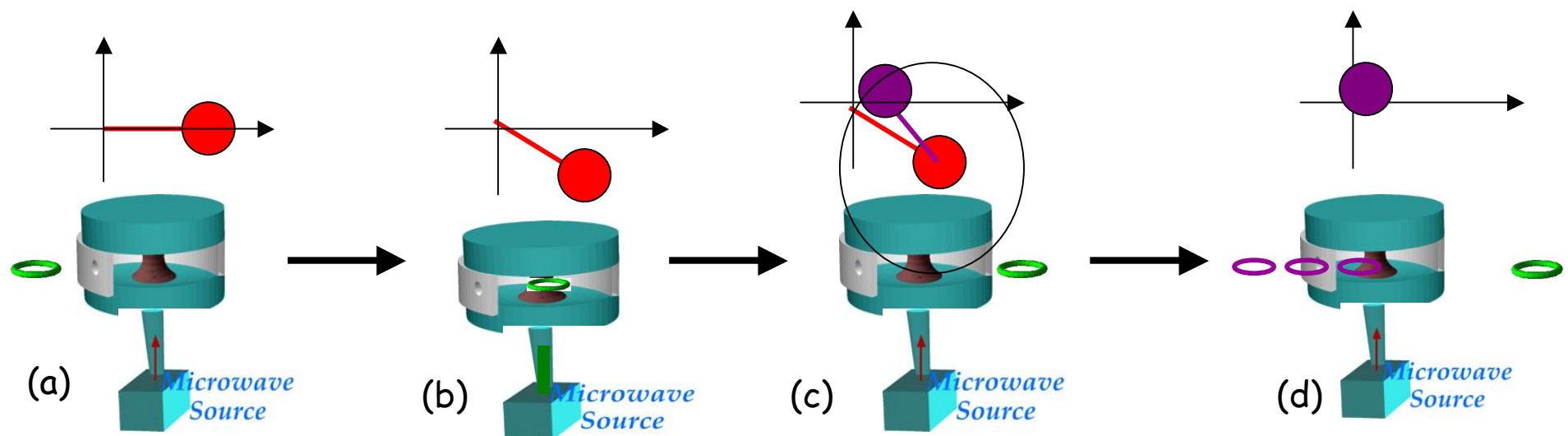
Un état cohérent du champ de photons: une onde représentée par un vecteur (dont l'extrémité est "floue")



L'état quantique du champ est représenté par une distribution gaussienne (représentée ici en fausses couleurs). C'est la fonction de Wigner du champ (pour une définition de cette fonction pour un état quelconque du champ, voir plus loin)

Observation du déphasage induit par un atome: homodynage du champ dans la cavité

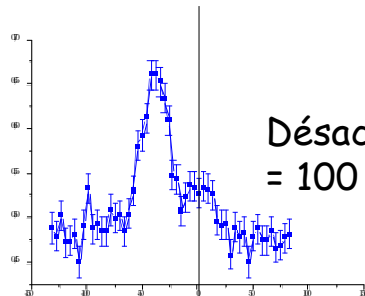
On prépare un **champ cohérent** dans C (fig a). Puis on le déphase à l'aide d'un atome (fig b). Un **second champ sonde cohérent** de même amplitude et de phase accordable est injecté dans C , ajoutant vectoriellement par "homodynage" son amplitude complexe à celle du **premier champ** (fig c). En balayant la phase de ce **champ sonde**, on ramène le champ total au vide, pour une phase du **champ sonde** opposée à celle du **premier champ** (fig d). On sonde le champ total en envoyant des atomes résonnants dans g . Si C est vide, ces atomes restent dans g , sinon ils passent avec une probabilité $\sim 1/2$ dans e . On enregistre la probabilité d'excitation des atomes en fonction de la phase du **champ sonde**. On obtient ainsi la distribution de phase du **champ déphasé** par l'indice atomique (déphasage mesuré avec précision de $\pm 15^\circ$).



Déphasage dispersif d'un champ cohérent par un seul atome

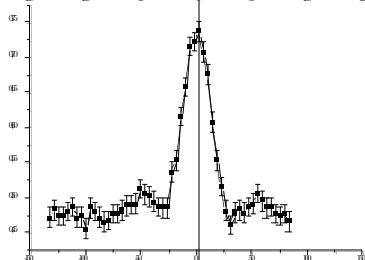
Champ contenant
~ 30 photons

Atome dans g

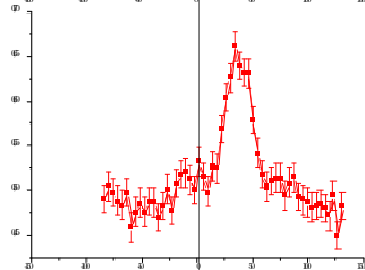


Désaccord Δ
= 100 kHz

Pas d'atome

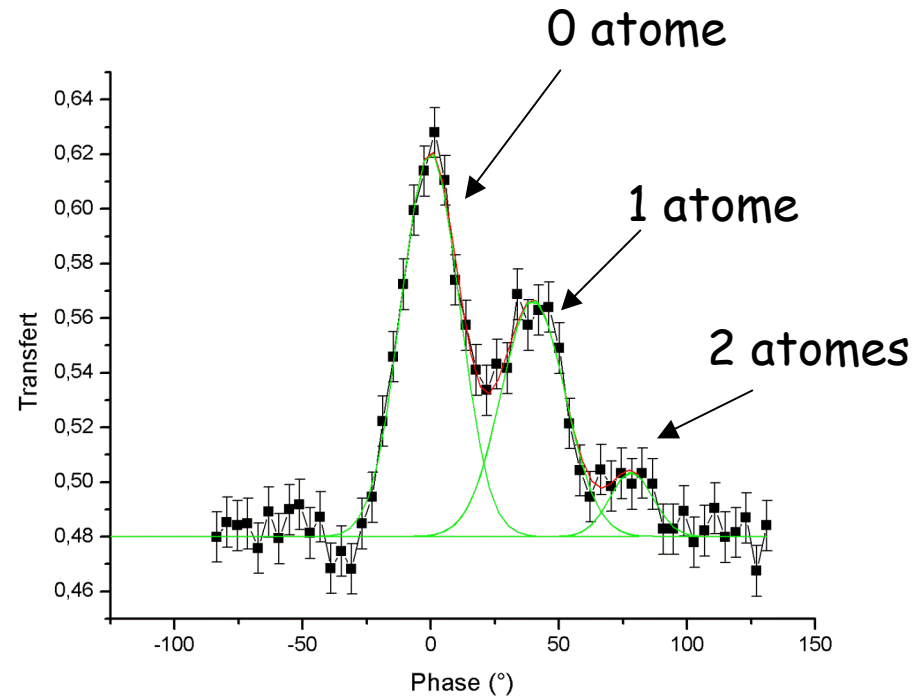


Atome dans e



Distribution de phase du champ après passage d'un atome.
Déplacements opposés pour e et g.

P. Maioli et al,
PRL, 94,
113601
(2005)



Distribution statistique de la phase d'un champ cohérent, après interaction avec de petits échantillons d'atomes dans g. La distribution des atomes est Poissonienne (moyenne : 0,4 atome), chaque échantillon contenant 0, 1 ou 2 atomes: la quantification du déphasage révèle la distribution par échantillon du nombre d'atomes .

V-B

Chats de Schrödinger du champ et étude de la décohérence





M.Brune



L.Davidovich

Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling: Quantum-nondemolition measurements and generation of "Schrödinger cat" states

M. Brune, S. Haroché, and J. M. Raimond

Laboratoire de Spectroscopie Mécanique de l'École Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris-CEDEX 05, France

L. Davidovich and N. Zagury

Departamento de Física, Pontificia Universidade Católica, 22451 Rio de Janeiro, Brazil

(Received 1 November 1991)

A quantum-nondemolition method to measure the number of photons stored in a high-Q cavity, introduced by Brune et al. [Phys. Rev. Lett. 48, 975 (1990)], is described in detail. It is based on the detection of the dispersive phase shift produced by the field on the wave function of noninteracting atoms crossing the cavity. This shift can be measured by atomic interferometry, using the Ramsey separated-oscillatory-field method. The information acquired by detecting a sequence of atoms modifies the field step by step, until it eventually collapses into a Fock state. At the same time, the field phase undergoes a diffusive process as a result of the back action of the measurement on the photon-number conjugate variable. Once a Fock state has been generated, its evolution under weak perturbation can be continuously monitored, revealing quantum jumps between various photon numbers. When applied to an initial coherent field, the intermediate steps of the measuring sequence produce quantum superpositions of classical fields, known as "Schrödinger cat states." Ways to prepare and detect these states in a cavity subjected to a weak relaxation process are discussed. The effects analyzed in this article could realistically be observed by using circular Rydberg atoms and very high-Q superconducting microwave cavities. The possibility of photon "manipulation" through nonresonant atom-field interactions opens a domain in cavity QED studies.



