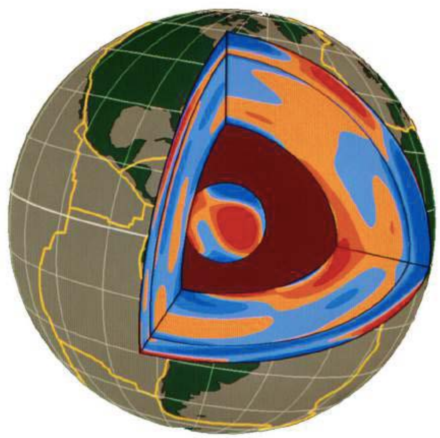


Imagerie Sismique de la Terre Profonde

Cours no 4 – Tomographie "de forme d'onde"

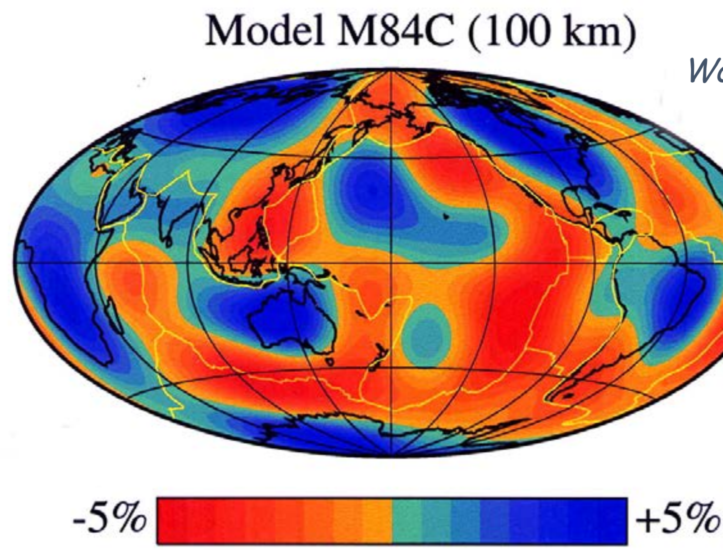
Barbara Romanowicz

Chaire de Physique de l'Intérieur de la Terre

Collège de France, Paris

19 Novembre 2019

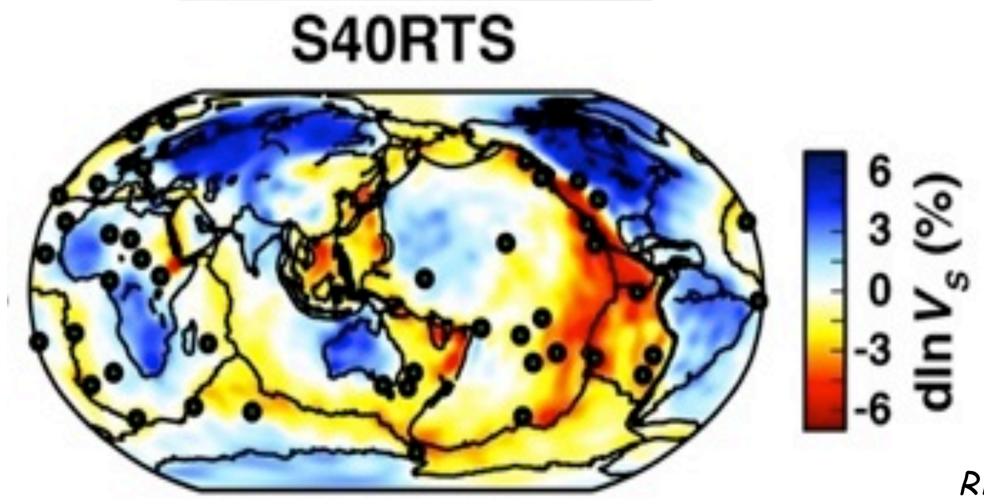
Les ondes de surface nous renseignent sur la structure à grande échelle dans le manteau supérieur



Woodhouse and Dziewonski, 1984

δln Vs (isotrope)

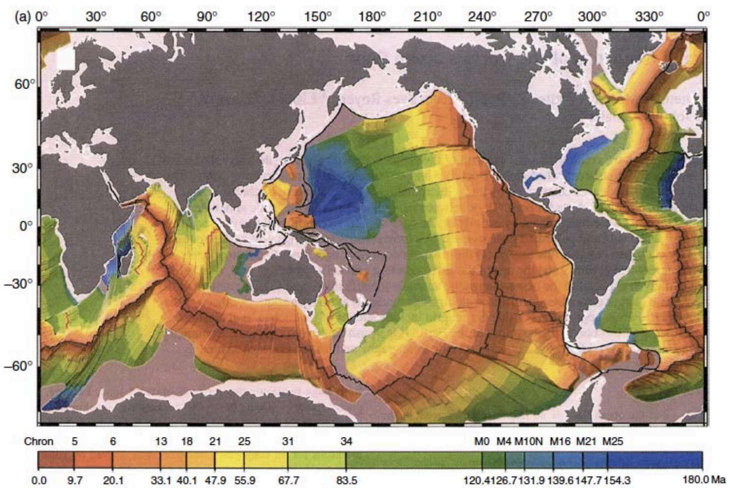
Profondeur = 100 km

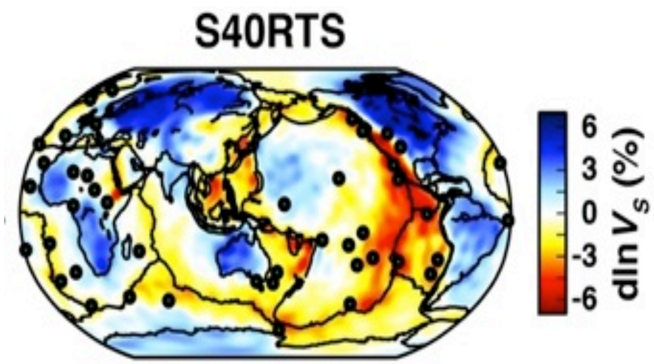


δln Vsv (ondes de Rayleigh)

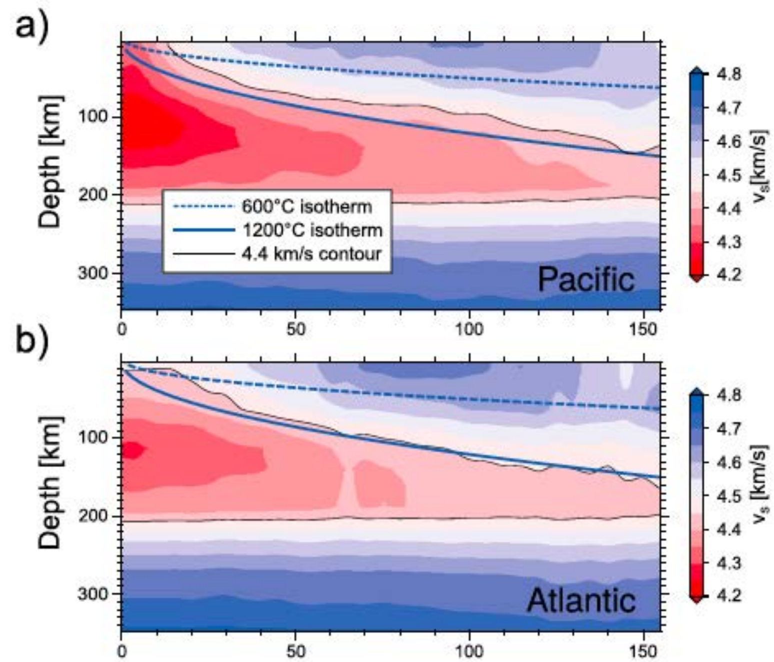
Ritsema et al., 2011

Age des fonds océaniques





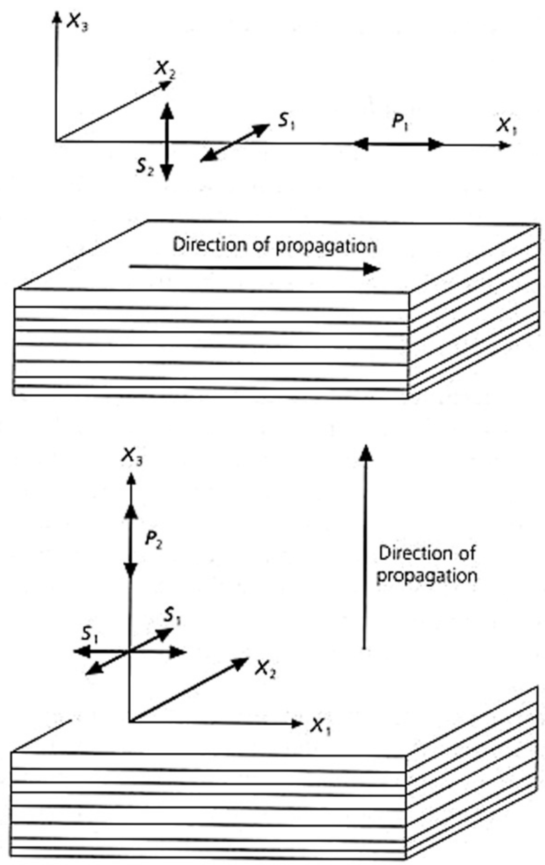
Refroidissement des plaques océaniques vu par la tomographie des ondes de surface:



Vs isotrope

Auer et al., 2015

Anisotropie radiale (VTI- Vertical Transverse Isotropy)

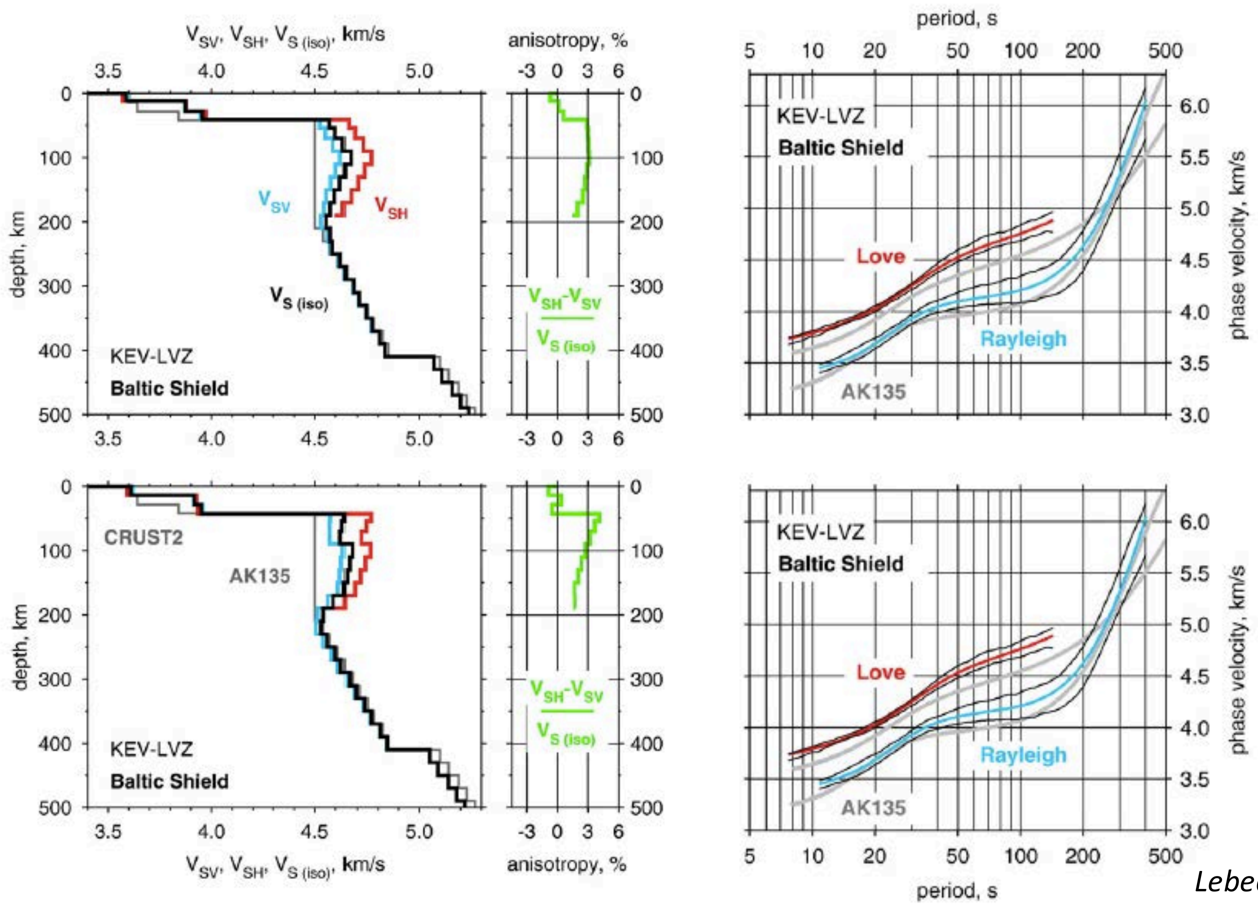


e.g.:
Anisotropie due à une structure en couches

5 paramètres élastiques indépendants : A,C,F,L,N (Love, 1911)

$$L = \rho V_{sv}^2$$
$$N = \rho V_{sh}^2$$
$$C = \rho V_{pv}^2$$
$$A = \rho V_{ph}^2$$
$$\eta = F/(A-2L)$$

Les ondes de surface ne conduisent pas à une solution unique pour la structure du manteau supérieur mais tous les modèles nécessitent l'introduction de quelques % d'anisotropie radiale

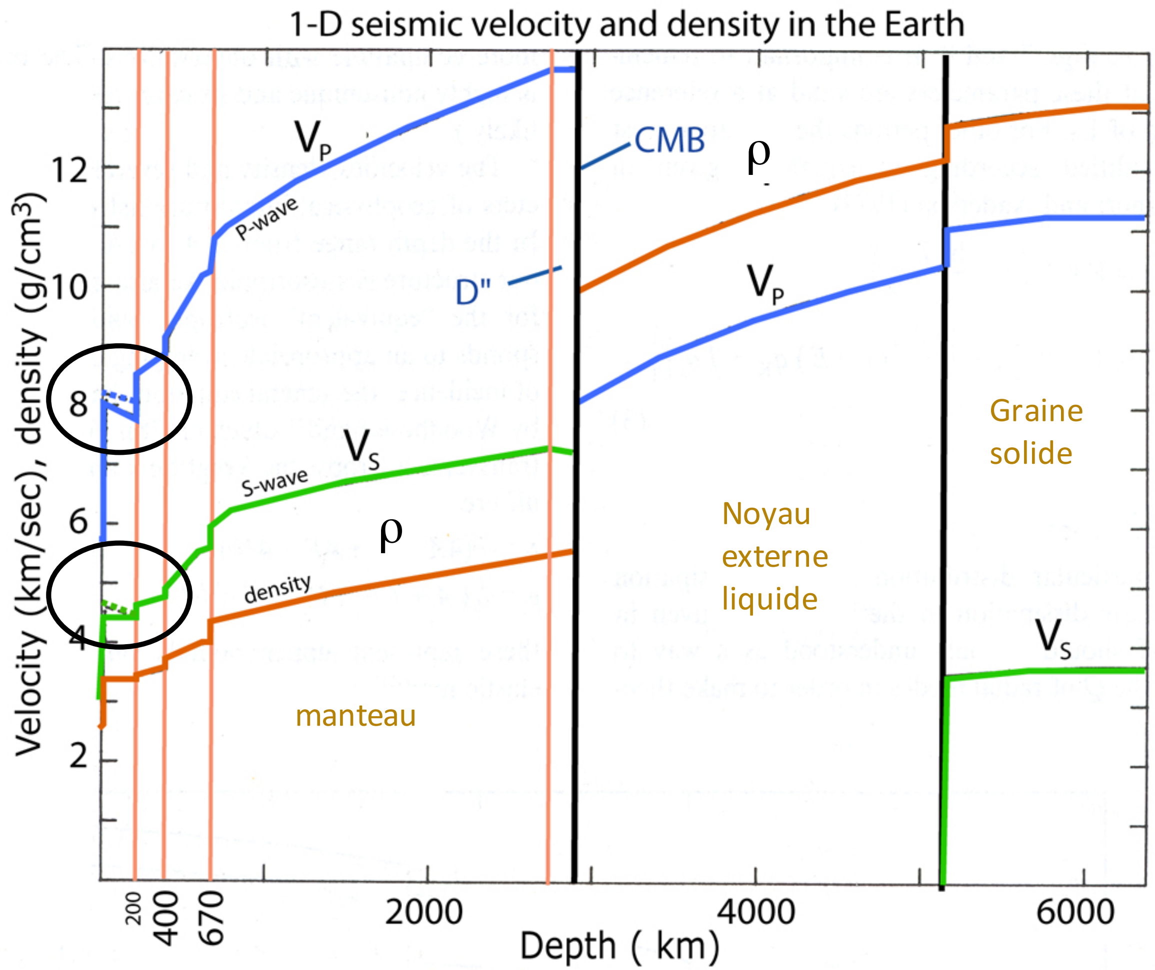


Lebedev et al., 2009

Anisotropie radiale:

Vsh ≠ Vsv

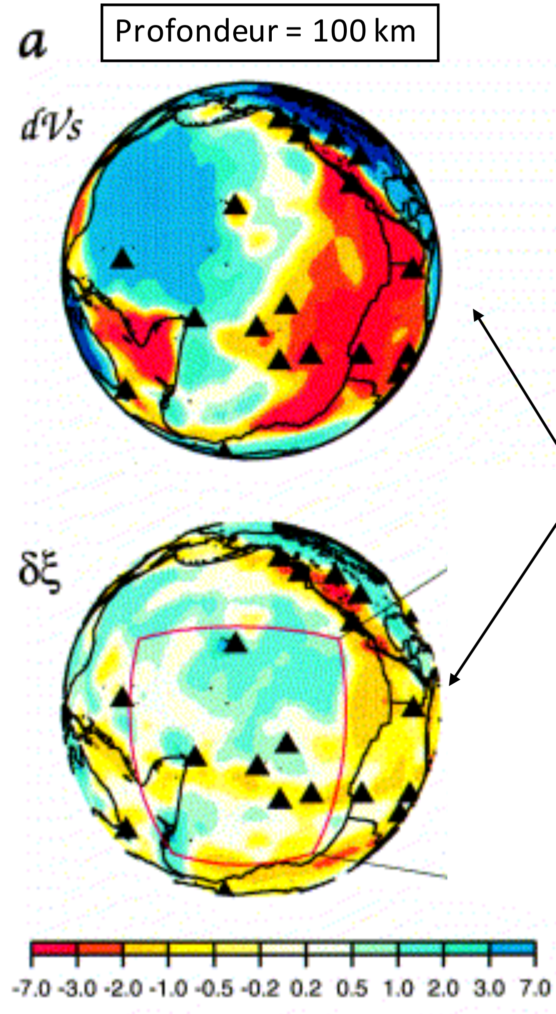
Dans les premiers
200 km du manteau
Vsh > Vsv



Modèle PREM (Dziewonski and Anderson, 1981)

Sous les bassins Océaniques

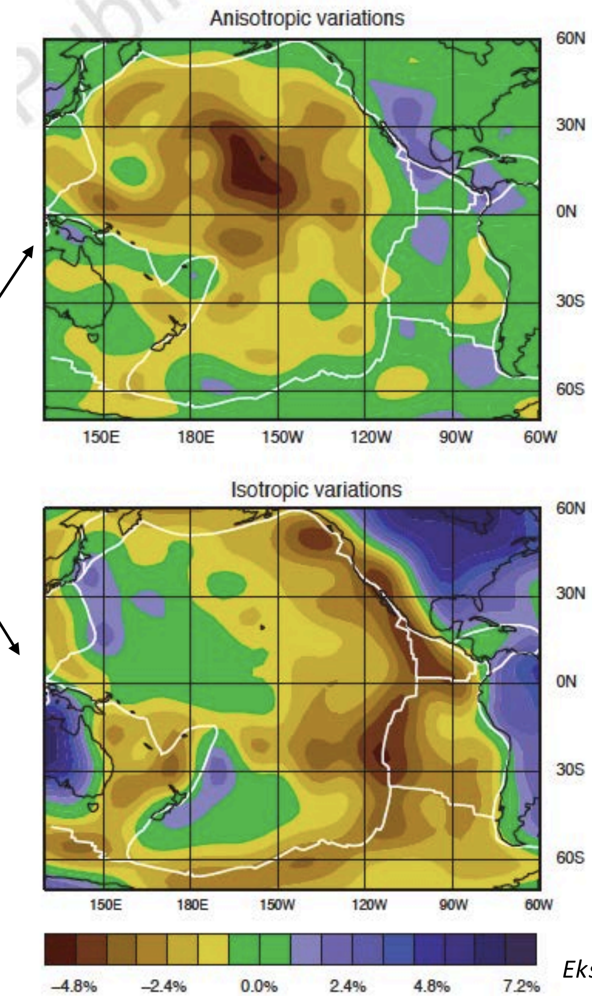
Profondeur = 100 km



$$\xi = \left(\frac{V_{SH}}{V_{SV}}\right)^2$$

Montagner, 2002

Modèle S20 à 150 km de profondeur



Anisotropie radiale

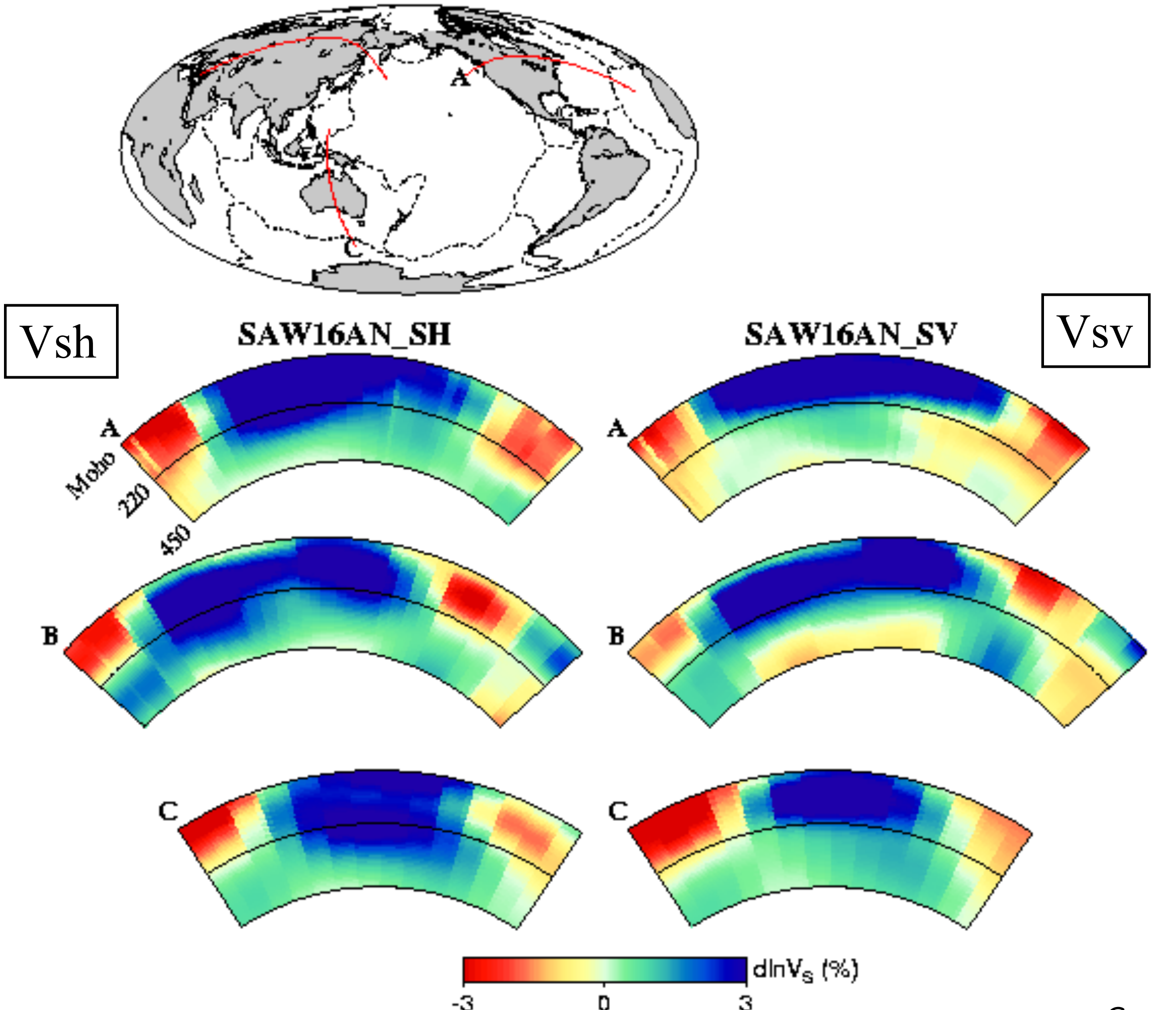
dξ/ξ

Variations de la Vitesse Vs isotrope

dVs/Vs

Ekstrom & Dziewonski, 1998

Sous les cratons



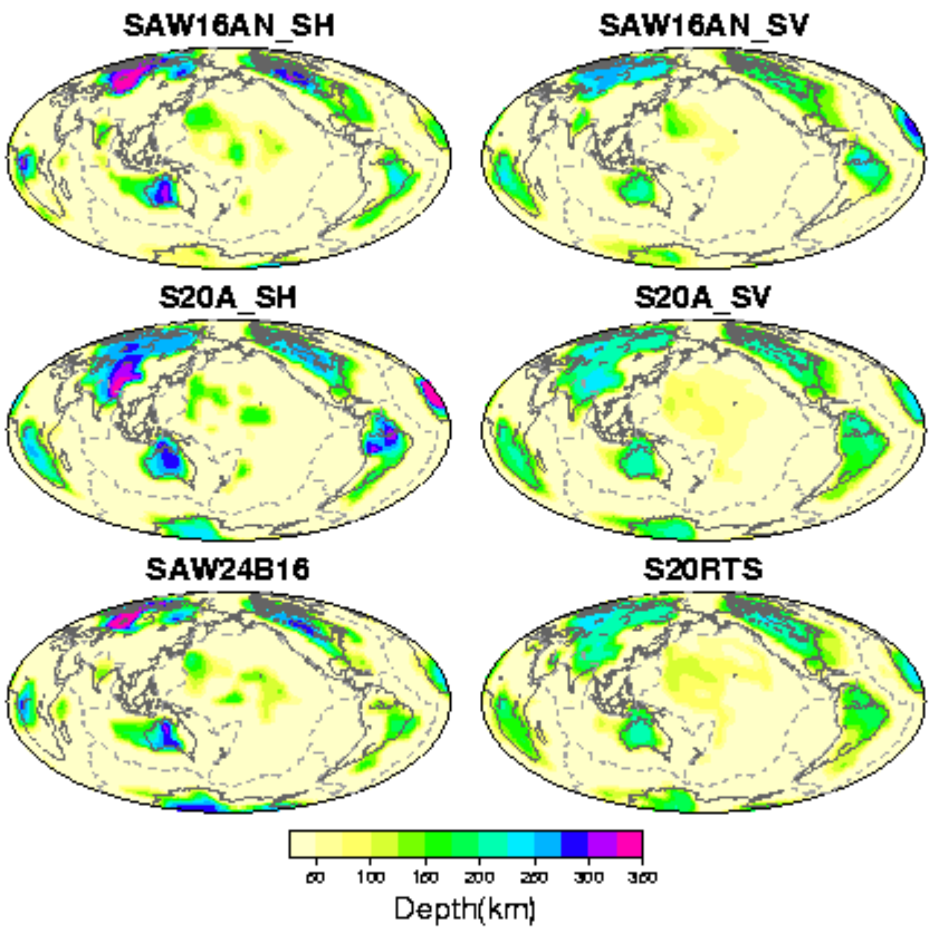
Gung et al., Nature, 2003

Anisotropie radiale sous les cratons continentaux

Cartes de profondeur maximale jusquà laquelle les racines des continents sont détectables:
dVs/Vs > 1%

