

# SMT en pratique: le démonstrateur Alt-Ergo

Collège de France  
23 mars 2016

Sylvain Conchon

LRI (UMR 8623), Université Paris-Sud  
Équipe Toccata, INRIA Saclay – Île-de-France



Comprendre le monde,  
construire l'avenir\*



INVENTEURS DU MONDE NUMÉRIQUE

# La révolution SMT

- 70's: Stanford Pascal Verifier
- 1984: Shostak algorithm
- 1992: Simplify
- 1995: SVC
- 2001: ICS
- 2002: CVC, haRVey
- 2004: CVC Lite
- 2005: Barcelogic, MathSAT
- 2005: Yices
- 2006: CVC3, Alt-Ergo
- 2007: Z3, MathSAT4
- 2008: Boolector, OpenSMT, Beaver, Yices2
- 2009: STP, VeriT
- 2010: MathSAT5, SONOLAR
- 2011: STP2, SMTInterpol
- 2012: CVC4

Alt-Ergo, un démonstrateur SMT dédié à  
la **preuve de programme**

A. M. Turing. *Checking a Large Routine*. 1949

# Preuve de programme par vérification déductive

A. M. Turing. *Checking a Large Routine*. 1949

Exemple avec l'outil **Why3** [Filliâtre et al.]

```
 $u \leftarrow 1$   
for  $r = 0$  to  $n - 1$  do  
   $v \leftarrow u$   
  for  $s = 1$  to  $r$  do  
     $u \leftarrow u + v$ 
```

# Preuve de programme par vérification déductive

A. M. Turing. *Checking a Large Routine*. 1949

Exemple avec l'outil **Why3** [Filliâtre et al.]

```
précondition {n ≥ 0}
u ← 1
for r = 0 to n - 1 do
  v ← u
  for s = 1 to r do
    u ← u + v
postcondition {u = fact(n)}
```

# Preuve de programme par vérification déductive

A. M. Turing. *Checking a Large Routine*. 1949

Exemple avec l'outil **Why3** [Filliâtre et al.]

```
précondition {n ≥ 0}
u ← 1
for r = 0 to n - 1 do   invariant {u = fact(r)}
    v ← u
    for s = 1 to r do   invariant {u = s × fact(r)}
        u ← u + v
postcondition {u = fact(n)}
```

# Obligations de preuve

```
function fact(int) : int
axiom fact0: fact(0) = 1
axiom factn:  $\forall n:\text{int}. n \geq 1 \rightarrow \text{fact}(n) = n * \text{fact}(n-1)$ 
```

---

```
goal vc:  $\forall n:\text{int}. n \geq 0 \rightarrow$ 
  ( $0 > n - 1 \rightarrow 1 = \text{fact}(n)$ )  $\wedge$ 
  ( $0 \leq n - 1 \rightarrow$ 
     $1 = \text{fact}(0) \wedge$ 
    ( $\forall u:\text{int}.$ 
      ( $\forall r:\text{int}. 0 \leq r \wedge r \leq n - 1 \rightarrow u = \text{fact}(r) \rightarrow$ 
        ( $1 > r \rightarrow u = \text{fact}(r + 1)$ )  $\wedge$ 
        ( $1 \leq r \rightarrow$ 
           $u = 1 * \text{fact}(r) \wedge$ 
          ( $\forall u1:\text{int}.$ 
            ( $\forall s:\text{int}. 1 \leq s \wedge s \leq r \rightarrow u1 = s * \text{fact}(r) \rightarrow$ 
              ( $\forall u2:\text{int}.$ 
                 $u2 = u1 + u \rightarrow u2 = (s + 1) * \text{fact}(r)$ ))  $\wedge$ 
                ( $u1 = (r + 1) * \text{fact}(r) \rightarrow u1 = \text{fact}(r + 1)$ ))))  $\wedge$ 
              ( $u = \text{fact}((n - 1) + 1) \rightarrow u = \text{fact}(n)$ )))
```



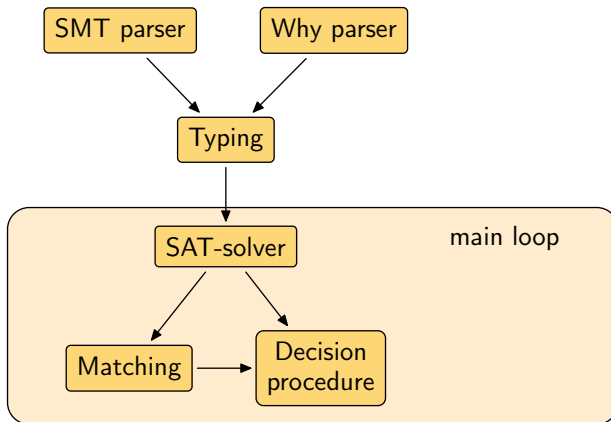
# Point de départ

On identifie trois composants essentiels pour vérifier automatiquement de telles formules.