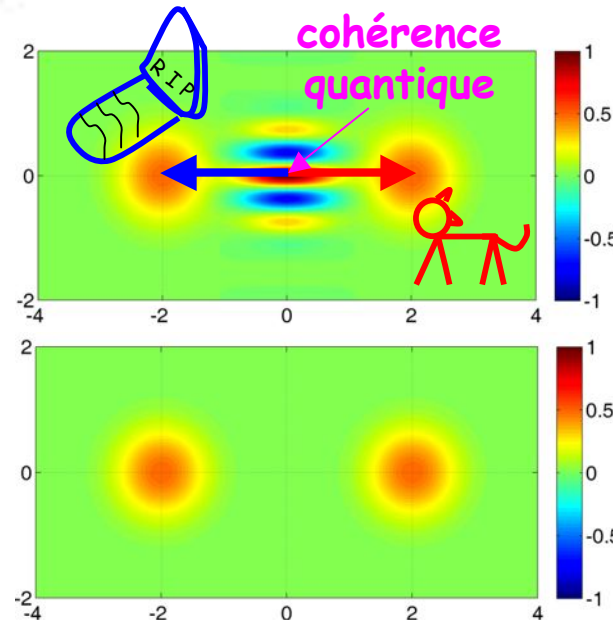
J-M.Raimond



N.Zagury

Fonction de Wigner

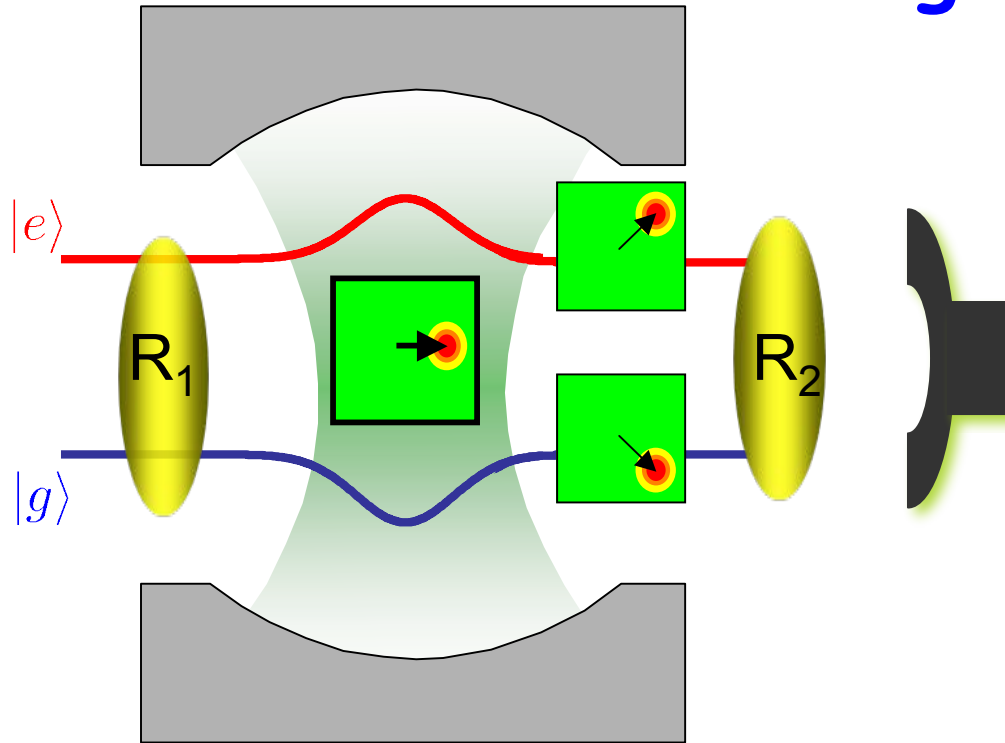
décohérence



Etat chat de Schrödinger $|\alpha e^{i\phi}\rangle + |\alpha e^{-i\phi}\rangle$

Mélange classique de chat « vivant » et « mort »

Comment un seul atome prépare un chat de Schrödinger de lumière



1. Un atome est préparé dans R_1 dans une superposition de e et g

2. L'atome déphase le champ dans deux directions opposées en traversant C : la superposition crée une intrication dans une situation typique de chat de Schrödinger: **le champ est une 'aiguille' mesurant l'énergie de l'atome**

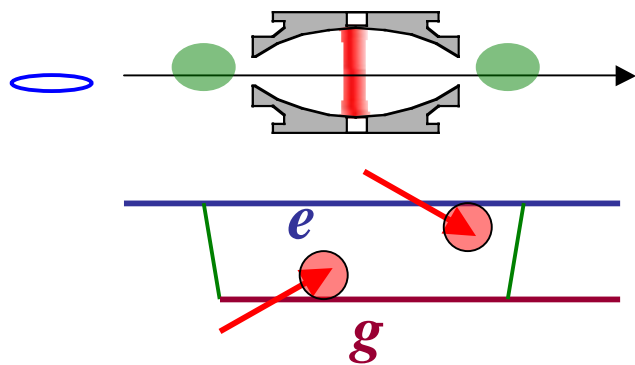
3. Les états atomiques sont mélangés dans R_2 , maintenant l'ambiguïté du chat:

$$e^{i\phi/2} (| \text{atom in } e \rangle, |e\rangle + | \text{atom in } g \rangle, |g\rangle) \rightarrow (| \text{atom in } e \rangle + | \text{atom in } g \rangle) |e\rangle + (| \text{atom in } e \rangle - | \text{atom in } g \rangle) |g\rangle$$

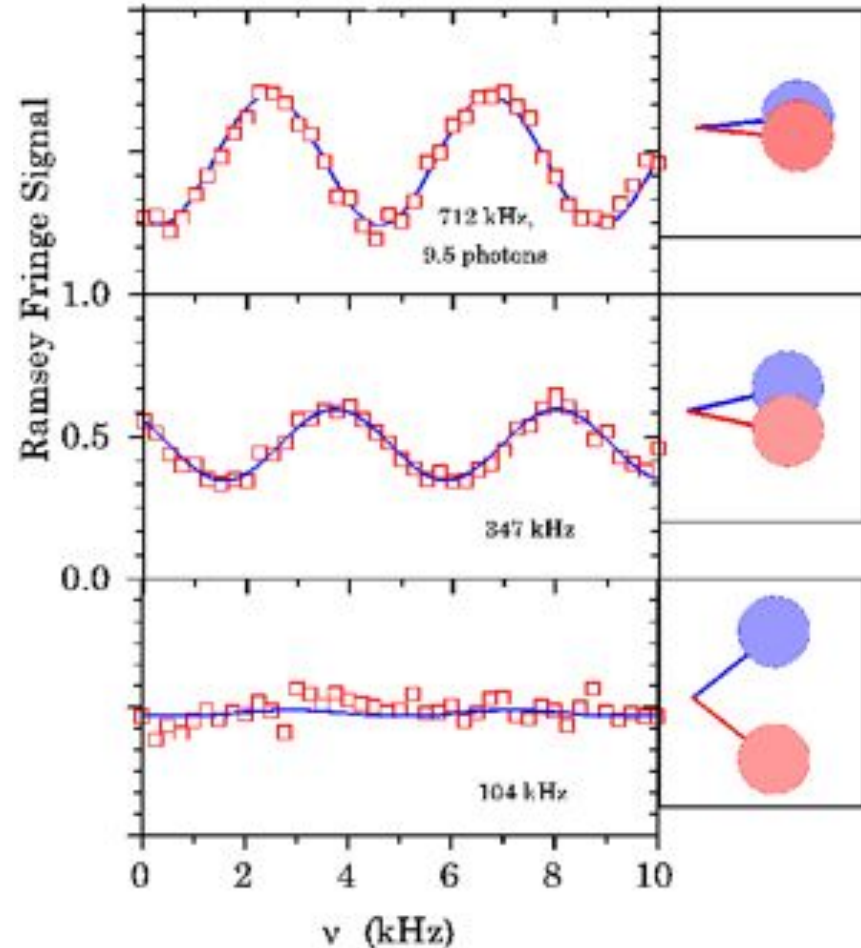
Détecter l'atome dans e ou g projette le champ dans une superposition à la « chat de Schrödinger »

La préparation du chat vue par l'atome: une expérience de complémentarité

*L'atome qui prépare le chat
traverse un interféromètre de
Ramsey*



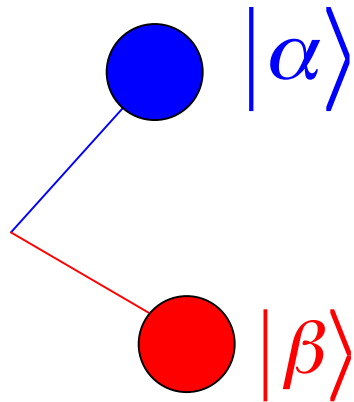
En changeant de phase, le champ de C se comporte comme une « aiguille » de mesure donnant une information sur le chemin suivi par l'atome dans l'interféromètre. Le contraste des franges est proportionnel au recouvrement des deux états finals du champ (voir discussion sur la complémentarité à la leçon 3)



Déphasage contrôlé par le désaccord Δ

*M.Brune, E.Hagley, J.Dreyer, X.Maître, A.Maali, C.Wunderlich, J-M.Raimond et S.Haroche,
Phys.Rev.Lett. 77, 4887 (1996).*

Couplage des états cohérents et des états chat de Schrödinger à l'environnement



$$\langle \alpha | \beta \rangle = e^{-(|\alpha|^2 + |\beta|^2)/2} e^{\alpha^* \beta} \quad ; \quad |\langle \alpha | \beta \rangle|^2 = e^{-|\alpha - \beta|^2}$$

$$|\Psi\rangle_{\text{cat}} = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \text{Re}\langle \alpha | \beta \rangle)}} (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) \approx \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle + |\beta\rangle) \quad ; \quad (|\alpha - \beta| \gg 1)$$

$$\alpha = \sqrt{\bar{n}} e^{i\Phi} \quad ; \quad \beta = \sqrt{\bar{n}} e^{-i\Phi}$$

$$\langle \alpha | \beta \rangle = \exp[-\bar{n}(1 - e^{-2i\Phi})] \quad ; \quad \langle \alpha | \beta \rangle = \exp(-2\bar{n}) \text{ pour } \Phi = \pi / 2$$

La relaxation des états cohérents est due à leur couplage avec un réservoir formé d'un continuum de modes du champ initialement vides (environnement E). Sous l'effet de ce couplage, les champs cohérents le restent et leurs amplitudes décroissent exponentiellement. En même temps, les modes de E se remplissent de petits champs cohérents de même phase. Ce processus se produit sans intrication entre le champ et E: les états cohérents, états propres de l'annihilation de photons, sont des « pointer states » du processus de décohérence:

$$|\alpha\rangle \otimes \prod_i |0_i\rangle \rightarrow |\alpha e^{-\kappa t/2}\rangle \otimes \prod_i |\varepsilon_i^{(\alpha)}(t)\rangle \quad |\beta\rangle \otimes \prod_i |0_i\rangle \rightarrow |\beta e^{-\kappa t/2}\rangle \otimes \prod_i |\varepsilon_i^{(\beta)}(t)\rangle \quad \kappa = \frac{1}{T_C}$$

Avant décohérence
Après décohérence

Environnement E

Couplage des chats à l'environnement (suite)

La conservation de l'énergie implique que l'énergie perdue par C se retrouve dans E:

$$\sum_i |\varepsilon_i^{(\alpha)}(t)|^2 = \sum_i |\varepsilon_i^{(\beta)}(t)|^2 = \bar{n} (1 - e^{-\kappa t})$$

Si le champ est dans un état superposition $|\Psi\rangle_{\text{cat}} = (|\alpha\rangle + |\beta\rangle)/\sqrt{2}$, la linéarité de la physique quantique conduit à l'évolution:

$$|\Psi\rangle_{\text{cat}} \otimes |0\rangle_E \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\alpha(t)\rangle \otimes |\Psi_\alpha(t)\rangle_E + |\beta(t)\rangle \otimes |\Psi_\beta(t)\rangle_E \right]$$

$$|\Psi_\alpha(t)\rangle_E = \prod_i |\varepsilon_i^\alpha(t)\rangle \quad ; \quad |\Psi_\beta(t)\rangle_E = \prod_i |\varepsilon_i^\beta(t)\rangle$$

Il se crée ainsi de l'intrication entre le champ et E: le chat devient vite un mélange statistique obtenu en traçant sur E: c'est le phénomène de la décohérence.