Modèles Vsh

Modèles Vsv



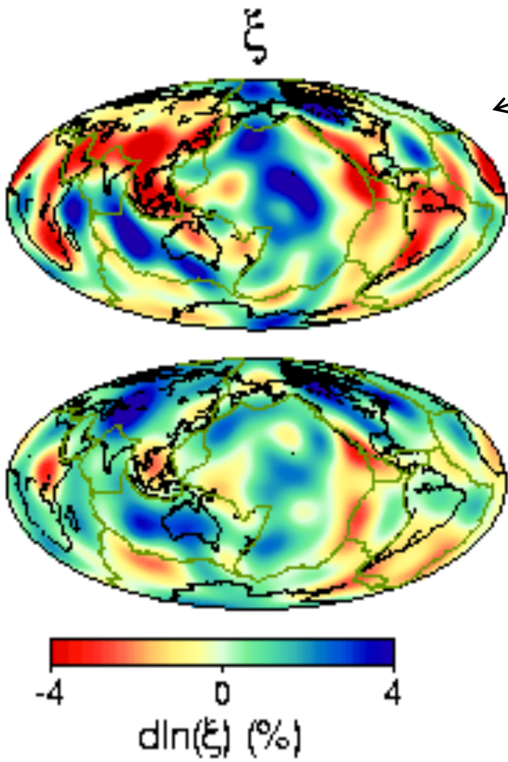
Gung et al.,Nature, 2003

Anisotropie radiale représentée par rapport au
modèle PREM anisotrope

Moyenne en ξ de PREM soustraite

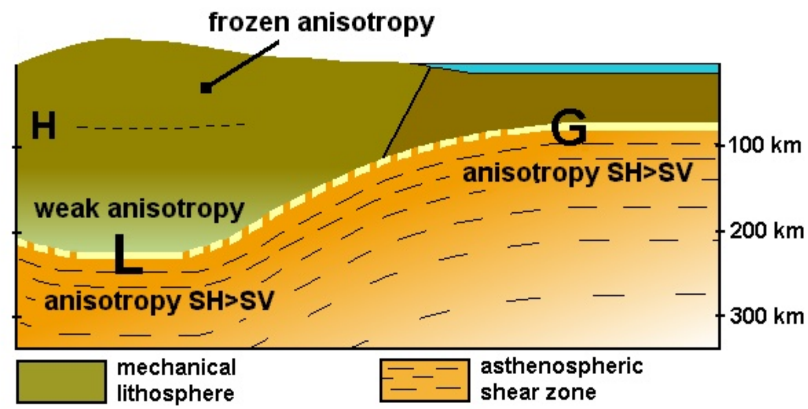
175 km

300 km



Lithosphère
Continentale:
Déformation
“fossilisée

Asthénosphère:
Déformation active



$\xi = (Vsh/Vsv)^2$ $\quad d\ln \xi = d\xi/\xi$

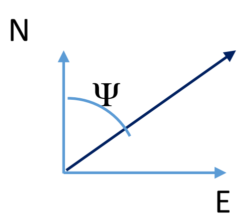
Gung, Panning and Romanowicz., 2003

Anisotropie sismique observée par les ondes de surface

- Anisotropie de polarisation (radiale) (A,C,F,L,N)
  - Les ondes de surface sont surtout sensibles aux variations de:
    - $L = \rho V_{sv}^2$
    - $N = \rho\, V_{sh}^2$ => on cherche à determiner soit [L,N] soit [Vs, $\xi=(Vsh/Vsv)^2$]

- Anisotropie azimuthale:
  - Pour un type donné d'ondes sismiques, la vitesse dépend de la direction de propagation (dans le plan horizontal pour les ondes de surface):

$$V = a + b\cos 2\psi + c\sin 2\psi + d\cos 4\psi + e\sin 4\psi$$



ψ est l'azimuth mesuré depuis le Nord dans le sens des aiguilles d'une montre

a,b,c,d,e sont des combinaisons linéaires des paramètres élastiques C_{ijkl}

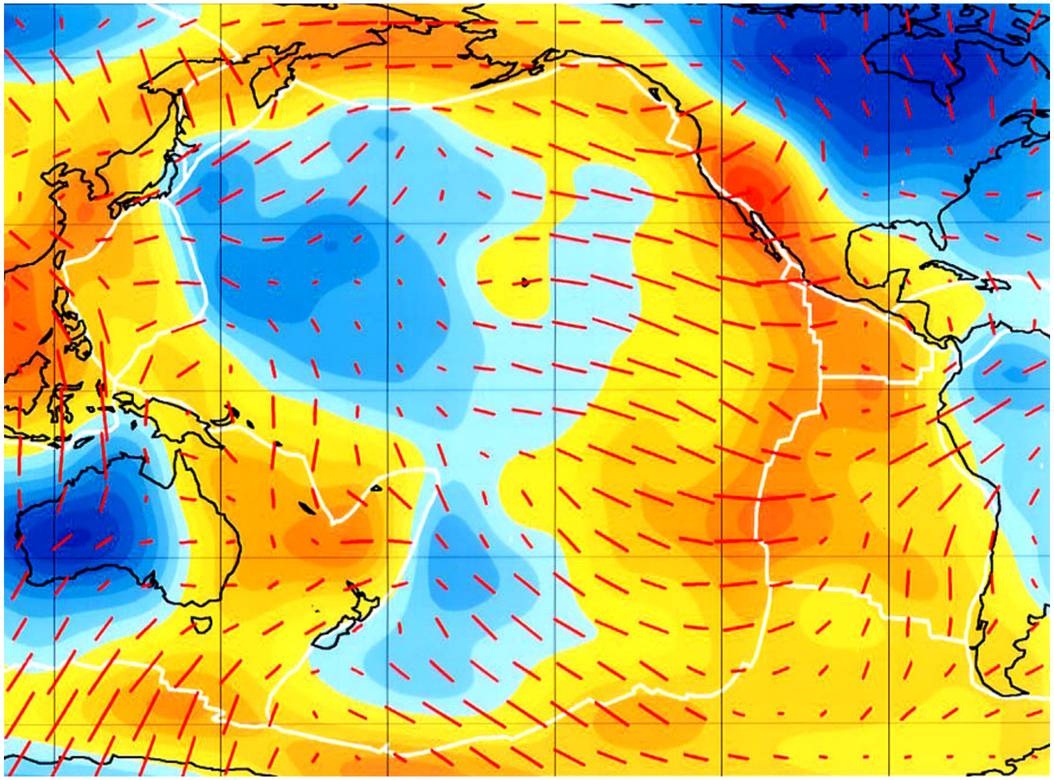
Anisotropie azimuthale des ondes de Rayleigh

Carte de vitesses de phase des ondes de Rayleigh

Période : 60 s

(sensibilité max. ~ 80-100 km de profondeur = dans l'asthénosphère)

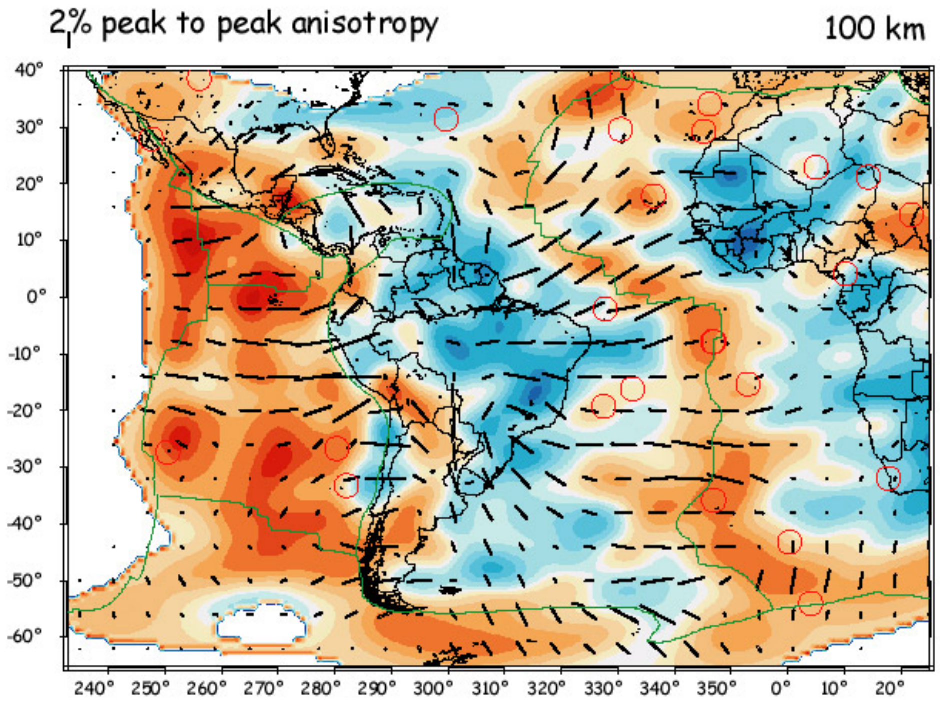
Direction de l'axe rapide de l' anisotropie azimuthale Longueur proportionnelle à l'intensité de l'anisotropie (max ~2%)



Couleurs: variations de vitesse isotrope (rouge lentes, bleues rapides

D'après Ekström et al, 1997

Anisotropie azimuthale des ondes de Rayleigh



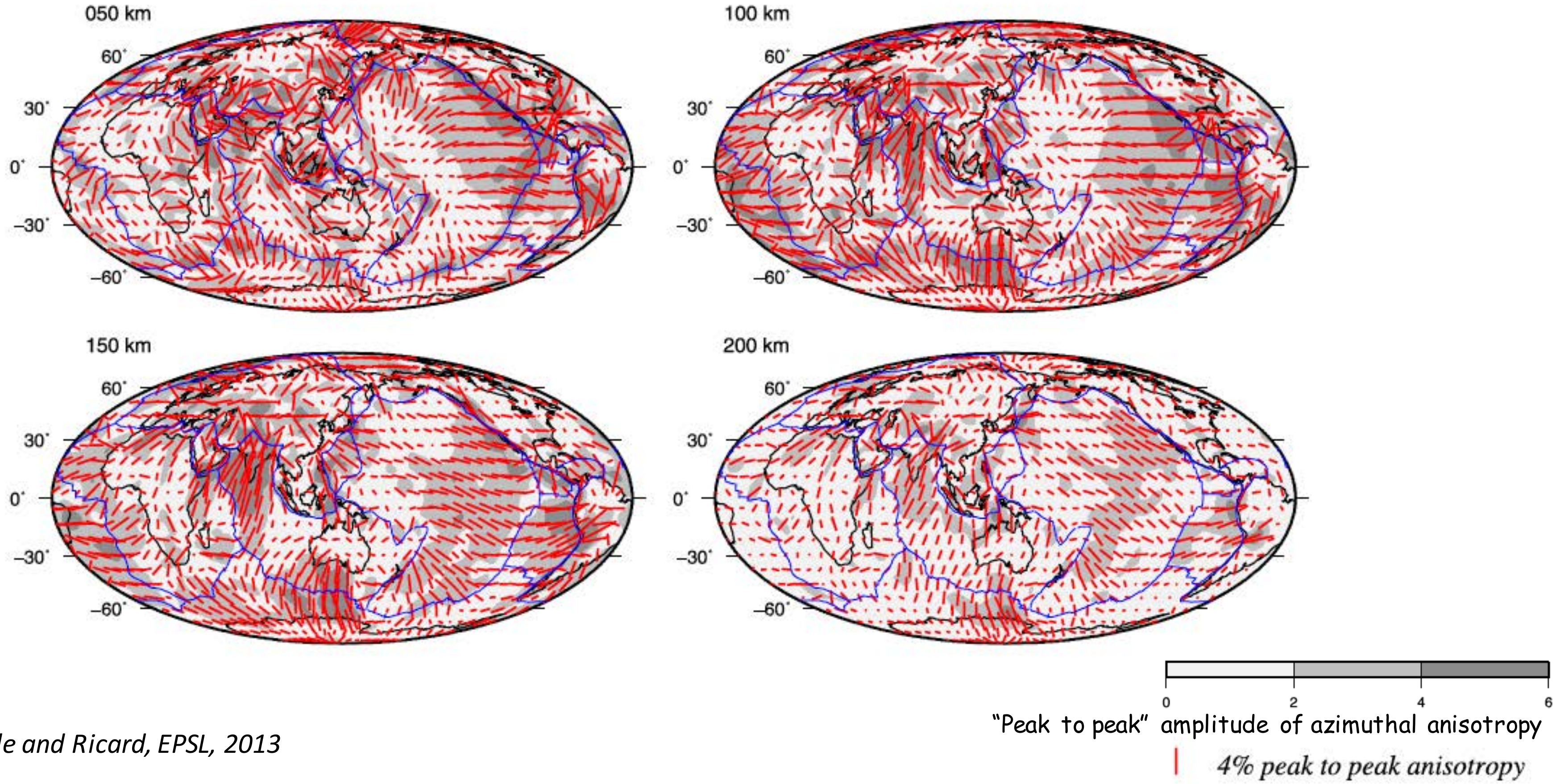
Profondeur = 100 km

Heinz et al. 2003

En fond: variations de la vitesse de cisaillement isotrope
Barres: direction de l'axe rapide et intensité de l'anisotropie

$$v(\vec{x},\psi) = \alpha_0 + \alpha_1 \cos(2\psi) + \alpha_2 \sin(2\psi) + \alpha_3 \cancel{\cos(4\psi)} + \alpha_4 \cancel{\sin(4\psi)}$$

Anisotropie azimuthale des ondes de Rayleigh: Inversion en profondeur

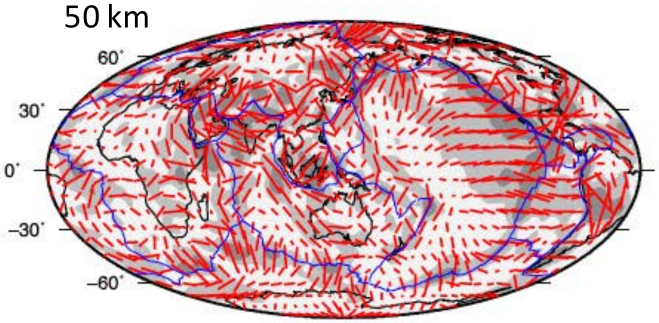


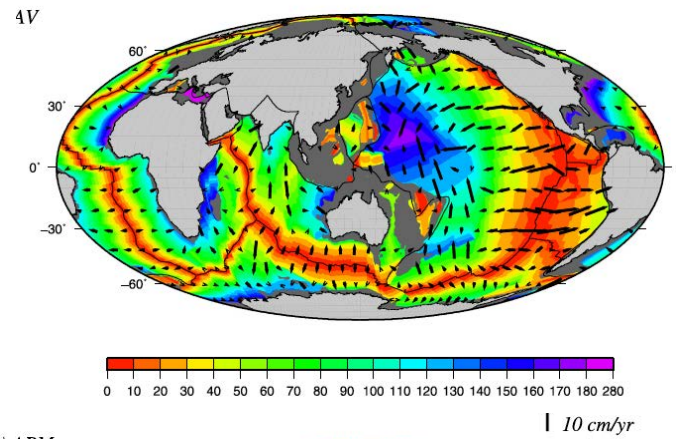
Debayle and Ricard, EPSL, 2013

Anisotropie azimuthale

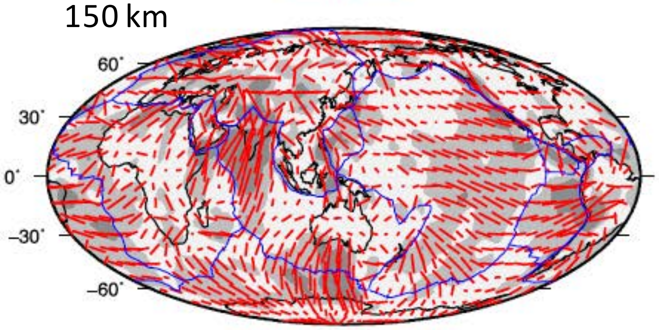
Directions absolues de plaques fossiles

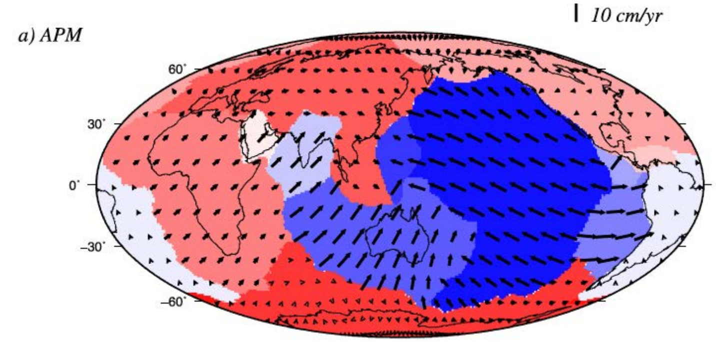
50 km

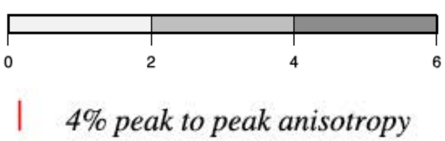




150 km



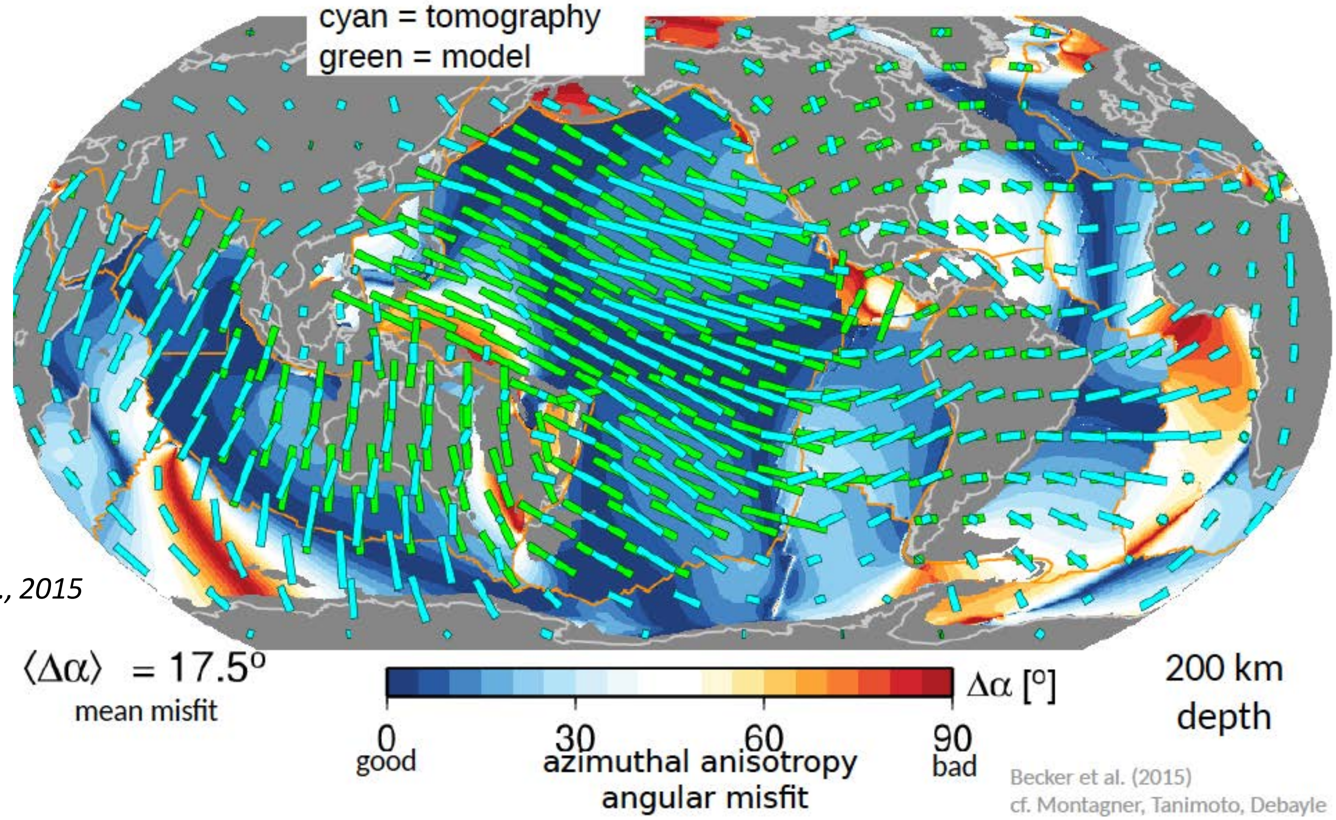




Directions absolues des plaques actuelles

Debayle and Ricard, EPSL, 2013

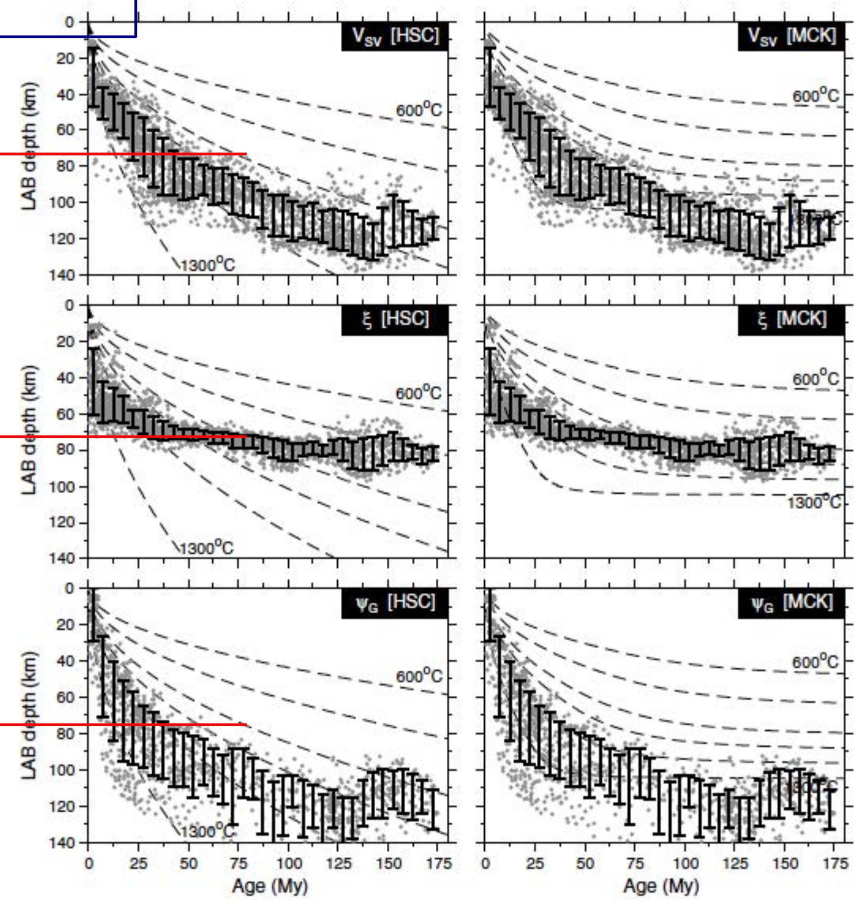
Becker et al., 2015



L'axe rapide de l'anisotropie azimuthale observée par les ondes de surface à 200 km de profondeur coincide presque parfaitement avec la direction de vitesse absolue des plaques lithosphériques dans les bassins océaniques

Profondeur de la limite lithosphère-asthénosphere (LAB) mesurée par différents paramètres à partir des ondes de surface