- ▶ **Structure propositionnelle** ( $\wedge, \rightarrow$ )
- ▶ Combinaison de quelques **procédures de décision** (égalité, arithmétique linéaire)
- ▶ Traitement des **quantificateurs**

→ C'est le point de départ du développement d'**Alt-Ergo**

# Architecture générale d'Alt-Ergo



- ▶ Front-end (parsing/typage)
- ▶ SAT solver
- ▶ Procédures de décision
- ▶ Un algorithme de filtrage (matching)

# La boucle principale

Rappel : validité de  $F =$  insatisfiabilité de  $\neg F$

---

Le SAT solveur traite la structure propositionnelle de la formule.

- ▶ il construit un modèle booléen (**conjonction** de littéraux) et il le vérifie en l'envoyant à la procédure de décision
- ▶ il conserve précisément les axiomes ( $\forall x : \text{int} \dots$ ) à part

Si le SAT a réussi à construire un modèle satisfiable de la formule (modulo théories), on crée de nouvelles formules (**instances**) à partir des axiomes, en espérant trouver celles qui **contrediront le modèle**.

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$$

---

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$$

---

Modèle :  $\{ j = 0, \exists i = j - 1 \}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \}$

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$

---

Modèle :  $\{ j = 0, \exists i = j - 1 \} \rightarrow \text{unsat}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \}$

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$$

---

Modèle :  $\{ j = 0, f(i-1) \leq 2j \}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \}$

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$$

---

Modèle :  $\{ j = 0, f(i-1) \leq 2j \} \rightarrow \text{sat}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \}$



# Exemple

$i, j : \text{int}$

$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$

---

Modèle :  $\{ j = 0, f(i-1) \leq 2j \} \rightarrow \text{sat}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \} \rightarrow (\text{instance}) f(i-1) > 0$

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$

$\wedge f(i-1) > 0$

---

Modèle :  $\{ j = 0, f(i-1) \leq 2j \}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \}$

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$

$\wedge f(i-1) > 0$

---

Modèle :  $\{ j = 0, f(i-1) \leq 2j, f(i-1) > 0 \}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \}$

# Exemple

$i, j : \text{int}$

$j = 0 \wedge ( \exists i = j - 1 \vee f(i - 1) \leq 2j ) \wedge ( \forall x : \text{int}. f(x) > 0 )$

$\wedge f(i-1) > 0$

---

Modèle :  $\{ j = 0, f(i-1) \leq 2j, f(i-1) > 0 \} \rightarrow \text{unsat}$

Axiomes :  $\{ \forall x : \text{int}. f(x) > 0 \}$

Un peu plus de détails...

Nous allons présenter les composants suivants d'Alt-Ergo :

- ▶ Un de ses mécanismes de combinaison de procédures de décision
- ▶ Sa gestion des formules avec quantificateurs
- ▶ Son traitement du polymorphisme
- ▶ Sa gestion des symboles AC

# Traitement de l'égalité : l'algorithme de Shostak

Le cœur de la (combinaison de) procédure(s) de décision d'Alt-Ergo est l'algorithme de Shostak:

R. Shostak [1984]: [Deciding combination of theories](#)

Cet algorithme permet de déterminer si une conjonction d'égalités  $\bigwedge_i u_i = v_i$  avec des **symboles non-interprétés** est satisfiable modulo une théorie **X** (dite de Shostak)

# Théories de Shostak

Une théorie de Shostak est équipée de deux fonctions:

- ▶ un **canonizer** `canonx` qui met les termes en forme normale
- ▶ un **solver** `solvex` qui résout des équations et donne une solution sous la forme d'une substitution