Les états finals de E sont distinguables ou non suivant l'intégrale de recouvrement:

$${}_E \langle \Psi_\alpha(t) | \Psi_\beta(t) \rangle_E = \prod_i \langle \varepsilon_i^\alpha(t) | \varepsilon_i^\beta(t) \rangle = \exp \left[- \sum_i |\varepsilon_i^\alpha(t)|^2 (1 - e^{-2i\Phi}) \right] = \exp \left[- \bar{n} (1 - e^{-\kappa t}) (1 - e^{-2i\Phi}) \right]$$

qui, pour $\Phi = \pi/2$ ($\alpha = -\beta$) s'écrit:

$${}_E \langle \Psi_\alpha(t) | \Psi_\beta(t) \rangle_E = \exp \left[- 2\bar{n} (1 - e^{-\kappa t}) \right]$$

Les états finals de E deviennent orthogonaux et les effets d'interférence disparaissent très vite (encore la complémentarité)

Décohérence des états chats de Schrödinger

Opérateur densité (O.D) du champ + environnement:

$$\rho_{cat+E}(t) = \frac{1}{2} [|\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)| \otimes |\Psi_\alpha(t)\rangle_E \langle\Psi_\alpha(t)| + |\beta(t)\rangle\langle\beta(t)| \otimes |\Psi_\beta(t)\rangle_E \langle\Psi_\beta(t)| \\ + |\alpha(t)\rangle\langle\beta(t)| \otimes |\Psi_\alpha(t)\rangle_E \langle\Psi_\beta(t)| + |\beta(t)\rangle\langle\alpha(t)| \otimes |\Psi_\beta(t)\rangle_E \langle\Psi_\alpha(t)|]$$

O.D. du champ obtenu en traçant sur E:

$$\rho_{cat}(t) = Tr_E \{ \rho_{cat+E}(t) \} = \frac{1}{2} [|\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)| + |\beta(t)\rangle\langle\beta(t)| \\ + \langle\Psi_\beta(t)|\Psi_\alpha(t)\rangle |\alpha(t)\rangle\langle\beta(t)| + \langle\Psi_\alpha(t)|\Psi_\beta(t)\rangle |\beta(t)\rangle\langle\alpha(t)|]$$

Les termes non-diagonaux de l'O.D. décrivant la cohérence quantique sont d'autant plus grands que les états finals de E sont plus voisins

Si $\alpha = -\beta$:
$$\rho_{cat}(t) = \frac{1}{2} [|\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)| + |-\alpha(t)\rangle\langle-\alpha(t)| + e^{-2\bar{n}(1-e^{-\kappa t})} (|\alpha(t)\rangle\langle-\alpha(t)| + |-\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)|)]$$

La cohérence du chat décroît très vite. Pour $t \ll T_C$ on a une bonne approximation:

$$\rho_{cat}(t) \approx \frac{1}{2} [|\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)| + |-\alpha(t)\rangle\langle-\alpha(t)| + e^{-2\bar{n}\kappa t} (|\alpha(t)\rangle\langle-\alpha(t)| + |-\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)|)]$$

D'où le temps de décohérence:

$$T_{dec} = \frac{1}{2\bar{n}\kappa} = \frac{T_C}{2\bar{n}}$$

Le taux de décohérence est proportionnel au nombre moyen de photons

Autre interprétation de la décohérence des « chats »: effet de la perte d'un photon

Considérons la superposition de champs de phases opposées avec le signe + de la superposition (« chat » pair ne contenant que des nombres pairs de photons):

$$|\Psi\rangle_{+cat}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle]$$

Lorsqu'un photon est perdu par saut quantique, la phase de la superposition change et le chat « pair » devient « impair »:

$$a|\Psi\rangle_{+cat} = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha|\alpha\rangle + (-\alpha)|-\alpha\rangle] = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}[|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle] = \alpha|\Psi\rangle_{-cat}$$

La perte d'un photon change la parité du chat. Une seconde perte de photon rétablit la parité initiale et ainsi de suite.... Ces sauts se produisent à des instants aléatoires. Après un temps de l'ordre de T_c/\bar{n} (temps moyen de perte du premier photon), on ne sait plus, pour un ensemble de réalisations, si un nombre pair ou impair de sauts a eu lieu. Cette ignorance signifie que le champ est statistiquement devenu un mélange décrit par un O.D:

$$\rho_{cat} \xrightarrow{\text{après } t \approx T_c/\bar{n}} \frac{1}{2} [|\Psi\rangle_{+cat} \langle\Psi|_{+cat} + |\Psi\rangle_{-cat} \langle\Psi|_{-cat}] = \frac{1}{2} [|\alpha\rangle\langle\alpha| + |-\alpha\rangle\langle-\alpha|]$$

On retrouve le résultat précédent: le chat devient un mélange statistique au bout d'un temps inversement proportionnel à son nombre moyen de photons. Ce temps est très court pour de grands champs avec nombres de photons élevés. **Illustration simple et parlante de la frontière classique/quantique.**

Caractéristiques essentielles des superpositions d'états cohérents

Elles évoluent avec deux constantes de temps différentes:

Un temps de décohérence $T_{dec} = 1/(\kappa|\alpha-\beta|^2)$ inversement proportionnel au carré de la distance des composantes de l'état dans l'espace des phases.

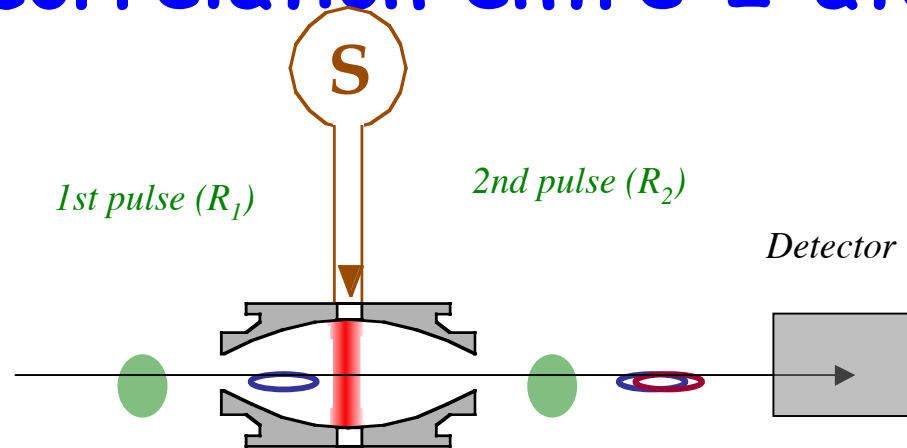
Un temps de décroissance de l'énergie du champ $T_C = 1/\kappa$ très long devant T_{dec} pour $|\alpha-\beta| \gg 1$.

Le temps de décohérence (temps de transformation de la superposition en un mélange) est de l'ordre de grandeur du temps moyen de perte du premier photon dans l'environnement. Ce photon transporte assez d'information pour détruire, par **complémentarité**, la cohérence quantique.

La décohérence est très rapide quand n est grand!

Le même argument explique la décroissance très rapide de la cohérence de superpositions d'états de positions différentes d'une particule (expérience de D. Wineland sur ion piégé)

Cohérence du chat révélée par signal de corrélation entre 2 atomes (expérience de 1996)



Le 1^{er} atome crée un chat et un 2nd atome le sonde. On recommence un grand nombre de fois et reconstruit un signal de corrélation. On considère ici le cas simple où il y a un déphasage de π entre composantes.

Le 1^{er} atome détecté dans g prépare un chat impair. Le 2nd atome est alors aussi détecté dans g car cet atome, dont le dipôle subit un déphasage de π par photon dans l'interféromètre de Ramsey, mesure précisément la parité du nombre de photons. La probabilité conditionnelle $P(g_2/g_1)$ de trouver le 2nd atome dans g après avoir trouvé le 1^{er} dans cet état est donc égale à 1 et $P(e_2/g_1) = 0$. L'appareil corrèle ainsi parfaitement les états des deux atomes. Ce n'est vrai que s'il n'y a pas eu de saut quantique du nombre de photons changeant la parité du champ entre les atomes. Si par contre le champ a évolué en un mélange statistique à poids égaux de parités opposées du nombre de photons, le 2nd atome est trouvé avec probabilités égales dans e et g . La corrélation $\eta = P(g_2/g_1) - P(e_2/g_1)$ est donc égale à 1 pour un «chat» cohérent et à 0 pour un mélange statistique.

