Psychologie cognitive expérimentale

M. Stanislas D , membre de l'Institut
(Académie des Sciences), professeur

Enseignement

Cours : les fondements cognitifs de l'arithmétique élémentaire

Le cours 2008 s'est attaché à analyser, par les méthodes de la psychologie cognitive, la représentation mentale de l'un des plus simples et cependant des plus fondamentaux des objets mathématiques : le concept de nombre entier naturel.

La nature et l'origine des objets mathématiques font débat depuis l'Antiquité. De nombreux mathématiciens adhèrent, explicitement ou implicitement, à une hypothèse Platonicienne selon laquelle les mathématiques ne sont que l'exploration d'un monde à part, régi par ses propres contraintes, et qui préexiste au cerveau humain. Citons par exemple Alain Connes dans son débat avec Jean-Pierre Changeux : « Lorsqu'il se déplace dans la géographie des mathématiques, le mathématicien perçoit peu à peu les contours et la structure incroyablement riche du monde mathématique. Il développe progressivement une sensibilité à la notion de simplicité qui lui donne accès à de nouvelles régions du paysage mathématique » (Changeux & Connes, 1989).

Le psychologue du développement, cependant, ne peut qu'être frappé par la difficulté avec laquelle l'enfant se construit, petit à petit, une compétence mathématique. Il en conclut aisément à une pure construction mentale des objets mathématiques. Pour Piaget, la logique en constitue le fondement (« Le nombre entier peut ainsi être conçu comme une synthèse de la classe et de la relation asymétrique »). Pour d'autres, le langage joue un rôle essentiel (cf. Vygotsky : « la pensée ne s'exprime pas seulement en mots : elle vient au monde à travers eux »).

La position que j'ai défendue dans ce cours, et que l'on pourrait qualifier d'intuitionniste, n'appartient à aucun de ces deux camps. Elle postule que les fondements cognitifs des mathématiques doivent être recherchés dans une série d'intuitions fondamentales de l'espace, du temps, et du nombre, partagées par de nombreuses espèces animales, et que nous héritons d'un lointain passé où ces intuitions jouaient un rôle essentiel à la survie. Les mathématiques se construisent par la formalisation et la mise en liaison consciente de ces différentes intuitions. Ainsi cette position se rattache-t-elle, sans pour autant s'y identifier, à l'intuitionnisme mathématique de Brouwer et Poincaré. Dès le [e] siècle, Roger Bacon notait que « la connaissance mathématique est presque innée en nous… elle est la plus facile des sciences, de tout évidence, en ce qu'aucun cerveau ne la rejette : même les hommes du peuple et les illettrés savent compter et calculer ». Pour les mathématiciens Philip David et Reuben Hersh, « au sein des idées, des objets mentaux, les idées dont les propriétés sont reproductibles s'appellent des objets mathématiques, et l'étude des objets mentaux aux propriétés reproductibles s'appelle les mathématiques. L'intuition est la faculté qui nous permet de réfléchir et d'examiner ces objets mentaux internes » (Davis, Hersh, & Marchisotto, 1995, page 399).

De fait, pratiquement tous les grands mathématiciens disent faire appel à leur intuition. Jacques Hadamard, dans l'une des plus célèbres enquêtes sur cette question, l'*Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique* (Hadamard, 1945), décrit comment la plupart des découvertes mathématiques font suite à une longue période d' « incubation » sans progression apparente, suivie d'une illumination soudaine. Il cite également la célèbre lettre d'Einstein : « les mots et le langage, écrits ou parlés, ne semblent pas jouer le moindre rôle dans le mécanisme de ma pensée. Les entités psychiques qui servent d'éléments à la pensée sont certaines signes ou des images plus ou moins claires, qui peuvent à "volonté" être reproduits ou combinés ». Henri Poincaré voit également dans l'intuition spatiale, motrice, ou numérique le fondement même de l'entreprise mathématique.

La difficulté consiste à définir précisément ce que l'on entend par intuition. Il n'est pas certain, en effet, que la variété des propriétés qu'on lui attribue soit issue d'un processus cognitif unique. Toutefois, dans le domaine de la cognition numérique élémentaire, les recherches récentes délimitent assez précisément un ensemble de connaissances que l'on pourrait qualifier d'*intuition numérique* ou de *sens des nombres* (Dehaene, 1997). Selon l'heureuse expression d'Elizabeth Spelke, l'arithmétique élémentaire semble faire partie du *noyau de connaissances* de l'espèce humaine. Un sens du nombre est présent chez le nourrisson et repose sur des circuits cérébraux spécifiques que l'on retrouve chez d'autres primates. Il permet une rapide évaluation du nombre d'objets présents dans des ensembles, leur comparaison, et leur combinaison par des opérations d'addition et de soustraction. Son fonctionnement répond à trois traits caractéristiques de l'intuition : rapidité, automaticité, et inaccessibilité à l'introspection consciente. Ainsi l'intuition, loin d'être inaccessible à l'étude scientifique, possède une signature psychologique et neurale déchiffrable, et nous verrons qu'un modèle mathématique simple peut en être proposé.

Les multiples facettes du concept de nombre

Le concept de nombre recouvre des contenus assez divers. Il importe donc d'introduire d'emblée quelques distinctions terminologiques essentielles. Notre éducation nous a habitués aux *symboles* numériques : les nombres écrits en base 10 à l'aide des *chiffres arabes*, tels que « 1053 », ou exprimés à l'aide de *noms de nombres* tels que « mille cinquante trois ». Cependant, la psychologie cognitive montre l'importance, chez l'animal et le très enfant, de la perception *non-symbolique* du nombre, où la quantité 13 peut être présentée sous la forme concrète d'un nuage de 13 points ou d'une séquence de 13 sons. Le nombre est ici considéré comme la propriété d'un ensemble, à laquelle on réfère souvent par les termes techniques de *cardinalité* ou de *numérosité*. Enfin, l'*ordinalité* fait référence au rang d'un élément dans une série ordonnée. On s'y réfère verbalement par le biais de nombres ordinaux (par exemple « treizième »). Le *concept de nombre*, chez l'adulte éduqué, consiste en l'intégration harmonieuse de ces différentes facettes symboliques et non-symboliques du nombre.

Il va de soi que le mathématicien souhaiterait prolonger cette liste en direction des entiers relatifs, des fractions, des nombres réels ou complexes, voire des quaternions ou des matrices… Pour lui, peut-être considéré comme un nombre tout objet mental susceptible d'être manipulé selon certaines opérations cohérentes. Pour l'instant, cependant, la psychologie cognitive ne s'est guère penchée sur ces concepts mathématiques de plus haut niveau. Nous nous en tiendrons donc à la perception non-symbolique de la numérosité et sa mise en liaison avec les symboles écrits ou parlés des nombres.

La perception de la numérosité

L'adulte dispose d'au moins trois processus cognitifs distincts d'*énumération*, c'est-à-dire d'appréhension de la numérosité d'un ensemble d'objets :

— la *subitisation* ou « subitizing » en anglais fait référence à l'appréhension immédiate des petites numérosités (un, deux, ou trois objets) ;

— l'*estimation* permet d'évaluer, d'une manière approximative, la numérosité d'un ensemble de taille arbitraire. Les recherches de Véronique Izard, au laboratoire, ont montré qu'un adulte non-entraîné estime efficacement et rapidement des ensembles même très grands. Toutefois, le nombre perçu n'est pas toujours relié linéairement au nombre effectivement présenté : la sous-estimation est fréquente, et une loi de puissance relie les deux quantités (Izard & Dehaene, 2008) ;

— enfin, le *comptage*, dont les principes ont été étudiés par Gelman et Gallistel (1978), permet d'énumérer avec précision un ensemble quelconque. Il consiste à apparier, un par un, chacun des objets énumérés avec une liste de référence qui peut être verbale (noms de nombres) ou non-verbale (doigts, parties du corps).

Des recherches récentes confirment que les trois processus de subitisation, d'estimation et de comptage sont dissociables. La distinction entre subitisation et comptage est évidente lorsque l'on mesure le temps de dénomination de la numérosité d'un ensemble : au-delà de trois objets, le temps de réponse montre un soudain accroissement linéaire. L'imagerie cérébrale détecte, à cette frontière, une soudaine amplification de l'activité dans un vaste réseau cérébral lié au comptage verbal, et qui comprend notamment les régions pariétales postérieures bilatérales associées aux mouvements de l'attention. L'activité de ces régions est si caractéristique qu'elle permet de distinguer, pratiquement essai par essai, si le sujet a compté ou pas et combien d'objets ont été dénombrés (Piazza, Giacomini, Le Bihan, & Dehaene, 2003). Une dissociation entre subitisation et comptage s'observe également chez certains patients qui, à la suite d'une lésion cérébrale, développent une simultanagnosie (Dehaene & Cohen, 1994).

