

# UNE CAVITÉ GRAVITATIONNELLE POUR ATOMES



P. DESBIOLLES  
et J. DALIBARD <sup>(1)</sup>

**RÉSUMÉ :** Cet article est consacré à la présentation théorique d'une cavité gravitationnelle pour atomes neutres. Cette cavité comporte un seul miroir, formé par une onde lumineuse évanescente se propageant à la surface d'un diélectrique. Nous discutons la stabilité des trajectoires atomiques ainsi que le « chauffage » des atomes dû aux reculs aléatoires se produisant lors des processus d'émission spontanée. Nous montrons que, pour des puissances laser raisonnables, des temps de stockage supérieurs à la seconde peuvent être attendus, ce qui correspond à un mouvement comportant, pour chaque atome, plusieurs dizaines de rebonds sur le miroir lumineux.

**ABSTRACT :** *This paper is devoted to a theoretical presentation of a gravitational cavity for neutral atoms. This cavity involves a single mirror formed by an evanescent wave propagating at the surface of a dielectric medium. We discuss the stability of the atomic trajectories and the "heating" due to the random recoils occurring because of spontaneous emission processes. We show that for reasonable laser powers, storage times longer than 1 second can be achieved. This corresponds in average to several tens of bounces per atom on the light mirror.*

## 1. INTRODUCTION

Le domaine du refroidissement et du piégeage d'atomes neutres par laser a connu au cours des cinq dernières années un développement spectaculaire. On sait maintenant préparer des nuages atomiques dont la température n'est que de quelques micro-Kelvins et confiner ces nuages atomiques dans des pièges lumineux pendant des durées de plusieurs secondes, voire plusieurs minutes. De telles performances ouvrent des

perspectives très prometteuses dans le domaine de la métrologie et des standards de fréquence et, plus généralement, en spectroscopie de très haute résolution [1].

Parmi les diverses méthodes permettant de confiner des atomes ultra-froids, les cavités atomiques constituent une approche particulièrement séduisante. L'élément de base de ces cavités est le miroir à atomes, formé par une onde lumineuse évanescente à la surface d'un diélectrique [2,3,4]. La fréquence de l'onde est choisie supérieure à la fréquence de résonance de l'atome, de sorte que l'atome arrivant sur le diélectrique

<sup>(1)</sup> Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne de l'ENS\*, 24, rue Lhomond, F-75231 Paris Cedex 05, France.

\* Unité de recherche de l'École normale Supérieure et de l'Université Paris 6, associée au CNRS.

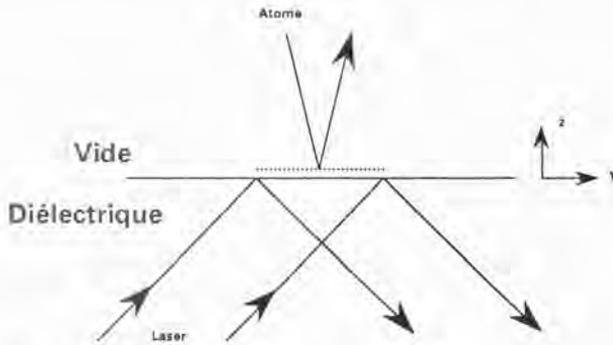


Fig. 1. - Miroir à atomes formé par une onde lumineuse évanescente se propageant à la surface d'un diélectrique. La fréquence lumineuse est choisie supérieure à la fréquence de résonance atomique de telle sorte que l'atome soit repoussé par les régions de haute intensité lumineuse.

est repoussé des régions de haute intensité lumineuse. Si la vitesse initiale de l'atome perpendiculairement au miroir est suffisamment faible, cet atome est alors réfléchi et ne va pas se coller sur la surface du diélectrique (Fig. 1).

L'assemblage de tels miroirs avec des rayons de courbure convenables devrait permettre de réaliser des cavités stables, semblables à celles que l'on sait concevoir pour des ondes électromagnétiques [5]. On pourra alors accumuler un grand nombre d'atomes dans ces cavités, les atomes étant la plus grande partie du temps dans une zone d'intensité lumineuse nulle. Ceci peut constituer dans bien des cas un avantage par rapport aux pièges laser classiques, où les atomes absorbent et émettent des photons en permanence. Pour les standards de fréquence par exemple, on souhaite disposer du maximum d'atomes lents pour obtenir un bon rapport signal sur bruit, mais les pièges lasers habituels sont inadaptés à la fabrication d'une horloge. En effet, l'interaction continue des atomes avec l'onde lumineuse piègeante crée des déphasages incontrôlables des niveaux atomiques en jeu dans la transition d'horloge. Dans une cavité atomique au contraire, on peut espérer avoir un bien meilleur contrôle de ces déphasages, qui ne se produisent qu'au voisinage immédiat des miroirs.