Océan Pacifique



Vsv

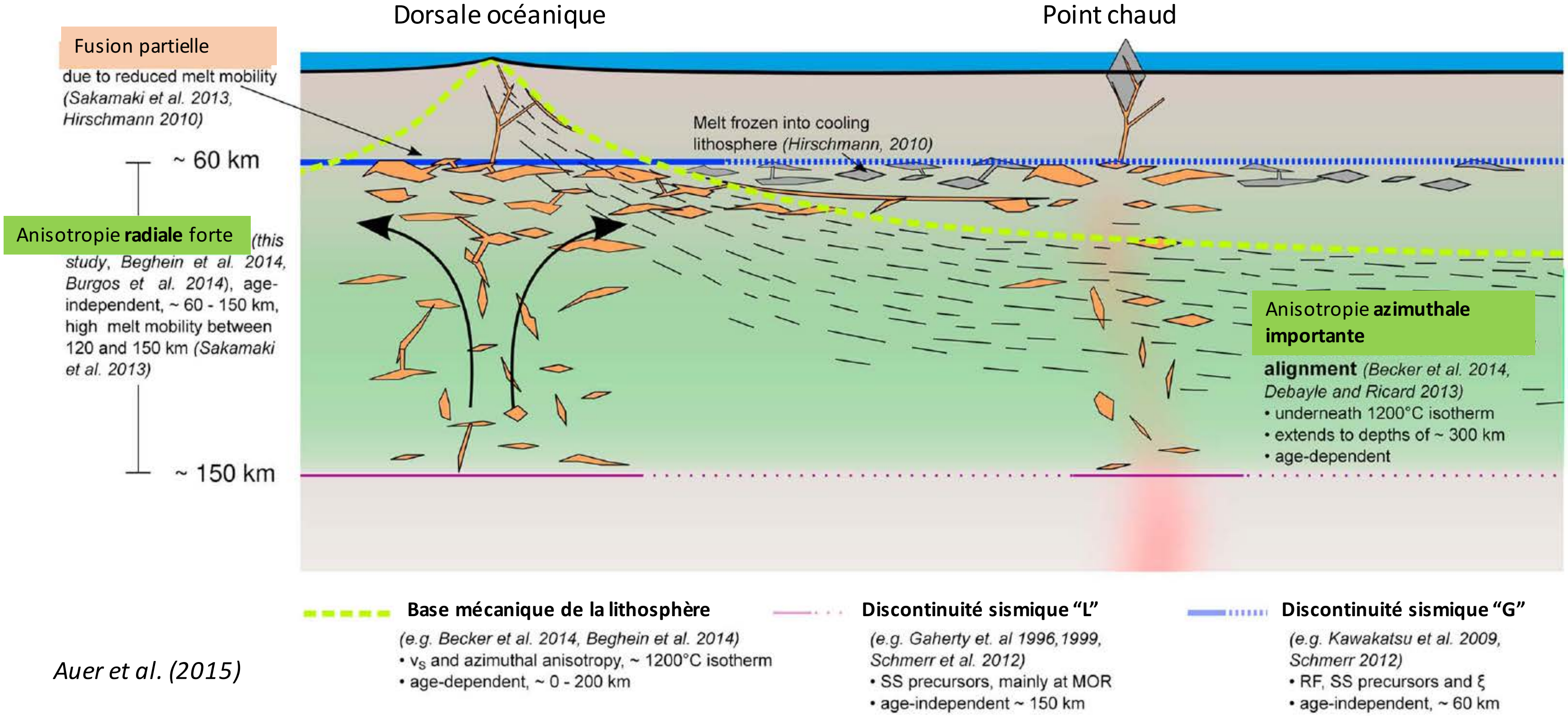
Anisotropie de polarisation $\xi = \left(\dfrac{V_{SH}}{V_{SV}}\right)^2$

Ψ_G

Anisotropie azimuthale

Burgos, Montagner et al., 2014

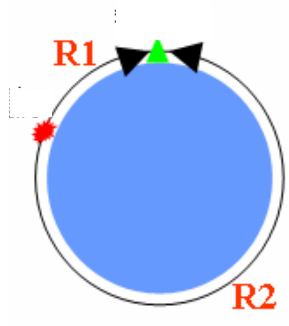
Modèle conceptuel du système lithosphère-asthénosphère sous les océans

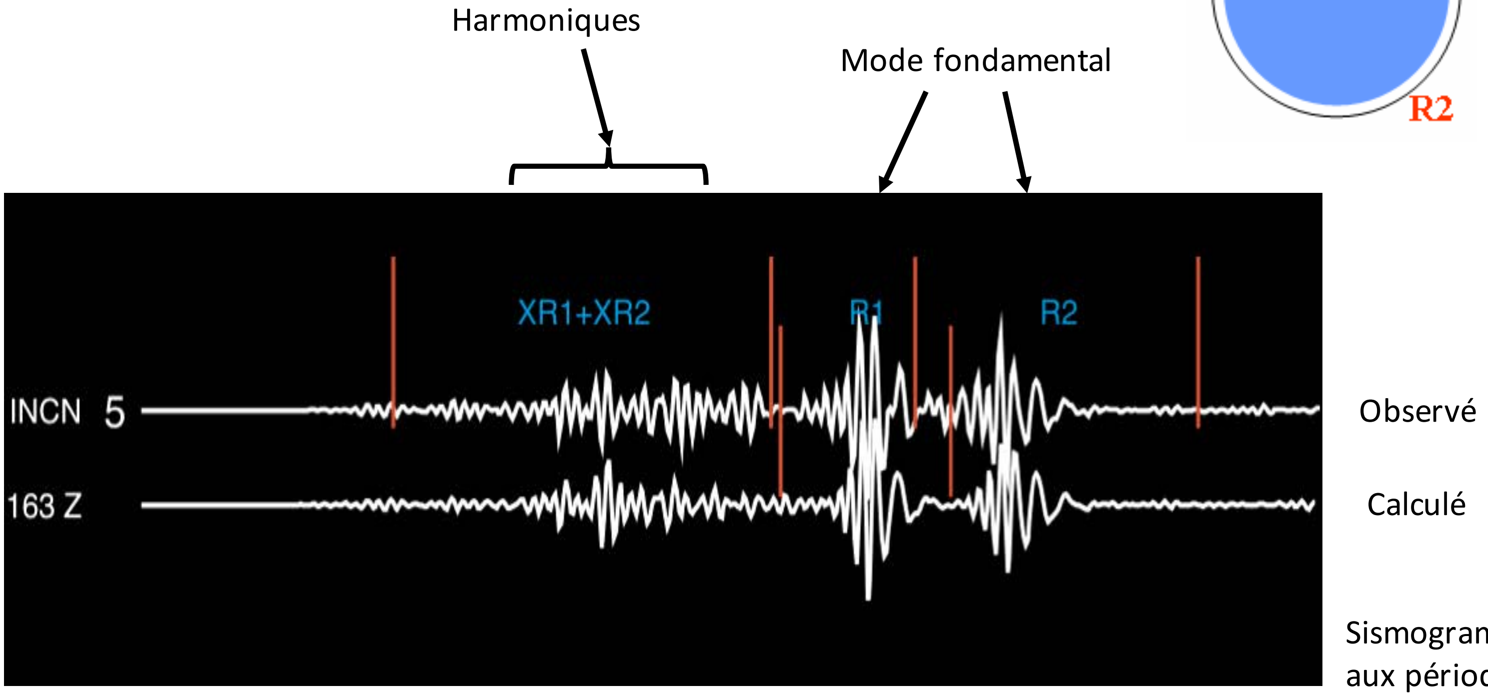


Auer et al. (2015)

cf. Burgos et al. (2013), Beghein et al. (2014)

Modes harmoniques des ondes de surface





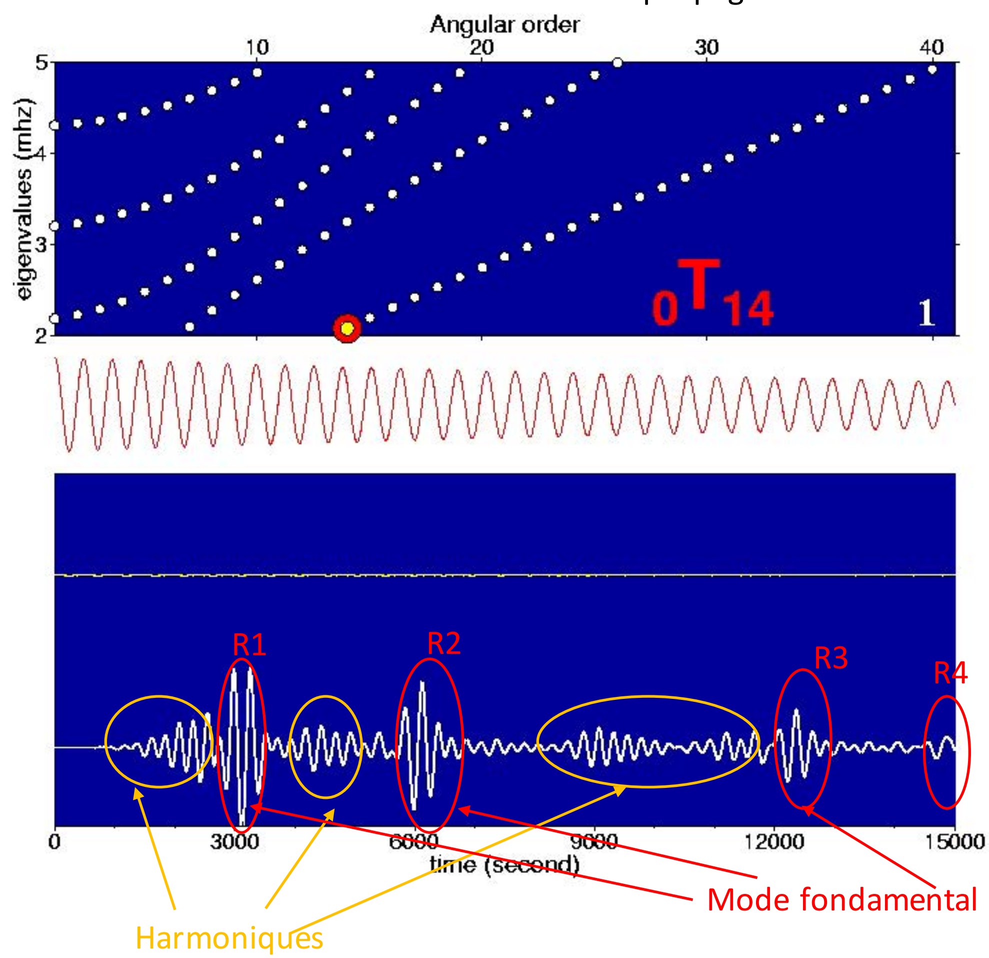
Sismogrammes filtrés aux périodes ≥60 s

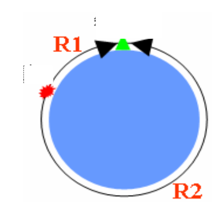
Composante verticale distance ~15,000 km filtré aux périodes > 60 s

Modes propres de la terre: stationnaires dans l'espace, oscillation dans le temps → Formés par interférence d'ondes de surface qui se propagent autour de la terre

Somme sur les modes successifs

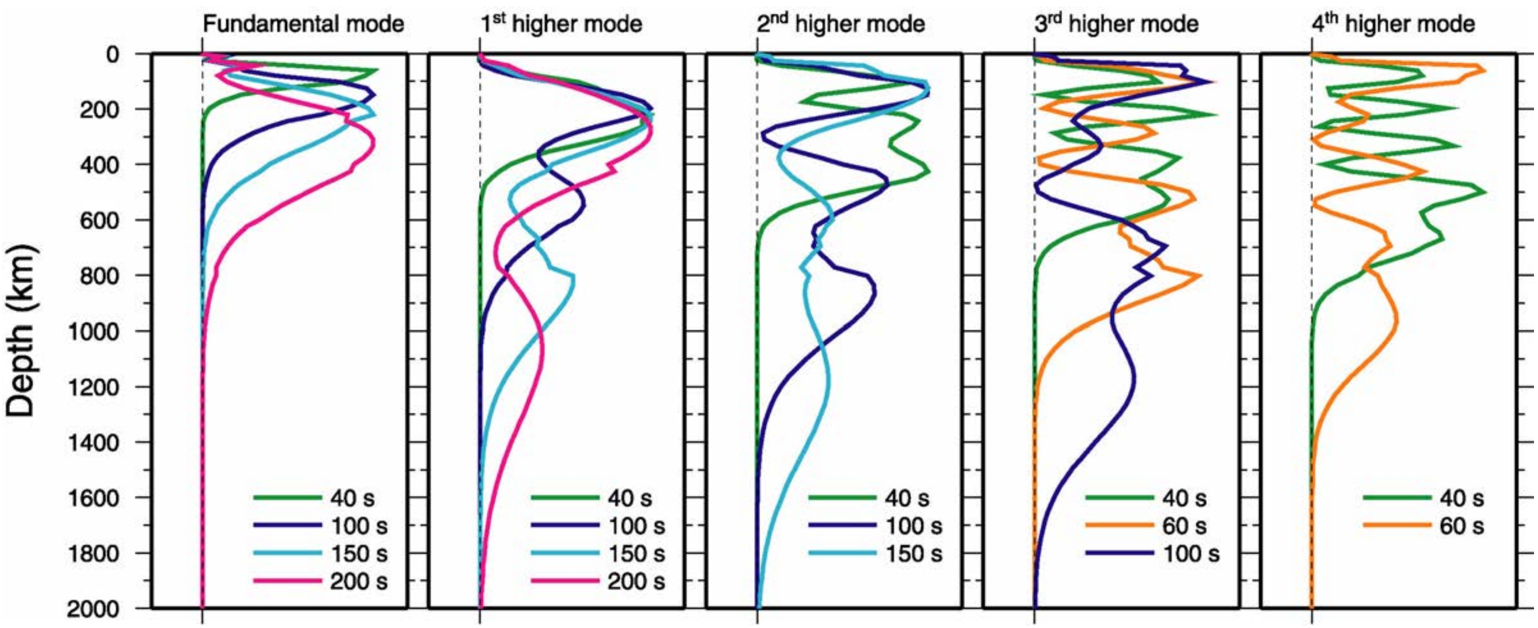
Sismogramme "longue période" complet





Modes harmoniques des ondes de surface: Sensibilité à la structure en Vs en fonction de la profondeur

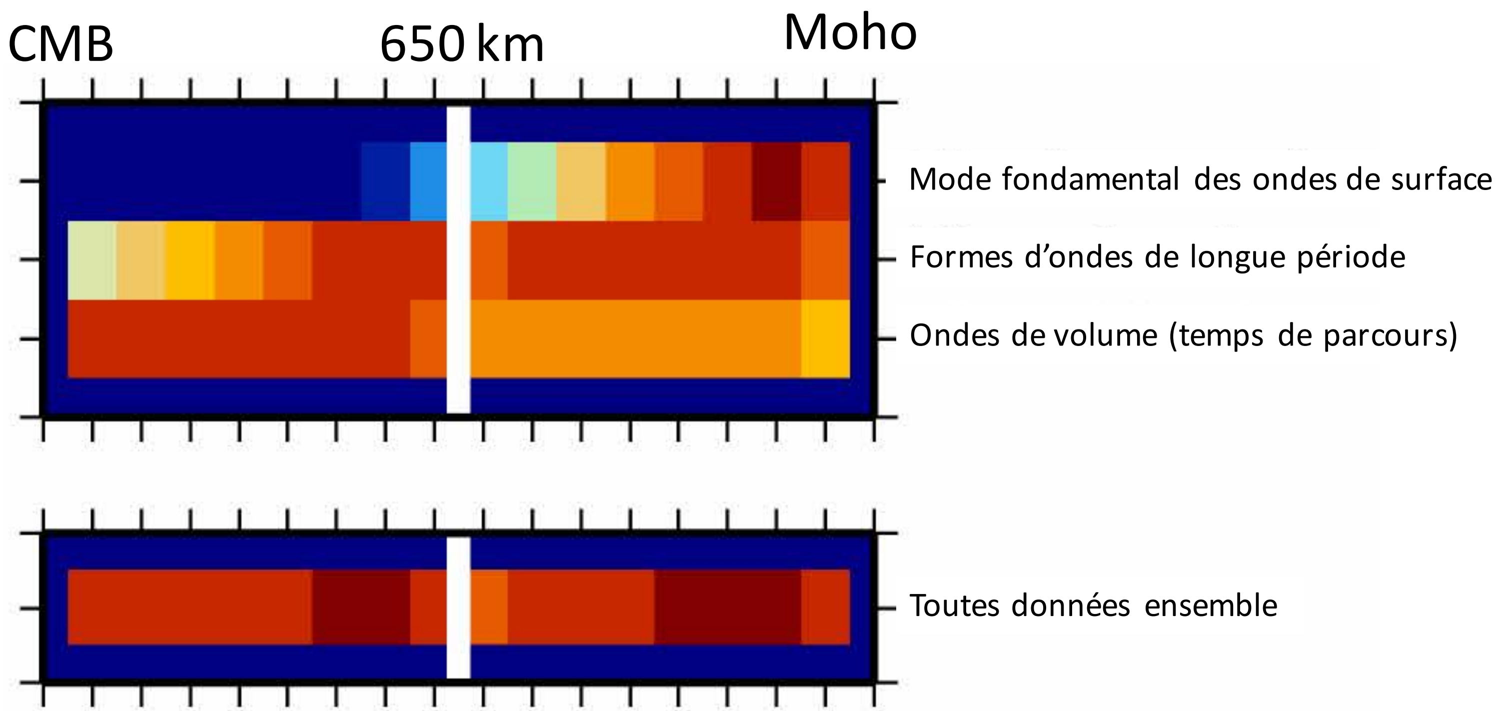
(Harmoniques des ondes de Rayleigh)



En incluant les harmoniques des ondes de surface on peut pénétrer jusque dans la zone de transition et le haut du manteau inférieur

Figure d'après Ritsema et al, 2004

Sensibilité en profondeur à la vitesse Vs des différents types d'ondes sismiques "de type S"

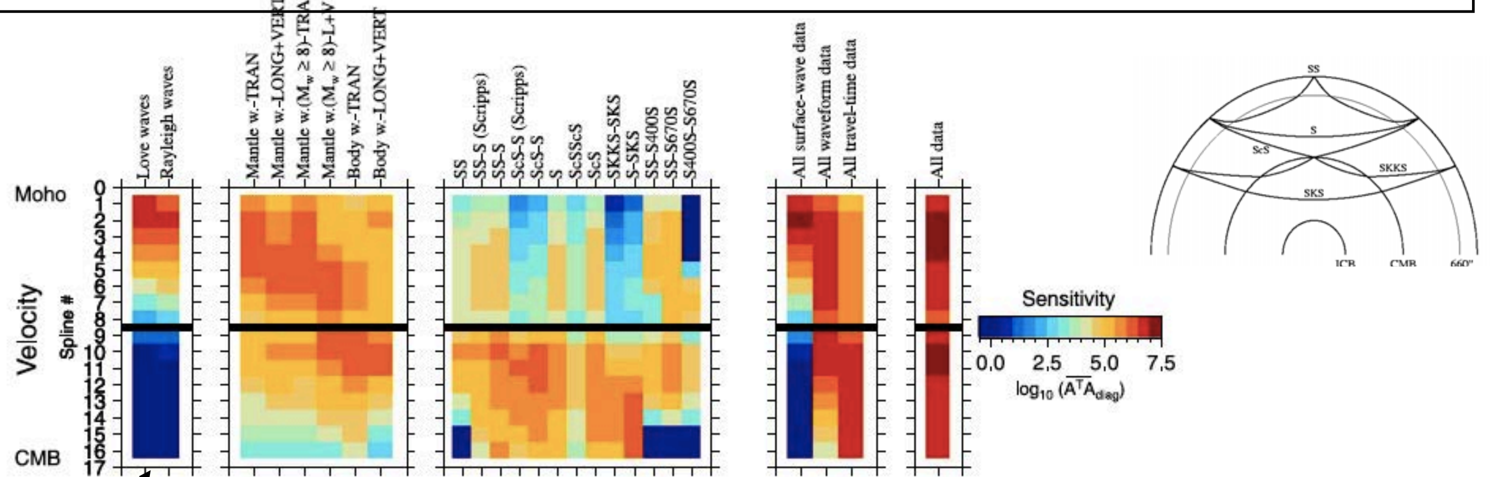


Du bleu au rouge -> sensibilité faible à forte

D'après Kustowski et al., 2008

Sensibilité en profondeur des différents types d'ondes sismiques de type S

Vitesse Vs
(isotrope)



Ondes de surface
(mode fondamental)

Harmoniques

Ondes de volume
(temps de parcours)

Toutes données
confondues

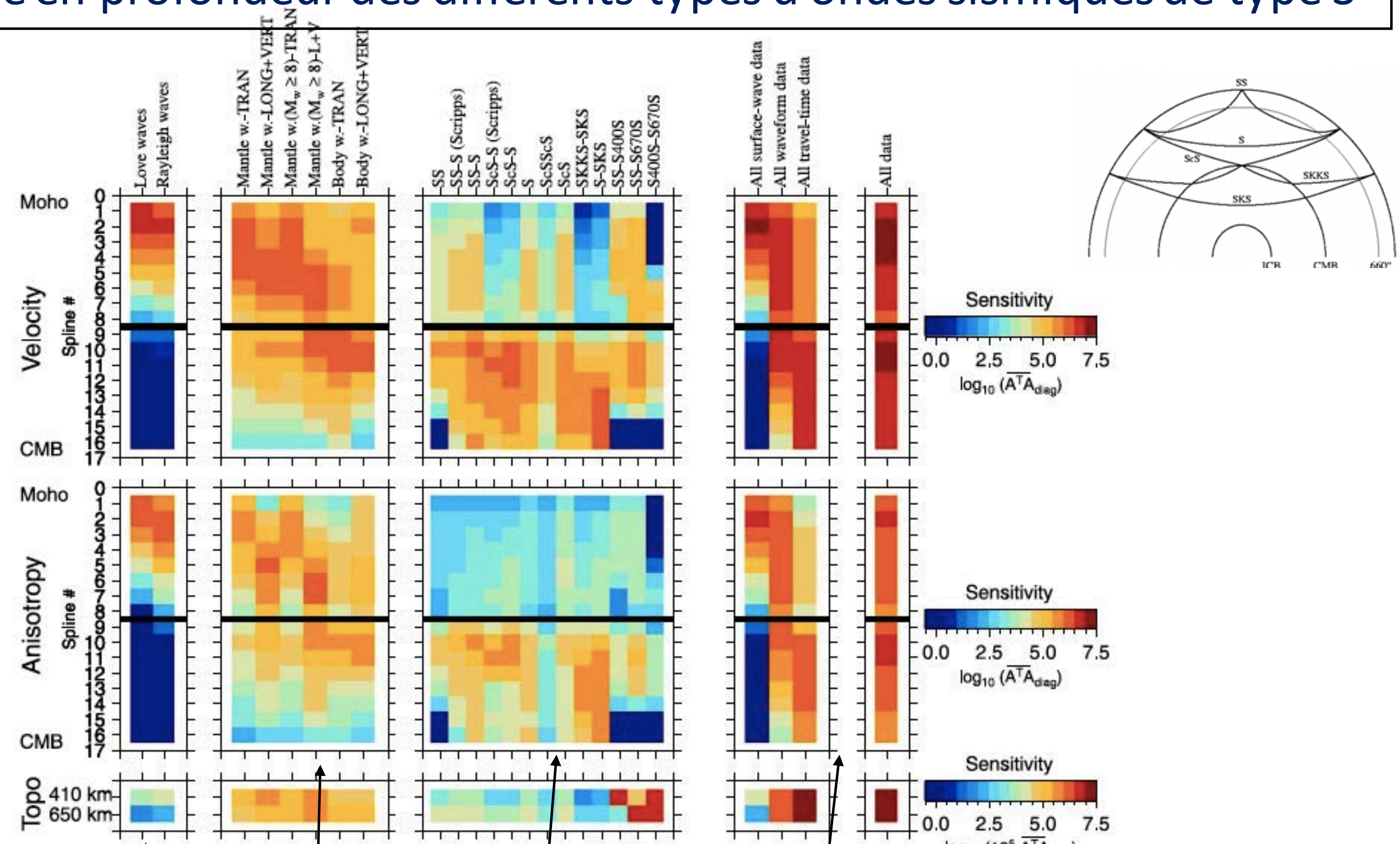
Kustowski et al., 2008

Sensibilité en profondeur des différents types d'ondes sismiques de type S

Vitesse Vs
(isotrope)

Anisotropie

Topographie des
discontinuités



Ondes de surface
(mode fondamental)

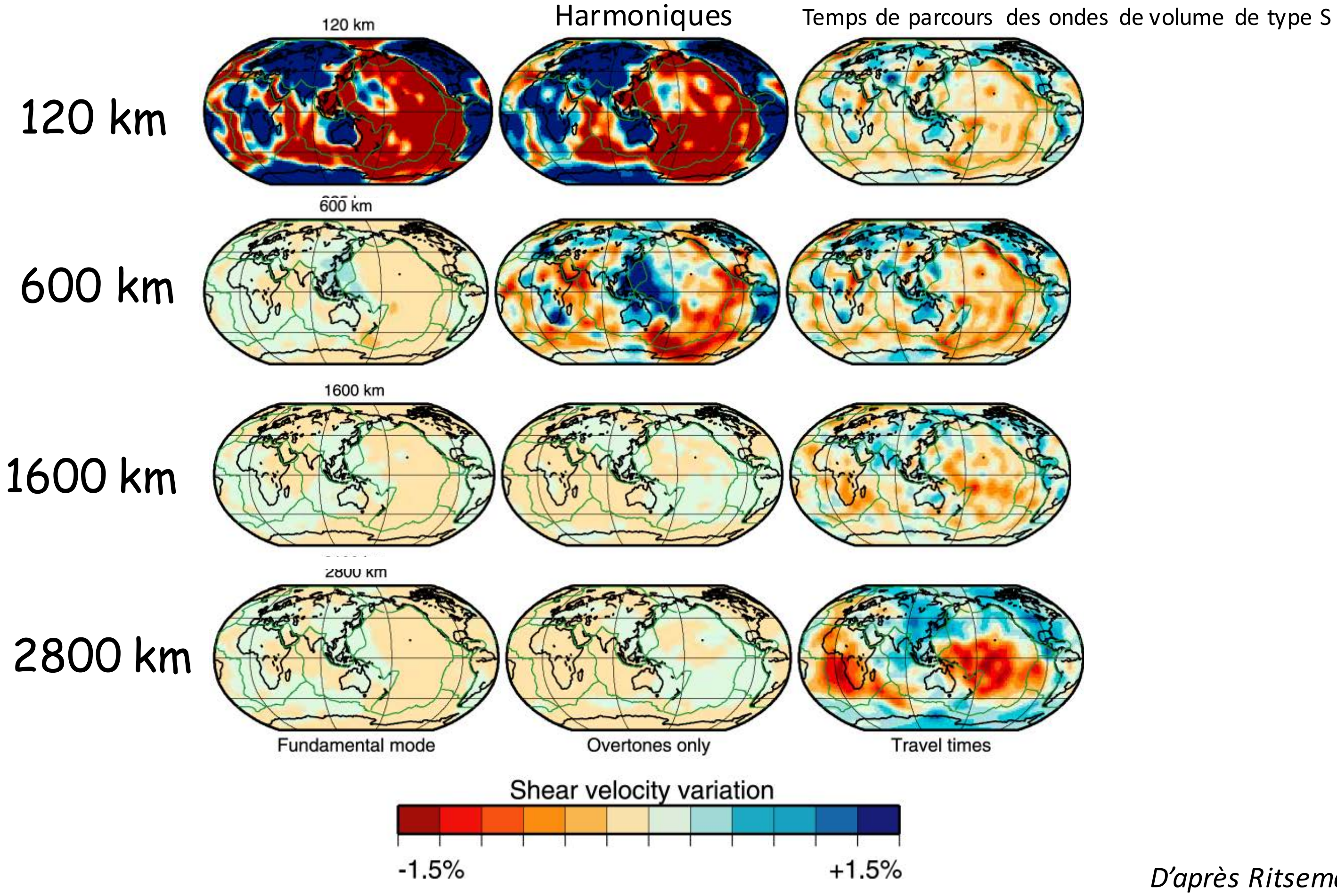
Harmoniques

Ondes de volume
(temps de parcours)

Toutes données
confondues

Kustowski et al., 2008

Modèles V_{sv} à partir de différents sous ensembles de données



D'après Ritsema et al., 2004

Exemple de modèle global du manteau ”classique”:S40RTS (Ritsema et al., 2011)

Ondes de Rayleigh-> modèle “SV”, sans anisotropie

Scaling ; $\frac{\delta ln\rho}{\delta ln\,V_S}$=0.55; $\frac{\delta lnV_p}{\delta ln V_S}$ 2->3

<u>Paramétrisation</u>: *latérale*: harmoniques sphériques lmax =40; <u>verticale</u>: B-splines.