Jusqu'à très récemment, il était possible de soutenir que l'estimation et la subitisation n'étaient que le reflet d'un seul et même processus. En effet, l'estimation se caractérise par la *loi de Weber* : l'imprécision de l'estimation, mesurée par son écart-type, croît linéairement avec le nombre estimé, selon une constante de proportionalité appelée coefficient de variation ou *fraction de Weber*. Pour les tous petits nombres, la loi de Weber pourrait expliquer la subitisation, car elle aboutit à une précision suffisante pour discriminer et nommer les numérosités 1, 2 ou 3 sans pratiquement faire d'erreur. Ainsi la subitisation se réduirait à une sorte d'« estimation précise ». Toutefois, la recherche de Susannah Revkin, au laboratoire, montre que cette explication ne suffit pas (Revkin, Piazza, Izard, Cohen, & Dehaene, 2008). La précision avec laquelle nous détectons la présence d'un, deux ou trois objets dépasse celle attendue selon la loi de Weber, car elle excède de très loin celle avec laquelle nous discriminons 10, 20 ou 30 objets. Ainsi, la subitisation semble-t-elle faire appel à un système dédié, peut-être celui lié à l'appréhension des objets discrets (« object tracking » ou « object files » system, Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004).

Le développement de la perception numérique

Les tests Piagétiens de conservation du nombre et d'inclusion de classes ont initialement suggéré que le jeune enfant était dépourvu de mécanismes invariants d'appréhension du nombre. Cependant, cette conclusion a été nettement infirmée avec l'avènement de nouvelles méthodes d'expérimentation chez le très jeune enfant, fondées sur l'adaptation et la réaction à la nouveauté ou à la violation de lois physiques. De nombreuses études ont démontré une sensibilité à la numérosité chez l'enfant de 4-6 mois. Par exemple, un bébé de six mois détecte quand la numérosité d'un ensemble change de 8 à 16 objets ou vice-versa, même lorsque les paramètres non-numériques tels que la densité et la surface totale sont constants (Xu & Spelke, 2000). Les enfants détectent également la violation des règles d'addition et de soustraction, au moins d'une façon approximative. Par exemple, lorsqu'ils voient 5 objets, puis 5 autres, disparaître derrière un écran, ils s'attendent à voir apparaître environ 10 objets et expriment leur surprise en regardant plus longuement lorsque l'écran s'abaisse et révèle seulement 5 objets (McCrink & Wynn, 2004 ; Wynn, 1992).

Si l'estimation est bien démontrée chez le très jeune enfant, la perception des petites numérosités 1, 2 ou 3 a été plus débattue. Certains ont suggéré que leur discrimination n'était due qu'à des paramètres confondants tels que la quantité totale de matière (voir Feigenson et al., 2004). Cependant de nouveaux résultats très récents indiquent que les enfants peuvent, selon le contexte, prêter attention soit à la numérosité, soit aux paramètres non-numériques (Feigenson, 2005). Cordes and Brannon (2008) vont jusqu'à suggérer qu'il est plus simple, pour l'enfant, de prêter attention au nombre qu'à la quantité totale de matière, dans la mesure où leur fraction de Weber est plus élevée dans le second cas. Au laboratoire, nous avons effectivement observé, à l'aide des potentiels évoqués, une discrimination des numérosités 2 et 3 en l'absence de tout artefact non-numérique (Izard, Dehaene-Lambertz, & Dehaene, 2008).

Ainsi tant la subitisation que l'estimation et la capacité de calcul approximatif semblent présents chez l'espèce humaine dès la première année de vie. Il est fascinant de constater que cette intuition numérique existe également chez de nombreuses espèces animales (pigeons, rats, lions, singes, dauphins…). Elizabeth Brannon, en particulier, a systématiquement mis en parallèle les compétences arithmétiques de l'homme adulte et du singe macaque, dans des tâches qui sollicitaient la perception approximative des numérosités, leur addition et leur comparaison (Cantlon & Brannon, 2007). Elle observe une psychophysique très similaire, la précision des calculs étant simplement meilleure chez l'homme.

Liens avec l'arithmétique symbolique

Dans quelle mesure ces compétences précoces pour la manipulation des numérosités non-verbales sont-elles pertinentes pour la compréhension de l'intuition des symboles numériques à l'âge adulte ? De nombreuses expériences suggèrent que, dès qu'un adulte éduqué perçoit un nom de nombre ou un nombre en notation arabe, cette entrée symbolique est rapidement et automatiquement traduite mentalement en une quantité approximative dont la manipulation interne obéit aux mêmes lois que celles de la manipulation des numérosités perçues sous forme d'ensembles d'objets. Ainsi, l'expérience fondatrice de Moyer et Landauer (1967) a montré que, lorsque nous décidons lequel de deux chiffres est le plus grand, notre temps de réponse varie en fonction inverse de la distance numérique qui les sépare. La taille des nombres influe également sur le jugement comparatif des nombres présentés sous forme symbolique, et la loi de Weber rend bien compte de l'ensemble de ces données. Plus surprenant encore, tel est également le cas lorsque nous jugeons si deux nombres sont pareils ou différent — la réponse « différent » est plus lente pour 8 contre 7 que pour 8 contre 1. La vérification des opérations symboliques démontre également un effet de distance numérique : lorsqu'une opération évidemment fausse nous est proposée, la grande distance qui sépare le résultat proposé du résultat correct nous permet de le rejeter sans faire le calcul exact (Ashcraft & Stazyk, 1981). Enfin, une lésion cérébrale peut faire perdre toute capacité de calcul exact, tout en laissant intact cette compétence basique pour l'approximation (Dehaene & Cohen, 1991). Ainsi l'approximation des quantités numériques, fondée sur la loi de Weber, apparaît-elle comme une compétence fondamentale qui transparaît dans de nombreuses tâches symboliques.

Tout récemment, une étude développementale a confirmé que l'intuition arithmétique des quantités approximatives précède et sous-tend l'apprentissage ultérieur de l'arithmétique symbolique (Gilmore, McCarthy, & Spelke, 2007). Gilmore et coll. ont donné à des enfants de 5 et 6 ans, en maternelle, des problèmes verbaux tels que « Sarah possède 21 bonbons, et on lui en donne 30 de plus. Jean, lui, en a 34. Qui en a le plus ? » Les enfants n'avaient reçu aucun enseignement explicite des nombres de cette taille, ni des opérations d'addition et de soustraction. Cependant, quel que soit leur niveau socio-économique, ils répondaient bien au delà du niveau du hasard (60-70 % de réussite), et leurs performances suivaient la loi de Weber, ce qui laissait penser qu'ils traduisaient mentalement les problèmes symboliques en quantités afin d'exploiter leur intuition non-symbolique. Plus important encore, leurs performances dans cette évaluation de l'intuition arithmétique corrélaient avec leur réussite en mathématiques à l'école. Holloway et Ansari (2008) ont également rapporté, chez des enfants un peu plus âgés (6-8 ans), que la variabilité de l'effet de distance au cours de la comparaison numérique prédit la réussite scolaire en mathématiques, mais pas les scores de lecture. Dans l'ensemble, ces résultats suggèrent que l'appréhension de la numérosité approximative et des relations de distance entre les nombres, fondée sur la loi de Weber, joue un rôle déterminant pour la bonne compréhension ultérieure de l'arithmétique symbolique.

Les mécanismes cérébraux de l'arithmétique élémentaire

Quels sont les mécanismes cérébraux de l'arithmétique élémentaire ? Les toutes premières études d'imagerie cérébrale, en SPECT, en TEP puis en IRM fonctionnelle, ont rapidement isolé une région importante : dès qu'un adulte calcule mentalement, on observe une activation bilatérale des flancs du sillon intrapariétal (voir Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003). Cette région occupe une position bien précise au sein d'une mosaïque de régions sensori-motrices impliquées dans les mouvements des yeux, de la main ou du doigt (Simon, Mangin, Cohen, Le Bihan, & Dehaene, 2002). Son activation est présente quel que soit le calcul effectué, et même lorsque le sujet se contente de comparer deux nombres ou de détecter la présence d'un chiffre parmi des lettres. La région intrapariétale semble jouer un rôle important dans la représentation abstraite des nombres, dans la mesure où elle s'active quelle que soit la notation utilisée pour présenter les nombres (chiffres arabes, noms de nombres parlés ou écrits) et ce, dans toutes les cultures qui ont pu être testées (Chine, Japon, États-Unis, Israël, Europe).

L'activation intrapariétale est également présente lorsque l'on présente des numérosités sous forme d'ensembles de points (Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2004). Une méthode d'adaptation a permis de démontrer la convergence des représentations symboliques et non-symboliques des nombres dans cette région (Piazza, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2007). La même méthode, étendue à l'enregistrement des potentiels évoqués chez le bébé de 2-3 mois, a montré que le cortex intrapariétal est activé, particulièrement dans l'hémisphère droit, dès quelques mois de vie à la présentation d'ensemble d'objets dont la numérosité varie (Izard et al., 2008). Des lésions intrapariétales précoces pourraient d'ailleurs être à l'origine de dyscalculies du développement chez certains enfants (Molko et al., 2004).