Exemple: la théorie de l'arithmétique linéaire sur les entiers

$$\text{canon}_{LA} (a + 0 + b - (a + 1) + b) = 2 * b - 1$$

$$\text{solve}_{LA} (2 * a + 3 * b + 3 = 0) = \begin{cases} a \mapsto -3 * k \\ b \mapsto 2 * k - 1 \end{cases}$$



# L'algorithme de Shostak

On maintient une partition des termes dans un **dictionnaire** (un terme est associé au représentant de sa classe d'équivalence)

Pour cela, on résout chaque égalité à l'aide du solveur `solveX` et les termes sont maintenus en forme normale à l'aide de `canonX`

Pour chaque égalité  $u = v$  :

1. canonizer  $u$  et  $v$  :  $u' = \text{canon}_X(u)$  et  $v' = \text{canon}_X(v)$
2. appeler `solveX(u',v')` : renvoie une substitution  $\sigma$
3. appliquer  $\sigma$  aux représentants et les canonizer

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	f(a)
2a - f(a)	2a - f(a)
f(2a - f(a))	f(2a - f(a))

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

On traite  $f(a) - a = 0$

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	f(a)
2a - f(a)	2a - f(a)
f(2a - f(a))	f(2a - f(a))

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

$$\text{solve}(f(a) - a, 0) = [f(a) \mapsto a]$$

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	f(a)
2a - f(a)	2a - f(a)
f(2a - f(a))	f(2a - f(a))

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

On applique la substitution

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	a
2a - f(a)	2a - a
f(2a - f(a))	f(2a - a)

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

On canonize les représentants

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	a
2a - f(a)	a
f(2a - f(a))	f(a)

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

On applique de nouveau la substitution

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	a
2a - f(a)	a
f(2a - f(a))	a

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

On traite  $f(2a - f(a)) = b$

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	a
2a - f(a)	a
f(2a - f(a))	a



## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

On canonize les termes de l'équation :  $a = b$

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	a
2a - f(a)	a
f(2a - f(a))	a

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

$$\text{solve}(a, b) = [b \mapsto a]$$

termes	représentants
0	0
b	b
a	a
2a	2a
f(a)	a
2a - f(a)	a
f(2a - f(a))	a

## Un exemple ...

$$f(a) - a = 0 \wedge f(2a - f(a)) = b$$

On applique la substitution

termes	représentants
0	0
b	a
a	a
2a	2a
f(a)	a
2a - f(a)	a
f(2a - f(a))	a

# Traitement des axiomes

Considérons les trois axiomes suivants (dans la syntaxe d'Alt-Ergo) qui définissent une relation d'ordre **le**

**logic** le: int,int  $\rightarrow$  prop

**axiom** refl: **forall** x:int. le(x,x)

**axiom** trans:

**forall** x,y,z:int. le(x,y) and le(y,z)  $\rightarrow$  le(x,z)

**axiom** antisym:

**forall** x,y:int. le(x,y) and le(y,x)  $\rightarrow$  x = y

# Traitement des axiomes

Considérons les trois axiomes suivants (dans la syntaxe d'Alt-Ergo) qui définissent une relation d'ordre **le**

**logic** le: int,int  $\rightarrow$  prop

**axiom** refl: **forall** x:int. le(x,x)

**axiom** trans:

**forall** x,y,z:int. le(x,y) and le(y,z)  $\rightarrow$  le(x,z)

**axiom** antisym:

**forall** x,y:int. le(x,y) and le(y,x)  $\rightarrow$  x = y

et quelques buts que nous voudrions prouver:

**goal** g1: le(2,5) and le(5,10)  $\rightarrow$  le(2,10)

**goal** g2: **forall** a:int. le(a,5) and le(5,8) and le(8,a)  $\rightarrow$  a=5

## Guider la génération d'instances

Durant la phase de recherche de preuve, Alt-Ergo cherche à créer de nouvelles instances des axiomes qu'il connaît.

# Guider la génération d'instances

Durant la phase de recherche de preuve, Alt-Ergo cherche à créer de nouvelles instances des axiomes qu'il connaît.

## Questions:

- ▶ Comment trouver les **bonnes instances** pour prouver un but ?
- ▶ Comment **limiter** le nombre d'instances (potentiellement prohibitif) ?

# Guider la génération d'instances

Durant la phase de recherche de preuve, Alt-Ergo cherche à créer de nouvelles instances des axiomes qu'il connaît.

## Questions:

- ▶ Comment trouver les **bonnes instances** pour prouver un but ?
- ▶ Comment **limiter** le nombre d'instances (potentiellement prohibitif) ?