Corrections crustales: basées sur le modèle Crust2.0 (Bassin et al., 2000)

Table 1. Phase velocity measurements (misfit at $T = 62$ s).

	Minor arcs (R1)			Major arcs (R2)		
Branch	Period (s)	Number	Misfit	Period (s)	Number	Misfit
Fund. mode	275–40	18,304,840	0.07	275–40	2 469 534	0.09
1st overtone	235–40	988,459	0.21	200–69	511 013	0.66
2nd overtone	114–40	909,654	0.20	131–62	638 492	0.40
3rd overtone	100–43	844,067	0.38	69–51	498 594	0.52
4th overtone	62–40	817,414	0.31	56–46	633 791	–

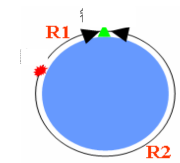
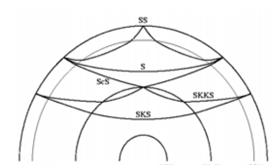


Table 2. Traveltime measurements.

Phase	Number	Misfit
S, S_{diff}	194 488	0.23
SS	125 068	0.16
SSS	28 288	0.17
SKS	35 267	0.47
SKKS	9 183	0.51
ScS, *sScS*	10 329	0.34
ScS_2,ScS_3,ScS_4	28 200	0.21
SS_m, SSS_m, $SSSS_m$	28 690	0.25

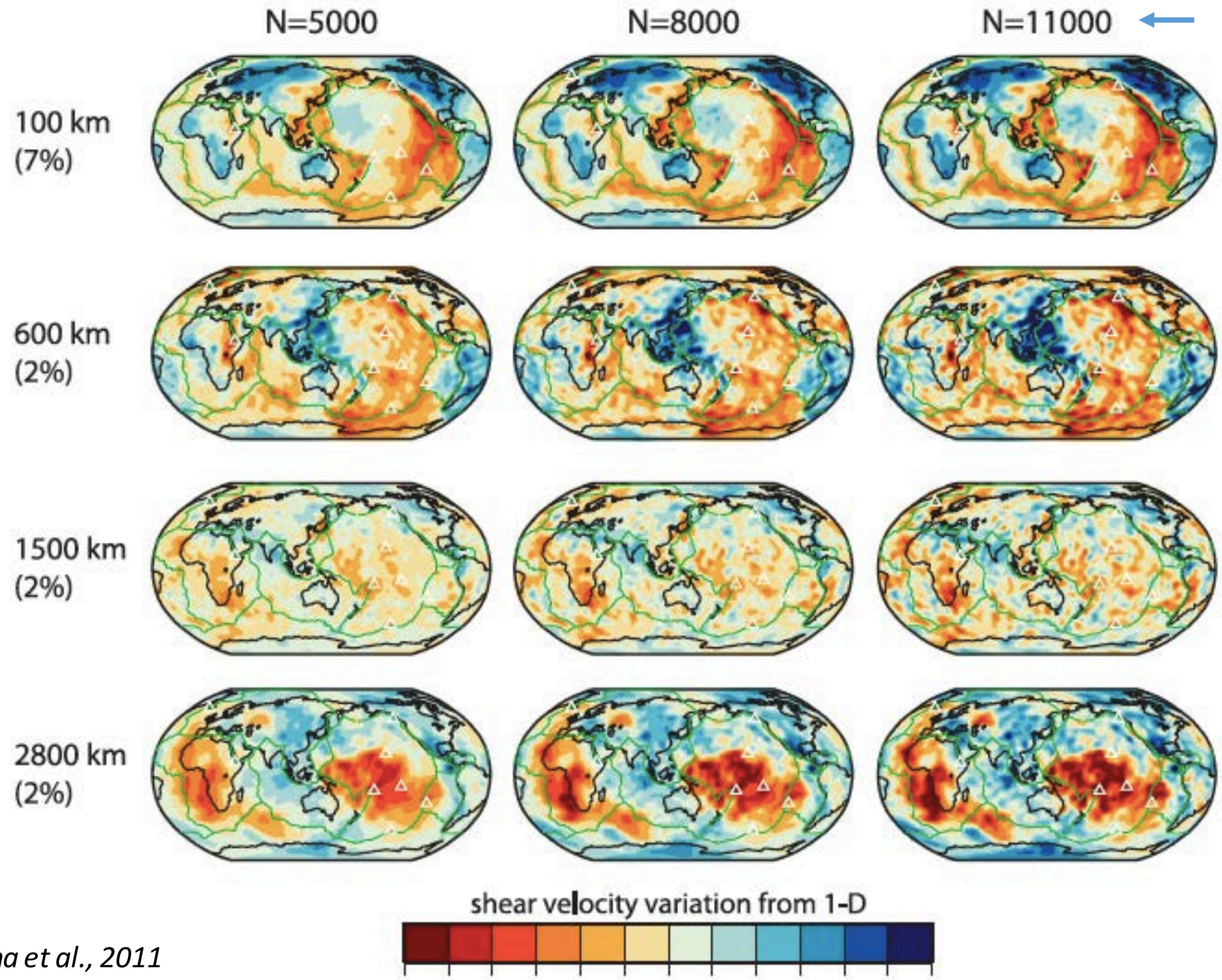
Table 3. Splitting function measurements.

Modes	# spectra	Misfit
${}_0S_3$–${}_0S_{21}$	30 544	0.13
${}_1S_2$–${}_1S_{10}$, ${}_1S_{14}$	11 731	0.16
${}_2S_4$–${}_2S_{13}$	19 404	0.08
${}_3S_6$–${}_3S_9$	6 812	0.17
${}_4S_1$–${}_4S_5$	9 700	0.16
${}_5S_3$–${}_5S_6$	5 849	0.23



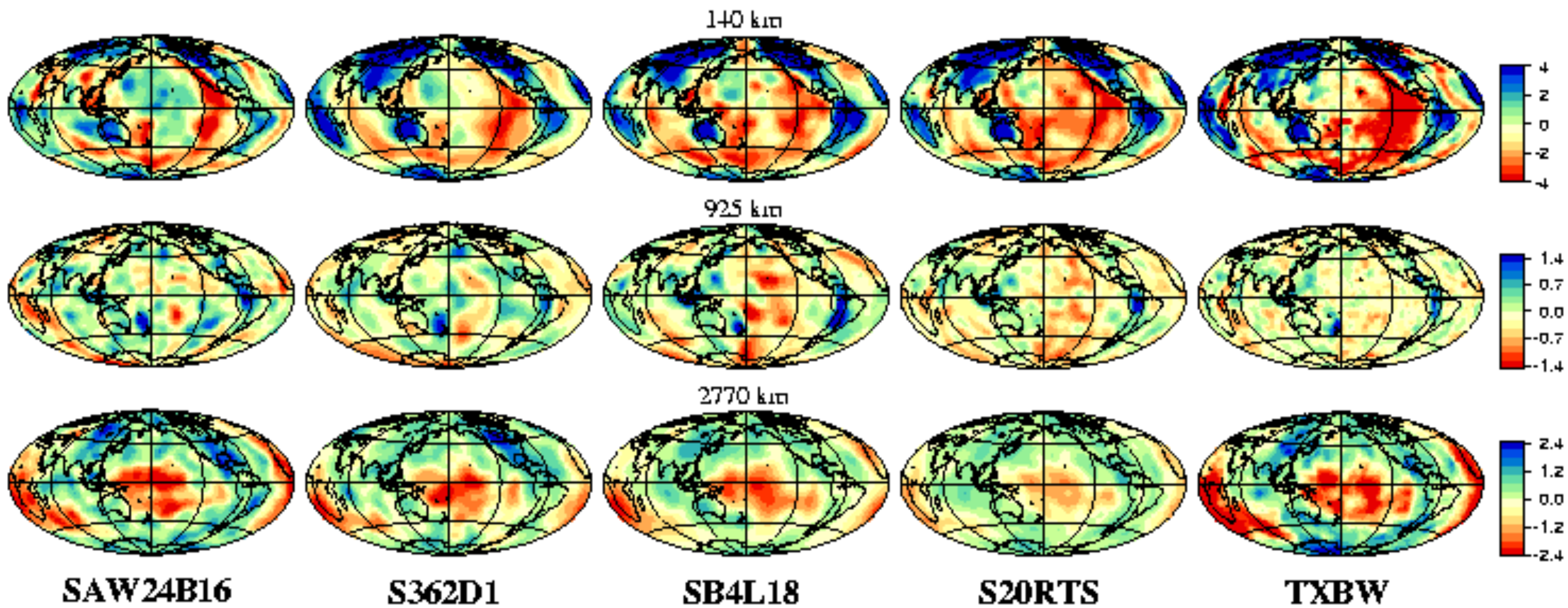
Modèle S40RTS

Régularisations différentes

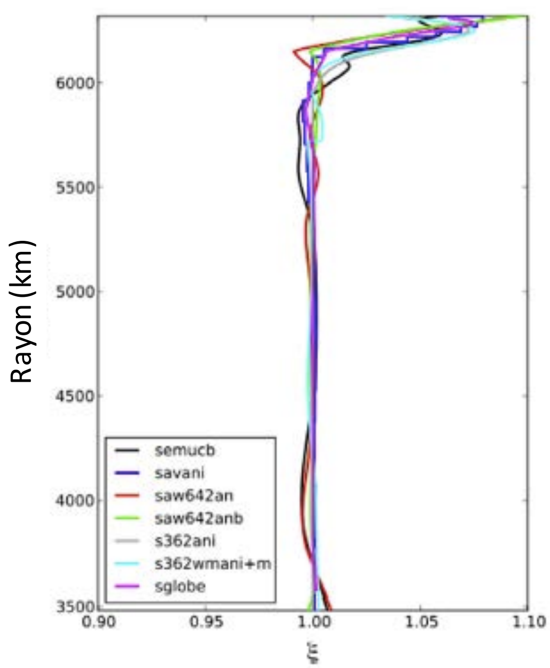


Ritsema et al., 2011

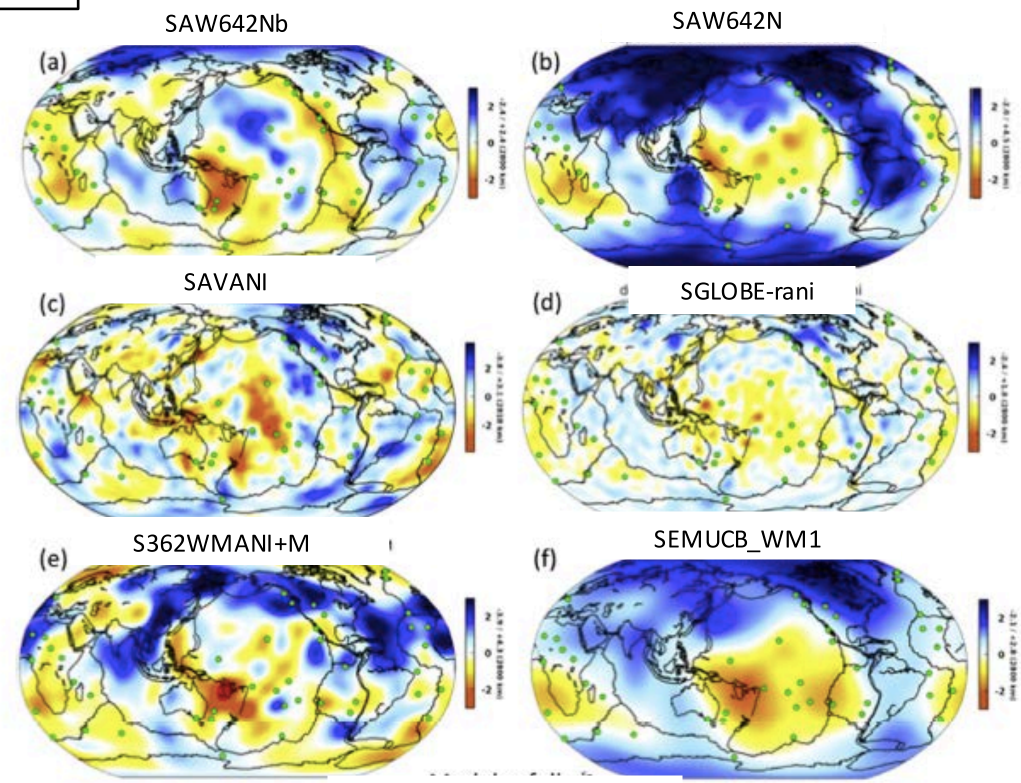
Modèles tomographiques Vs “de grande longueur d’onde



Profil moyen en fonction de la profondeur du paramètre d’anisotropie radiale ξ



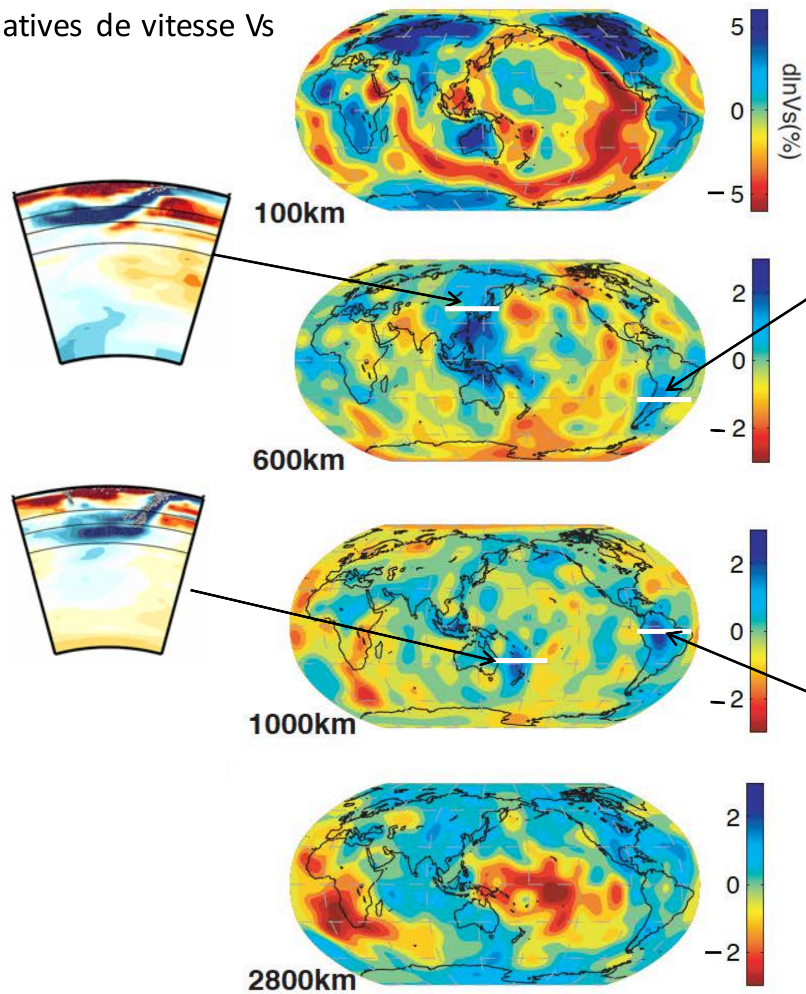
Modèles 3D d’anisotropie radiale: dξ/ξ à la base du manteau



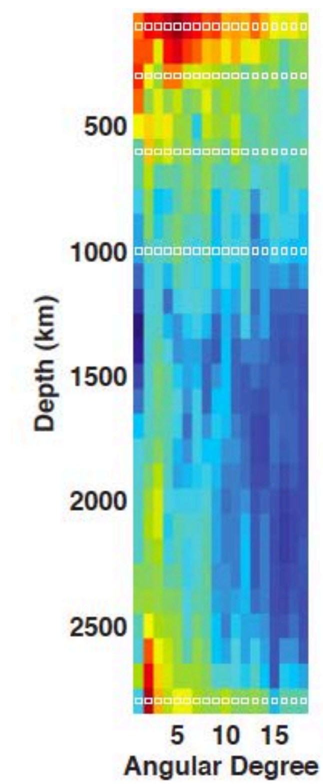
Profondeur = 2800 km

Romanowicz & Wenk, PEPI, 2017

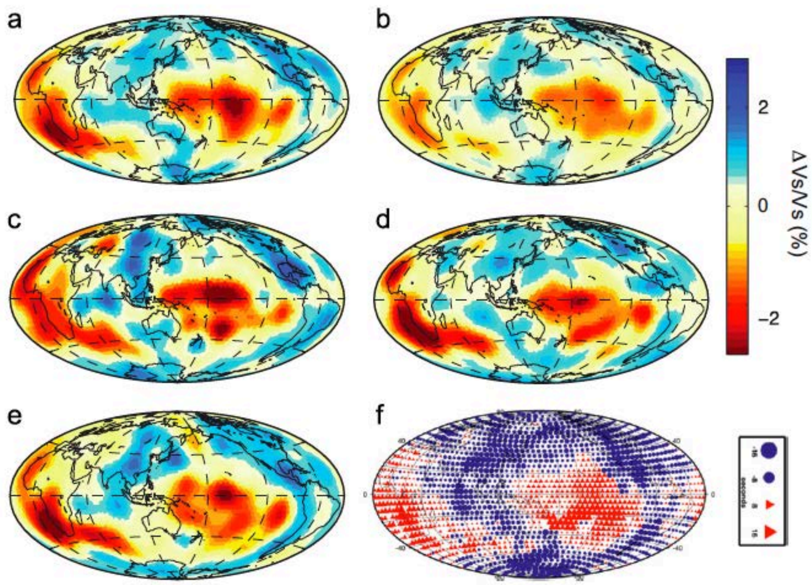
Anomalies relatives de vitesse Vs



Spectre des héterogénéités du manteau en fonction de la profondeur



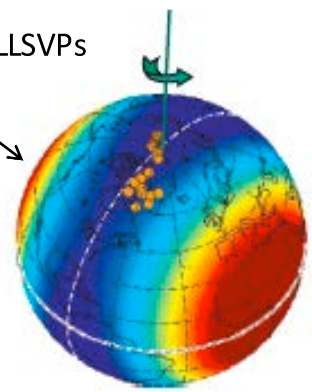
modèle Vs: S362ANI, Kustowski et al. (2008)



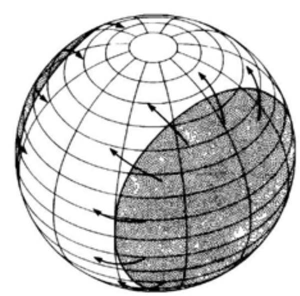
Vitesse Vs
Profondeur = 2800 km

“LLSVP”
“Superplumes”

LLSVPs



Convection “de degré 2” dans une sphère,
Busse (1983)

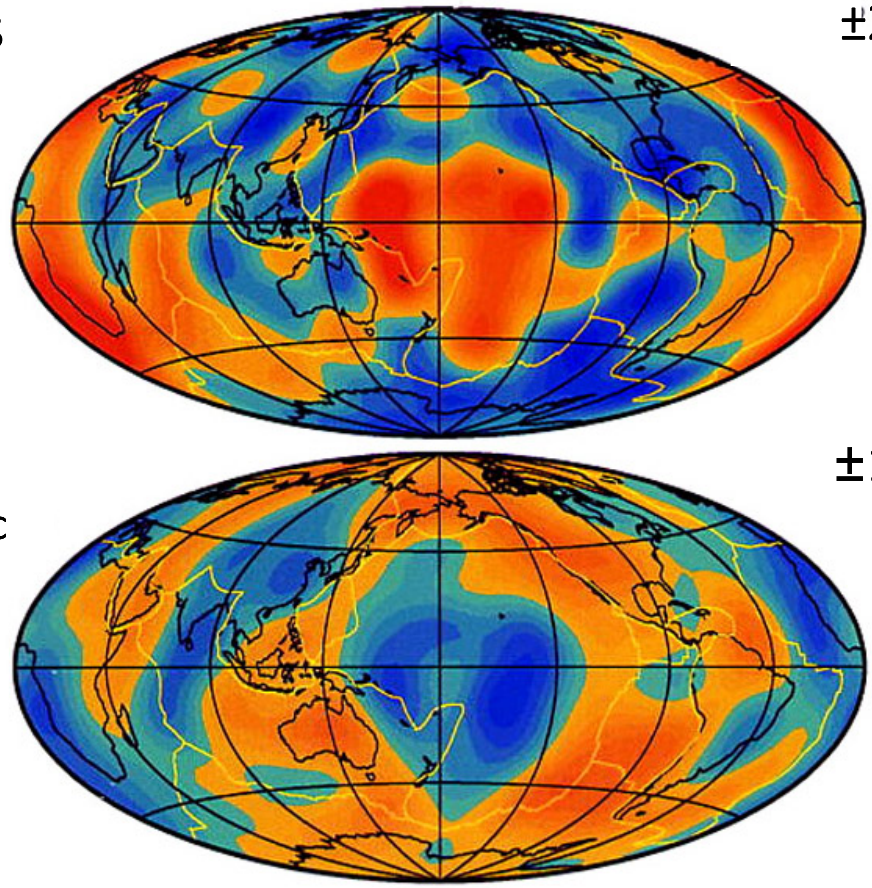


Paleo-poles de rotation (Besse and Courtillot, 2002)

Vs et Vc à la profondeur de 2800 km

V_S ±2%

V_c ±1%



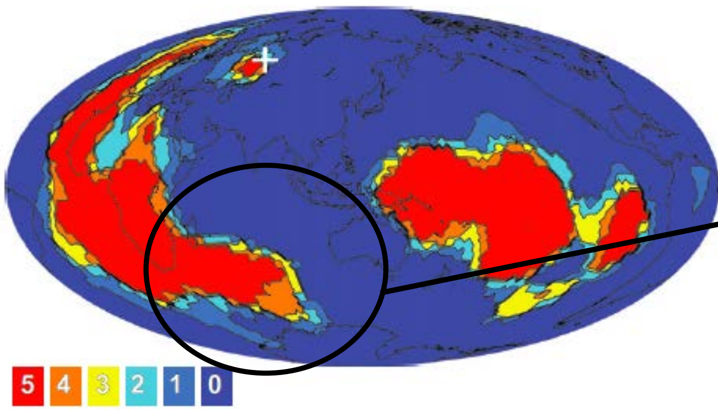
$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

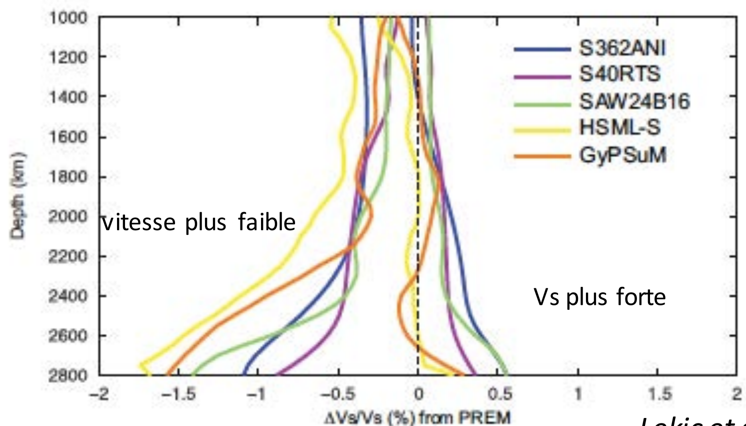
$$V_c{}^2 = V_P^2 - \frac{4}{3} V_S{}^2$$

$$V_c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$$

Su and Dziewonski, 1997

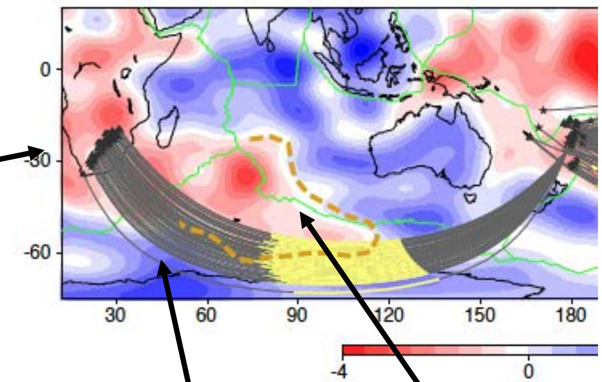
Comparaison de 5 modèles tomographiques
Profondeur: 2800 km





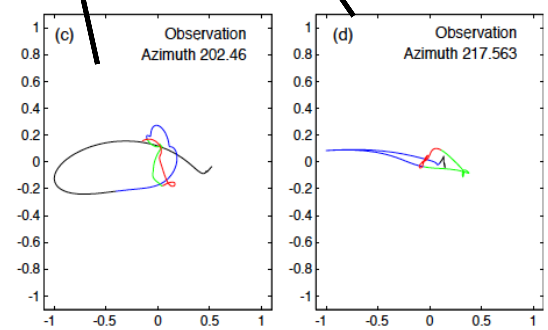
Lekic et al, 2012, EPSL

Mouvement des particules ondes Sdiff



A l'exterieur de la LLSVP

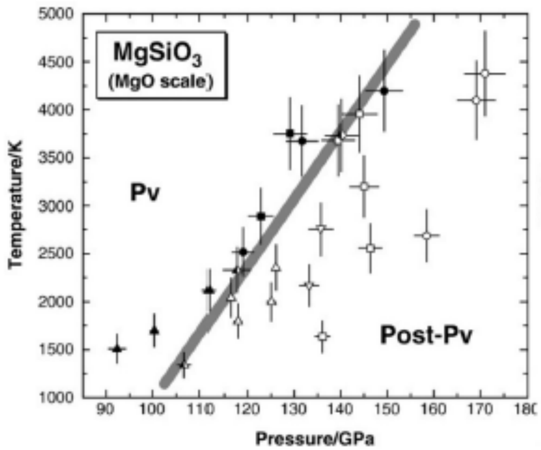
A l'intérieur de la LLSVP



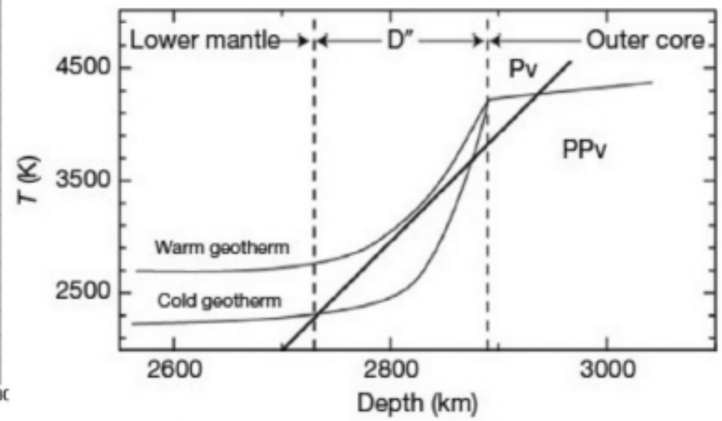
=> Anisotropie à l'extérieur des LLSVPs

To, Capdeville et al., 2005

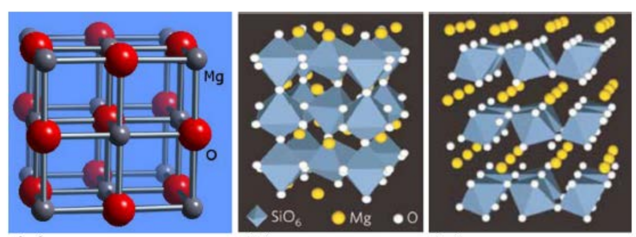
Transition de phase: perovskite (bridgmanite) -> post-perovskite
présence possible dans les zones “froides” à la base du manteau