Il est cependant évident que cette région intrapariétale n'est pas la seule à contribuer aux opérations arithmétiques. Chez l'adulte, des réseaux étendus, corticaux et sous-corticaux, interviennent à différentes étapes de représentation et de manipulation des nombres, notamment sous forme symbolique ou linguistique (Dehaene & Cohen, 1995). La manipulation des nombres exacts et les opérations de récupération des faits arithmétiques en mémoire, en particulier, font appel à un vaste réseau qui implique le gyrus angulaire gauche et les aires périsylviennes du langage, tandis que la région intrapariétale elle-même est maximalement activée lors des opérations d'approximation et de comparaison (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999). Au cours de l'entraînement arithmétique, l'activité corticale se déplace progressivement depuis la région intrapariétale vers le gyrus angulaire à mesure que le participant enregistre les faits correspondants en mémoire verbale, particulièrement les tables de multiplication (Delazer et al., 2003 ; Ischebeck et al., 2006).

Ces résultats concordent avec l'hypothèse d'un noyau de compétences numériques, associé au cortex intrapariétal bilatéral, présent dans toutes les cultures et indépendant du niveau d'éducation, et complété d'un second réseau associé aux stratégies de calcul symbolique acquises au cours de l'éducation. La neuropsychologie de l'acalculie confirme globalement cette double dissociation : les lésions intrapariétales focales tendent à perturber l'intuition même des quantités numériques, dans des tâches aussi simples que l'addition, la soustraction, la comparaison, ou l'estimation des numérosités, tandis que les lésions des aires périsylviennes ou des noyaux gris centraux de l'hémisphère gauche tendent à perturber les tables arithmétiques mémorisées (Lemer, Dehaene, Spelke, & Cohen, 2003).

Les neurones des nombres

L'une des découvertes les plus fascinantes de ces dernières années est certainement celles des mécanismes neurophysiologiques de l'arithmétique élémentaire chez le singe macaque. A la suite de travaux antérieurs de Thompson et coll. (1970) et Sawamura et coll (2002), Andreas Nieder et Earl Miller, au Massachussetts Institute of Technology puis à l'Université de Tübingen, ont enregistré l'activité de centaines de neurones chez des singes éveillés qui avaient été entraînés à réaliser une tâche de comparaison différée des numérosités de deux ensembles d'objets. Ils ont découvert, dans le cortex préfrontal et intrapariétal, l'existence de populations de neurones dont le taux de décharge varie avec le nombre d'objets présentés. Certains neurones sont activés préférentiellement par un objet unique, d’autres par deux, par trois, par quatre ou par cinq objets (Nieder, 2005), et même jusqu’à une trentaine d’objets (Nieder & Merten, 2007).

Le profil détaillé des réponses de ces neurones indique un codage de la numérosité selon la loi de Weber, coïncidant précisément avec celui qui avait été inféré des études psychophysiques chez l’homme. Chaque neurone présente en effet une courbe d’accord autour de sa numérosité préférée. Sur une échelle linéaire, la largeur de la courbe croit linéairement avec la numérosité préférée, ce qui correspond quantitativement à la loi de Weber. Mais la description la plus compacte des réponses neuronales est une courbe d’accord constante, avec une variabilité fixe et de forme Gaussienne, lorsque les numérosités sont représentées sur une échelle logarithmique. Cette représentation est dite « log-Gaussienne ». Elle implique qu’au niveau de la population de neurones, le paramètre de nombre est représenté par un groupe épars de neurones selon un code partiellement distribué qui représente la numérosité approximative et non la cardinalité exacte.

Ces « neurones des nombres » sont localisés dans le cortex préfrontal dorsolatéral, mais également dans les lobes pariétaux, dans les profondeurs du sillon intrapariétal, dans l’aire ventrale intrapariétale (VIP). Il est à noter que les neurones pariétaux ont une réponse plus rapide, tandis que les neurones préfrontaux répondent préférentiellement au cours de la phase de délai de la tâche de réponse différée. Ainsi, l’extraction initiale de l’information de numérosité se ferait dans l’aire VIP, tandis que sa mémorisation impliquerait préférentiellement le cortex préfrontal. Par sa localisation absolue, mais également relative à d’autres régions telles que les aires AIP et LIP impliquées dans les mouvements des yeux et de la main, l’aire VIP constitue un homologue plausible, chez le singe, du segment horizontal du sillon intrapariétal qui est activé chez l’homme au cours de diverses opérations arithmétiques (Simon et al., 2002). De fait, la méthode d’adaptation en IRMf a permis à mon laboratoire de démontrer, chez l’homme, l’existence d’un codage cérébral log-Gaussien des numérosités, très semblable à celui observé chez le singe macaque (Piazza et al., 2004).

Notons que, tout récemment, Roitman et coll. (2007) ont découvert un second type de code neural de la numérosité, dans une région pariétale plus latérale et postérieure (l’aire LIP). Les neurones de l’aire LIP diffèrent de ceux de l’aire VIP (étudiés par Nieder et Miller) en plusieurs points. Tout d’abord, ils ne sont pas accordés à un nombre préféré, mais leur taux de décharge varie de façon monotone avec la numérosité, en croissant ou en décroissant avec le logarithme de la numérosité de l’ensemble présenté. En second lieu, ces neurones possèdent des champs récepteurs limités et ne répondent donc qu’à la numérosité du sous-ensemble d’objets qui apparait dans une région rétinotopique bien délimitée — pas au nombre total d’objets présent sur la rétine. Les deux propriétés — monotonie et rétinotopie — ont récemment été observées indirectement chez l’homme dans une illusion d’adaptation à la numérosité (Burr & Ross, 2008), ce qui suggère que ce second code neuronal de l’aire LIP pourrait également exister dans l’espèce humaine.

Un modèle mathématique de la décision numérique

Pourquoi une telle coexistence de deux codes neuronaux distincts, l'un avec une variation monotone du taux de décharge en fonction de la numérosité, l'autre avec une courbe d'accord à une numérosité préférée ? Il convient d'interpréter ces résultats avec prudence, dans la mesure où ces deux populations de neurones n'ont été observées que très récemment, dans des laboratoires différents, chez des animaux différents et entraînés à des tâches numériques différentes. Toutefois, ces résultats s'accordent bien avec un modèle théorique qui suppose que les neurones monotones et accordés constituent deux étapes distinctes de l'extraction d'une représentation invariante de la numérosité (Dehaene & Changeux, 1993 ; Verguts & Fias, 2004). Selon ce modèle, la numérosité approximative peut être extraite d'une carte rétinienne détaillée en trois étapes successives : (1) codage rétinotopique des positions occupées par les objets, indépendamment de leur identité et de leur taille, donc avec une quantité fixe d'activation pour chaque objet ; (2) addition approximative de ces activations à travers l'ensemble de la carte, par le moyen de « neurones d'accumulation » dont le niveau d'activité varie de façon monotone en fonction de la numérosité ; (3) seuillage de cette activation par des neurones avec des seuils croissants et une forte inhibition latérale, ce qui conduit à une population de neurones accordés aux différentes numérosités. La simulation de ce modèle par ordinateur, sous forme d'un réseau de neurones formels, montre qu'on aboutit naturellement, à ce dernier niveau, à un codage log-Gaussien de la numérosité. Avec quelques adaptations, les neurones d'accumulation peuvent être identifiés aux neurones de l'aire LIP étudiés par Roitman et coll., tandis que les neurones accordés à la numérosité correspondraient aux neurones de l'aire LIP enregistrés par Nieder et Miller. Il est à noter qu'anatomiquement, les neurones de LIP projettent effectivement vers ceux de VIP. De plus, les neurones de VIP semblent répondre à l'ensemble du champ visuel, ce qui est compatible avec l'hypothèse qu'ils reçoivent des entrées convergentes de nombreux neurones rétinotopiques de l'aire LIP.

A partir de ce code neural log-Gaussien, un modèle mathématique de prise de décision, capable de rendre compte des taux d'erreurs et des temps de réponse dans diverses tâches numériques élémentaires, a également été développé (Dehaene, 2007). Lorsque la décision est prise en un temps fixe, sans pression de rapidité, et que seul le taux d'erreurs doit donc être modélisé, la théorie de la détection du signal peut être appliquée très directement au code log-Gaussien. Ce modèle rend bien compte des compétences animales et humaines dans des tâches élémentaires de comparaison pareil-différent ou plus grand-plus petit (Dehaene, 2007 ; Piazza et al., 2004). Il peut également être adapté à la dénomination des numérosités (Izard & Dehaene, 2008) et à l'addition ou à la soustraction de deux numérosités, moyennant quelques hypothèses supplémentaires sur la combinaison des variances associées à chaque opérande (Barth et al., 2006 ; Cantlon & Brannon, 2007).