**Réponse:** en utilisant des **heuristiques** !



# Guider la génération d'instances

Durant la phase de recherche de preuve, Alt-Ergo cherche à créer de nouvelles instances des axiomes qu'il connaît.

## Questions:

- ▶ Comment trouver les **bonnes instances** pour prouver un but ?
- ▶ Comment **limiter** le nombre d'instances (potentiellement prohibitif) ?

**Réponse:** en utilisant des **heuristiques** !

Les deux ingrédients principaux qui guident ou restreignent la création de nouvelles instances sont :

- ▶ des (listes de) **motifs** (triggers)
- ▶ une base de données de termes clos **connus**

Considérons l'axiome suivant:

logic P,Q,R: int  $\rightarrow$  prop

axiom ax1: forall x:int. (P(x) or Q(x))  $\rightarrow$  R(x)

Pour ne pas créer toutes les instances de ax1, pour tous les entiers x de l'univers, on peut restreindre son utilisation, par exemple au motif **P(x)**

Cette restriction a pour effet d'autoriser la création de nouvelles instances, **si et seulement si** un terme de la forme **P(a)** est "connu" par Alt-Ergo.

"**Connu**" veut dire que ce terme apparait dans le modèle SAT

# Effet des motifs sur la preuve

logic P,Q,R: int  $\rightarrow$  prop

axiom ax1: forall x:int. (P(x) or Q(x))  $\rightarrow$  R(x)

Ainsi, avec le motif P(x), on pourra prouver le but suivant :

goal g3: P(1)  $\rightarrow$  R(1)

Par contre, on ne pourra pas prouver :

goal g4: Q(2)  $\rightarrow$  R(2)

Pour cela, il faudrait utiliser le motif Q(x) pour ax1.

Heureusement, Alt-Ergo permet d'utiliser une **liste de motifs**. Il dispose également d'un algorithme qui tente de calculer les meilleurs motifs pour chaque axiome.

# Motifs explicites

Au cas où les motifs trouvés par Alt-Ergo ne soient pas les meilleurs, l'utilisateur peut en ajouter lors de la définition d'un axiome

Par exemple, on peut ajouter la liste de **motifs explicites**  $[f(x), Q(y)]$  à l'axiome ax2 suivant:

logic P,Q,R: int  $\rightarrow$  prop

logic f: int  $\rightarrow$  int

axiom ax2: forall x,y:int  $[f(x), Q(y)]. P(f(x)) \text{ and } Q(y) \rightarrow R(x)$

# Algorithme de filtrage

Alt-Ergo utilise un algorithme de **filtrage** (matching) pour créer de nouvelles instances de formules universellement quantifiées.

Étant donné un **terme**  $t$  et un **motif**  $P$ , l'algorithme renvoie un ensemble de **substitutions**  $S$  sur les variables de  $P$ , tel que

$$t = \sigma(P) \text{ pour toute substitution } \sigma \in S$$

# Limitations du filtrage

Ce filtrage **purement syntaxique** est très limité!

Considérons par exemple le problème suivant:

logic P,R : int  $\rightarrow$  prop

logic f : int  $\rightarrow$  int

axiom ax : forall x:int **[P(f(x))]**. P(f(x))  $\rightarrow$  R(x)

goal g : forall a:int. P(a)  $\rightarrow$  a = f(2)  $\rightarrow$  R(2)

Le motif **P(f(x))** ne permet pas la création de l'instance de l'axiome ax qui permettrait de prouver g car il n'y a aucun terme connu de la forme **P(f(\_))** dans notre problème

Pour prouver ce but, il faut étendre l'algorithme de filtrage afin de trouver des substitutions **modulo** les égalités connues (ici, a = f(2))

# E-filtrage

Étant donné un **ensemble d'équations**  $E$ , un **terme**  $t$  et un motif  $P$ , l'algorithme de **e-filtrage** renvoie un ensemble de substitutions  $S$  sur les variables de  $P$ , tel que

$$E \models t = \sigma(P) \quad \text{pour toute substitution } \sigma \in S$$

Sur l'exemple précédent:

logic P,R : int  $\rightarrow$  prop

logic f : int  $\rightarrow$  int

axiom ax : forall x:int **[P(f(x))]**. P(f(x))  $\rightarrow$  R(x)

goal g1 : forall a:int. P(a)  $\rightarrow$  a = f(2)  $\rightarrow$  R(2)

l'algorithme de e-filtrage utilise l'égalité **a = f(2)** pour renvoyer la substitution  **$\sigma = \{x \mapsto 2\}$**  qui permet de créer **P(f(2))  $\rightarrow$  R(2)**