Murakami et al. (2004)



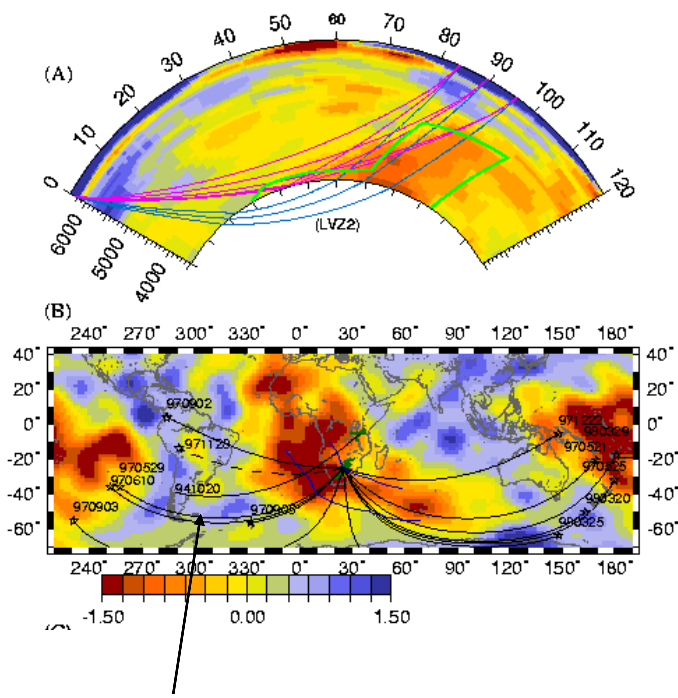
Hernlund et al., 2005

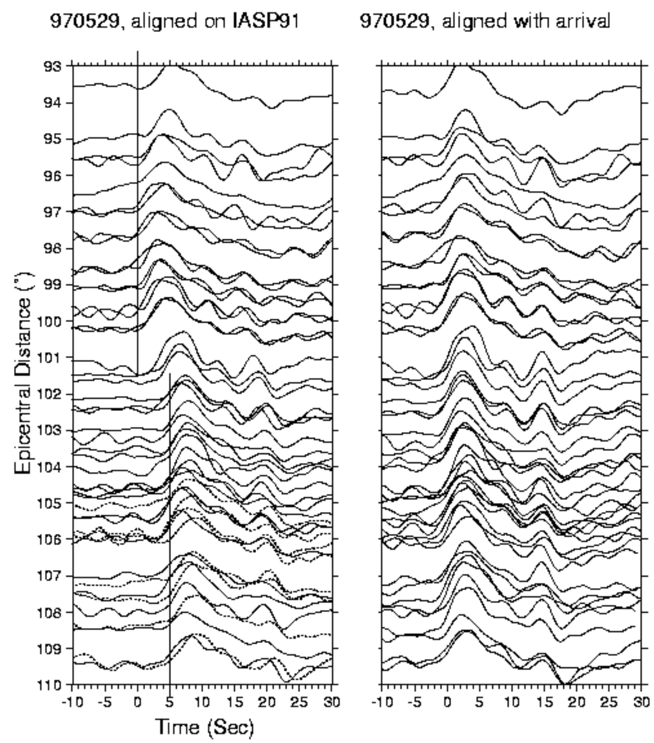


(a) (b) (c)

MgO bridgmanite pPv

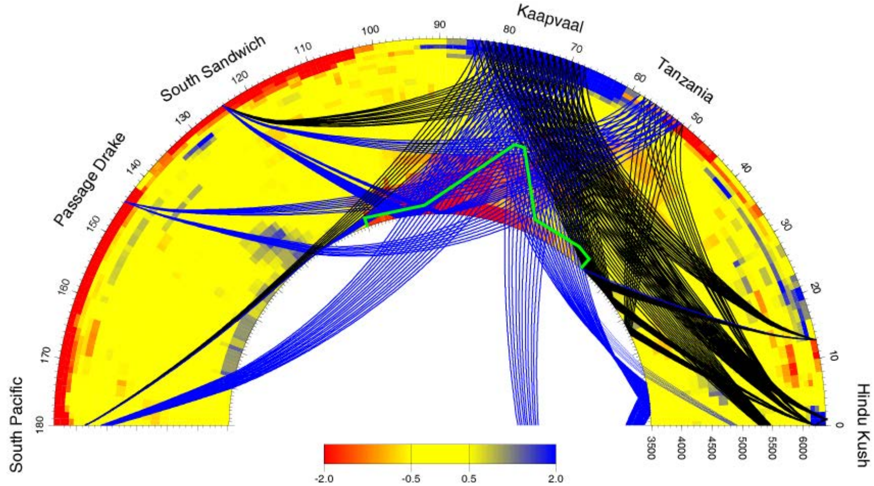
Transition “abrupte” au bord de la LLSVP africaine



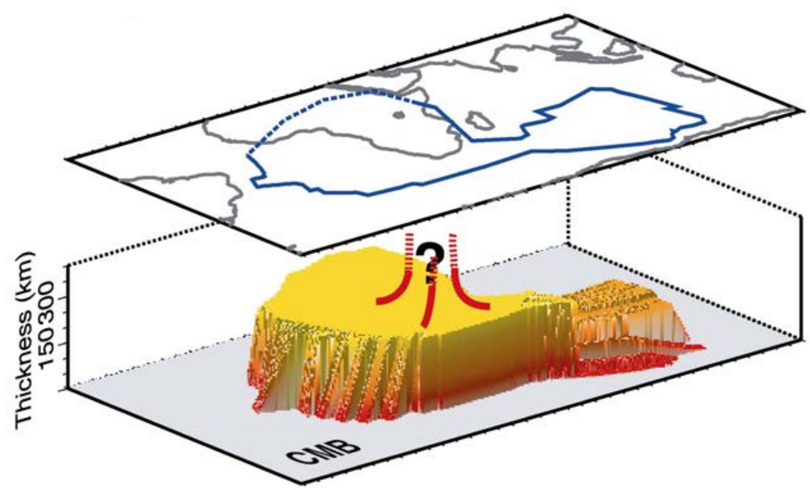


Ondes S et Sdiff

Ni et al., 2002



Une certaine vision de
la LLSVP sous l'Afrique

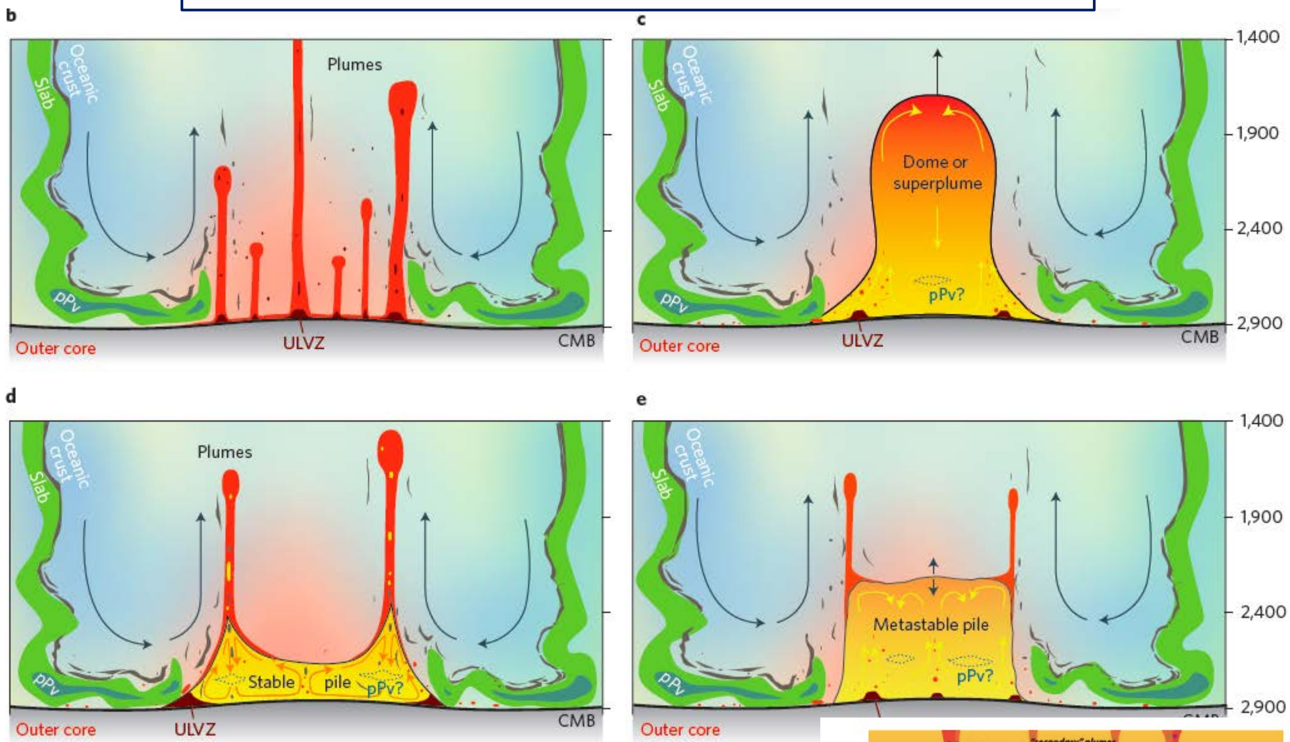


Wen et al., 2002

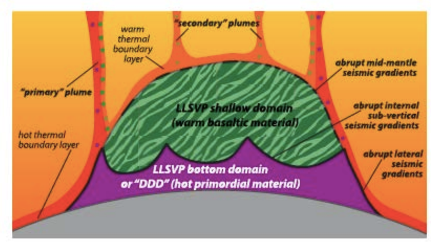
Nature et rôle des LLSVPs dans la circulation mantellique?

- Stables depuis plus de 250 Ma
- Bords abrupts en Vs => incompatible avec interprétation purement thermique
- Anisotropie forte à l'extérieur mais pas à l'intérieur -> rôle de la transition de phase Pv-> pPv?
- Réservoir de matière "primordiale" ou de matière recyclée par la subduction?
- Plus denses ou plus légères? (*Koelemeijer et al., 2017; Lau et al., 2017*)

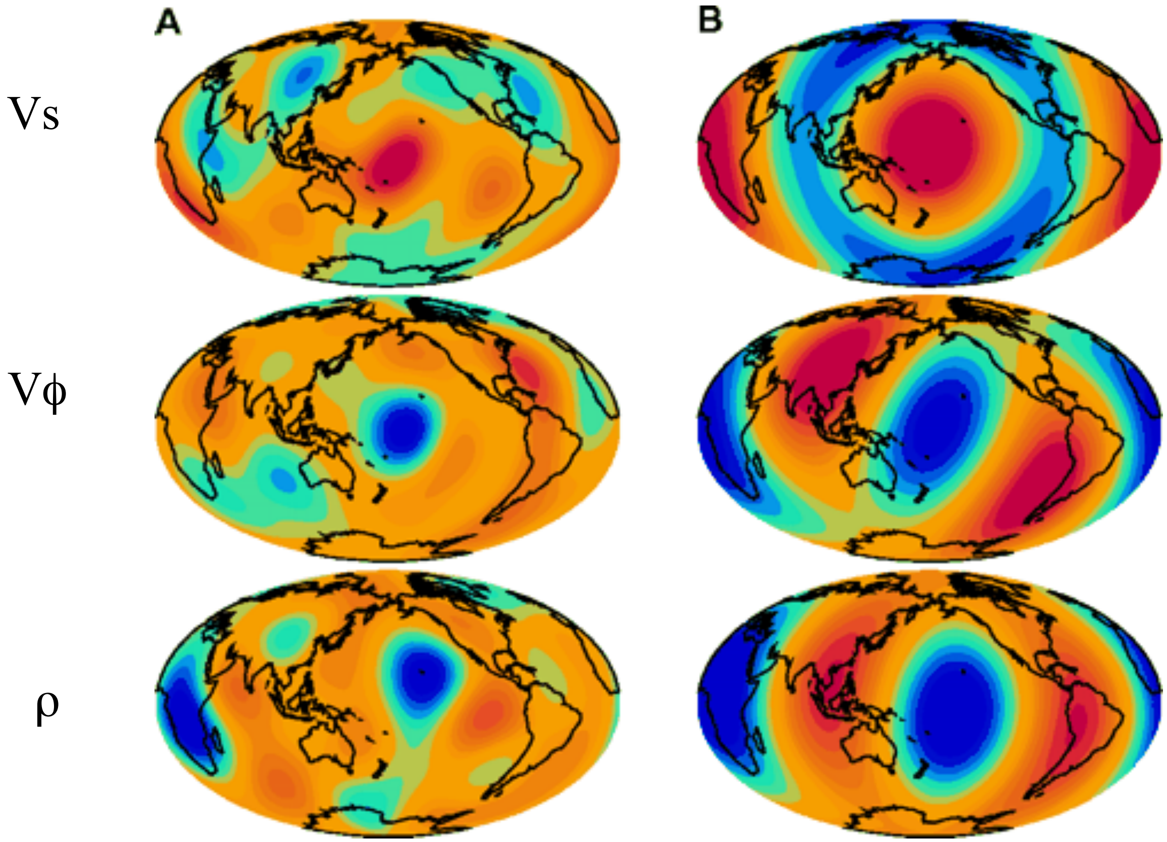
Schémas d'interprétation possible des LLSVPs



Garnero et al., 2016



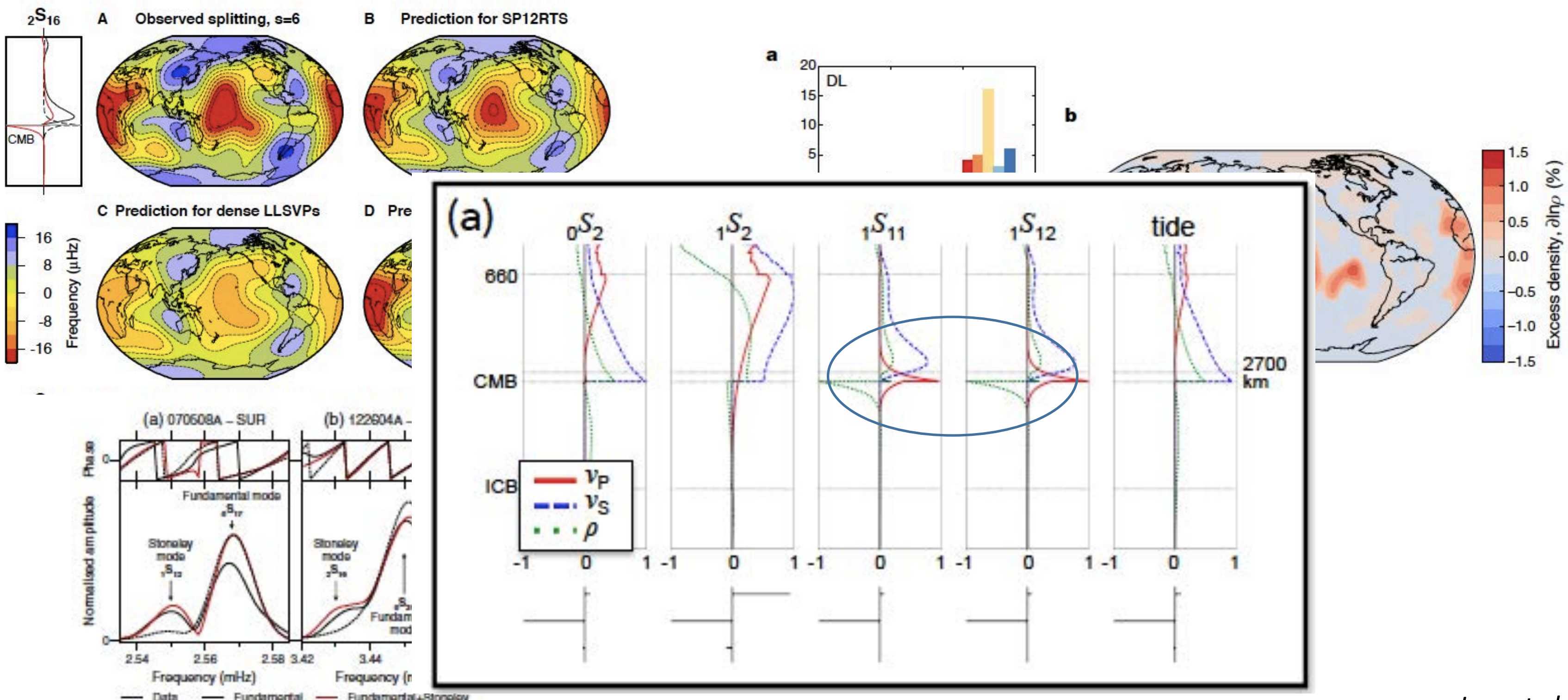
Ballmer et al. 2016



Ishii and Tromp, 2000

Tomographie des modes propres dits de Stoneley:
“LLSVPs sont plus légères”

Tomographie de la marée solide



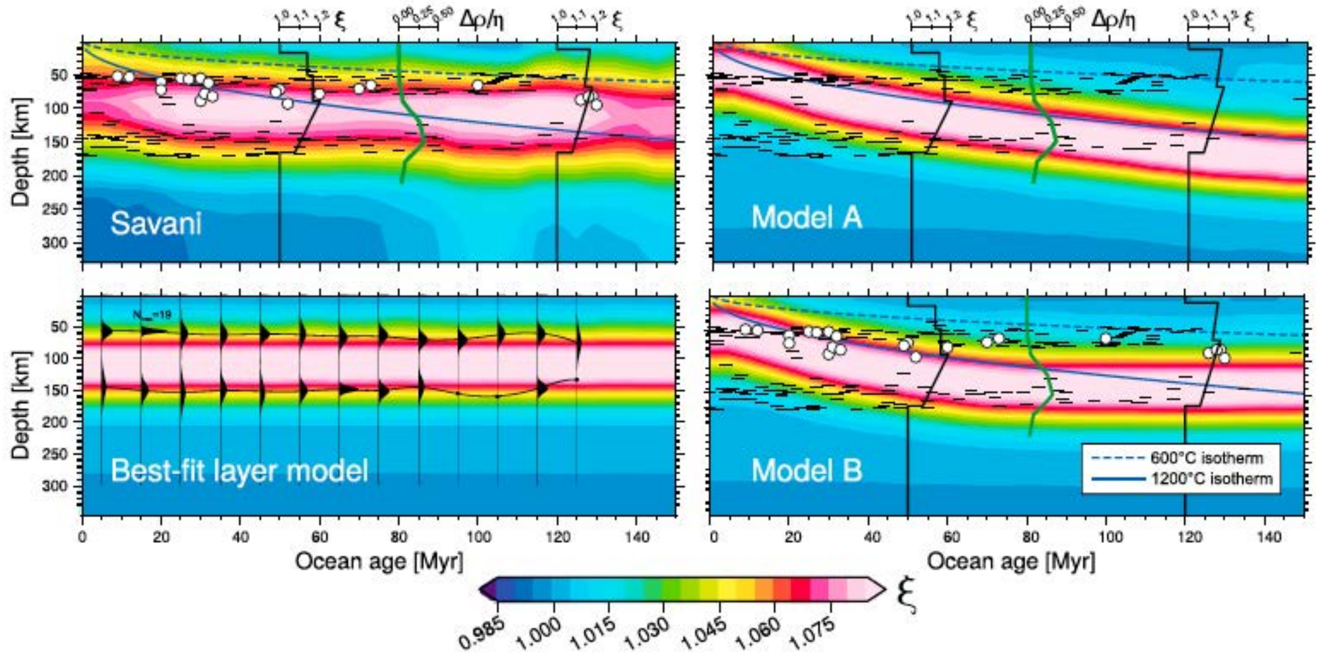
Lau et al., 2017

Koellemeijer et al., NatGeo, 2017

Méthodologies nouvelles de tomographie sismique (depuis 15 ans)

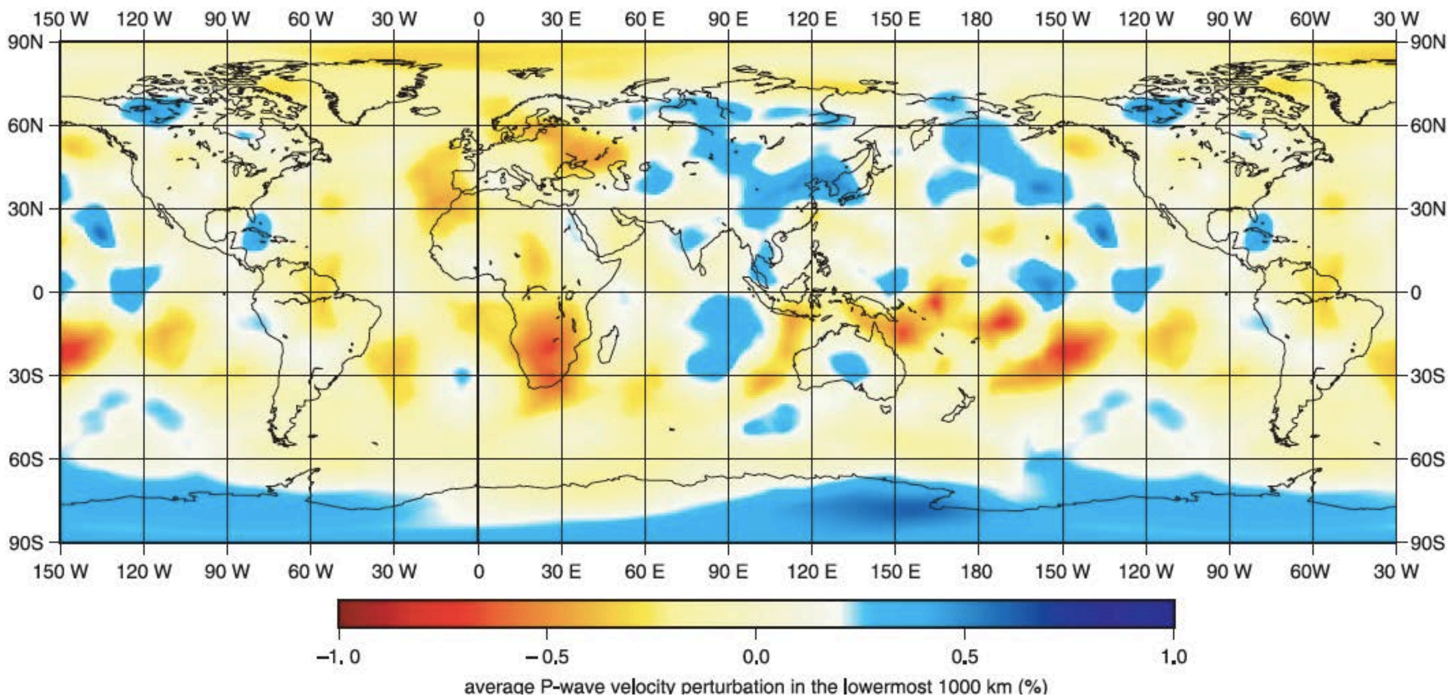
- Inversion de la forme d'onde complète
- Inversion des données de bruit sismique:
  ANT: Ambient Noise Tomography

Modèle sismique: ξ



Auer et al., 2015

Anomalie de vitesse moyennée sur 1000 km du manteau profond (1800-2800 km de profondeur)

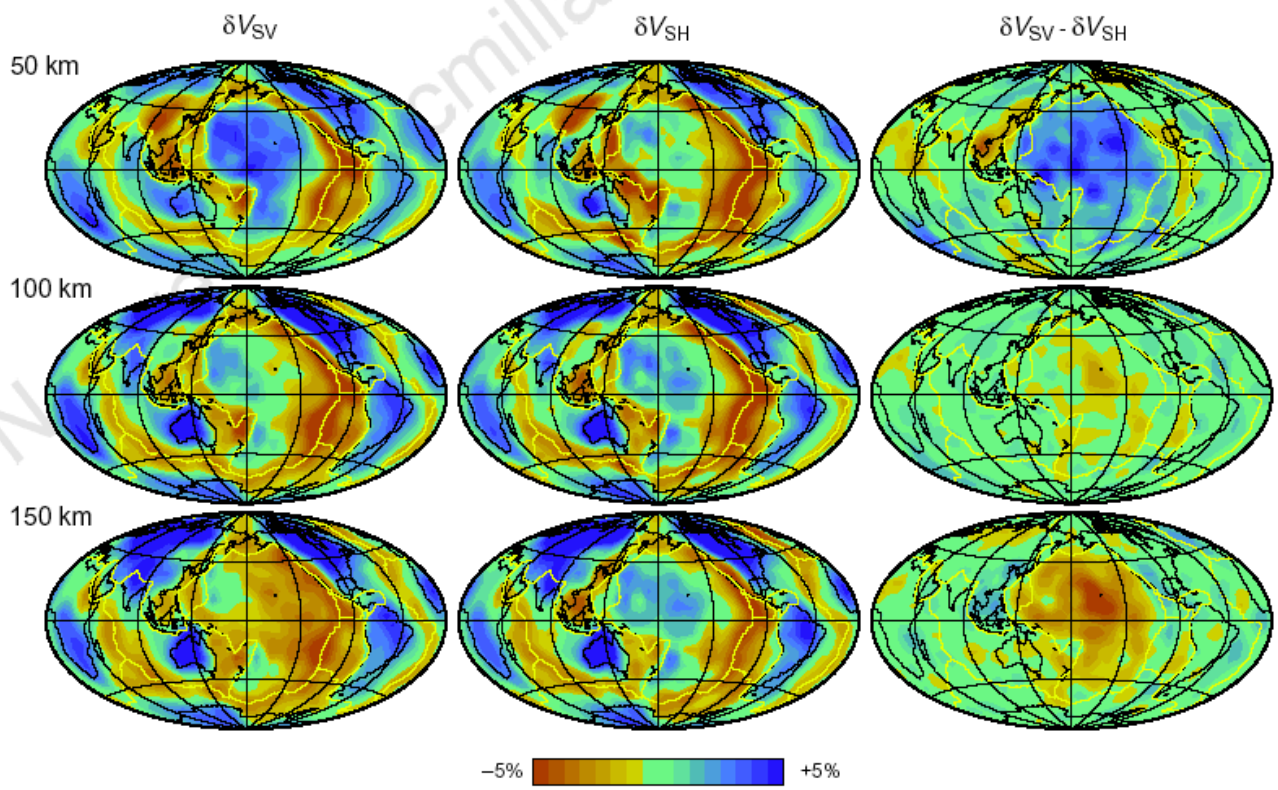


Montelli et al., 2004

Tomographie des ondes de surface: Love (SH) & Rayleigh (SV)