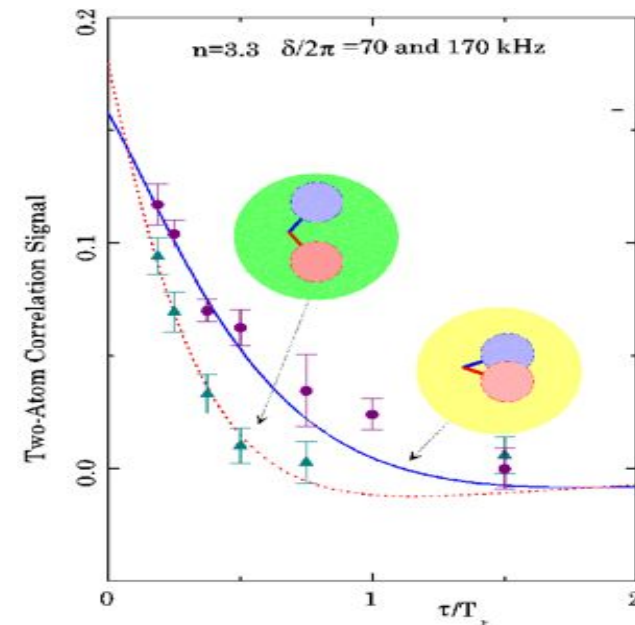
Observation de la décohérence

(Brune et al, Phys.Rev.Lett. 77, 4887 (1996)).

Sans décohérence, les 2 atomes sont parfaitement corrélés pour un déphasage de π entre les deux composantes du champ. Pour un plus petit déphasage entre composantes (de l'ordre de 50 à 100° dans nos expériences), la corrélation devient partielle et le signal η a idéalement un maximum de 0,5. η est mesuré en répétant l'expérience, accumulant une statistique sur un grand nombre de couples atomiques. En changeant le délai entre atomes, on reconstruit l'évolution de η .

L'expérience a été réalisée avec $\langle n \rangle = 3.3$ pour deux valeurs différentes de l'angle de déphasage, obtenues en variant Δ . Le délai τ entre atomes a été balayé entre $0.2 T_c$ et $1.5 T_c$ ($T_c = 160 \mu s$ dans cette expérience). On observe clairement la décohérence et son accélération lorsque la séparation entre les composantes du champ augmente. Les points de la figure sont expérimentaux et les courbes théoriques.

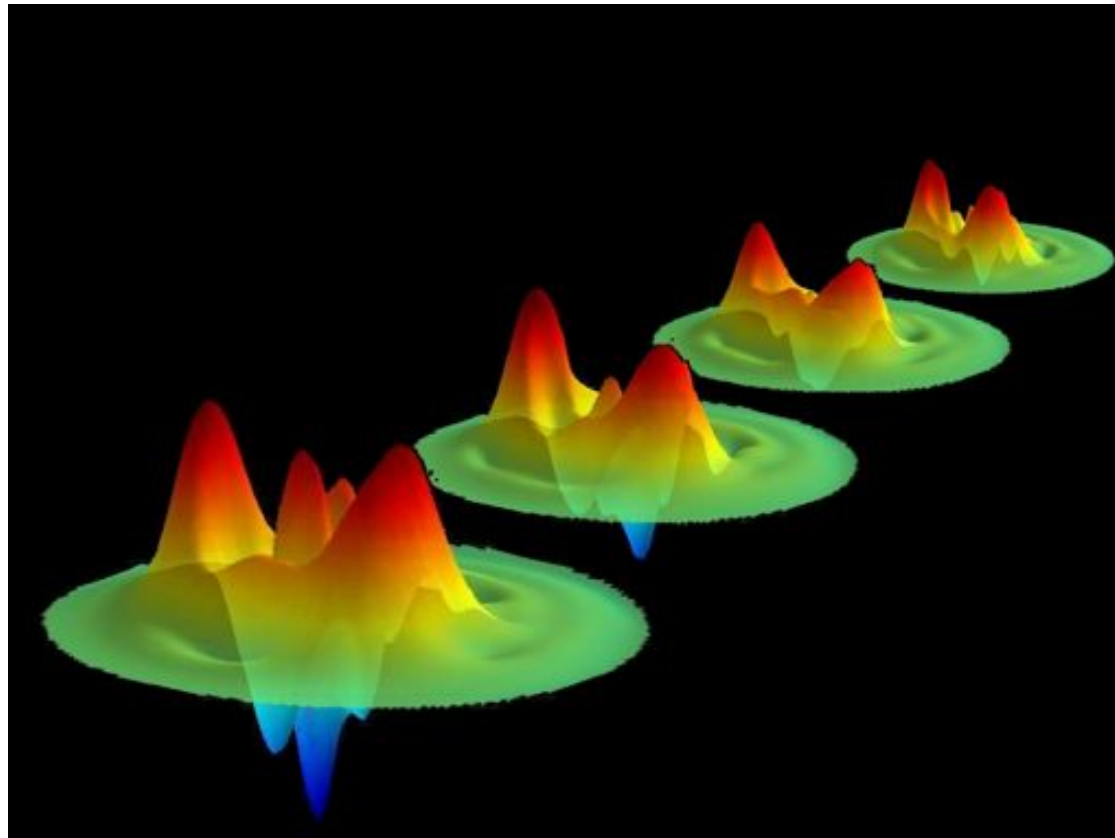
**Illustration de la théorie de la mesure
(décohérence du « mètre »)**



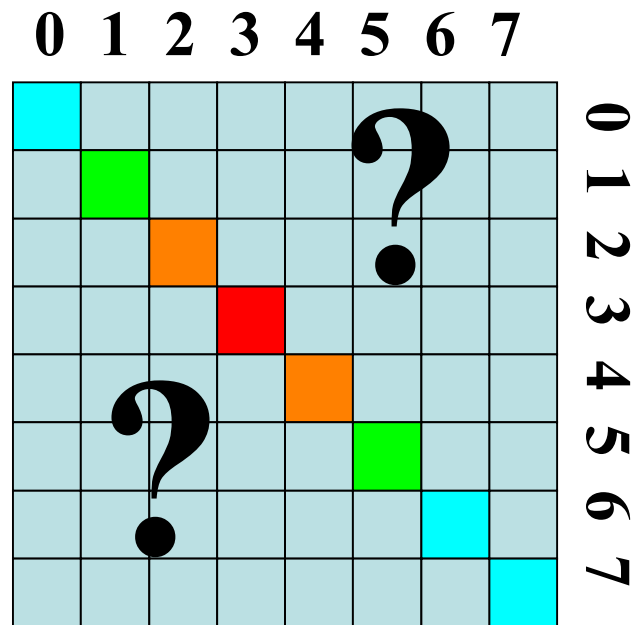
Variation de η en fonction du délai entre atomes pour deux déphasages entre les composantes du chat. La valeur maximum de η (idéalement 0,5) est réduite à 0,18 par des imperfections.

V-C

Reconstruction d'états du champ en
électrodynamique quantique en cavité



Comptage de photon QND et reconstruction d'état



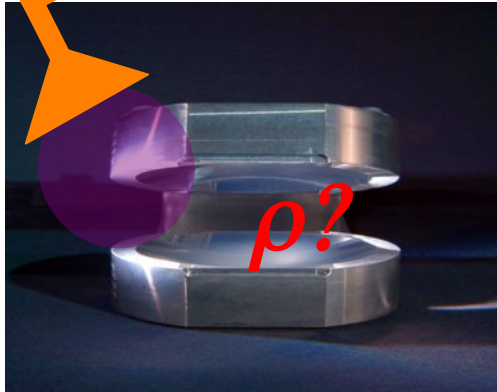
Des comptages QND de photons sur des copies du champ déterminent les éléments diagonaux ρ_{nn} de l'opérateur densité du champ dans la base des états de Fock, en laissant inconnues les cohérences $\rho_{nn'}$

Recette pour déterminer les éléments non diagonaux et reconstruire complètement ρ :

traduire le champ dans l'espace des phases en l'homodynant avec des champs cohérents d'amplitudes complexes différentes et reconstruire à l'aide de comptages de photons QND sur un grand nombre de copies la distribution du nombre de photons des champs traduits.

Tomographie de la lumière piégée dans la cavité

Reconstruction d'état du champ par homodynage et comptage QND de photons



$$\rho \rightarrow \rho^{(\alpha)} = D(\alpha) \rho D(-\alpha)$$

Opérateur translation (Glauber):

$$D(\alpha) = \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)$$

La translation dans l'espace des phases mélange dans les éléments diagonaux du champ translaté $\rho_{nn}^{(\alpha)}$ les cohérences $\rho_{n'n''}$ du champ à reconstruire:

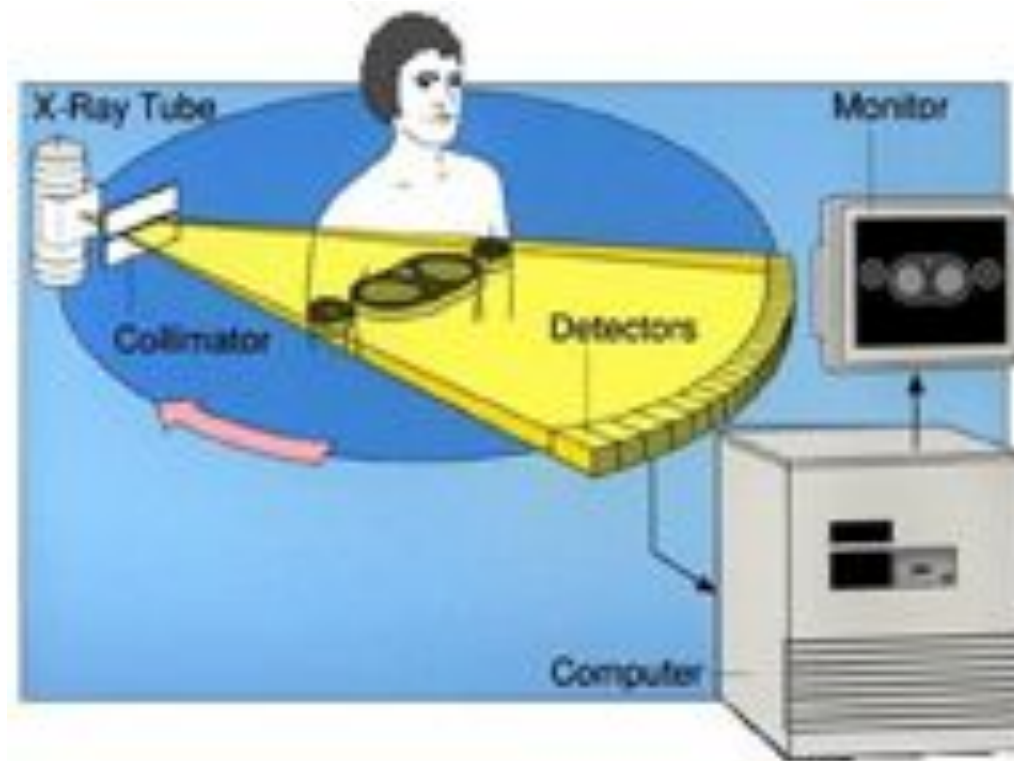
$$\text{mesuré } \rho_{nn}^{(\alpha)} = \sum_{n',n''} D_{nn'}(\alpha) \rho_{n'n''} D_{n''n}(-\alpha)$$

On détermine les $\rho_{nn}^{(\alpha)}$ par comptage de photon QND sur les champs translatés, pour beaucoup de valeurs de α . On obtient ainsi un ensemble d'équations linéaires admettant les $\rho_{n'n''}$ comme inconnues.