Lorsque la tâche implique une décision rapide en temps limité, la modélisation du temps de réponse fait appel à un modèle mathématique plus sophistiqué. Ce modèle se fonde sur les travaux de Mike Shadlen qui indiquent que la prise de décision en temps réel, sur la base de signaux bruités, s'appuie sur certains neurones pariétaux et préfrontaux qui réalisent une accumulation des données stochastiques que les stimuli apportent en faveur de chacune des réponses possibles. Cette accumulation peut alors décrite mathématiquement comme une marche aléatoire apparentée à un mouvement Brownien. La décision est prise lorsque, pour l'un des réponses, la marche aléatoire de l'accumulateur atteint un seuil fixé à l'avance. La réponse correspondante est alors sélectionnée. On peut démontrer que ce mécanisme d'accumulation statistique avec seuil constitue un mécanisme optimal de prise de décision en temps réel (Gold & Shadlen, 2002).

L'analyse montre qu'au moins dans des tâches très simples telles que la comparaison de deux nombres, le modèle log-Gaussien doublé d'une prise de décision par accumulation conduit à des prédictions très étroitement ajustées aux données expérimentales. L'influence de la distance entre les nombres à comparer est correctement modélisée, et le modèle explique pourquoi la forme de cet effet diffère selon que l'on considère le taux d'erreur ou le temps de réponse moyen. La distribution des temps de réponse, et la manière dont celle-ci varie avec la présence d'une tâche interférente, sont également expliqués en grand détail (Sigman & Dehaene, 2005).

L'impact des symboles sur la cognition numérique

Le modèle décrit ci-dessus suppose que l'acquisition des symboles numériques tels que les chiffres arabes consiste tout simplement à mettre en relation ces formes arbitraires avec la représentation log-Gaussienne des numérosités correspondantes, en sorte que la prise de décision met en jeu les quantités et non plus les symboles eux-mêmes. Cependant, plusieurs éléments convergents suggèrent que cette vision est un peu trop simple, et que l'acquisition de symboles pour les nombres change également en profondeur la représentation non-verbale des quantités numériques.

Verguts et Fias (2004) ont simulé l'apprentissage non-supervisé dans un réseau de neurones formels qui est exposé, soit à des numérosités seules, soit à des numérosités appariées avec le symbole correspondant. Dans le premier cas, le réseau développe des neurones « détecteurs de numérosité » très semblables à ceux décrits par Nieder et Miller, avec une courbe d'accord log-Gaussienne. Cependant, l'appariement avec des symboles modifie profondément cette représentation. Bien que les neurones restent accordés à la numérosité approximative, ils répondent de façon très précise à chaque symbole numérique. La courbe d'accord des neurones présente toujours un effet de distance, mais avec une grande composante 'tout-ou-rien' doublé d'un petit effet linéaire. D'autre part, contrairement à la loi de Weber, tous les neurones présentent la même courbe d'accord, avec une largeur fixe pour tous les nombres testés (1 à 5). Ainsi, le réseau exposé aux symboles développe un nouveau type de représentation que l'on qualifie de linéaire avec une variabilité fixe.

La proposition théorique de Verguts et Fias pourrait expliquer plusieurs aspects de l'intuition attachée aux symboles numériques. L'analyse fine des temps de réponse montre des différences non-négligeables entre la comparaison des nombres présentés sous forme symbolique et sous forme de numérosités d'ensembles de points, qui correspondent à l'emploi d'une représentation plus précise et plus linéaire des symboles numériques (Dehaene, 2007). Les expériences d'IRM fonctionnelle de Piazza et coll. (Piazza & Dehaene, 2004 ; Piazza et al., 2007) présentent également de subtiles asymétries qui suggèrent que, lorsque les nombres sont présentés sous forme symbolique, le codage des quantités semble plus précis dans l'hémisphère gauche que dans le droit et pourrait ressembler à celui prédit par le modèle. Le peu de données dont nous disposons sur l'IRM fonctionnelle du développement de l'arithmétique suggère effectivement qu'au cours de l'éducation, c'est surtout la région pariétale gauche qui est modifiée, tant dans son activité de base que dans la taille de son effet de distance, ce qui suggère un raffinement de la précision du codage des nombres au sein de l'hémisphère gauche (Ansari & Dhital, 2006).

Tout récemment, Diester et Nieder (2007) ont publié la toute première étude neurophysiologique des mécanismes cérébraux de l'acquisition des symboles chez le primate non-humain. Ils ont entraîné deux singes à apparier des chiffres arabes entre 1 et 4 avec les numérosités correspondantes. Dans le cortex préfrontal dorsolatéral, après l'apprentissage, de nombreux neurones codaient simultanément pour le même nombre, indépendamment de son format de présentation symbolique ou non-symbolique. Contrairement au modèle de Verguts et Fias, la courbe d'accord des neurones ne se modifiait pas selon la notation. Etonnamment, dans le cortex intrapariétal, les neurones se spécialisaient soit pour les chiffres arabes, soit pour les numérosités, mais ne répondaient pas aux deux formats simultanément. Ainsi, seul le cortex préfrontal, chez l'animal, semble susceptible de coder la relation arbitraire entre un symbole et sa signification. Chez l'homme, un entraînement plus important, ainsi que de probables différences d'architecture cérébrale, pourraient entraîner une automatisation du signe et un transfert de ces neurones de conjonction vers les aires postérieures du cerveau. Dans leur étude d'IRM fonctionnnelle du développement arithmétique, Rivera et coll. (2005) ont effectivement observé un déplacement massif de l'activité préfrontale avec l'âge, au profit de régions occipito-temporales et pariétales gauches qui pourraient correspondre respectivement aux codes des symboles et des quantités.

Représentation spatiale des nombres et synesthésie numérique

L'éducation arithmétique s'accompagne d'un autre changement important : l'apprentissage de liens systématiques entre les nombres et l'espace. L'intuition d'une échelle spatiale des nombres joue un rôle essentiel en mathématiques, depuis la notion de mesure (géo-métrie) jusqu'à l'étude des nombres irrationnels, de la droite réelle, des coordonnées Cartésiennes ou du plan complexe. De nombreuses études démontrent l'automaticité du lien entre les nombres et l'espace chez l'homme adulte : la simple présentation d'un chiffre arabe suffit à biaiser les réponses motrices et l'attention visuo-spatiale, en direction de la droite pour les grands nombres et de la gauche pour les petits nombres. Cet « effet SNARC » (*spatial-numerical association of response codes*) dépend de variables attentionnelles et culturelles telles que la direction de l'écriture — la direction de l'effet tend à s'inverser dans les cultures qui lisent de droite à gauche (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993).

L'association nombre-espace elle-même semble provenir des liens anatomiques très étroits qu'entretient la région intrapariétale moyenne, impliquée dans le codage du nombre, avec les régions voisines impliquées dans le codage de l'espace. En particulier, un circuit relie les aires LIP et VIP, qui sont impliquées dans le mouvement des yeux et le codage des positions pertinentes de l'espace. Avec Ed Hubbard, sur la base d'une revue détaillée de ces questions, j'ai proposé que ce circuit VIP-LIP soit en partie recyclé pour l'arithmétique élémentaire (Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005). Avec André Knops et Mariagrazia Ranzini, nous avons obtenu des données d'IRM fonctionnelle, de potentiels évoqués et de comportement qui vont dans ce sens. En effet, la simple présentation d'un nombre induit une activation latéralisée des régions pariétales postérieures (homologue plausible de l'aire LIP chez l'homme). De plus, l'addition et la soustraction évoquent automatiquement un mouvement vers la droite et la gauche respectivement. Ces liens spatio-numériques demeurent non-conscients chez la plupart des personnes testées. Cependant, chez de rares individus, leur accès à la conscience pourrait peut-être expliquer le phénomène de synesthésie numérique. Ces personnes, en effet, affirment voir, au sens littéral, les nombres à des positions spatiales bien déterminées sur une échelle spatiale interne.

Bien qu'intuitive et automatique, la correspondance entre nombres et espace n'est pas entièrement fixe. Elle se modifie considérablement au cours de développement et en fonction de l'éducation. Siegler et Opfer (2003) ont présenté une tâche dans laquelle des enfants doivent disposer les nombres qu'on leur énonce sur un segment étiqueté par exemple avec le nombre 1 à gauche et le nombre 100 à droite. Les enfants les plus jeunes (CP) placent les nombres en correspondance avec l'espace d'une façon certes monotone, mais non-linéaire. Ils accordent beaucoup plus de place aux petits nombres et tendent à suivre une échelle compressive et logarithmique, selon laquelle 10 se situe au milieu de 1 et de 100. Les réponses ne deviennent linéaires que chez les enfants plus âgés, entre 8 et 10 ans. Avec Pierre Pica, Véronique Izard et Elizabeth Spelke, nous avons montré que l'éducation joue un rôle essentiel : chez les indiens Mundurucus d'Amazonie, des personnes adultes mais dépourvues d'éducation mathématique répondent de façon logarithmique à des nombres entre 1 et 10 présentés de façon verbale ou non-symbolique (Dehaene, Izard, Spelke, & Pica, 2008). L'échelle de similarité logarithmique, qui dérive de la loi de Weber, semble donc faire partie des intuitions fondamentales de l'humanité (étant entendu que cette intuition est approximative et n'inclut pas des propriétés mathématiques abstraites de la fonction logarithme telles que la transformation des sommes en produits). De nombreux indices suggèrent que, chez l'adulte éduqué, la représentation logarithmique n'a pas vraiment disparu. Les échelles logarithmique et linéaire semblent coexister et être sélectionnées en fonction des instructions et du contexte de la tâche.