Anisotropie radiale sous les bassins océaniques

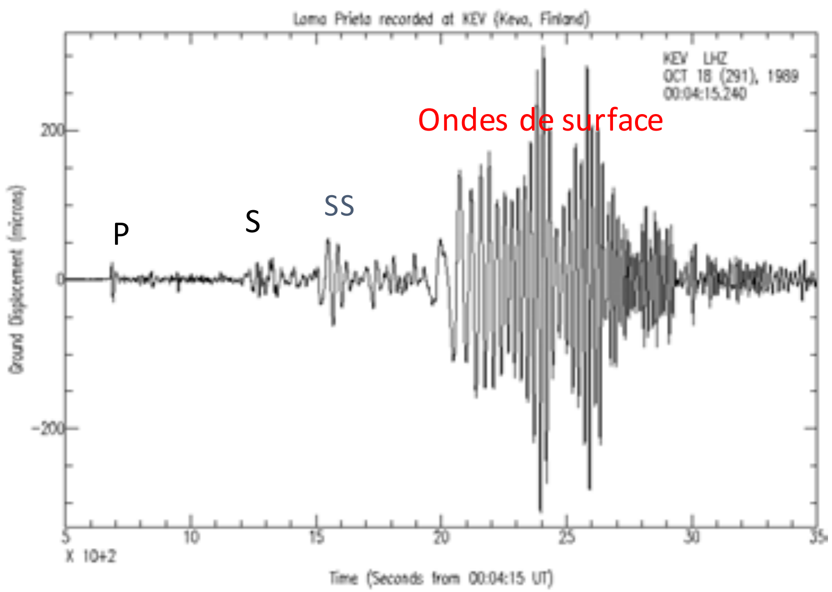
- Anisotropie radiale

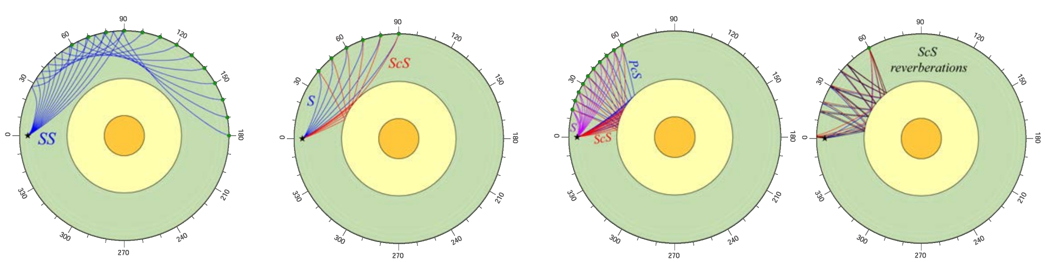


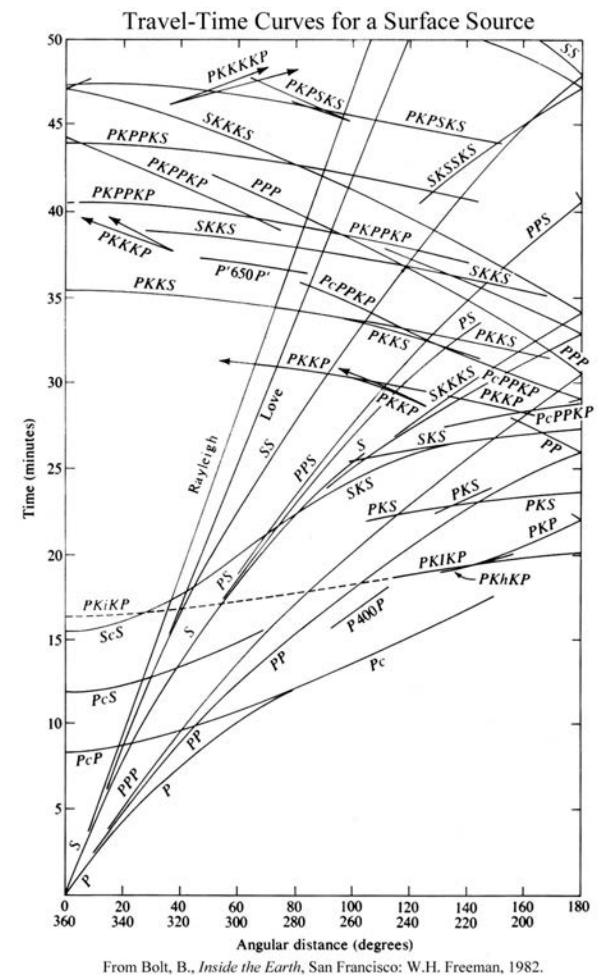
Modèle S20 représenté par rapport au modèle PREM

Ekstrom & Dziewonski, 1998

Richesse du champ des ondes télésismique

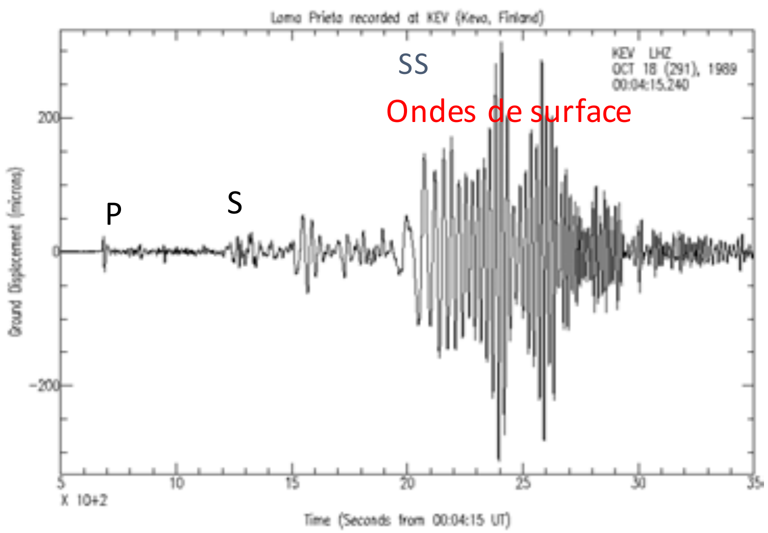


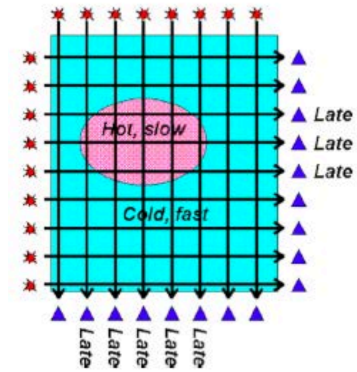


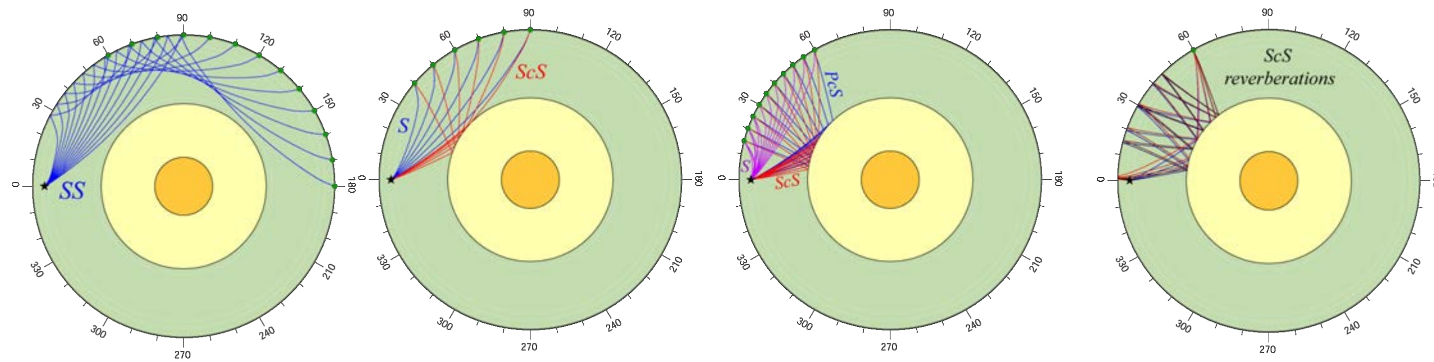


Sketches d'après E. Garnero

Richesse du champ des ondes télésismique

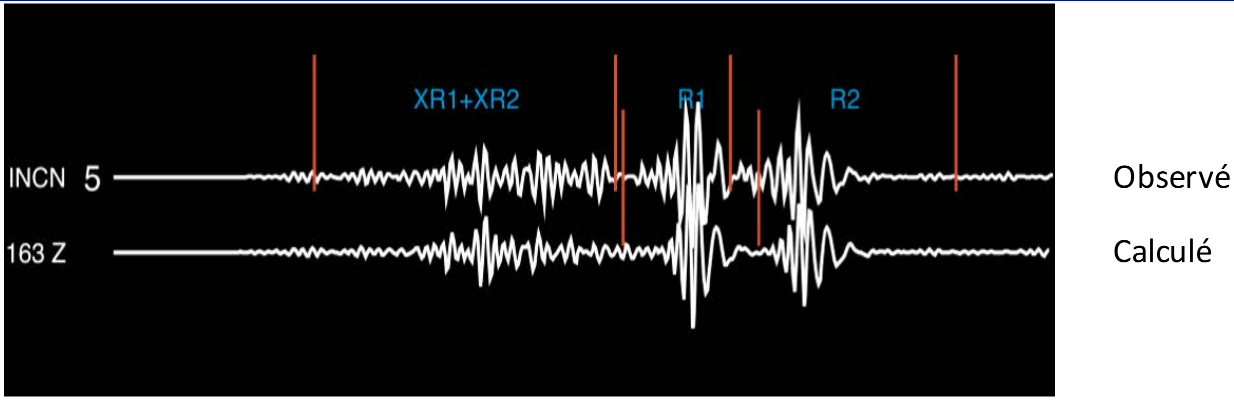






Sketches from E. Garnero's website

Les défis de l'inversion de la forme d'onde sismique en sismologie globale



- On doit comparer un sismogramme observé à un sismogramme "synthétique", prédit dans un modèle 3D de la Terre.
- => Problème non-linéaire: solution peut dépendre du modèle initial choisi
- => Comment calculer le sismogramme "synthétique" 3D de manière précise?
    - 1D: sommation de modes propres
- => Comment définir la fonction coût:
    - Amplitudes différentes des arrivées d'énergie successives
    - Domaine temporel ou spectral?
    - Risque de "cycle slipping"
- => On doit tenir compte de la source (amplitude et phase) et faire des "corrections de croûte"

Inversion de la forme d'onde dans le domaine temporel en sismologie globale

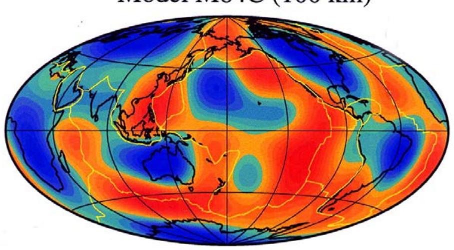
- *Woodhouse and Dziewonski (1984):*

- Théorie de perturbation des modes propres au 1er ordre
- Approximation "du trajet moyen": Path AVerage Approximation (PAVA) ->

=> approximation valable pour le mode fondamental des ondes de surface:

=> on suppose que les ondes sont sensibles uniquement à la structure moyenne (le long du grand cercle) entre la source et la station

Modèle de source obtenu par inversion du tenseur des moments -> solution CMT (Centroid Moment Tensor, *Dziewonski, Chou and Woodhouse, 1981*)

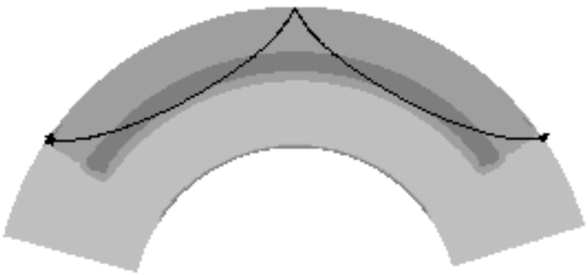


Modèle de manteau supérieur en Vs

Cas 1D $$u(\vec{x},t)=\mathrm{Re}\left\{\sum_k A_k^0(\Delta)e^{i(\omega_k t)}e^{-\alpha_k t}\right\}$$

Cas 3D $$u(\vec{x},t)=\mathrm{Re}\left\{\sum_k A_k^0(\Delta+\delta\Delta_k)e^{i(\omega_k+\delta\hat{\omega}_k)t}e^{-\alpha_k t}\right\}$$

Perturbation de distance épicentrale $\delta\Delta_k$ et de fréquence propre $\delta\omega_k$, pour chaque mode k

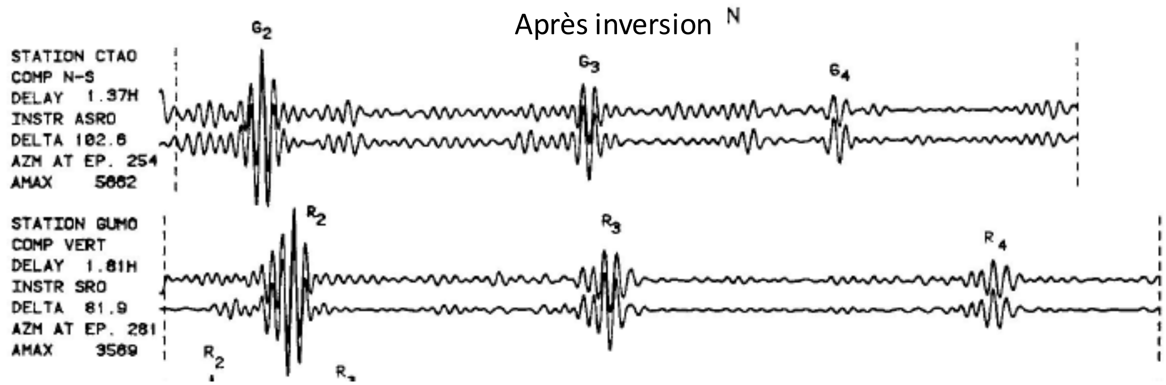


Inversion de la forme d'onde dans le domaine temporel en sismologie globale

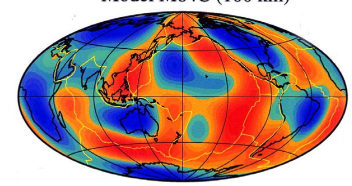
Après inversion

Composante N-S

Composante Z



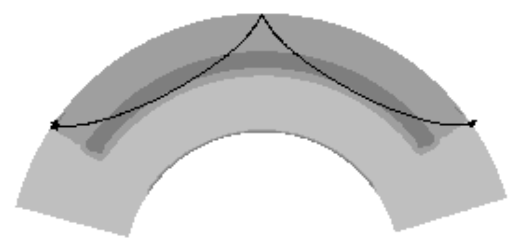
Model M84C (100 km)



Sismogrammes filtrés à très longue période T>135 s (evite le saut de cycle)

Permet de modéliser les ondes de surface, et dans une certaine mesure les modes harmoniques, *dans le domaine temporel*

Important pour les harmoniques, dont les différentes branches sont difficiles à séparer à cause de vitesses de groupe similaires

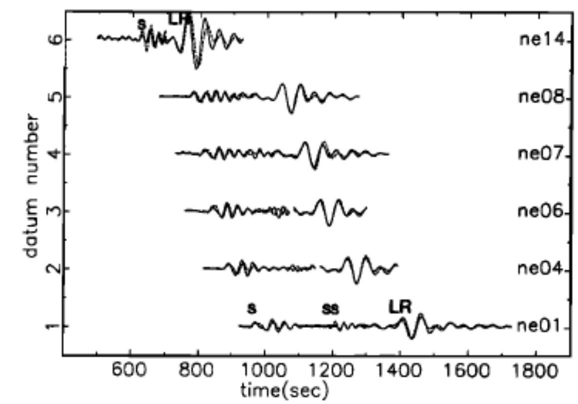


Plus tard, le groupe de Harvard combinera les formes d'onde à très longue période avec les temps de propagation des ondes S, SS, SKS dans le cadre de la théorie des rais pour construire des modèles du manteau entier (e.g. *Su and Dziewonski,* 1994; *Kustowski et al.*, 2008)

- Nolet (1990): “Partitioned waveform inversion”
  - Concept similaire dans un cadre d’ondes de surface progressives
  - Inversion en deux étapes:
    - 1) trouver un modèle de terre 1D $\delta Vs(r)_\gamma$, *sur chaque trajet particulier* source-station γ (problème non-linéaire), permettant d’expliquer les formes d’onde observées sur ce trajet
    - 2) Combiner les modèles moyens obtenus sur chaque trajet γ pour obtenir un modèle de perturbations 3D: $\delta Vs(r, \theta,\phi)$ (problème linéaire)
  - Similaire à l’inversion des données de vitesses de phase des ondes de surface, mais dans le domaine temporel: permet d’inclure les formes d’onde des modes harmoniques
    - Permet d’atteindre la zone de transition
  - Nombreuses études de structure régionale et plus récemment globale, <u>du manteau supérieur</u> ont suivi cette méthode:
    - Eg *vanderLee and Nolet* (1997), *Schaeffer and Lebedev* (2014): continent nord Américain; *Lebedev and Nolet* (2003) Asie du sud-Est
    - *Schaeffer and Lebedev* (2013), global

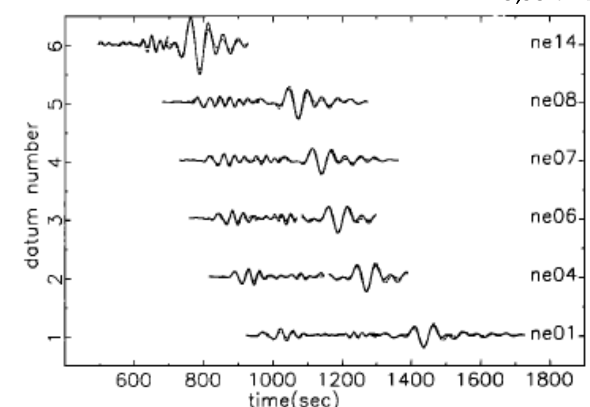
Exemples de comparaison observés-synthetiques

Dans le modèle de départ 1D



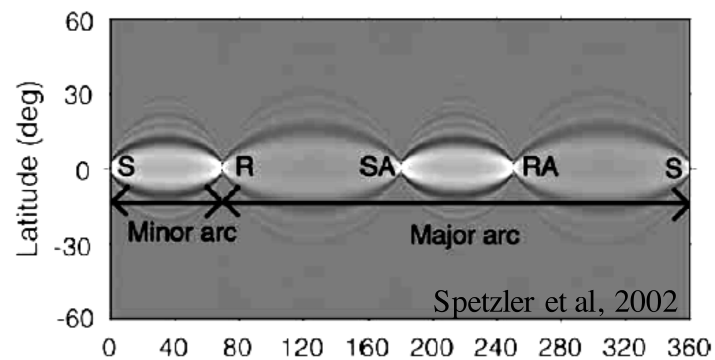
LR: T> 40 s
S,SS T> 20s

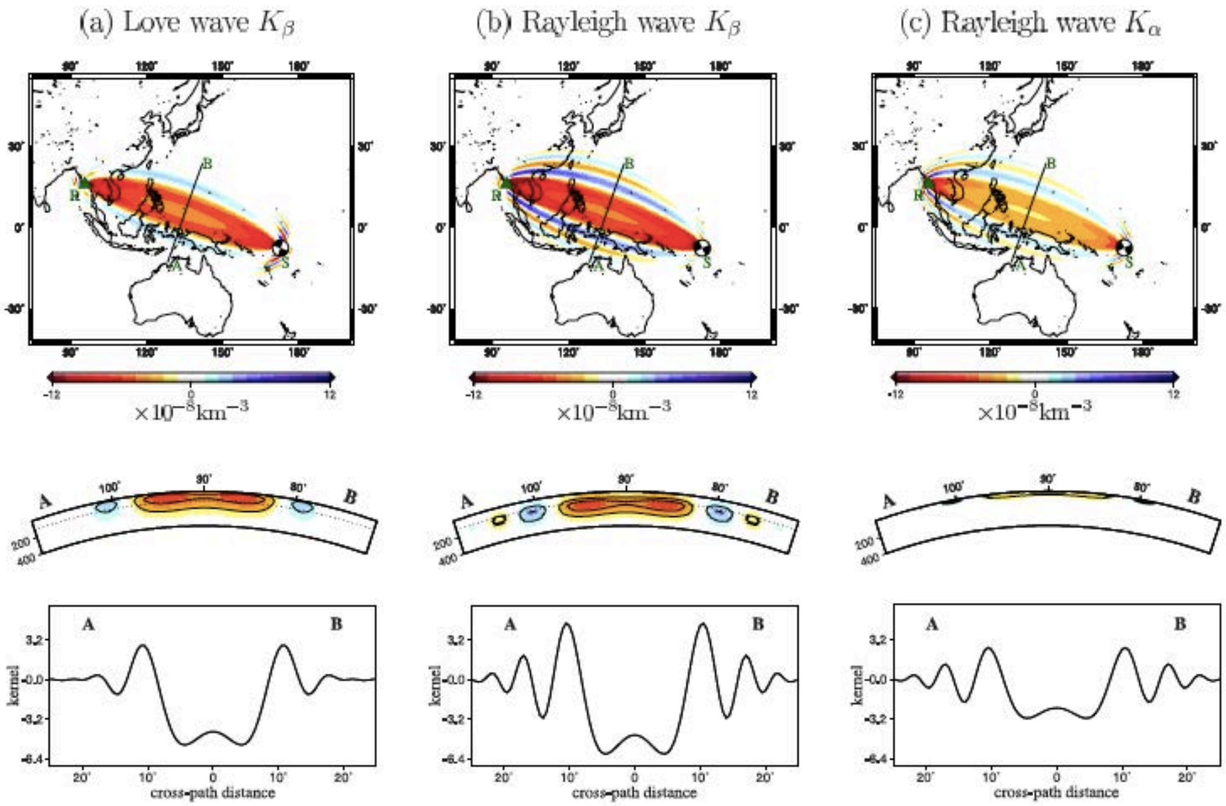
Après inversion



Nolet, 1990

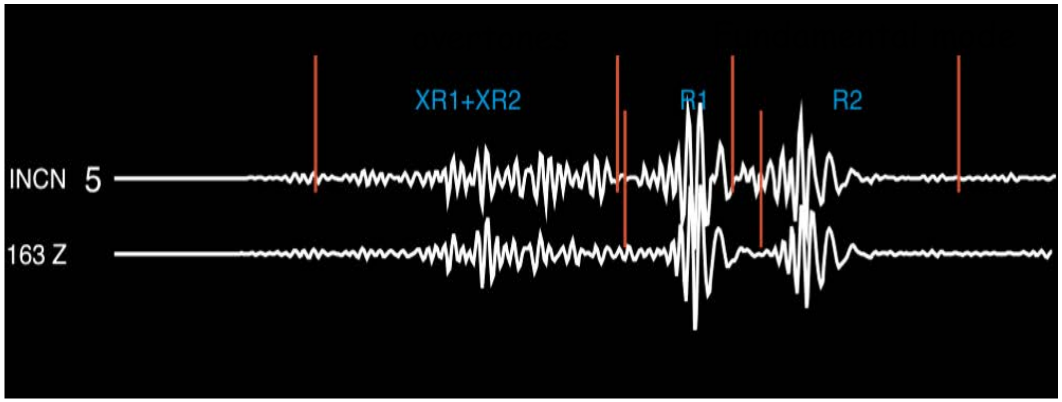
- Nolet (1990): “Partitioned waveform inversion”
  - Concept similaire dans un cadre d’ondes de surface progressives
  - Inversion en deux étapes:
    - 1) trouver un modèle de terre 1D $\delta Vs(r)_\gamma$, *sur chaque trajet particulier* source-station γ (problème non-linéaire), permettant d’expliquer les formes d’onde observées sur ce trajet
    - 2) Combiner les modèles moyens obtenus sur chaque trajet γ pour obtenir un modèle de perturbations 3D: $\delta Vs(r, \theta,\phi)$ (problème linéaire)
  - Similaire à l’inversion des données de vitesses de phase des ondes de surface, mais dans le domaine temporel: permet d’inclure les formes d’onde des modes harmoniques
    - Permet d’atteindre la zone de transition
  - Nombreuses études de structure régionale et plus récemment globale, <u>du manteau supérieur</u> ont suivi cette méthode:
    - Eg *vanderLee and Nolet* (1997), *Schaeffer and Lebedev* (2014): continent nord Américain; *Lebedev and Nolet* (2003) Asie du sud-Est
    - *Schaeffer and Lebedev* (2013), global
  - Introduction de noyaux de sensibilité de “fréquence finie” pour les ondes de surface (Zhou, Dahlen & Nolet, 2004)
    - Permet de tenir compte des effets de focalisation et défocalisation d’énergie autour du grand cercle source station (SR)