En résolvant ces équations, on obtient l'O.D. complet du champ.

Il faut beaucoup de copies: le concept d'état quantique est statistique

La reconstruction d'état par homodynage est analogue à la tomographie scanner médicale



Mélanger le champ avec des champs cohérents d'amplitudes complexes différentes est l'analogie de la rotation de la direction d'observation dans la tomographie X. Les rôles de la matière et du rayonnement sont inversés. Utilisant un algorithme mathématique, un ordinateur reconstruit dans un cas la distribution de matière dans l'organisme, dans l'autre l'opérateur densité du champ.

Représentations du champ et fonction de Wigner

Représentation de l'O.D. sur la base des états de Fock (base discrète):

$$\rho = \sum_{n,n'} |n\rangle \langle n| \rho |n'\rangle \langle n'| = \sum_{n,n'} \rho_{n,n'} |n\rangle \langle n'|$$

Représentation sur base continue des états de quadrature (états propres de $a+a^\dagger$):

$$\rho = \iint |x\rangle \langle x| \rho |x'\rangle \langle x'| dx dx' = \iint \rho_{x,x'} |x\rangle \langle x'| dx dx'$$

Passage d'une base à l'autre en développant les $|x\rangle$ sur les $|n\rangle$ (H_n : polynômes de Hermite):

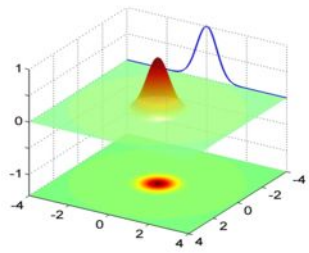
$$\rho_{x,x'} = \langle x| \rho |x'\rangle = \sum_{n,n'} \langle x|n\rangle \rho_{n,n'} \langle n'|x'\rangle = e^{-(x^2+x'^2)} \sum_{n,n'} \rho_{n,n'} \frac{1}{\sqrt{2^{n+n'} n! n'}} H_n(x\sqrt{2}) H_{n'}(x'\sqrt{2})$$

Représentation par la fonction de Wigner $W(x,p)$ dans l'espace des phases:

$$W(x,p) = \frac{1}{\pi} \int du \exp(-2ipu) \langle x+u/2 | \rho | x-u/2 \rangle$$

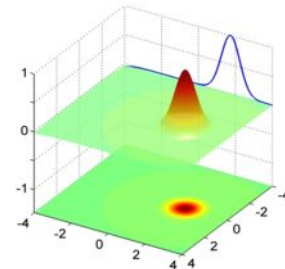
W est obtenue par transformée de Fourier d'éléments de matrice non-diagonaux de l'O.D. dans la base des états de quadrature. Les représentations $\rho_{n,n'}$, $\rho_{x,x'}$ et $W(x,p)$ sont équivalentes. Si on sait reconstruire $\rho_{n,n'}$, on en déduit $\rho_{x,x'}$ et $W(x,p)$. Cette dernière représentation est la plus proche de la description classique du champ pour un état cohérent (W est alors une gaussienne centrée au point représentant le champ classique dans l'espace des phases).

Fonctions de Wigner de quelques états purs du champ (théorie)



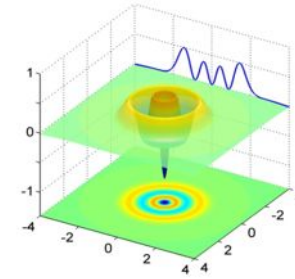
Gaussienne centrée en 0

Etat fondamental (vide)
 $\rho = |0\rangle\langle 0|$



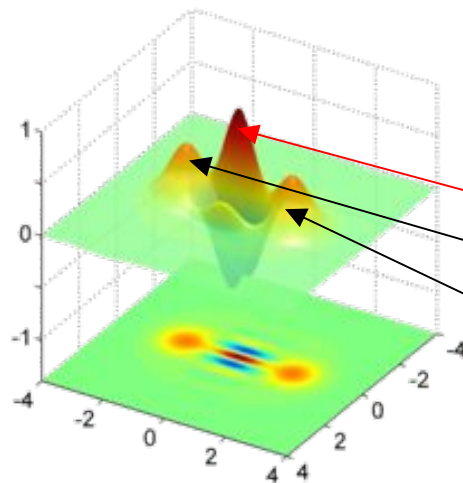
Gaussienne translaturée

Etat cohérent:
 $\rho = |\alpha\rangle\langle \alpha|$



Anneaux positifs et négatifs

Etat de Fock:
 $\rho = |n=3\rangle\langle n=3|$



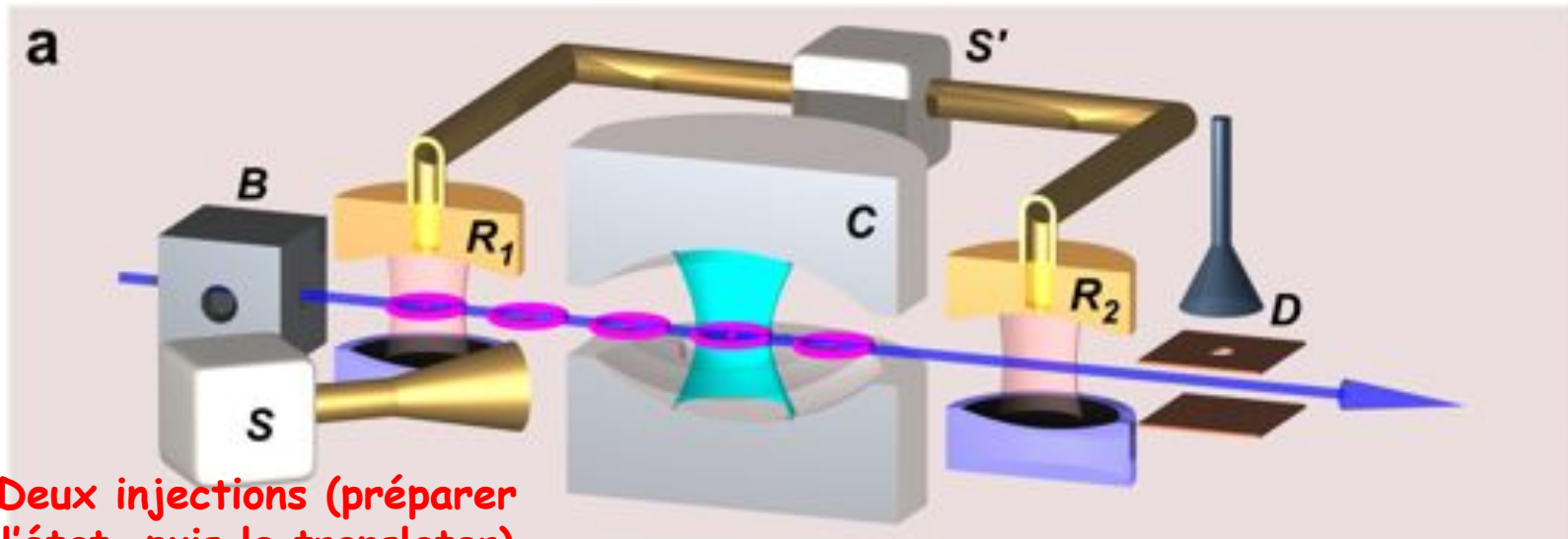
Chat de Schrödinger

$$\rho_{\text{chat}} = \frac{(|\beta\rangle + |-\beta\rangle)(\langle\beta| + \langle-\beta|)}{2}$$

$$= \frac{|\beta\rangle\langle\beta| + |-\beta\rangle\langle-\beta| + \underbrace{|\beta\rangle\langle-\beta| + |-\beta\rangle\langle\beta|}_{\text{interference}}}{2}$$