Conclusion

L'intuition arithmétique humaine consiste en un réseau complexe de connaissances qui vont de la capacité d'estimer rapidement la cardinalité approximative d'un ensemble à celle d'anticiper le résultat d'une addition, de juger que 8 est plus grand que 3, ou de voir les nombres dans l'espace et d'évaluer que 3 est plus proche de 1 que de 10. Le noyau de ces connaissances numériques consiste en une représentation log-Gaussienne de la numérosité approximative. Ce noyau de connaissances est déjà présent chez le très jeune enfant et de nombreuses espèces animales, et est associé à un circuit cérébral situé dans la région intrapariétale bilatérale. L'apprentissage des symboles de l'arithmétique formelle s'appuie fortement sur ce sens précoce des nombres, bien que notre compréhension de la manière dont ce dernier est modifié par l'éducation demeure très imparfaite. Ce sera l'une des questions importantes de la recherche à venir. Un enjeu essentiel sera de mieux utiliser ces connaissances afin d'améliorer l'enseignement de l'arithmétique et de mieux comprendre l'origine des dyscalculies.

S

En complément du cours, le séminaire a porté spécifiquement sur la représentation du nombre chez l'enfant. Son objectif explicite était de revisiter ce domaine initialement exploré par Jean Piaget et ses collaborateurs sous le regard critique des contributions récentes de la psychologie cognitive du développement. Six chercheurs réputés sont venus présenter leurs contributions à ce domaine :

— Marie-Pascale Noël (Université de Louvain) a présenté l'état actuel des connaissances sur la dyscalculie développementale, son évaluation, ses causes possibles et sa rééducation.

— Lisa Feigenson (Johns Hopkins University) a décrit ses recherches sur la cognition numérique chez le nourrisson, qui démontre notamment une capacité hiérarchique d'appréhension du nombre d'ensembles d'objets.

— Daniel Ansari (University of Western Ontario) s'est placé dans une perspective neuro-physiologique, en expliquant quelle pouvait être la contribution des outils d'imagerie cérébrale à la compréhension du développement cognitif de l'enfant entre la naissance et l'adolescence. Il a présenté les toutes premières images du développement cérébral de l'arithmétique.

— Michel Fayol (Université de Clermont-Ferrand) s'est intéressé aux mécanismes de l'apprentissage du comptage et des faits arithmétiques, notamment chez l'enfant d'âge scolaire. Le calcul constitue, en effet, l'un des premiers écueils sur lesquels viennent buter les jeunes enfants.

— Matthieu Le Corre (Harvard University) est revenu sur une phase particulièrement importante du développement de l'enfant, entre 2 ans et demi et 3 ans et demi, où celui-ci comprend soudainement ce qu'est le comptage et, par ce biais, accède à une représentation de la numérosité exacte.

— Enfin Elizabeth Spelke (Harvard University) a présenté un panorama étendu des recherches de son groupe sur le noyau des connaissances numériques chez le très jeune enfant. Les recherches comportementales qu'elle a présentées visent à séparer les connaissances universelles de l'enfant de celles qu'il acquiert par le biais de l'éducation et de l'immersion dans une culture et un environnement linguistique spécifique.

B

Le cours a repris et mis à jour de nombreux éléments de mon livre *La bosse des maths* (Odile Jacob, 1997). Il s'est appuyé sur plusieurs autres ouvrages et articles de revue :

Piaget, J. and A. Szeminska (1941). *La génèse du nombre chez l'enfant.* Neuchâtel, Delachaux & Niestlé.

Gelman, R. and C. R. Gallistel (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge Mass., Harvard University Press.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number.* New York : Springer-Verlag.

Dehaene, S. (1993). *Numerical Cognition.* Oxford, Blackwell.

Butterworth, B. (1999). *The Mathematical Brain.* London, Macmillan.

Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., & Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. *Current Opinion in Neurobiology, 14*(2), 218-224.

Nieder, A. (2005). « Counting on neurons : The neurobiology of numerical competence ». *Nature Reviews in Neuroscience.*

Hubbard, E.M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Reviews in Neuroscience, 6*(6), 435-448.

Principaux articles cités :

Ansari, D., & Dhital, B. (2006). Age-related changes in the activation of the intraparietal sulcus during nonsymbolic magnitude processing : an event-related functional magnetic resonance imaging study. *J Cogn Neurosci, 18*(11), 1820-1828.

Ashcraft, M.H., & Stazyk, E.H. (1981). Mental addition : A test of three verification models. *Memory And Cognition, 9*, 185-196.

Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., Dehaene, S., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2006). Non-symbolic arithmetic in adults and young children. *Cognition, 98*(3), 199-222.

Burr, D., & Ross, J. (2008). A visual sense of number. *Curr Biol, 18*(6), 425-428.

Cantlon, J.F., & Brannon, E.M. (2007). Basic math in monkeys and college students. *PLoS Biol, 5*(12), e328.

Changeux, J.-P., & Connes, A. (1989). *Matière à pensée*. Paris : Odile Jacob.

Cordes, S., & Brannon, E.M. (2008). The difficulties of representing continuous extent in infancy : using number is just easier. *Child Dev, 79*(2), 476-489.

Dehaene, S. (2007). Symbols and quantities in parietal cortex : Elements of a mathematical theory of number representation and manipulation. In P. Haggard & Y. Rossetti (Eds.), *Attention & Performance XXII. Sensori-motor foundations of higher cognition* (pp. 527-574). Cambridge, Mass. : Harvard University Press.

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and numerical magnitude. *Journal of Experimental Psychology : General, 122*, 371-396.

Dehaene, S., & Changeux, J.-P. (1993). Development of elementary numerical abilities : A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience, 5*, 390-407.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1991). Two mental calculation systems : A case study of severe acalculia with preserved approximation. *Neuropsychologia, 29*, 1045-1074.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1994). Dissociable mechanisms of subitizing and counting : neuropsychological evidence from simultanagnosic patients. *J Exp Psychol Hum Percept Perform, 20*(5), 958-975.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1*, 83-120.

Dehaene, S., Izard, V., Spelke, E., & Pica, P. (2008). Log or linear ? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian indigene cultures. *Science, 320*(5880), 1217-1220.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology, 20*, 487-506.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking : behavioral and brain-imaging evidence. *Science, 284*(5416), 970-974.

Diester, I., & Nieder, A. (2007). Semantic associations between signs and numerical categories in the prefrontal cortex. *PLoS Biol,* in press.

Feigenson, L. (2005). A double-dissociation in infants' representations of object arrays. *Cognition, 95*(3), B37-48.

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends Cogn. Sci., 8*(7), 307-314.

Gelman, R., & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge Mass. : Harvard University Press.

Gilmore, C. K., McCarthy, S.E., & Spelke, E.S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature, 447*(7144), 589-591.

Gold, J.I., & Shadlen, M.N. (2002). Banburismus and the brain : decoding the relationship between sensory stimuli, decisions, and reward. *Neuron, 36*(2), 299-308.

Holloway, I.D., & Ansari, D. (2008). Mapping numerical magnitudes onto symbols : The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *J Exp Child Psychol.*

Hubbard, E.M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nat Rev Neurosci, 6*(6), 435-448.

Izard, V., Dehaene-Lambertz, G., & Dehaene, S. (2008). Distinct Cerebral Pathways for Object Identity and Number in Human Infants. *PLoS Biol,* in press.

Izard, V., & Dehaene, S. (2008). Calibrating the mental number line. *Cognition, 106*(3), 1221-1247.

Lemer, C., Dehaene, S., Spelke, E., & Cohen, L. (2003). Approximate quantities and exact number words : Dissociable systems. *Neuropsychologia, 41*, 1942-1958.

McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychol Sci, 15*(11), 776-781.

Molko, N., Cachia, A., Riviere, D., Mangin, J.F., Bruandet, M., LeBihan, D., et al. (2004). Brain Anatomy in Turner Syndrome : Evidence for Impaired Social and Spatial-Numerical Networks. *Cereb Cortex*.

Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature, 215*, 1519-1520.

Nieder, A. (2005). Counting on neurons : the neurobiology of numerical competence. *Nat Rev Neurosci, 6*(3), 177-190.

Nieder, A., & Merten, K. (2007). A labeled-line code for small and large numerosities in the monkey prefrontal cortex. *J Neurosci, 27*(22), 5986-5993.