Une autre application spectaculaire des cavités atomiques est l'interférométrie à ondes de matière [6]. La mise en évidence des modes de ces cavités serait la première réalisation d'une interférométrie atomique à ondes multiples [7]. De tels interféromètres pourraient constituer des capteurs extrêmement performants pour détecter des champs de rotation ou d'accélération, profitant à la fois du gain en sensibilité de l'interférométrie atomique par rapport à l'interférométrie lumineuse [8,9], et de la plus grande sensibilité de l'interférométrie à ondes multiples par rapport aux interféromètres atomiques à deux ondes qui sont les seuls à avoir été réalisés jusqu'à maintenant [6]. A plus long terme, l'étude du remplissage des différents modes de la cavité pourrait constituer un test des propriétés de statistiques quan-

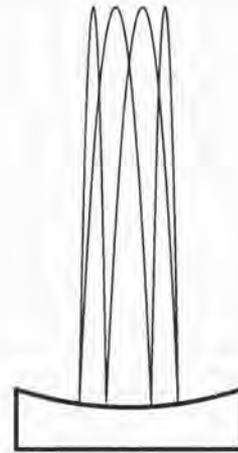


Fig. 2. - Cavité gravitationnelle atomique à un miroir. Le mouvement paraxial autour de la verticale est stable pourvu que le sommet de la trajectoire atomique se situe sous le foyer du miroir. La courbure du miroir a été exagérée pour être clairement visible.

tiques des atomes étudiés. S'il s'agit d'atomes bosoniques, on devrait pouvoir en accumuler un grand nombre dans le même mode de la cavité; s'il s'agit d'atomes fermioniques au contraire, le principe de Fermi interdit de mettre plus d'une particule par mode.

Cet article est consacré à une présentation de la cavité atomique la plus simple au moins conceptuellement puisqu'elle ne comporte qu'un seul miroir (Fig. 2) : les atomes sont lâchés sans vitesse initiale au-dessus du miroir et y rebondissent à la manière d'un sauteur sur un tremplin. Le miroir est courbé de manière à assurer la stabilité transversale du mouvement au voisinage de l'axe vertical. Le fonctionnement du miroir pour des atomes à deux niveaux est présenté dans la partie 2. Nous y discutons également le problème du chauffage introduit par les processus d'émission spontanée lors du rebond. Dans la partie 3, nous étudions le fonctionnement de la cavité gravitationnelle, d'abord pour un miroir parfait, puis compte tenu du chauffage spontané. Enfin la partie 4 est consacrée à la discussion des modifications apportées au fonctionnement de la cavité par la structure interne, en particulier hyperfine, des atomes.

## 2. LE MIROIR POUR UN ATOME À DEUX NIVEAUX

Dans cette section, nous décrivons le fonctionnement d'un miroir atomique pour un atome à deux niveaux. Nous rappelons d'abord l'expression de la force s'appliquant sur un atome dans un gradient d'intensité lumineuse. Nous donnons ensuite l'expression de la condition de rebond d'un atome dans une onde lumineuse évanescente, et nous terminons par l'analyse des processus aléatoires d'émission spontanée qui peuvent se produire lors du rebond.

Nous modélisons ici la transition atomique quasi-résonnante avec la lumière laser par deux niveaux séparés par une énergie  $\hbar\omega_A$ , un niveau fondamental stable  $g$  et un niveau excité  $e$  de durée de vie  $\Gamma^{-1}$ . Lorsqu'un tel atome est placé dans une onde lumineuse de fréquence angulaire  $\omega_L$ , présentant un gradient d'intensité, il subit une force appelée force dipolaire, ou force de gradient. Cette force dérive du potentiel :

$$U(\vec{r}) = \frac{\hbar\delta}{2} \ln(1 + s(\vec{r})), \quad (1)$$

où on a posé  $\delta = \omega_L - \omega_A$  et où  $s(\vec{r})$  est le paramètre de saturation de l'atome au point  $\vec{r}$ . Ce paramètre de saturation s'exprime en fonction de  $\Gamma$ ,  $\delta$  et de la fréquence de Rabi  $\Omega(\vec{r})$  :

$$s(\vec{r}) = \frac{\Omega^2(\vec{r})/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4}, \quad (2)$$

la fréquence de Rabi étant elle-même définie à partir du champ électrique local  $\vec{E}(\vec{r})$  et du dipôle atomique  $\vec{d}$  associé à la transition  $g \leftrightarrow e$  :

$$\frac{\hbar\Omega(\vec{r})}{2} = -\vec{d} \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad (3)$$

On constate sur (1) que l'atome est repoussé des régions de haute intensité lumineuse lorsque la fréquence laser est choisie supérieure à la fréquence de résonance atomique ( $\delta > 0$ ), et qu'il est attiré par les régions de haute intensité dans le cas contraire.