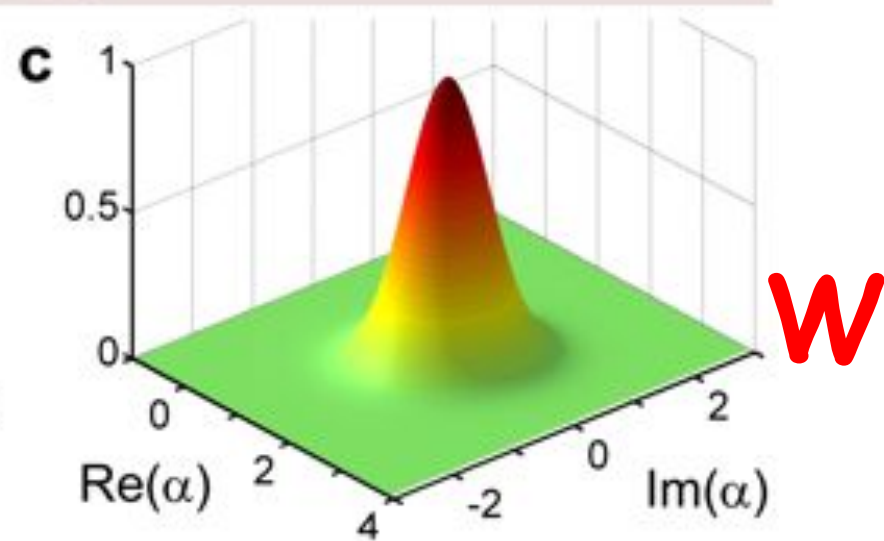
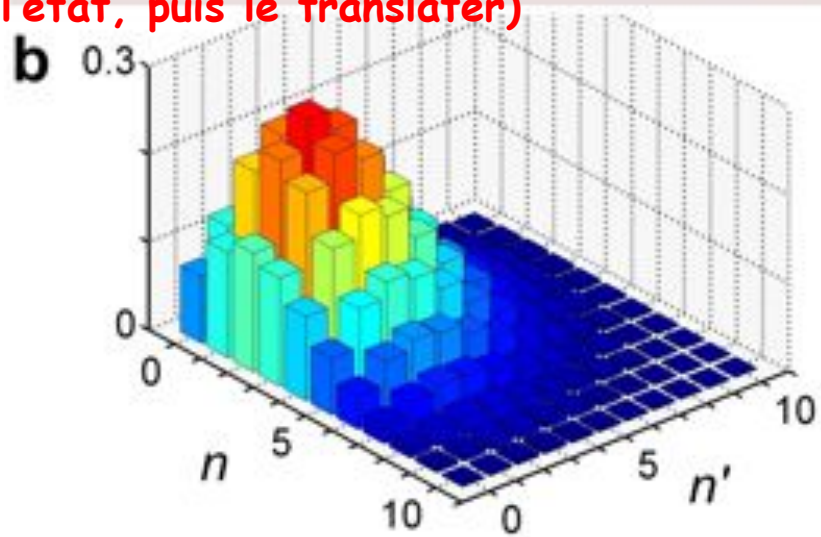
Les valeurs négatives de W sont les signatures d'effets d'interférence quantique (états non-classiques)

Reconstruction d'un état cohérent



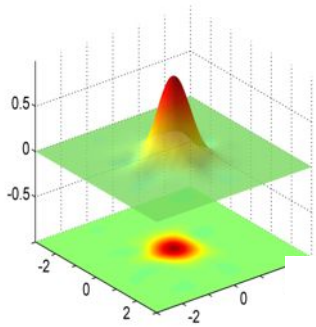
Deux injections (préparer l'état, puis le tradater)

ρ

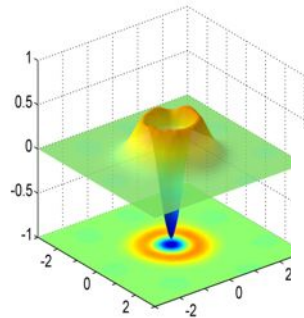


Reconstruction des états de Fock

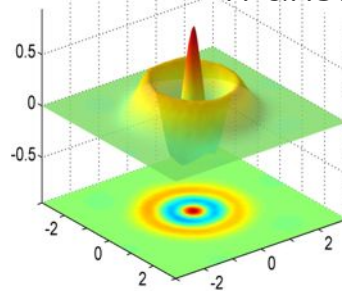
Projection, par comptage QND, d'un état cohérent dans un état de Fock. On translate ensuite le champ, puis on recompte son nombre de photons. On effectue la statistique sur un grand nombre de réalisations ayant préparé le même état de Fock. Les distributions de photons obtenues pour différentes translations permettent de reconstruire ρ , puis d'en déduire W .



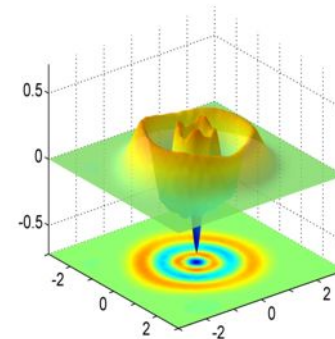
$n=0$



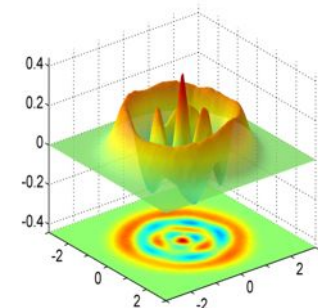
$n=1$



$n=2$



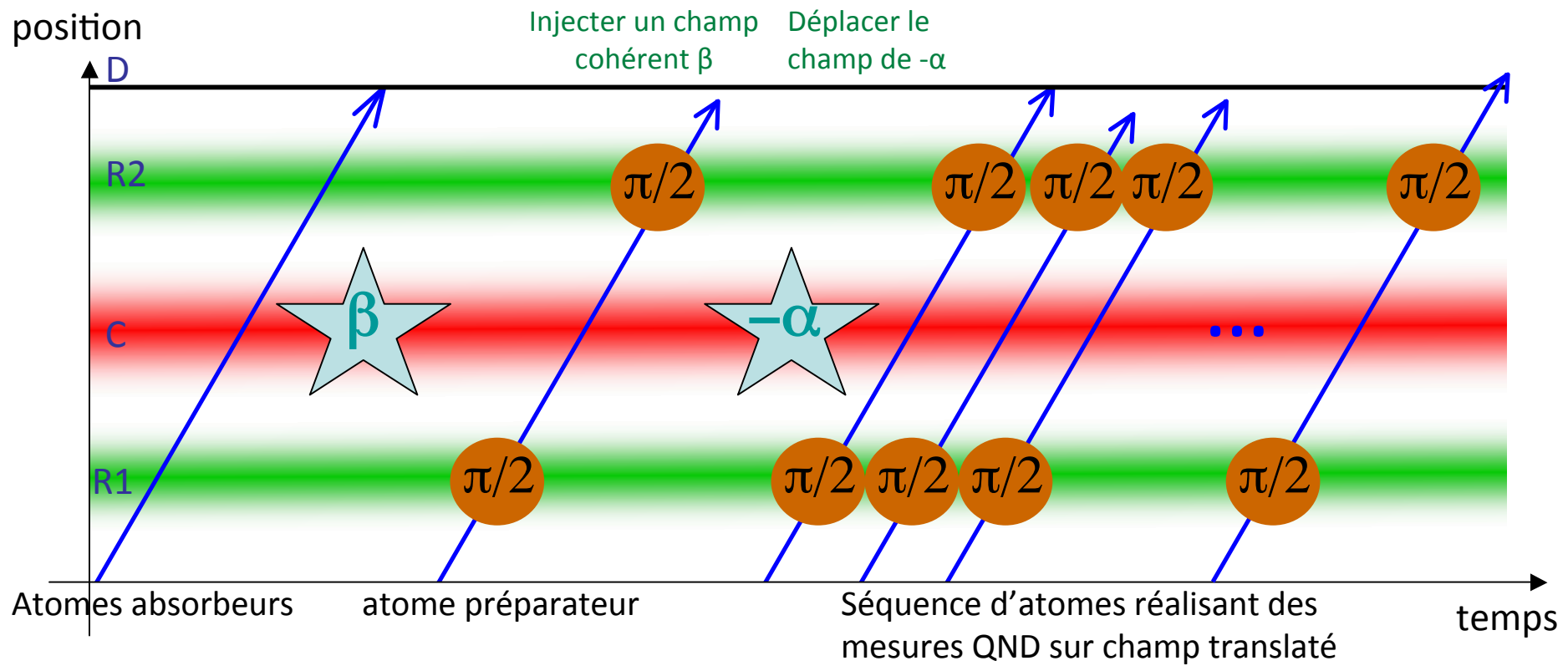
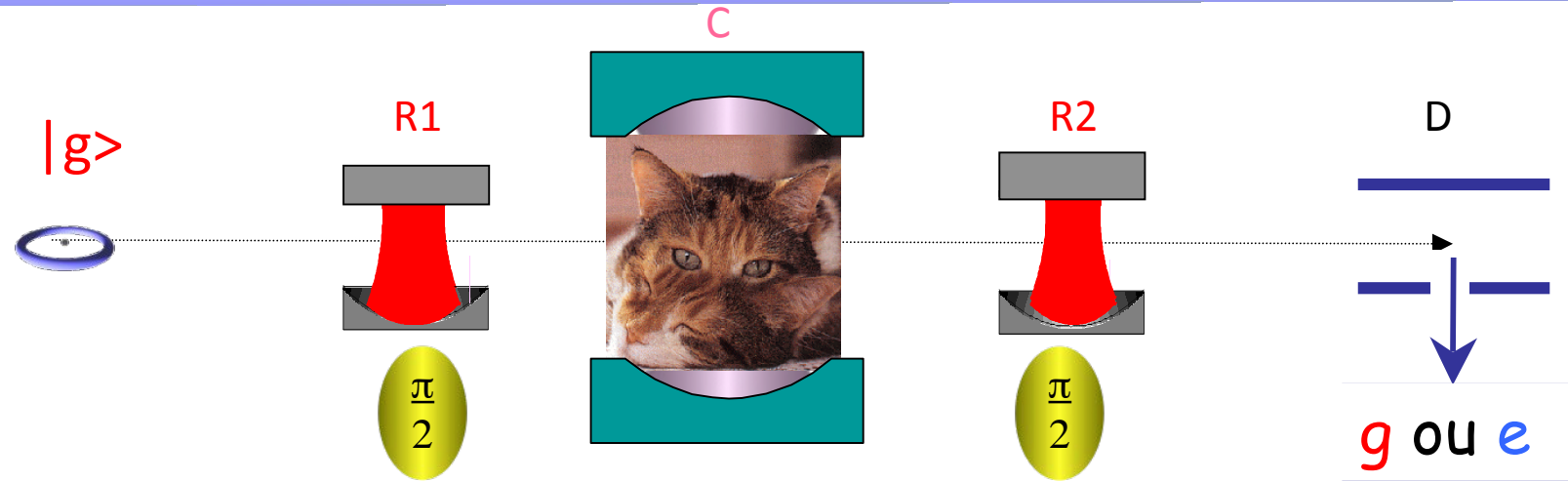
$n=3$