Piazza, M., & Dehaene, S. (2004). From number neurons to mental arithmetic : the cognitive neuroscience of number sense. In M. Gazzaniga (Ed.), *The cognitive neurosciences, 3rd edition.* New York : Norton.

Piazza, M., Giacomini, E., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2003). Single-trial classification of parallel pre-attentive and serial attentive processes using functional magnetic resonance imaging. *Proc R Soc Lond B Biol Sci, 270*(1521), 1237-1245.

Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron, 44*(3), 547-555.

Piazza, M., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2007). A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron, 53*, 293-305.

Revkin, S., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L., & Dehaene, S. (2008). Does subitizing reflect numerical estimation ? *Psychological Science, in press*.

Rivera, S.M., Reiss, A.L., Eckert, M.A., & Menon, V. (2005). Developmental Changes in Mental Arithmetic : Evidence for Increased Functional Specialization in the Left Inferior Parietal Cortex. *Cereb Cortex, 15*(11), 1779-1790.

Roitman, J.D., Brannon, E.M., & Platt, M.L. (2007). Monotonic coding of numerosity in macaque lateral intraparietal area. *PLoS Biol, 5*(8), e208.

Siegler, R.S., & Opfer, J.E. (2003). The development of numerical estimation : evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychol Sci, 14*(3), 237-243.

Sigman, M., & Dehaene, S. (2005). Parsing a cognitive task : a characterization of the mind's bottleneck. *PLoS Biol, 3*(2), e37.

Simon, O., Mangin, J.F., Cohen, L., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2002). Topographical layout of hand, eye, calculation, and language-related areas in the human parietal lobe. *Neuron, 33*(3), 475-487.

Verguts, T., & Fias, W. (2004). Representation of number in animals and humans : a neural model. *J Cogn Neurosci, 16*(9), 1493-1504.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature, 358*, 749-750.

Xu, F., & Spelke, E.S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition, 74*(1), B1-B11.

A

Nous mettons ici en valeur quelques résultats qui nous paraissent importants. Vient ensuite une liste complète des publications du laboratoire.

Mécanismes de la lecture : rôles distincts des voies ventrale et dorsale

Par le passé, les travaux du laboratoire sur les processus de lecture se sont souvent focalisés sur une petite région occipito-temporale gauche, l'aire de la forme visuelle des mots. En effet, chez l'adulte bien entraîné, cette région joue un rôle essentiel dans la lecture rapide, non-consciente, et indépendante de la longueur des mots. Sur la base d'un modèle neuronal de l'architecture de cette région (Dehaene et coll., *TICS*, 2005), nous avons toutefois prédit que cette région devrait cesser de fonctionner efficacement dans certaines conditions de stimulation :

— l'écartement des l e t t r e s , au-delà de deux espaces, devrait empêcher l'activation des neurones-bigrammes supposés essentiels à l'identification rapide des mots ;

— la rotation du mot, au-delà d'environ 40 degrés, devrait empêcher les neurones de répondre à leur stimulus préféré, qu'il s'agisse des lettres, des bigrammes ou ou des morphèmes des mots ;

— enfin la présentation du mot dans l'hémichamp gauche a un effet délétère bien connu, sans doute parce qu'elle empêche l'accès rapide aux connaissances orthographiques stockées dans les régions visuelles de l'hémisphère gauche.

Nous avons donc mené une expérience de comportement et d'IRM fonctionnelle où ces trois facteurs (écartement, rotation, déplacement) étaient manipulés de façon paramétrique (Cohen et coll., *NeuroImage*, 2008). Les résultats ont montré un important ralentissement du temps de lecture, qui survenait précisément aux valeurs paramétriques prédites par le modèle (par exemple, deux espaces d'écart entre les lettres). Au-delà de cette valeur seuil, les temps de lecture étaient soudainement affectés d'un important effet de longueur du mot, suggérant une lecture attentive, avec effort, voire lettre à lettre.

L'IRM a révélé les mécanismes cérébraux de ces phénomènes comportementaux : la lecture avec effort s'accompagne de l'entrée en activité d'un vaste réseau dorsal qui comprend systématiquement, dans les trois conditions de ralentissement, les régions pariétales postérieures bilatérales (homologue plausible de l'aire LIP chez l'homme). La lecture sérielle s'accompagne également d'une amplification sélective de la partie postérieure de l'aire occipito-temporale ventrale, à un site correspondant au codage putatif des lettres isolées. Le réseau dorsal mis en évidence dans cette expérience joue vraisemblablement un rôle important dans toutes les conditions où la lecture est dégradée et rendue difficile, notamment au début de l'apprentissage chez l'enfant. Il semble important, à l'avenir, d'examiner sa possible contribution aux troubles de la lecture chez certains enfants dyslexiques.

**Compréhension du langage parlé :
l'importance de la région temporale antérieure**

Anne-Dominique Devauchelle, dans l'équipe de Christophe Pallier, a réalisé une thèse sur la représentation cérébrale des structures de phrases. L'expérience qui fait l'objet d'une première publication (Devauchelle et coll., *Journal of Cognitive*

Neuroscience, sous presse) visait à utiliser l'amorçage en IRM fonctionnelle afin d'examiner s'il existe des régions cérébrales qui codent pour des structures syntaxiques.

Au cours de l'expérience, les participants lisaient ou écoutaient des phrases organisées par groupes de quatre, qui pouvaient partager ou non, soit la même construction syntaxique, soit le même contenu lexico-sémantique. Dans un cas extrême, la même phrase était répétée quatre fois. Un fort effet d'adaptation à la répétition était alors observé dans la majorité du réseau de traitement des phrases, ce qui confirmait que ces régions linguistiques se prêtent bien à une étude par la méthode d'adaptation. Dans la condition « lexico-sémantique », le même contenu était répété à l'aide de constructions syntaxiques distinctes, par exemple « le taxi dépose le client », « le client a été déposé par le taxi », « c'est le taxi qui dépose le client », etc. Dans cette condition également, un fort effet d'amorçage était observé, particulièrement dans la région temporale antérieure. Celle-ci apparaît comme un candidat intéressant pour la représentation du sens des phrases et de l'agencement des rôles thématiques de leurs constituants.

Le résultat le plus surprenant, toutefois, était l'absence d'effet d'amorçage dans une condition où l'on respectait toujours la même structure syntaxique, indépendamment des mots utilisés pour la réaliser (par exemple « c'est le taxi qui dépose le client ; ce sont vos amis qui détestent les poireaux ; etc.). Ce résultat suggère que la construction syntaxique abstraite n'est pas représentée indépendamment des mots qui la véhiculent, ou bien n'est pas conservée sous une forme explicite par des neurones reproductibles et sujets à l'adaptation. Une hypothèse très intéressante est que les régions temporales antérieures soient impliquées dans l'extraction de la structure abstraite ou « profonde » des phrases, réalisant ainsi une forme d'invariance pour leurs variations plus superficielles.

Cognition numérique : les liens entre le nombre et l'espace

Depuis 2002, en collaboration avec Pierre Pica, Elizabeth Spelke, Véronique Izard, notre laboratoire s'intéresse à la cognition numérique chez les indiens Mundurucus d'Amazonie. Ce peuple présente un lexique numérique restreint aux tous premiers nombres, et n'a guère accès à l'éducation mathématique. Ainsi pouvons-nous étudier, avec les méthodes de la psychologie cognitive, les intuitions mathématiques non-verbales. Dans une étude récente, nous avons montré que ces indiens possèdent un sens intuitif des relations nombre-espace (Dehaene et coll., *Science*, 2008).

De nombreux travaux, réalisés chez des adultes occidentaux, montrent que, le simple fait de penser à un nombre ou d'effectuer un calcul évoque automatiquement un biais spatial. Cet effet trouve son origine dans les liens qu'entretiennent les représentations numériques et spatiales dans le lobe pariétal (voir le cours de cette année). Nos nouveaux résultats indiquent que l'intuition d'une association régulière entre les nombres et l'espace pré-existe à toute éducation en mathématiques.

L'expérience consiste à présenter aux Mundurucus, sur un écran d'ordinateur, une droite étiquetée à gauche par une représentation du nombre un et à droite par une représentation du nombre 10 (présentés sous forme de nuages de points). On leur présente ensuite divers nombres, soit sous forme non-symbolique (nuages de points, séquences de sons), soit sous forme symbolique (noms de nombres en langue Mundurucu ou en portugais pour ceux qui le connaissent). Pour chaque nombre, on leur demande de le positionner sur cette droite. Seuls deux essais d'entraînement sont proposés, l'un avec le nombre 1, l'autre avec le nombre 10. Dans la mesure où ces nombres ne font intervenir que les extrémités de l'échelle, ils laissent les personnes entièrement libres de leurs choix pour les nombres intermédiaires. Cependant, tous les participants ont positionné intuitivement chaque nombre dans un ordre monotone, qui respectait une relation systématique entre le nombre et l'espace. Ainsi cette relation apparaît intuitive et spontanée, même en l'absence d'éducation mathématique.