# Base de données des termes connus

La base de données des termes connus est formée des termes extraits des littéraux **supposés** ou **impliqués** par le SAT solveur

Le mécanisme de création d'instances est donc fortement impacté par le nombre et la pertinence de ces termes connus

- ▶ **Plus** il y a de termes connus, **plus** il y a d'instances de créées
- ▶ Des termes connus **inutiles** vont créer des instances **inutiles**



# Termes connus et mise en CNF

La forme des formules à prouver, et en particulier le processus de transformation en CNF, a un impact très fort sur le nombre de termes connus

Considérons par exemple la formule suivante:

$$A \vee (B \wedge C)$$

Quand  $A$  est supposé vrai, les termes de  $A$  deviennent connus et le reste des termes de la sous-formule  $(B \wedge C)$  peuvent être ignorés

# Termes connus et mise en CNF

La forme des formules à prouver, et en particulier le processus de transformation en CNF, a un impact très fort sur le nombre de termes connus

Considérons par exemple la formule suivante:

$$A \vee (B \wedge C)$$

Quand A est supposé vrai, les termes de A deviennent connus et le reste des termes de la sous-formule  $(B \wedge C)$  peuvent être ignorés

Cependant, la conversion en CNF (de Tseitin) donne

$$(A \vee X) \wedge (X \leftrightarrow (B \wedge C))$$

et le solveur SAT va devoir affecter une valeur à X (même si A est vrai) et les termes de B et C seront ajoutés à la base des termes.

# Mise en CNF paresseuse

Alt-Ergo utilise un SAT solveur couplé à un algorithme de mise en CNF qui transforme paresseusement la formule en entrée.

Par exemple, plutôt que d'envoyer la (CNF de la) formule  $A \vee (B \wedge C)$  au SAT, celui-ci reçoit uniquement la formule  $A \vee X$ , où  $X$  est un littéral particulier, appelé **proxy**.

Puis, le SAT "ouvre" **dynamiquement** ces proxies quand il les ajoute à son modèle.

Ainsi, c'est seulement quand  $X$  est supposé (vrai ou faux) par le SAT que l'on ajoute:

- ▶ les **deux littéraux**  $B$  et  $C$ , si  $X$  est supposé **vrai**
- ▶ la **clause**  $\neg B \vee \neg C$ , si  $X$  est supposé **faux**

Ainsi, on maîtrise mieux la base des termes connus lors des phases de filtrage.

# Polymorphisme

Alt-Ergo est le seul solveur SMT avec un langage d'entrée  
**polymorphe**

**type**  $\alpha$  list

**logic** cons: $\alpha, \alpha$  list  $\rightarrow \alpha$  list

**logic** hd: $\alpha$  list  $\rightarrow \alpha$

**axiom** hdcons : forall x: $\alpha$ . forall l: $\alpha$  list. hd(cons(x,l)) = x

- ▶ C'est un polymorphisme **prenexe** à la ML

# Traitement du polymorphisme par monomorphization

On peut penser à traiter les formules polymorphes en calculant **statiquement** :

- ▶ les instances des types polymorphes nécessaires pour prouver un but
- ▶ en répliquant les symboles et axiomes pour chacune de ces instances de type

# Monomorphization : exemple

Considérons les axiomes polymorphes de la théorie des tableaux:

type  $(\alpha, \beta)$  array

logic select :  $(\alpha, \beta)$  array,  $\alpha \rightarrow \beta$

logic store :  $(\alpha, \beta)$  array,  $\alpha, \beta \rightarrow (\alpha, \beta)$  array

axiom a1 :  $\forall a: (\alpha, \beta)$  array.  $\forall i: \alpha. \forall e: \beta. \text{select}(\text{store}(a, i, e), i) = e$

axiom a2 :  $\forall a: (\alpha, \beta)$  array.  $\forall i, j: \alpha. \forall e: \beta. i \neq j \rightarrow \text{select}(\text{store}(a, i, e), j) = \text{select}(a, j)$

axiom a3 :  $\forall a, b: (\alpha, \beta)$  array.  $(\forall i: \alpha. \text{select}(a, i) = \text{select}(b, i)) \rightarrow a = b$