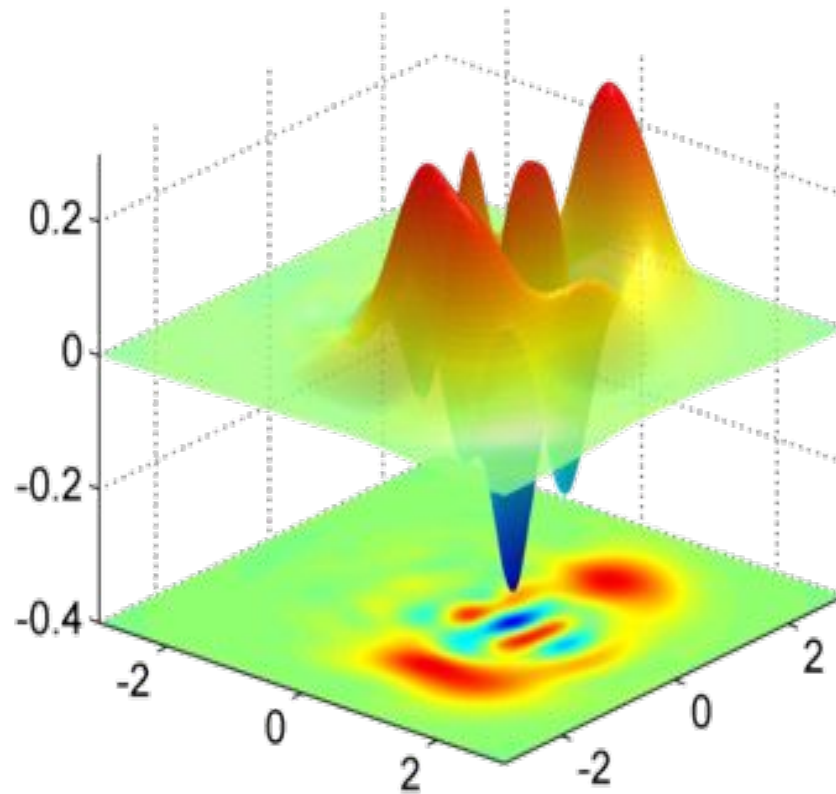
$n=4$

Pour tenir compte de diverses imperfections, on raffine la reconstruction en utilisant des méthodes statistiques d'estimation d'état (maximum de vraisemblance ou maximum d'entropie). Voir cours de l'année 2010-2011.

Préparer et reconstruire un état « chat »



Chat de Schrödinger



$$\alpha \sim 1.9$$

$$\langle n \rangle = |\alpha|^2 \sim 3.5$$

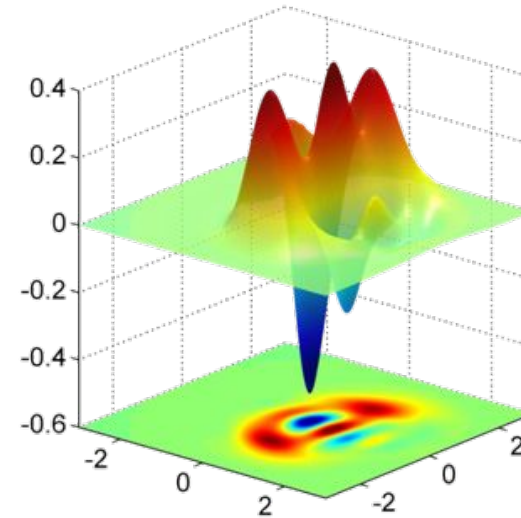
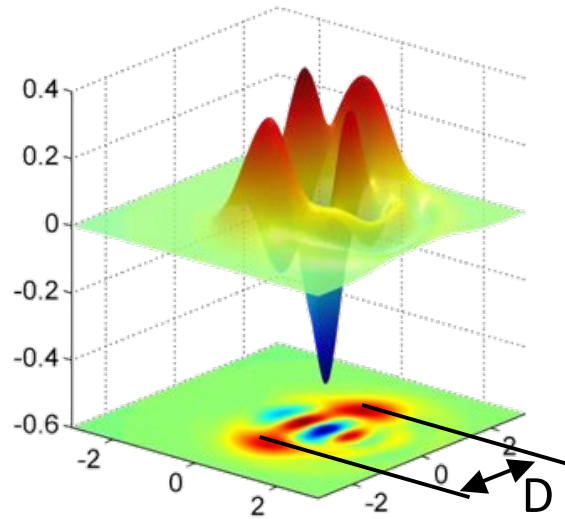
$|\alpha e^{i\varphi}\rangle + |\alpha e^{-i\varphi}\rangle$
généralisé dans \mathcal{C} par
l'effet d'indice à un
atome

Différents chats reconstruits

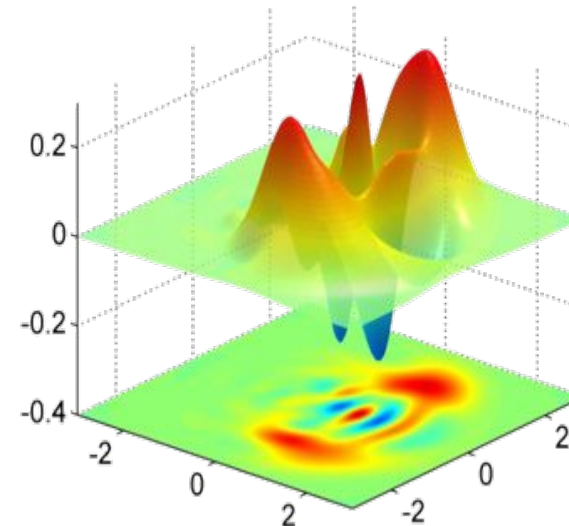
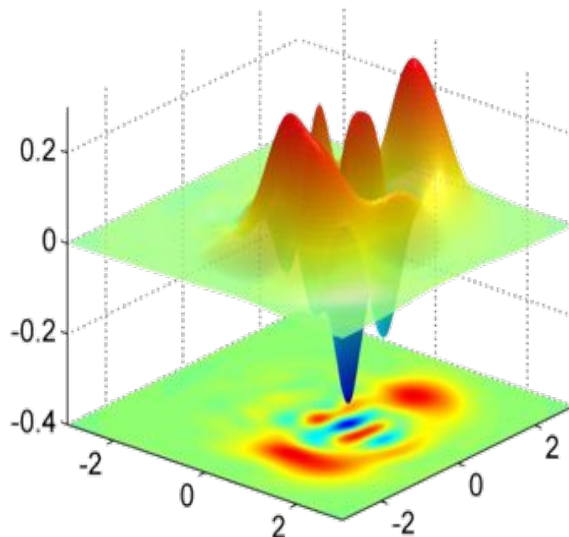
Chat pair

Chat impair

$D^2 \approx 7,5 \text{ ph.}$



$D^2 \approx 12 \text{ ph.}$



Décohérence du chat vue sur sa fonction W

Chat de Schrödinger

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\beta\rangle + |-\beta\rangle]$$

$$\rho_{\text{chat}} = \frac{(|\beta\rangle + |-\beta\rangle)(\langle\beta| + \langle-\beta|)}{2}$$

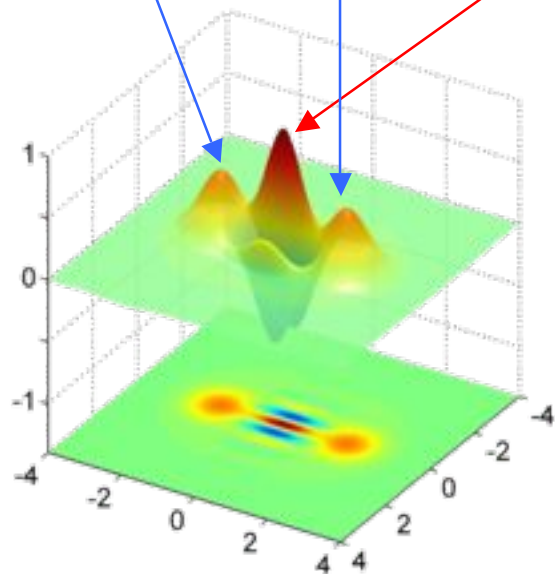
$$= \frac{|\beta\rangle\langle\beta| + |-\beta\rangle\langle-\beta| + |\beta\rangle\langle-\beta| + |-\beta\rangle\langle\beta|}{2}$$

Superposition de deux états cohérents de phases opposées

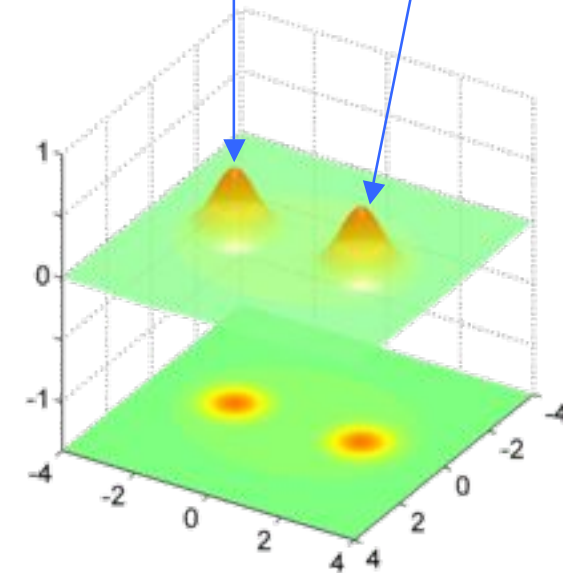
Mélange statistique

$$\rho_{\text{mélange}} = \frac{|\beta\rangle\langle\beta| + |-\beta\rangle\langle-\beta|}{2}$$