De façon plus surprenante, toutefois, la forme que prend cette relation n'est pas linéaire. Les Mundurucus organisent spontanément les nombres dans l'espace suivant une échelle logarithmique. Lorsqu'on leur demande de situer le nombre 5 par exemple sur une droite graduée de 1 à 10, ils ne le placent pas vers le milieu, mais à proximité de 10 — c'est plutôt 3 ou 4 qui, selon leur intuition, doit se situer au milieu de 1 et de 10. Cette représentation suit la loi de Weber. La similarité entre les nombres semble jugée sur une échelle logarithmique car celle-ci respecte les rapports entre les nombres : 3 est placé au milieu de 1 et 9 en sorte qu'il y ait le même rapport entre 3 et 1 qu'entre 9 et 3.

Par contraste, tous les adultes occidentaux adoptent spontanément une représentation linéaire, dans laquelle les nombres consécutifs sont équidistants quelle que soit leur taille – la même opération de « successeur » ou « + 1 » s'applique tout au long de la ligne numérique mentale. Nos résultats signifient donc que ce sens de la mesure et de la linéarité des nombres s'apprend et n'est pas immédiatement intuitif. Chez l'enfant occidental, Siegler et Opfer ont observé que la nature des liens entre nombre et espace change au cours du développement. C'est entre 6 et 10 ans que l'enfant passe d'une représentation logarithmique à une représentation linéaire du nombre. Ainsi, cette recherche met en valeur le rôle essentiel de l'éducation dans le développement mathématique : en son absence, semble-t-il, nous ignorerions même qu'il existe un espacement constant entre les nombres 1, 2, 3, 4…

Cognition numérique : la distinction entre subitisation et estimation

Un autre travail, réalisé lors de la thèse de Susannah Revkin, a exploré les mécanismes d'appréhension de la numérosité d'un ensemble d'objets. On sait que les tous petits ensembles d'objets (jusqu'à 3 ou 4) sont énumérés très rapidement et pratiquement sans erreurs. Cette « subitisation » des petits nombres est connue depuis plus d'un siècle, mais reste inexpliquée. Un modèle classique suppose que la subitisation n'est qu'une forme d'« estimation précise » : nous disposerions d'un mécanisme générique d'estimation soumis à la loi de Weber, c'est-à-dire que son imprécision augmente de façon proportionnelle au nombre représenté. Pour les tous petits nombres, la précision du codage numérique deviendrait suffisante pour discriminer chaque nombre de ses voisins, ce qui permettrait une dénomination rapide et précise. Cette théorie unifiée de la subitisation et de l'estimation est séduisante dans la mesure où, chez l'animal, des neurones codant pour la numérosité et soumis à la loi de Weber ont effectivement été enregistrés, sans qu'ils présentent la moindre discontinuité pour les petits nombres par rapport aux grands nombres. Toutefois d'autres dissociations, particulièrement chez le très jeune enfant, militent en faveur d'un autre modèle selon lequel la subitisation fait appel à un mécanisme entièrement distinct et dédié.

Afin de séparer ces possibilités théoriques, nous avons testé une conséquence directe de la loi de Weber : la précision devrait être la même lorsque les participants discriminent et dénomment les nombres 1, 2, 3, 4… et les nombres 10, 20, 30, 40… (dans la mesure où leur rapports sont identiques). Nous avons donc entraîné des participants français à dénommer rapidement et approximativement les dizaines de 10 à 80, et avons comparé ces résultats à ceux de la tâche classique de dénomination de 1 à 8 points. Les résultats ont mis en évidence une violation très nette de la loi de Weber : la précision est bien supérieure, et le temps de réponse nettement plus rapide, pour les numérosités 1 à 4 que pour tous les autres nombres et notamment les dizaines de 10 à 40. Ces résultats réfutent, d'une manière directe, l'hypothèse qu'un seul et même mécanisme sous-tend l'estimation et le comptage. Le mécanisme qui permet la subitisation reste inconnu, mais la recherche doit s'orienter vers des propriétés spécifiques à la représentation visuelle des petits ensembles d'objets.

Cognition numérique : le sens des nombres chez le bébé de trois mois

De nombreuses recherches comportementales indiquent qu'une authentique compétence numérique est présente chez l'enfant de quelques mois. Jusqu'à présent, cependant, les mécanismes cérébraux de cette compétence restaient indéterminés. Seule l'IRM avait permis de montrer l'implication de la région pariétale, en particulier dans l'hémisphère droit, dans le traitement des nombres chez l'enfant de 4 ans (Cantlon et coll., 2006).

En collaboration avec Véronique Izard et Ghislaine Dehaene-Lambertz, nous avons pu montrer les premières images de l'activité cérébrale au cours d'un traitement numérique chez le bébé de trois mois (Izard et coll., *PLOS Biology,* 2008). Nous avons comparé les potentiels évoqués par des changements imprévisibles au sein d'un ensemble d'objets, qui consistaient soit en un changement de nombre (2 contre 3, 4 contre 8, ou 4 contre 12), soit en un changement de l'identité des objets. Les topographies des voltages au niveau du scalp ont démontré des réponses massives et bien différenciées aux deux types de changements. Un modèle réaliste du scalp et des sources corticales distribuées, rendu possible par notre travail antérieur d'IRM du bébé, a montré que le changement d'identité entrainait l'activation des régions occipito-temporales ventrales, particulièrement à gauche, tandis que le changement de nombre activait la région pariétale droite.

Ces résultats suggèrent que le cerveau du bébé est hautement organisé et que la grande division entre voies visuelles dorsale et ventrale est déjà présente à trois mois de vie. Ils soulignent la continuité du « sens des nombres » au fil du développement et pointent vers un biais d'organisation en faveur du lobe pariétal droit, qui pourrait sous-tendre le développement ultérieur de l'intuition arithmétique.

Accès à la conscience : limites de l'introspection

Le laboratoire s'intéresse, depuis plus d'une dizaine d'années, aux mécanismes qui permettent à une information d'accéder à la conscience. Avec Guido Corallo, Jérôme Sackur et Mariano Sigman, nous avons développé une nouvelle méthode d'étude des capacités et des limites de l'introspection consciente (Corallo et coll., *Psychological Science*, 2008). Cette méthode d'« introspection quantifiée » se situe au confluent de nos recherches sur les nombres et sur la conscience. En effet, elle consiste à interroger le volontaire, après chaque essai d'une tâche chronométrique, sur son introspection de son propre temps de réponse. Contrairement à beaucoup d'autres études, cette introspection n'est pas seulement qualitative ou verbale, mais elle est finement quantifiée : le volontaire utilise un curseur analogique ou une réponse numérique afin d'estimer, en millisecondes, ce qu'il estime être son temps de réponse. De cette manière, des techniques classiques de chronométrie mentale telles que la méthode des facteurs additifs de Sternberg peuvent être appliquées au temps de réponse introspectif, et l'on peut étudier les limites de cette introspection.

Nos résultats démontrent que, dans une tâche de comparaison simple, le temps de réponse introspectif est une mesure très sensible, étroitement corrélée au temps de réponse objectif, et affectée par les mêmes facteurs expérimentaux. Toutefois, dans une situation de « période psychologique réfractaire » où deux tâches entrent en collision et sont réalisées l'une après l'autre, une partie des traitements mis en jeu n'est plus accessible à l'introspection. En particulier, le délai objectif qui affecte la seconde tâche disparaît totalement de l'introspection des participants. Ceux-ci ne se rendent pas compte que leurs réponses sont considérablement différées par l'exécution de la première tâche, et prétendent avoir répondu à vitesse constante, quel que soit l'intervalle entre les cibles associées à chaque tâche.

Nous en concluons que l'introspection subjective du temps consacré à une opération mentale corrèle avec la disponibilité d'un « espace de travail global » où se prennent les décisions et qui ne peut réaliser qu'une tâche à la fois. Les étapes de perception et d'exécution motrices ne sont accessibles à l'introspection que lorsque cette espace est disponible, ce qui n'est pas le cas lorsqu'une pression temporelle s'exerce pour réaliser deux tâches conjointes le plus rapidement possible. Notre introspection semble limitée aux informations qui parviennent à ce goulot d'étranglement central.

Analyse temporelle de la collision mentale entre deux tâches

Avec Mariano Sigman, nous avons développé des méthodes d•analyse temporelle en IRM fonctionnelle et en potentiels évoqués, afin d•identifier précisément les aires corticales et les étapes d•activation cérébrale associées à ce goulot d•étranglement central (Sigman et Dehaene, *Journal of Neuroscience*, 2008).

Par le passé, nous avions montré que l•idée répandue que l•IRM fonctionnelle est largement dépourvue de résolution temporelle est fausse. L•IRM est effectivement limitée par la lenteur de la réponse hémodynamique, qui se déploie avec plusieurs secondes de retard par rapport à l•activité neuronale. Toutefois, Mariano Sigman et moi-même avons montré qu•une analyse de Fourier permettait de dépasser ces limites et d•obtenir des informations sur le décours temporel de l•activité neuronale sous-jacente, à l•échelle de la centaine de millisecondes (Sigman et al., *NeuroImage* 2007).