Dans la suite de cet article, nous nous intéresserons tout particulièrement à la situation de faible saturation  $s(\vec{r}) \ll 1$  et de grand désaccord  $\delta \gg \Gamma$ . Dans ce cas, la forme et l'interprétation du potentiel  $U(\vec{r})$  deviennent très simples :

$$U(\vec{r}) \simeq \frac{\hbar\delta}{2} s(\vec{r}) \simeq \frac{\hbar\Omega^2(\vec{r})}{4\delta} \quad (4)$$

Cette quantité représente le déplacement de la position de l'état fondamental de l'atome sous l'effet du champ lumineux (effet Stark dynamique) [10]. La modification de l'énergie du niveau interne fondamental, dans lequel l'atome se trouve la plus grande partie du temps à faible saturation, joue donc le rôle d'une énergie potentielle pour le mouvement externe.

L'idée d'utiliser la force dipolaire pour fabriquer un miroir à atomes est due à Cook et Hill [2]. Elle a été mise en œuvre pour la première fois par Balykin et ses collaborateurs [3]. Ce miroir est formé par la partie évanescente d'une onde laser subissant une réflexion totale à la surface d'un diélectrique (Fig. 1). En notant  $\theta$  l'angle d'incidence de cette onde laser et  $n$  l'indice du

diélectrique, la condition de réflexion totale s'écrit  $n \sin\theta > 1$  et on a alors dans le vide une onde évanescente de la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \epsilon_i \vec{\epsilon}_i e^{-\alpha z} e^{i(k_x y - \omega_L t)} \quad (5)$$

où l'axe  $z$  est normal au miroir et où l'on a posé :

$$\alpha = \frac{\omega_L}{c} (n^2 \sin^2 \theta - 1)^{1/2} \quad (6)$$

$$\vec{k}_i = n \frac{\omega_L}{c} \sin \theta \vec{u}_y \quad (7)$$

L'amplitude  $\epsilon_i$  et la polarisation  $\vec{\epsilon}_i$  se déduisent de l'amplitude et de la polarisation de l'onde incidente grâce aux conditions de raccordement habituelles à la surface d'un dioptre.

Cette onde évanescente présente un gradient d'intensité important sur une échelle de longueur de l'ordre de la longueur d'onde lumineuse. Elle jouera le rôle d'un miroir pour les atomes incidents si  $\delta > 0$ , la condition de rebond s'écrivant :

$$\frac{1}{2} M v_z^2(\infty) < \frac{\hbar\Omega^2}{4\delta} \quad (8)$$

où  $\Omega$  est la fréquence de Rabi pour un atome situé au voisinage immédiat du diélectrique, et où  $v_z(\infty)$  est la vitesse atomique incidente normale au miroir. Si (8) n'est pas satisfaite, l'atome va venir toucher la surface du diélectrique et s'y coller. Au contraire, si (8) est vérifiée, la réflexion de l'atome va avoir lieu; il importe néanmoins de remarquer que cette réflexion peut ne pas être parfaitement spéculaire. En effet, au cours de la réflexion, il peut se produire des processus *absorption d'un photon-émission spontanée d'un photon de fluorescence*. Un tel processus communique à l'atome une impulsion  $\hbar(\vec{k}_i - \vec{k}_f)$ , où  $\hbar\vec{k}_f$  représente l'impulsion du photon de fluorescence. Le caractère aléatoire de la direction de  $\vec{k}_f$  provoque en moyenne un *chauffage* de l'atome lors du rebond. Pour un bon fonctionnement du miroir, il faut donc minimiser le nombre de ces processus.<sup>1</sup>

Le nombre moyen  $\bar{n}$  de photons émis lors d'un rebond se calcule à partir du taux d'émission spontanée d'un atome à une distance  $z$  au miroir :

$$\frac{d\bar{n}}{dt} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s(z)}{1 + s(z)} \quad (9)$$

ce qui donne pour un aller et retour :

$$\bar{n} = 2 \int_{\text{aller}} \frac{\Gamma}{2} \frac{s(z(t))}{1 + s(z(t))} dt \quad (10)$$

<sup>1</sup> Nous négligeons ici le chauffage lié aux fluctuations de la force dipolaire (cf. [12]), car nous nous limitons à des situations où la saturation est faible.