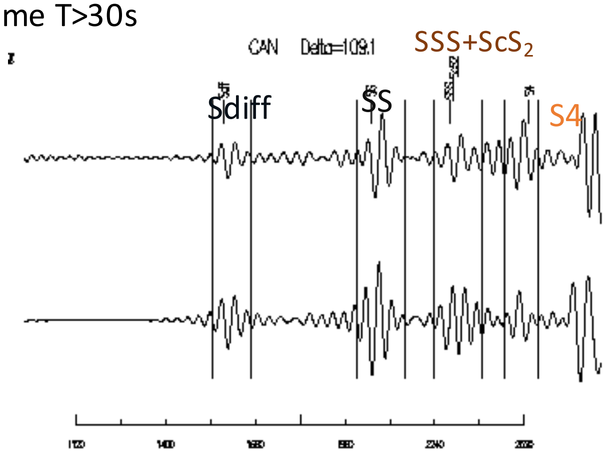


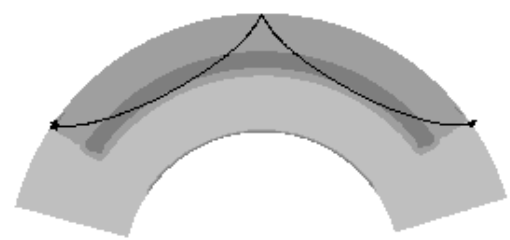
Zhou et al., 2004

Formes d’onde de surface T>60s



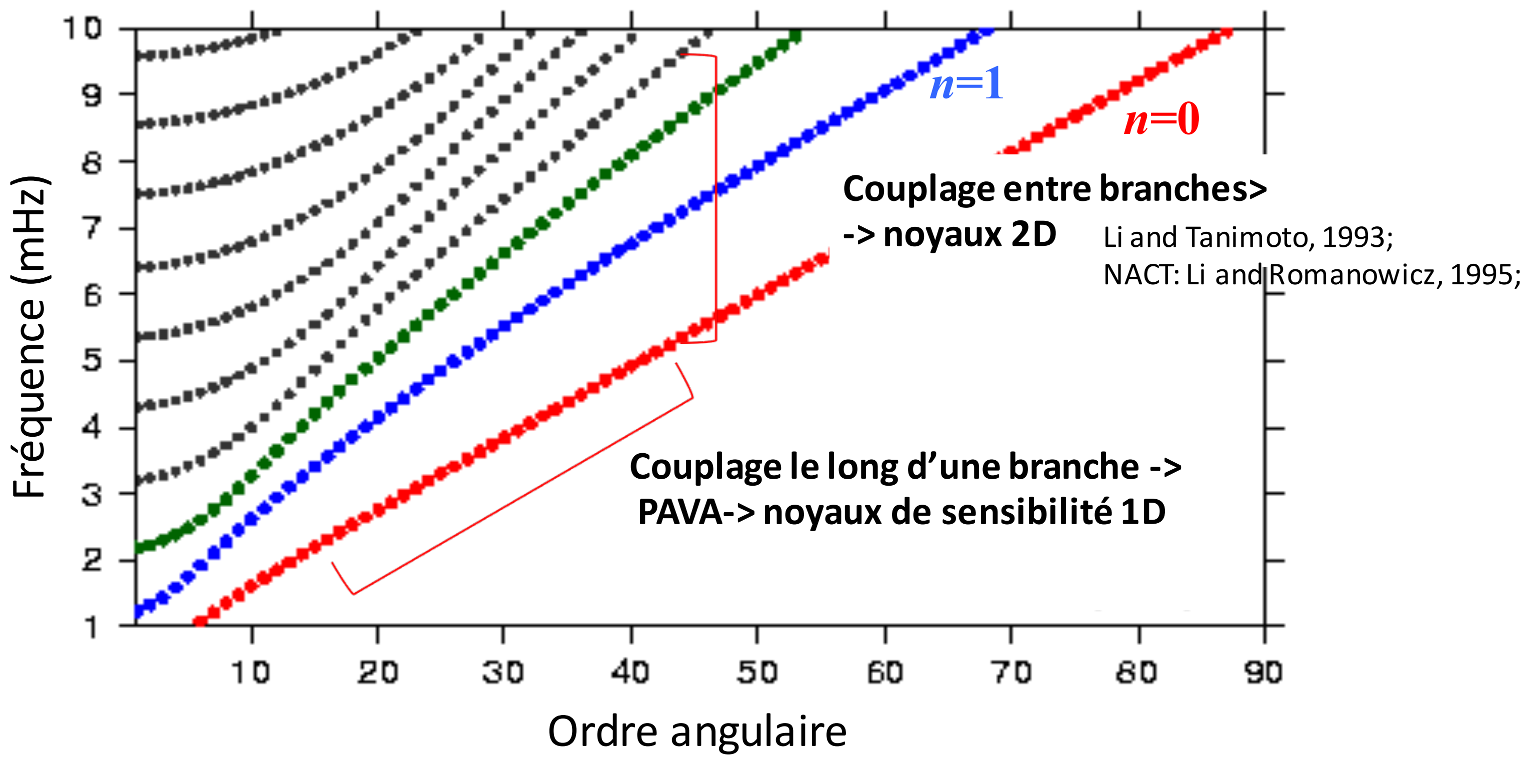
Formes d’onde de volume T>30s





L’approximation “PAVA” ne permet pas de rendre compte de la sensibilité des ondes de volume autour du rai

Modes toroidaux : $_n\mathrm{T}_l$

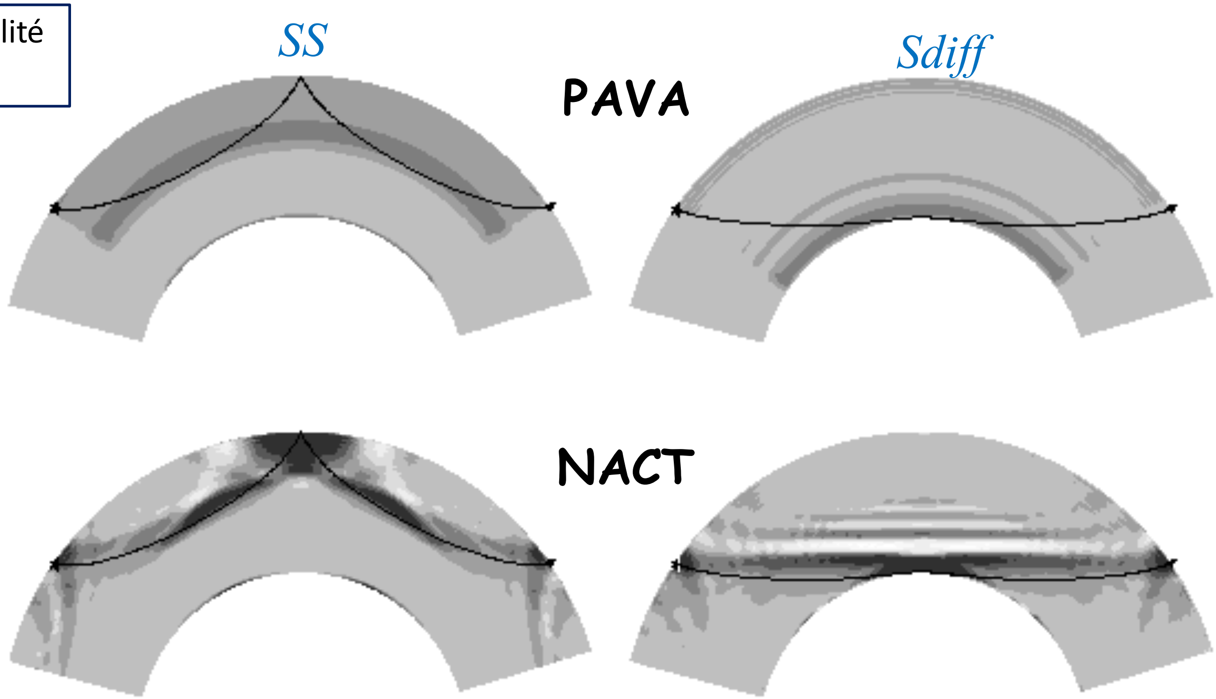


l: ordre angulaire, nombre de noeuds de vibration dans le plan horizontal

n: ordre radial (harmonique), nombre denoeuds de vibration dans la direction radiale

Noyaux de sensibilité 1D/2D

Couplage le long d'une branche de Modes->PAVA



Li and Romanowicz, 1995

Non linear Asymptotic Coupling Theory:

Inclut le couplage entre les différentes branches de modes

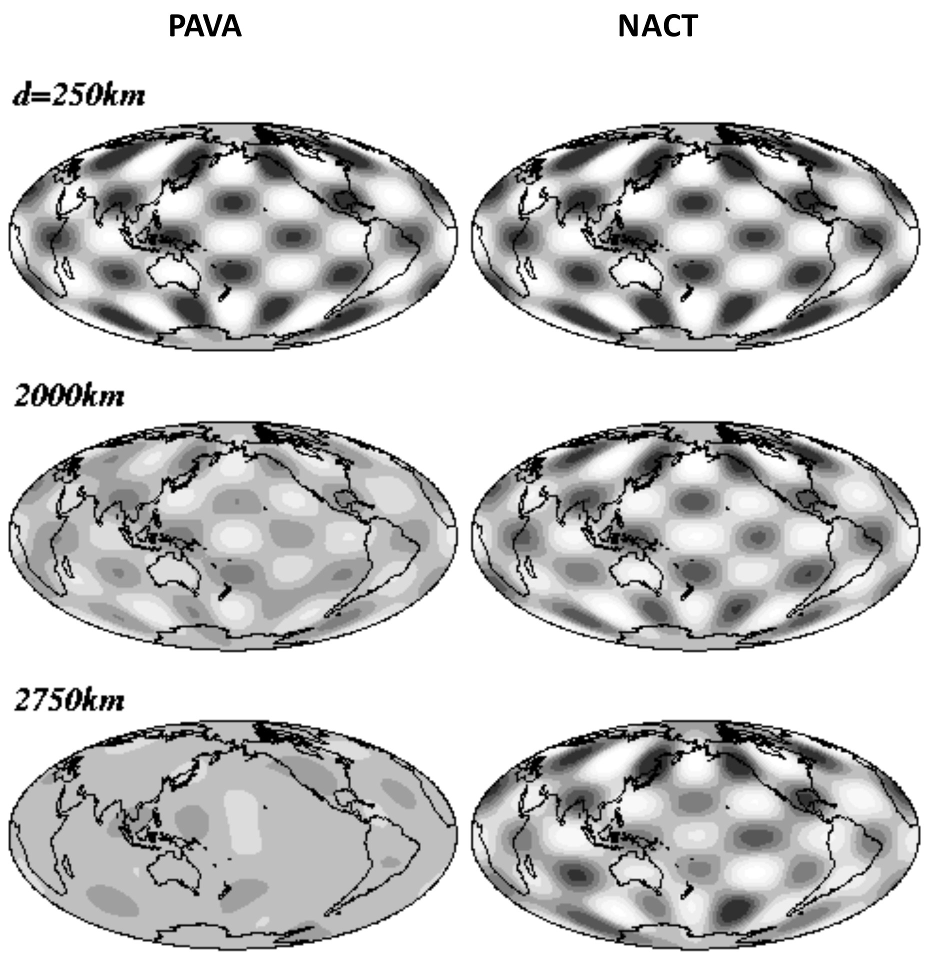
$$u(\mathbf{x},t) = \mathrm{Re}\{\sum_k A_k^0(\Delta + \delta\Delta)e^{i(\omega_k + \delta\hat{\omega}_k)t} +$$

Termes de couplage
Approx. asymptotique à la théorie de diffusion du premier ordre (Born)

Test de résolution avec
Inversion PAVA et NACT

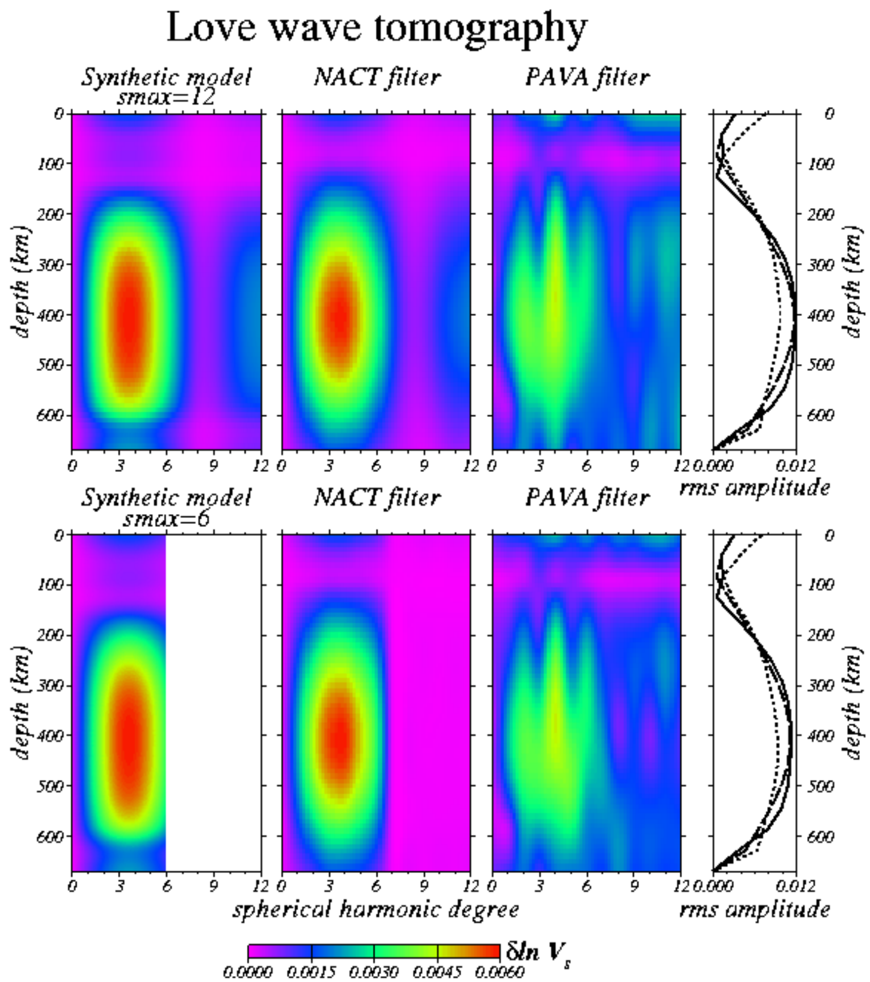
Synthétiques calculés dans le cadre de la théorie NACT

NACT important pour
le manteau profond!



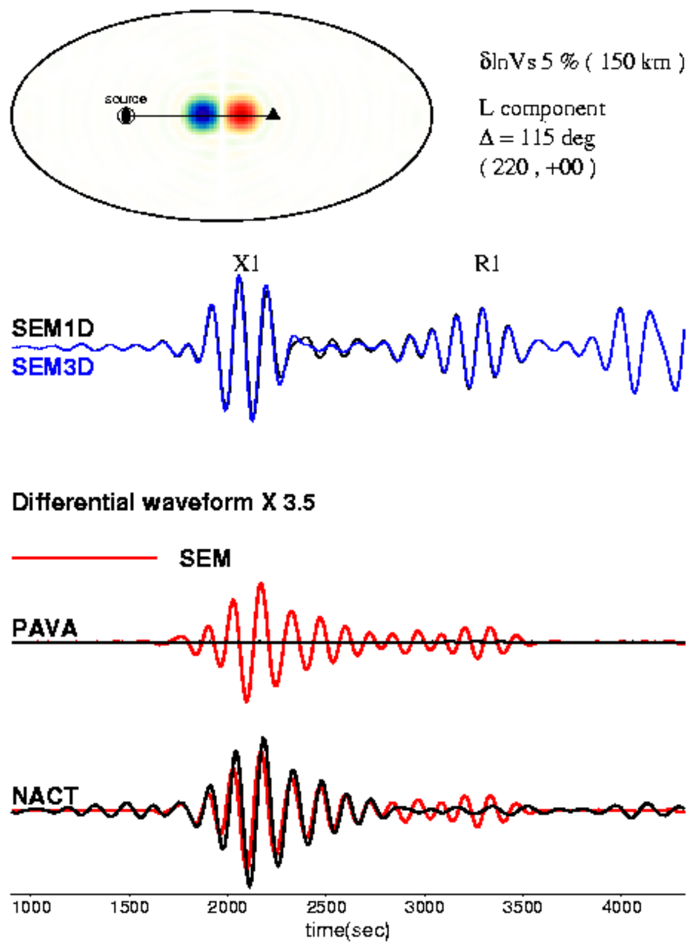
Li and Romanowicz, 1995

Synthétiques calculés dans le cadre de la théorie NACT



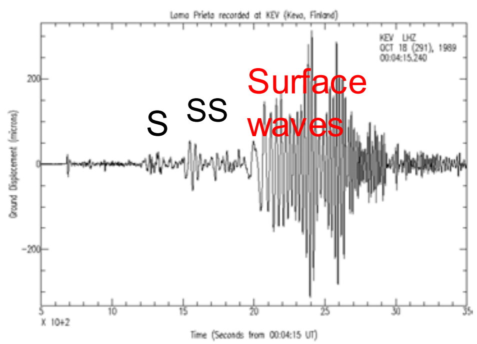
Mégnin and Romanowicz, 1999

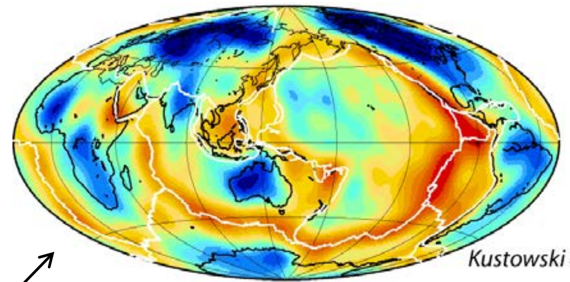
Test synthétique plus récent (~2003):
Calcul avec la méthode des éléments spectraux (SEM)



Vs isotrope
Profondeur = 100 km

- Temps de parcours longue période S, SS, ScS, SKS…
- - Dispersion ondes de surface et harmoniques
- Modes propres
- Approximation haute fréquence

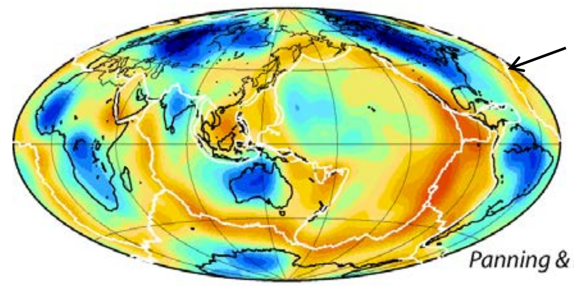




Harvard

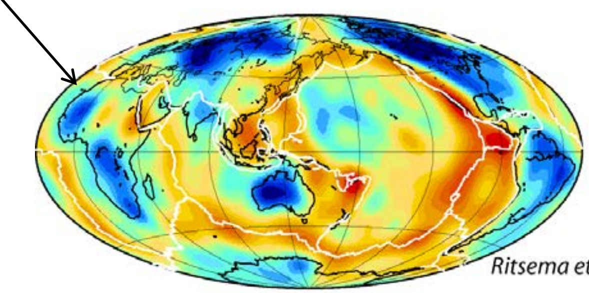
Kustowski et al. 2006

Formes d’onde temporelles
~20,000 +NACT



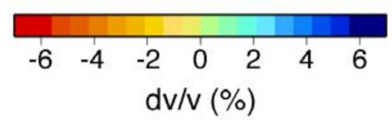
Berkeley

Panning & Romanowicz 2006



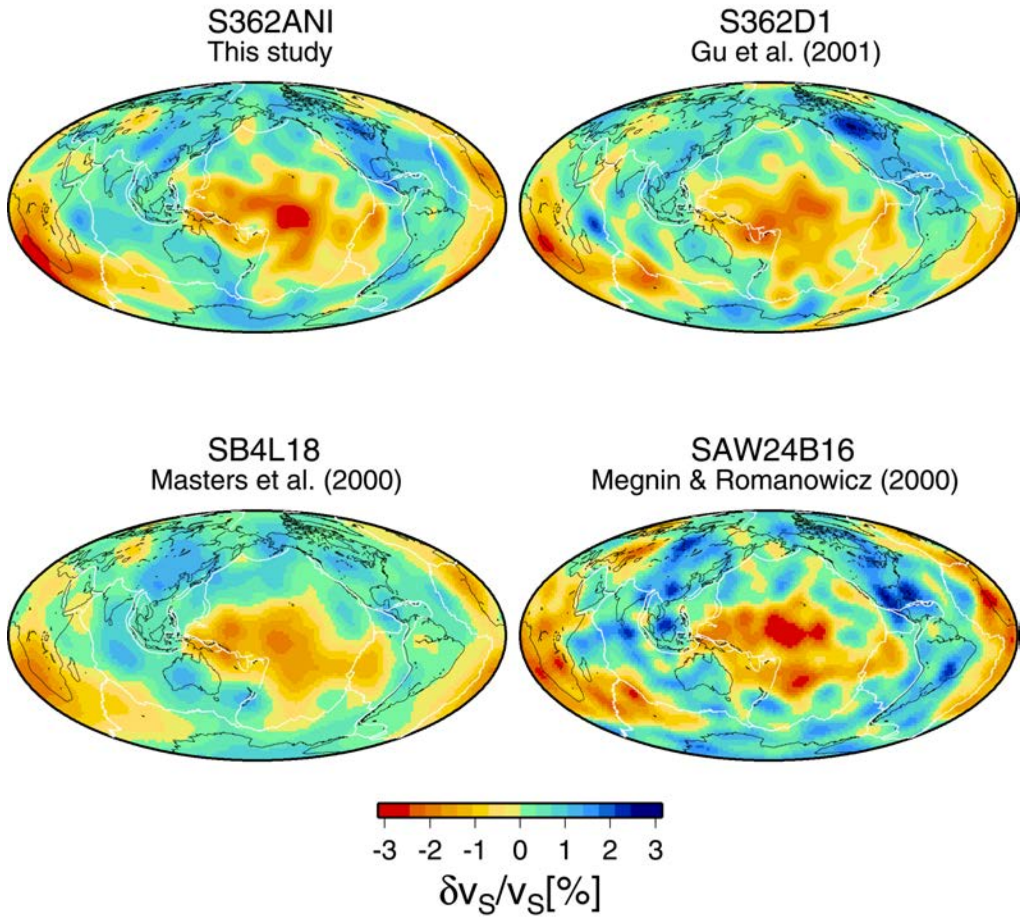
Caltech

Ritsema et al. 1999



Profondeur: 2800 km

PAVA pour formes d'onde + théorie des rais (ondes de volume)

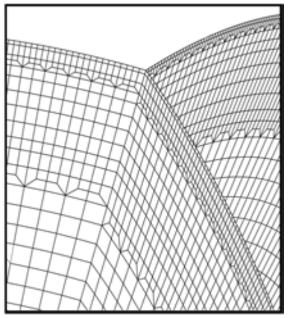


Dispersion ondes de surface
+ théorie des rais (ondes de volume)+ fréquences de modes propres

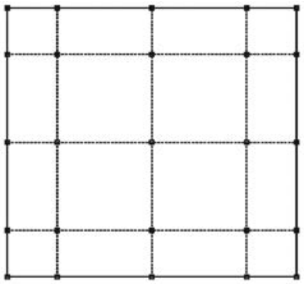
Formes d'onde uniquement – NACT (Problème direct et problème inverse)

Méthode des éléments spectraux en tomographie de forme d'onde globale et régionale

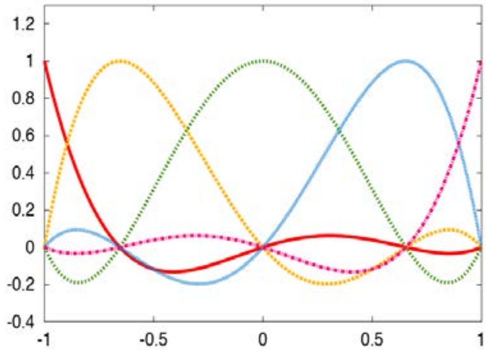
- Méthode introduite dans la communauté de sismologie globale par
  - Komatitsch et Vilotte (1998)
  - Komatitsch et Tromp (1999, 2002)
    - Méthode numérique d'intégration des équations du mouvement sous forme "faible"
    - Méthode d'éléments finis avec interpolation par polynômes de Lagrange de degré n définis sur les points GLL (Gauss, Legendre, Lobatto) (*quadrature de Gauss*)
    - On obtient une matrice de masse diagonale -> calcul efficace



points GLL de degré 4:

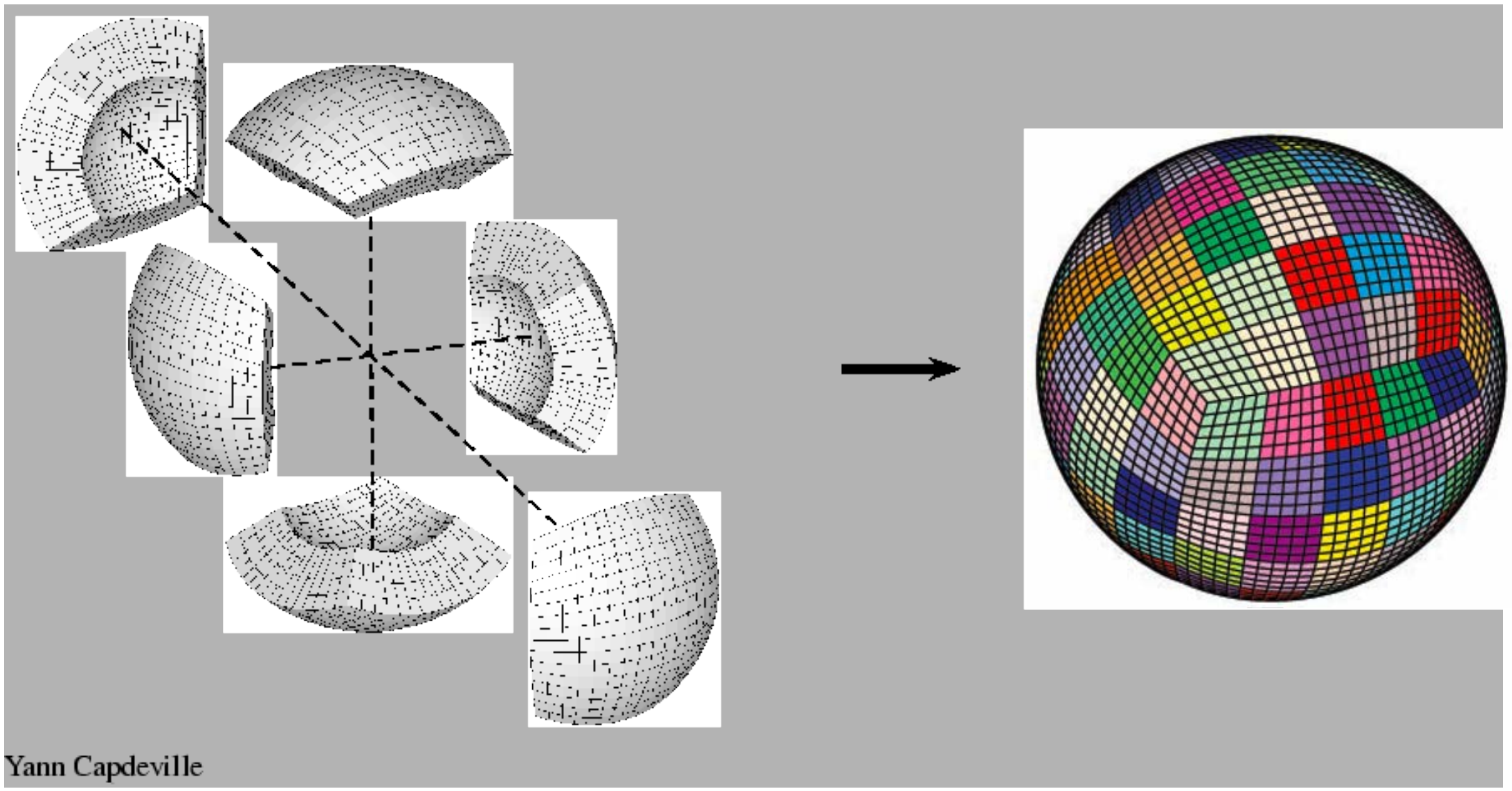


Les 5 polynômes de Lagrange de degré 4:

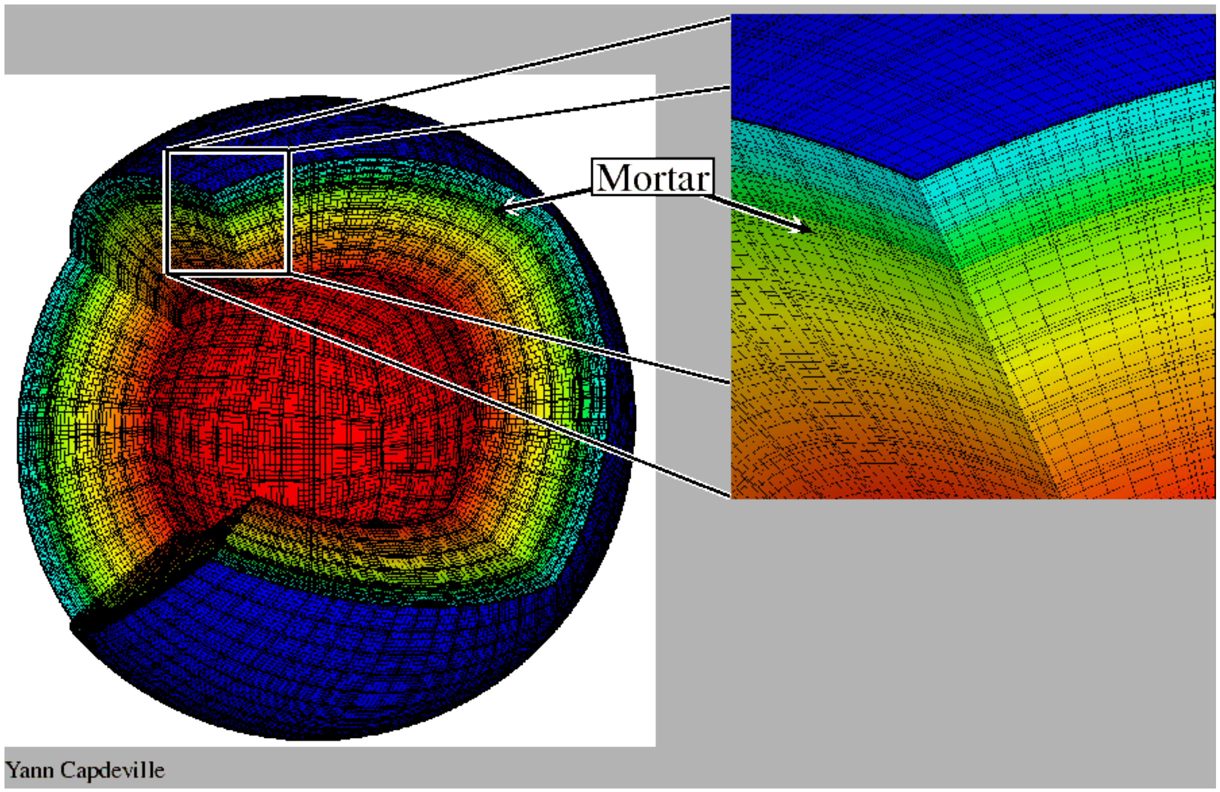


Parallelisation

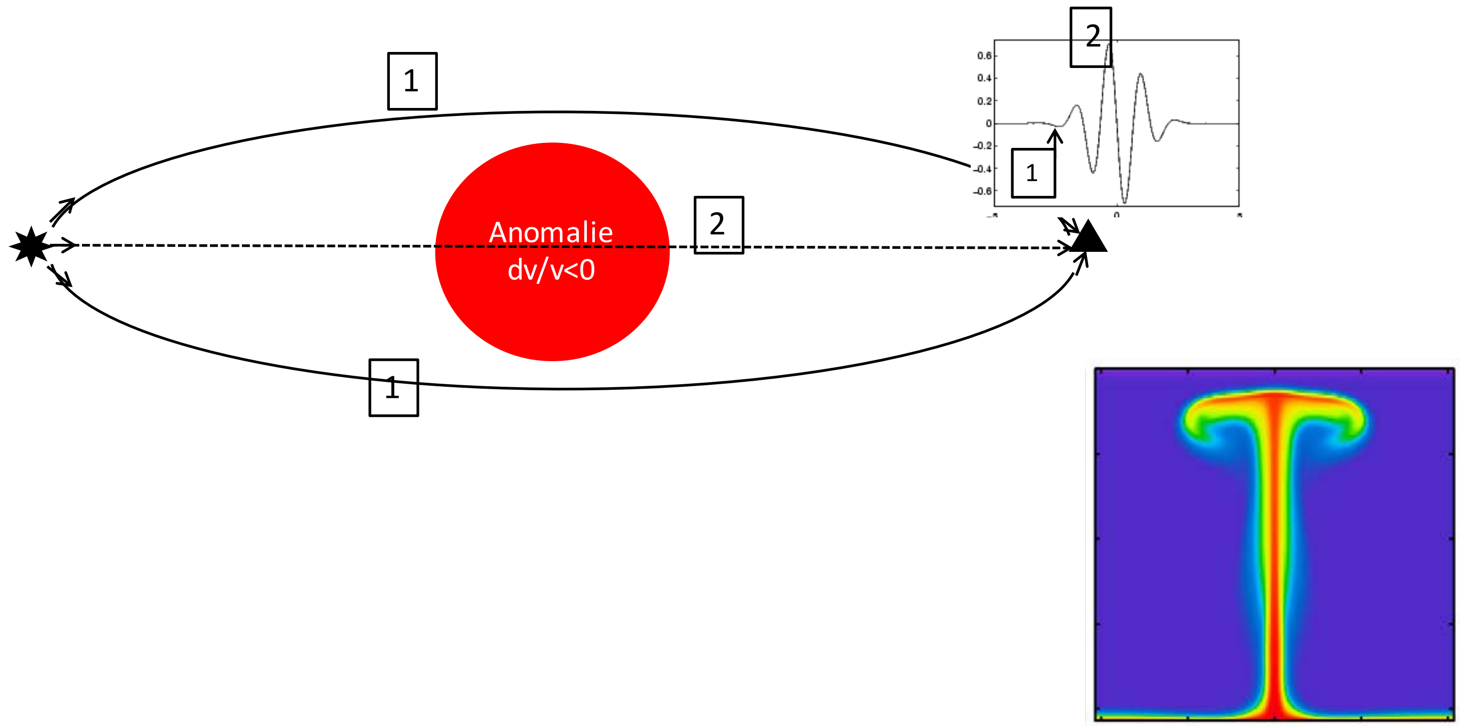
Partition de la grille globale: “La sphère cubique



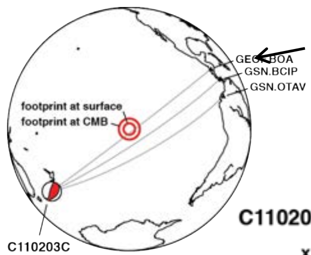
Cubed Sphere: 6 n^2 mesh slices


Mortar
Yann Capdeville

Les objets de vitesse plus faible et de petite taille sont "cachés" lorsqu'on ne considère que la première arrivée

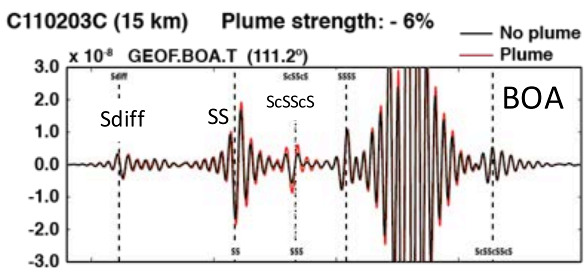


Panache synthétique de 600 km de diamètre de la surface à la CMB

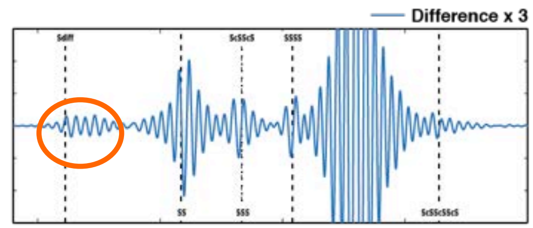


BOA

Bandpass: 30-350 s

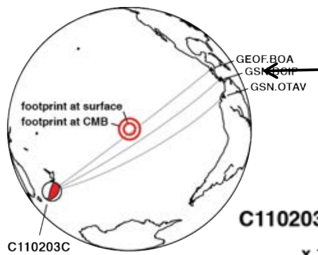


Difference: panache – sans panache



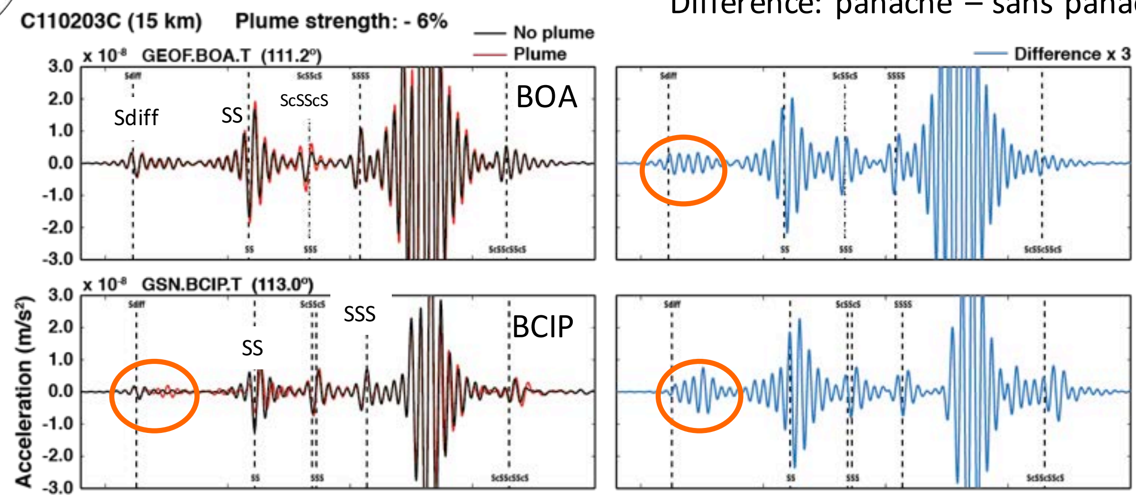
UC Berkeley Global Seismology Group

Panache synthétique de 600 km de diamètre de la surface à la CMB



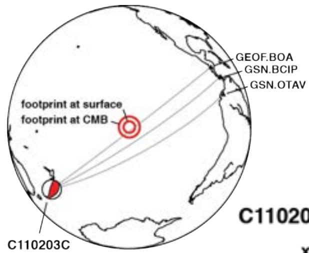
Bandpass: 30-350 s

Difference: panache – sans panache



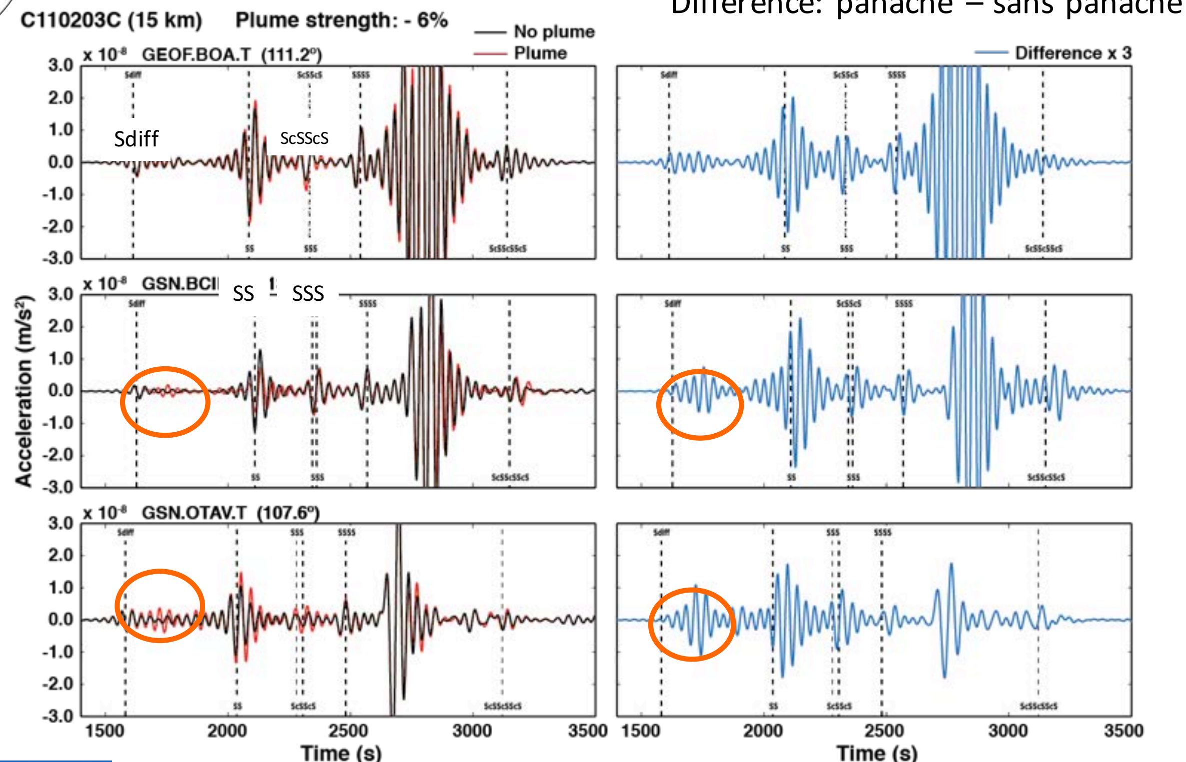
UC Berkeley
Global Seismology Group

Panache synthétique de 600 km de diamètre de la surface à la CMB



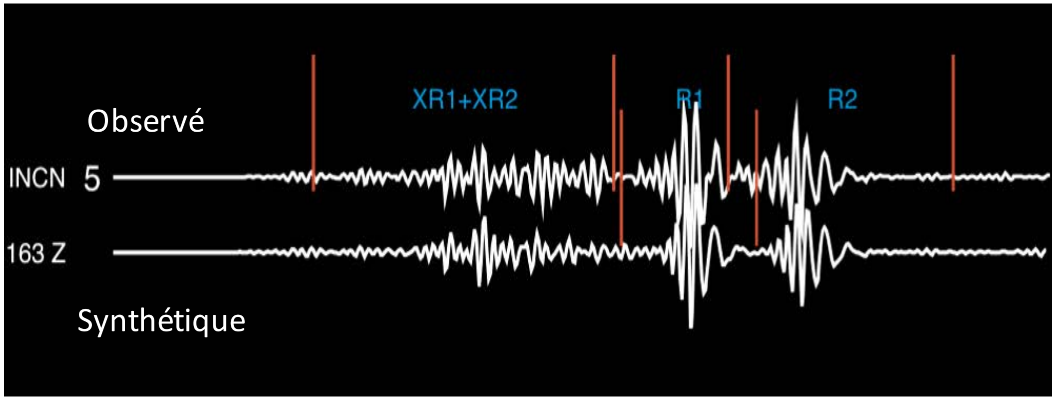
Bandpass: 30-350 s

Difference: panache – sans panache



UC Berkeley Global Seismology Group

Tomographie de forme d'onde globale avec SEM



Problème direct: On a pu substituer les synthétiques 3D approximatifs par des synthétiques calculés par SEM et s'affranchir des approximations liées à la théorie des perturbations de premier ordre

Difficultés:
- le temps de calcul croît avec ω^3
- Couches fines de vitesse lente dans la croûte ralentissent le calcul (Condition CFL)
- Calcul du champ des ondes pour plusieurs centaines de séismes et N itérations: nécessite l'accès aux calculateurs HPC

Problème inverse: *Choix de la méthode d'optimisation*

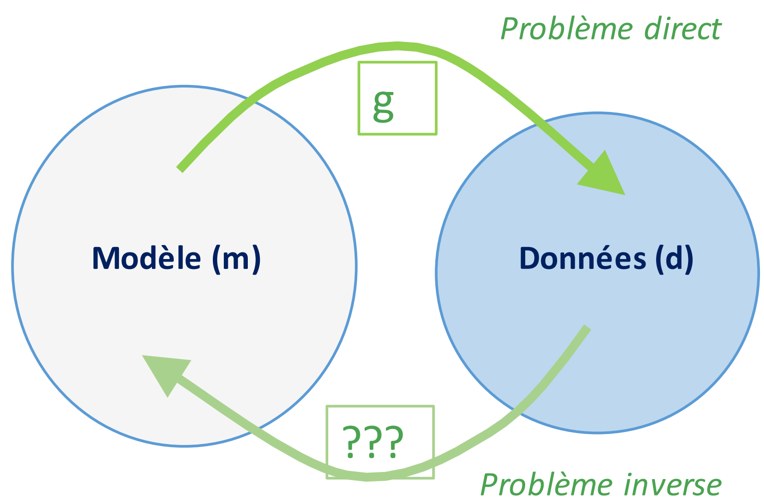
Problème *direct* / Problème *inverse*

$$d = g(m)$$

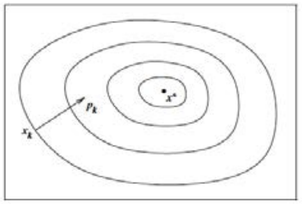
Formes d'onde pondérées

Modèle de terre

Calcul du champ des ondes
par la méthode des éléments spectraux
(relation non-linéaire)



Problème inverse: problème d'optimisation



- Choix de la fonction coût à minimiser

$$2\Phi(m) = (d - g(m))^t C_D^{-1} (d - g(m)) + \quad (m - \langle m \rangle)^t C_M^{-1} (m - \langle m \rangle)$$

- Expansion de $\Phi(m)$ en série de Taylor autour d'un modèle de départ m_0:

$$\Phi(m) = \Phi(m_0) + \nabla\Phi(m_0)(m - m_0)^T + \frac{1}{2}(m - m_0)^T H(m_0)(m - m_0) + \ldots..$$

- Gradient: $\nabla\Phi = \left[\frac{\partial\Phi}{\partial m_1}, \frac{\partial\Phi}{\partial m_2}, \ldots\ldots. \frac{\partial\Phi}{\partial m_M}\right]$ vecteur des dérivées partielles de Φ

- Hessien: $H_{ij} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial m_i \partial m_j}(m_0)$ matrice des dérivées secondes de Φ par rapport aux paramètres du modèle

$$2\Phi(m) = (d-g(m))^t C_D^{-1}(d-g(m)) + (m-<m>)^t C_M^{-1}(m-<m>)$$

- Evaluons le gradient de Φ dans le cas simple où $2\Phi(m) = \big(d-g(m)\big)^T(d-g(m))$:

$$\nabla\Phi(m_0) = -\left[\frac{\partial g}{\partial m}(m_0)\right]^T (d\text{-g}(m_0)) = -G^T(d\text{-g}(m_0)) = -G^T\delta d$$

  - G est la matrice des dérivées partielles du champ des ondes par rapport au modèle, évaluée dans le modèle de départ

- Evaluons le Hessien H:

$$H(m_0) = \frac{\partial^2\Phi}{\partial m^2}(m_0) = G^T G + \cancel{\left[\frac{\partial G}{\partial m}\right]^T (m_0)}(\text{d-g}(m_0))$$

En général on néglige le second terme: justifié si les résidus sont faibles ou si le problème est faiblement non-linéaire

$$H(m_0) = \sim G^T G$$

- La minimisation de Φ revient à résoudre les equations de Gauss-Newton:

$$\nabla_{\min}(\Phi(m)) = \nabla\Phi(m_0) + H(m_0)(m-m_0) = 0$$

$$\boxed{G^TG(m-m_0)=G^T\delta d}$$

Hessien approximatif

- gradient

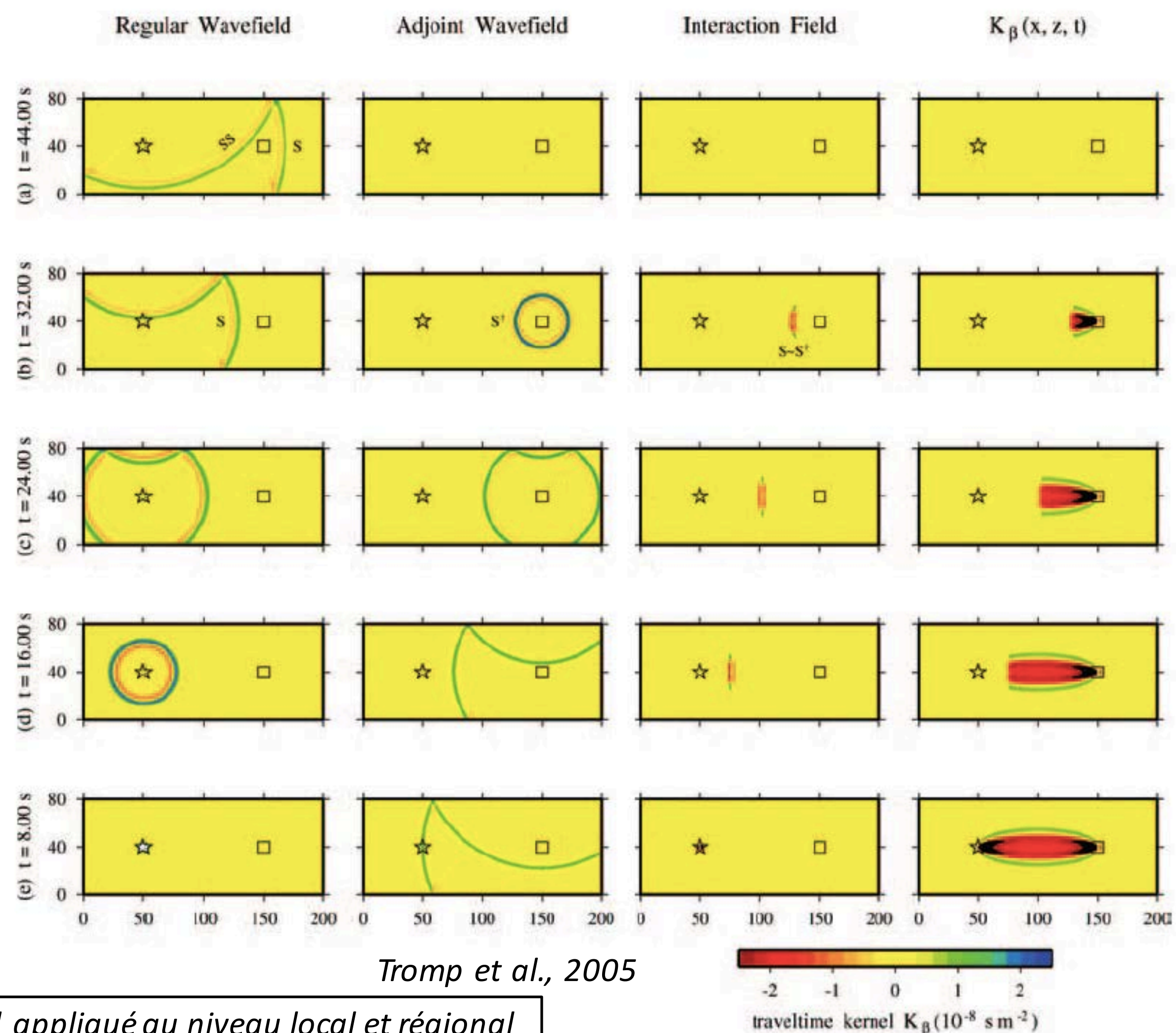
$$\boxed{G^TG(m-m_0)=G^T\delta d}$$

Hessien approximatif — - gradient

Tomographie par méthode des adjoints

- 1) Calcul du gradient "numérique" :
    - 2 calculs du champ des ondes SEM:
    - A) Calcul direct
    - B) Résidus comme source et
    - Rétropropagation du champ adjoint
    - On forme le produit du champ direct et du champ adjoint

- 2) Calcul du Hessien numérique trop lourd: on utilise une méthode linéaire de recherche du minimum, e.g. gradients conjugués, avec "conditionnement" (e.g. BFGS)



Tromp et al., 2005

=> D'abord appliqué au niveau local et régional

$$\boxed{G^T G(m-m_0)=G^T \delta d}$$

Hessien approximatif — - gradient

Autre méthode: Tomographie globale hybride

(Lekic and Romanowicz, 2011; French et al., 2013; French and Romanowicz, 2014)

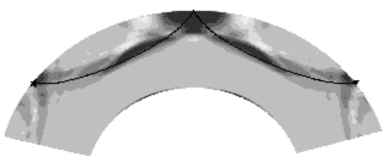
Inversion en calculant le gradient et le Hessien approximativement par NACT (perturbation des modes propres)

- Beaucoup plus rapide: convergence quadratique

- *Méthode hybride*:
  - Calcul direct par la méthode des éléments spectraux
  - Calcul inverse par perturbation de modes propres (NACT)

  - Pour accélérer encore le calcul, on remplace la croûte par une croûte "homogénéisée"
    - Croûte lisse (sans discontinuités) obtenue par inversion de données de dispersion d'ondes de surface de courte période
      - Accélération du temps calcul d'un facteur 4
  - Inversion longue période T> 60 s -> manteau supérieur
  - Puis on rajoute les formes d'ondes de volume T>30s -> manteau inférieur

SS



Sdiff