\neq

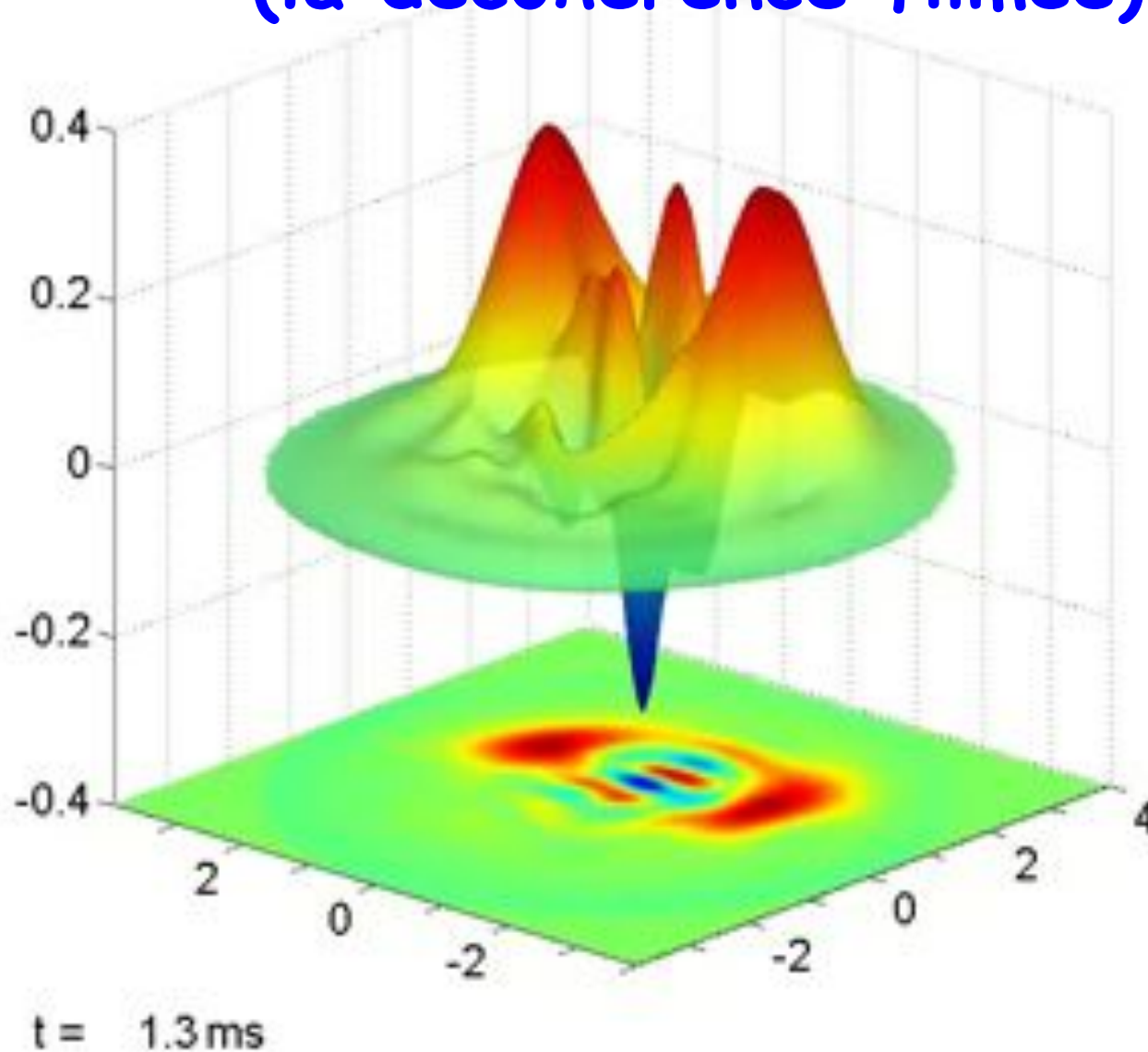


décohérence



Les termes $|\beta\rangle\langle-\beta|$ et $|-\beta\rangle\langle\beta|$ de l'O.D. du « chat » correspondent aux oscillations non-gaussiennes de W . La décohérence détruit ces oscillations et réduit W à la somme des deux Gaussiennes associées aux états cohérents $|\beta\rangle$ et $|-\beta\rangle$ transformant le chat en un mélange statistique.

Cinquante millisecondes dans la vie d'un chat de Schrödinger (la décohérence filmée)

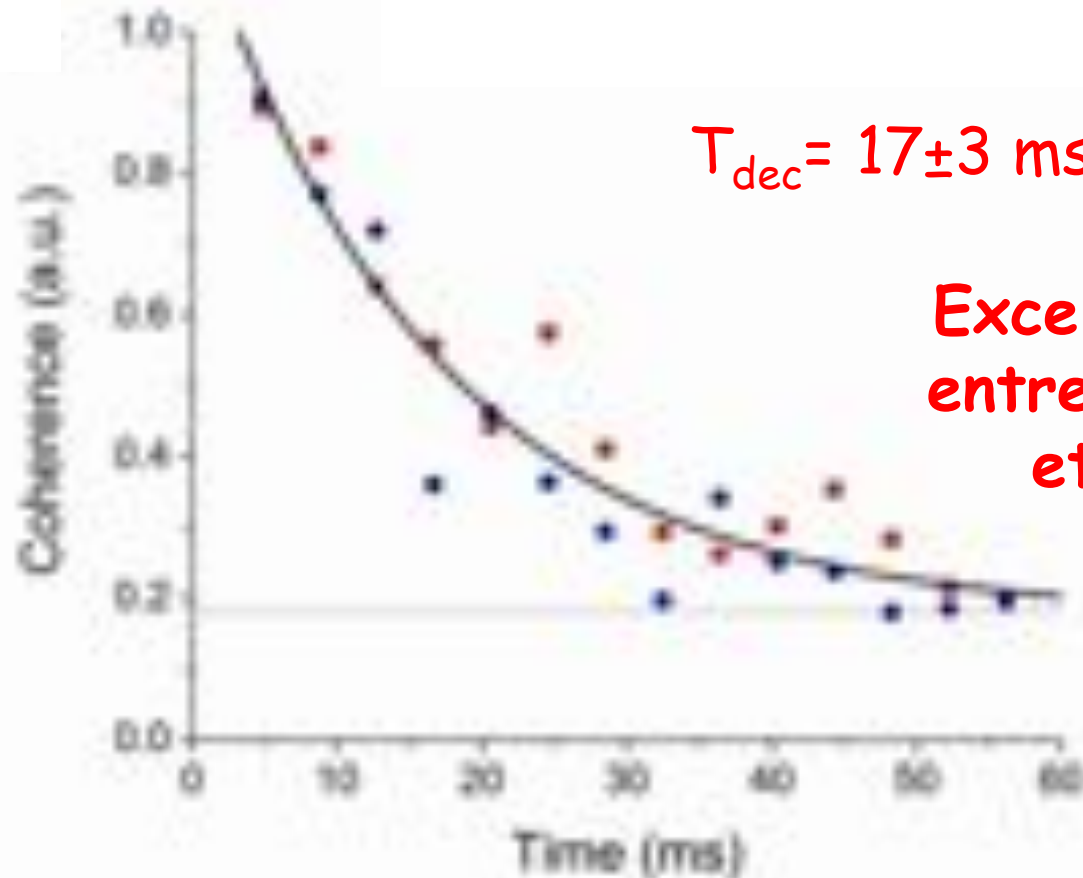


W.Zurek

Physics
Today, **44**,
36 (1991)

La décroissance exponentielle de l'interférence quantique et la mesure de T_{dec}

Améliore les résultats de 1996 qui revenaient à mesurer juste un point de W (au point origine) avec une cavité mille fois moins bonne (T_{dec} était de l'ordre de qqs μs au lieu de qqs ms en 2008)



Modèle théorique ($T=0K$):

$$T_{dec} = 2T_c/D^2 = 22 \text{ ms}$$

W. Zurek, PhysToday, Oct 1991

Correction à temp. finie ($T = 0.8K$):

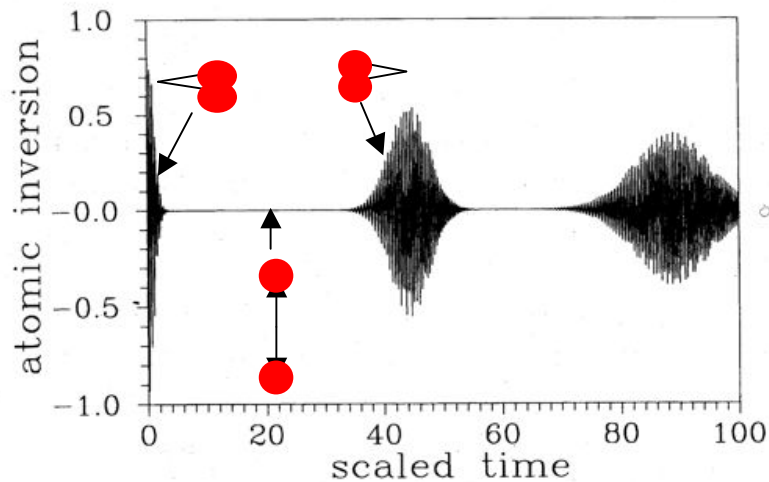
$$T_{dec} = 2T_c/[D^2(2n_B+1)+4n_B] = 19.5 \text{ ms}$$

Nbre moyen n_B de photons thermiques: 0.05

Kim & Buzek, Phys.Rev.A. 46, 4239 (1992)

Conclusion de la cinquième leçon: autres chats de Schrödinger en CQED

Nous avons décrit aujourd'hui des expériences manipulant la phase du champ dans une cavité pour préparer et reconstruire des états non classiques du champ et étudier leur décohérence. La génération des états chats de Schrödinger du champ, basée dans ces études sur un couplage non-résonnant entre l'atome et le champ, peut également se faire par interaction résonnante.



En faisant osciller un atome de Rydberg entre ses deux niveaux d'énergie $|e\rangle$ et $|g\rangle$ dans un champ cohérent contenant en moyenne quelques photons, on observe que l'effondrement du signal d'oscillation de Rabi (collapse) correspond à la création d'un chat de Schrödinger du champ et à une intrication entre l'atome et le champ. La disparition des oscillations est une manifestation de la complémentarité. La résurgence des oscillations après un délai plus long correspond à la recombinaison des deux composantes du chat en une seule.

Auffeves et al, PRL, 91, 230405 (2003); Meunier et al, PRL, 94, 010401 (2005). Voir aussi Haroche et Raimond, Exploring the quantum (Oxford University Press).