Dans notre nouveau travail, nous avons appliqué cette méthode au phénomène de « période psychologique réfractaire », qui fait référence à l•impossibilité de réaliser deux tâches simultanément. Diverses expériences comportementales ont conduit à l•hypothèse, formulée clairement par Pashler, que les étapes perceptives et motrices peuvent être menées en parallèles, mais qu•une étape de décision centrale impose un goulot d•étranglement où les opérations sont réalisées en série, l•une après l•autre. Pour tester cette hypothèse, nous avons demandé à des volontaires de réaliser des tâches doubles, qui impliquaient de prendre simultanément une décision auditive (comparaison de hauteur tonale) et une décision visuelle abstraite (comparison de nombres). Un délai de 300 millisecondes était injecté dans la tâche auditive, soit pendant la période d•interférence, soit en dehors de cette période. A l•aide de l•IRM, et bien que l•ensemble des opérations soit réalisé en environ une seconde, nous avons pu diviser les réseaux corticaux en sous-composantes en fonction de leurs caractéristiques temporelles. Les aires sensorielles suivaient étroitement le moment de présentation duune après l554r que. Lde étape cortic

P (2007-2008)

Articles originaux

T . B., P , P., M , S., R , A., D, S., P , J.B. Analysis of a large fMRI cohort : Statistical and methodological issues for group analyses. *NeuroImage,* 2007, 35, 105-120.

G ., N., M , N., D, S., L , D., P , C. Brain structure predicts the learning of foreign speech sounds. *Cerebral Cortex*, 2007, 17, 575-582.

L , C., D, S., P , S., J , A., B , M., R , D., L , D. Dynamics of prefrontal and cingulate activity during a reward-based logical deduction task. *Cerebral Cortex*, 2007, 17, 749-759.

S , M., J , A., L , D., D, S. Parsing a sequence of brain activations at psychological times using fMRI. *NeuroImage*, 2007, 35, 655-668.

P , M., P , P., L B , D., D, S. A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex. *Neuron*, 2007, 53, 293-305.

D, S. A few steps toward a science of mental life. *Mind, Brain and Education*, 2007, 1, 28-47.

V , F., D, S., J , A., D , J.P., S , M., C , L. Hierarcical coding of letter strings in the ventral stream : dissecting the inner organization of the visual word-form system, *Neuron*, 2007, 55, 143-156.

R , F., D C , A., A B., M , I., N , L., R , J.P., L -C , O., C , A.A., C , L. D, S., P , J. Intact subliminal processing and delayed conscious access in multiple sclerosis. *Neuropsychologia*, 2007, 45, 2683-2691.

K , S., D, S., J , A., L B , D. Cerebral Bases of Subliminal and Supraliminal Priming during Reading. *Cerebral Cortex*, 2007, 17, 2019-2029.

G , R., C , L., A , C., C , S., H , D., B , M., W , J.C., D, S., N , L. Subliminal words durably affect neuronal activity. NeuroReport, 2007, 18, 1527-1531.

P , P., T , B., M , S., J , A., S , J., L B , D., P , J.-P. D, S. Fast reproducible identification and large-scale databasing of individual functional cognitive networks. *BMC Neuroscience*, 2007, 81, 91

D, S., C , L. Cultural recycling of cortical maps. *Neuron*, 2007, 56, 384-398.

N , K., D, S., J , A., L B , D., K S. Talk-specific change of unconscious neural priming in the cerebral language network. *PNAS*, 2007, 104, 19643-19648.

D C , A., B , S., D, S. Brain dynamics underlying the non-linear threshold for access to consciousness. *PLOS Biology*, 2007, 5(10), e260.

M C , K., D, S., D -L , G. Moving along the number line : Operational momentum in non-symbolic arithmetic. *Perception & Psychophysics*, 2007, 69, 1324-3333.

S , M. S , J., D C , A. D, S. Illusory displacement due to object substitution near the consciousness threshold., *Journal of Vision*, 2008, 8, 13, 1-10.

I , V., D, S. Calibrating the mental number line. *Cognition*, 2008, 106, 1221-1247.

C , L., D, S. V , F., J , A., M , A. Reading normal and degraded words : contribution of the dorsal and ventral visual pathways. *NeuroImage*, 2008, 40, 353-366.

I , V., D -L , G., D, S. Distinct cerebral pathways for object identity and number in human infants. PLOS Biol, 2008, 6, e11.

R , S.K., P , M., I , V., C , L., & D, S. Does subitizing reflect numerical estimation ? *Psychological Science*, 2008, 19, 606-614.

D, S., I , V., S , E., P , P. Log or Linear ? Distinct intuitions of the number scale in western and Amazonian indigene cultures. *Science*, 2008, 320, 1217-1220.

S , J., N , L., P -D , P., A , P., M , D., K , R., C , L., D, S. Semantic processing of neglected numbers. *Cortex*, 2008, 44, 673-682.

S , M., D, S. Brain mechanisms of serial and parallel processing during dual-task performance. *J Neuroscience* (sous presse).

E , S., P , P., G , R., D , C., P , M., D , S., D, S. Pure alexia as a disconnection syndrome : New diffusion imaging evidence for an old concept. *Cortex* (special issue) (sous presse).

C , G., S , J., D, S., S , M. Limits on introspection : Distorted subjective time during the dual-task bottleneck. *Psychological Science* (sous presse).

D , A.D., O , C., R , L., D, S., P , C. Sentence syntax and content in the human temporal lobe. *J. Cogn. Neurosci.* (sous presse).

Livres

D, S. *Les Neurones de la lecture*. Paris : Odile Jacob, 2007.

Articles de revue

K , S., D, S. Levels of processing during non-conscious perception : a critical review of visual masking. *Philosophical Translations of the Royal Society B*, 2007, 362, 857-875.

P , P., L , C., I , V., D, S. Quels sont les liens entre arithmétique et langage ? Une étude en Amazonie. *Cahiers de l'Herne consacré à Chomsky*, 2007.

Chapitres de livre

W , A.J., D, S. Number sense and developmental dyscalculia. In Donna Coch, Geraldine Dawson, Kurt W. Fischer (Eds) *Human behavior, learning and the developing brain : Atypical development*, The Guilford Press New, 2007, pp. 212-238.

D, S. Symbols and quantities in parietal cortex : elements of a mathematical theory of number representation and manipulation. In *Attention & Performance XXII. Sensori-motor foundations of higher cognition*, Haggard, P. and Rossetti, Y. (Ed) Cambridge, mass., Harvard University Press. 2007, 24, pp. 527-374.

D, S. L'imagerie cérébrale peut-elle séparer mémoires conscientes et non conscientes ? In, *La Mémoire, ses mécanismes, ses désordres.* Editions Le Manuscrit, 2007, pp. 49-69.

D, *S.*, Conscious and Nonconscious Processes. Distinct forms of evidence accumulation ? In *Better than conscious ? Implications for Performance and Institutional Analysis.* Engel C., and W. Singer, eds. Strüngmann Forum Report 1. Cambridge, MA : MIT Press, 2008, pp. 1-29.

P , M., D, S., M , K., M , R., P , E., P H., R , R., S , M., S , W. In *Better than conscious ? Implications for Performance and Institutional Analysis.* Engel C., and W. Singer, eds. Strüngmann Forum Report 1. Cambridge, MA : MIT Press, 2008, pp. 125-154.

C , J.-P., D, S. The neuronal workspace model : conscious processing and learning. In : *Learning and Memory : A Comprehensive Reference*, R. Menzel (Ed.) Elsevier, 2008.

C , L., W , A.J., I , V., D, S. Acalculia and Gerstmann's syndrome. In *Cognitive and Behavioral Neurology of Stroke*, Godefroy, O. & Boyousslavsky, J. (Eds) Cambridge University Press. 2008, 8, 125-147.

D, S., Cerebral constraints in reading and arithmetic: Education as a neuronal recycling process. In *The educated brain*, A. Battro (Ed), Cambridge University Press, 2008, 14, pp. 232-248.

D, S., C , L. Neural coding in written words in the visual word form area. In *The visual word form area*, P.L. Cornelissen, P.C. Hansen & K. Pugh (Eds), Oxford, Oxford University Press (sous presse)

H , E.M., P , M., P , P. D, S. Numerical and spatial intuitions: A role for posterior parietal cortex ? In *Cognitive Biology : Evolutionary and Developmental Perspectives on Mind, Brain and Behavior.* L. Tommasi, L. Nadel and M.A. Peterson (Eds.) Cambridge, MA : MIT Press (sous presse).

D

Stanislas Dehaene a été nommé au grade de Chevalier dans l'Ordre national du mérite. Il a également été nommé membre de l'Académie Pontificale des Sciences, et a reçu le *Dr A.H. Heineken Prize for Cognitive Science* de l'Académie Royale des Pays-Bas.