En utilisant  $dt = dz/v_z$  et en déduisant  $v_z(z)$  de la conservation de l'énergie :

$$\frac{1}{2} M v_z^2(\infty) = \frac{1}{2} M v_z^2(z) + U(z) \quad (11)$$

on obtient pour  $\bar{n}$  :

$$\bar{n} = \frac{\Gamma M v_z(\infty)}{\alpha \hbar \delta} \quad (12)$$

L'optimisation du miroir atomique consiste à fixer d'abord la vitesse  $v_z(\infty)$  maximale, notée  $v_{\max}$ , que l'on souhaite réfléchir sur ce miroir, la puissance laser incidente et la taille de la tache réfléchissante. Si le faisceau incident est dans le mode gaussien fondamental TEM<sub>00</sub>, la forme de cette tache est elliptique avec un petit axe noté  $r_0$  et un grand axe  $r_0/\cos\theta$ . Ceci permet de déterminer le « waist »  $w$  qui conduit au plus grand désaccord possible compatible avec la condition de rebond (8). On trouve  $w = \sqrt{2}r_0$  et

$$\delta \simeq \frac{\hbar \Omega_0^2}{2Mev_{\max}^2} \quad (13)$$

où  $\Omega_0 \equiv \Omega(\vec{r} = 0)$  est la fréquence de Rabi au centre de la tache réfléchissante. On vérifie alors que les valeurs de  $\delta$  et  $\Omega_0$  obtenues dans des situations expérimentales réalistes correspondent à un paramètre de saturation au niveau du miroir  $s(0)$  petit devant 1, ce qui était nécessaire pour utiliser (4).

Ceci conduit au nombre de photons spontanés émis lors de la réflexion d'un atome de vitesse  $v_{\max}$  :

$$\bar{n} = \frac{2e\Gamma M^2 v_{\max}^3}{\hbar^2 \alpha \Omega_0^2} \quad (14)$$

Finalement, on peut choisir l'angle d'incidence de l'onde laser de manière à maximiser le produit  $\alpha \Omega_0^2$  pour un faisceau laser incident donné. Par exemple, si ce faisceau est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence,<sup>2</sup> on trouve que l'angle optimal vérifie :

$$\sin \theta_{\text{opt}} = \left( \frac{n^2 + 2}{3n^2} \right)^{1/2} \quad (15)$$

Pour un indice de 1.51, ceci donne <sup>3</sup>  $\theta_{\text{opt}} = 52.5^\circ$ . On constate sur (14) que, comme attendu, la réflexion sur le miroir sera d'autant plus proche de la réflexion spéculaire

idéale que la vitesse  $v_{\max}$  à réfléchir sera faible et que la fréquence de Rabi  $\Omega_0$  sera grande. Il faut pour cela un faisceau laser incident intense et bien focalisé.

Donnons pour terminer quelques ordres de grandeurs correspondant à cette optimisation. Considérons une vitesse atomique incidente de 0.3 m/s correspondant à la situation expérimentale de la section suivante, et un miroir réalisé avec une onde laser de puissance 100 mW, avec une tache réfléchissante correspondant à  $r_0 = 1$  mm. Pour des atomes de sodium ( $\Gamma/2\pi = 10$  MHz,  $M = 23$  uma,  $\lambda = 590$  nm), le choix  $w = r_0 \sqrt{2}$  conduit à une fréquence de Rabi au centre de la tache réfléchissante  $\Omega_0 = 22\Gamma$ . En utilisant (13) et (14), on trouve alors  $\delta = 150 \Gamma$  et  $\bar{n} = 0.12$ . Il est donc possible de réaliser pour ces atomes un miroir assurant un rebond spéculaire pour 88 % des atomes. Pour des atomes de césium ( $\Gamma/2\pi = 5.2$  MHz,  $M = 133$  uma,  $\lambda = 852$  nm), ces nombres deviennent  $\Omega_0 = 51 \Gamma$ ,  $\delta = 76 \Gamma$  et  $\bar{n} = 1.95$ . La probabilité d'avoir une émission spontanée est alors supérieure à 1 à chaque rebond, ce qui ne permet pas d'assurer un rebond spéculaire pour la majorité des atomes. Il faudrait avoir recours à une puissance laser plus élevée ou un faisceau plus focalisé, et ajuster le désaccord en conséquence. Constatons pour finir que les valeurs de  $\delta$  et  $\Omega_0$  trouvées dans ces deux exemples sont bien dans le domaine de validité de l'approximation de faible saturation et grand désaccord qui a conduit aux équations (4) et (13).