# Monomorphization : exemple

Considérons les axiomes polymorphes de la théorie des tableaux:

type  $(\alpha, \beta)$  array

logic select :  $(\alpha, \beta)$  array,  $\alpha \rightarrow \beta$

logic store :  $(\alpha, \beta)$  array,  $\alpha, \beta \rightarrow (\alpha, \beta)$  array

axiom a1 :  $\forall a: (\alpha, \beta)$  array.  $\forall i: \alpha. \forall e: \beta. \text{select}(\text{store}(a, i, e), i) = e$

axiom a2 :  $\forall a: (\alpha, \beta)$  array.  $\forall i, j: \alpha. \forall e: \beta. i \neq j \rightarrow \text{select}(\text{store}(a, i, e), j) = \text{select}(a, j)$

axiom a3 :  $\forall a, b: (\alpha, \beta)$  array.  $(\forall i: \alpha. \text{select}(a, i) = \text{select}(b, i)) \rightarrow a = b$

Ainsi, pour prouver le but suivant :

goal g:

$\forall i, j: \text{int}.$

$\forall m: (\text{int}, (\text{int}, \text{int}) \text{ array}) \text{ array}.$

$\forall r: (\text{int}, \text{int}) \text{ array}. r = \text{select}(m, i) \rightarrow \text{store}(m, i, \text{store}(r, j, \text{select}(r, j))) = m$

il faut générer les instances des axiomes avec les types  $(\text{int}, (\text{int}, \text{int}) \text{ array}) \text{ array}$  et  $(\text{int}, \text{int}) \text{ array}$ .

# Limite de la monomorphization

Malheureusement, le fait de déterminer les instances de types (et donc d'axiomes) nécessaires pour prouver une formule monomorphe n'est pas **décidable** !

[Bobot & Paskevich, Fricos 2011]



# Traitement du polymorphisme dans Alt-Ergo

L'extension de la boucle principale d'Alt-Ergo (vue précédemment) au traitement des types et formules polymorphes revient uniquement à :

- ▶ modifier le front-end (système de type)
- ▶ étendre l'algorithme de filtrage pour renvoyer des **substitutions de type**

Le reste du système est **inchangé** !

# Traitement des symboles AC

Le traitement des symboles associatif-commutatif (AC) est difficile à automatiser :

$$(A) \quad \forall x, y, z. \quad u(u(x, y), z) = u(x, u(y, z))$$

$$(C) \quad \forall x, y. \quad u(x, y) = u(y, x)$$

Alt-Ergo étend l'algorithme de Shostak pour traiter les symboles AC définis par l'utilisateur :

```
logic ac u : int, int → int
```

```
goal g :
```

```
  forall x, y, z, a, b, c1, c2, d, e1, e2:int.
```

```
  u(z-y,b) - a = x and u(b,y+1)=a and z=2*y+1 → x=0
```

Cela est réalisé en combinant des techniques de réécriture modulo AC ([complétion close modulo AC](#)) avec les solvers/canonizers des théories de Shostak.

Pour résumer

# Alt-Ergo en un clin d'oeil

- ▶ Solveur SMT **purement fonctionnel** écrit en OCaml
- ▶ Principaux algorithmes **certifiés avec Coq**

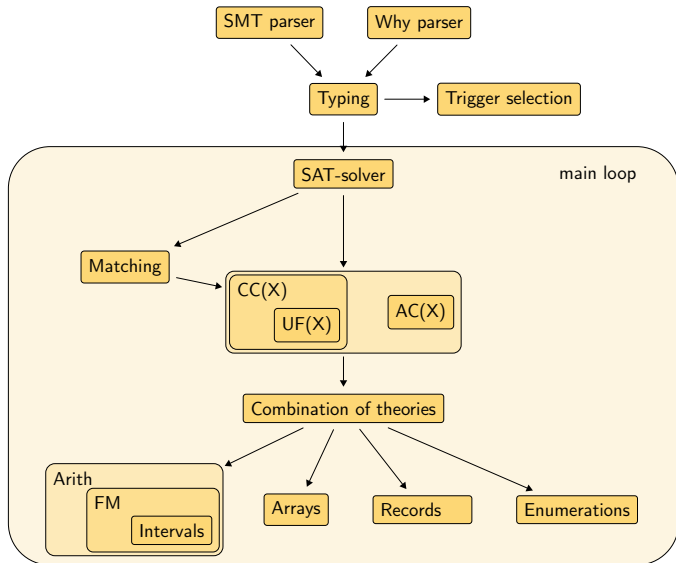
# Alt-Ergo en un clin d'oeil

- ▶ Solveur SMT **purement fonctionnel** écrit en OCaml
- ▶ Principaux algorithmes **certifiés avec Coq**

Quelques particularités d'Alt-Ergo :

- ▶ Combinaison de procédures de décision à la Shostak
- ▶ CNF paresseuse
- ▶ Logique polymorphe
- ▶ Traitement des symboles AC

# Architecture complète d'Alt-Ergo



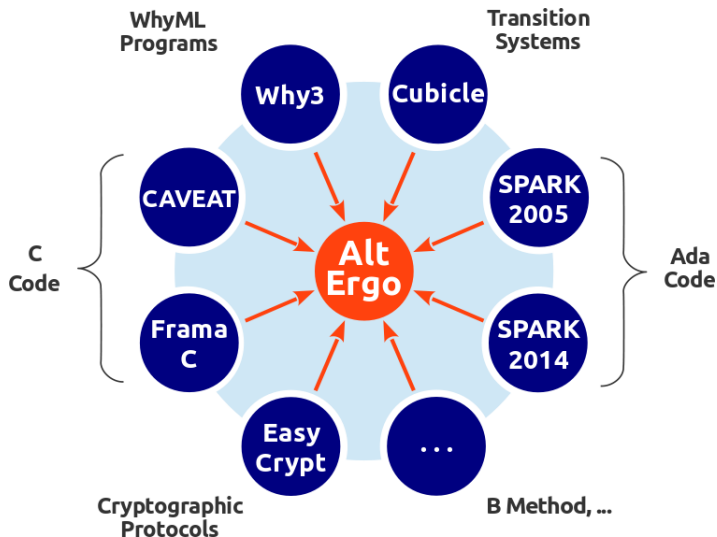
# Chronologie de la construction d'Alt-Ergo

- ▶ 10/2006 : SAT naïf, égalité, arithmétique linéaire
- ▶ 02/2007 : polymorphisme, CC(X)
- ▶ 07/2008 : backjumping, stratégies de preuve
- ▶ 07/2009 : symboles AC
- ▶ 05/2010 : théorie des tableaux, arithmétique non-linéaire
- ▶ 04/2011 : types énumérés, interface graphique, explications
- ▶ 12/2011 : théorie des enregistrements,
- ▶ 01/2013 : production de modèles
- ▶ 09/2013 : OCamlPro (vers un démonstrateur plus efficace)
- ▶ 12/2014 : architecture à plugins
- ▶ 01/2015 : nouvelles structures de données, CDCL
- ▶ 11/2015 : améliorations (arithmétique, analyse par cas)
- ▶ 02/2016 : améliorations (filtrage, SAT)

## Alt-Ergo dans la pratique



# Utilisations d'Alt-Ergo



## Quelques résultats

	Alt-Ergo (1.20)	CVC4 (1.4)	Z3 (4.4.0)
Atelier-B (12928 PO)	<b>97,34%</b> (7328s)	93,97% (5860s)	85,88% (2668s)
Gallerie Why3 (9752 PO)	<b>89.20%</b> (6808s)	85.39% (3069s)	79.83% (5456s)
SPARK 2014 (15994 PO)	<b>78.44%</b> (3116s)	75.92% (612s)	78.10% (1279s)

# Qualification DO-178C

Alt-Ergo est le seul solveur SMT qualifié au sens de la norme DO-178C (utilisé par Airbus Industrie dans le cadre de son projet A350).



# Contributeurs

Les principaux contributeurs à Alt-Ergo sont :

François Bobot (CEA)

Évelyne Contejean (LRI)

Denis Cousineau (Prove & Run)

Claire Dross (Adacore)

Mohamed Iguernlala (OcamlPro)

Johanes Kanig (Adacore)

Stéphane Lescuyer (Prove & Run)

Alain Mebsout (Iowa University)

Cody Roux (Carnegie Mellon University)

# MERCI !

Venez visiter le site web d'Alt-Ergo:

<https://alt-ergo.ocamlpro.com>



**An SMT Solver For Software Verification**