### 3. LA CAVITÉ GRAVITATIONNELLE

Cette section est consacrée à la description d'une cavité atomique à un miroir, utilisant la gravité pour replier les trajectoires. Le miroir est concave de manière à assurer le confinement transversal des atomes (c.f. Fig. 2). Nous commençons par supposer le miroir parfait et nous décrivons les conditions de stabilité du mouvement paraxial, au voisinage de l'axe vertical. Nous prenons ensuite en compte le chauffage lié aux photons spontanés pour évaluer les limitations qu'il entraîne sur le temps de séjour des atomes dans la cavité.

Pour étudier la stabilité du mouvement paraxial, considérons un mouvement dans un plan vertical  $xOz$  et plaçons-nous dans la situation où la vitesse verticale  $v_z$  au moment du rebond est grande devant la vitesse transverse et où la hauteur de chute  $h$  est grande devant l'écart à l'axe  $x$  au moment du rebond. La vitesse verticale lors des différents rebonds est alors à peu près constante, et vaut  $\sqrt{2gh}$ . La position transverse  $x_n$  et la vitesse transverse  $(v_x)_n$  après le rebond  $n$  se déduisent de la position et de la vitesse après le rebond  $n-1$  par la formule :

$$\begin{pmatrix} x_n \\ (v_x)_n \end{pmatrix} = [M] \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ (v_x)_{n-1} \end{pmatrix} \quad (16)$$

<sup>2</sup> Nous nous limitons ici à cette configuration de polarisation qui est la plus simple dans le cas où l'on doit également prendre en compte la structure hyperfine et Zeeman des atomes (voir 4).

<sup>3</sup> On peut également choisir une forme elliptique pour le faisceau incident de manière à obtenir lors de la réflexion totale une tache éclairée circulaire. Ceci conduit à une valeur légèrement différente pour l'angle optimal :  $\theta_{\text{opt}} = 58.3^\circ$  [11].

où la matrice  $[M]$  s'écrit en fonction de  $h$ ,  $v_z$  et du rayon de courbure  $R$  du miroir :

$$[M] = \begin{pmatrix} 1 & 2v_z/g \\ -2v_z/R & 1 - 4v_z^2/gR \end{pmatrix} \quad (17)$$

La matrice  $[M]$  étant de déterminant 1, la condition de stabilité de la relation de récurrence (16) impose que cette matrice ait des valeurs propres de module 1, ce qui est équivalent à la condition :

$$|\text{Tr}(M)| = \left| 2 - \frac{8h}{R} \right| < 2 \quad (18)$$

Cette condition peut encore s'écrire :

$$h < \frac{R}{2} \quad (19)$$

Le mouvement paraxial sera donc stable si le point le plus haut de la trajectoire des atomes, situé à une hauteur  $h$  au-dessus du miroir, se trouve en-dessous du foyer de ce miroir, situé à une altitude  $R/2$ .

Nous prenons maintenant en compte le chauffage lié aux processus d'émission spontanée. Nous avons fait pour cela une simulation numérique du mouvement d'un grand nombre d'atomes lâchés avec une vitesse initiale moyenne nulle et à une hauteur moyenne  $h$  au-dessus du miroir. La dispersion des vitesses  $\Delta v_i$  et des dispositions  $\Delta p_i$  ( $i = x, y, z$ ) autour de ces valeurs moyennes sont prises de l'ordre de celles trouvées en pratique pour un piège magnéto-optique : les deux distributions correspondantes sont gaussiennes, avec  $\Delta v_i = 4 v_{\text{rec}}$  où  $v_{\text{rec}} = \hbar k/M$  est la vitesse de recul associée à un seul photon, et avec  $\Delta p_i = 0.1$  mm. Les caractéristiques atomiques choisies sont celles de l'atome de césium ou de sodium. Pour un atome donné et pour chaque rebond, deux tirages au sort sont faits pour modéliser le caractère aléatoire des processus d'émission spontanée :

- Le nombre  $n$  de photons spontanés émis est tiré au sort suivant une loi de Poisson de valeur moyenne  $\bar{n}$ , où  $\bar{n}$  est donné en (14). L'utilisation d'une loi de Poisson est justifiée à faible saturation ( $s \ll 1$ ) puisque les différents instants d'émission des photons spontanés sont alors décorrélés.

- La direction d'émission de chaque photon spontané est tiré au sort suivant une loi isotrope et la vitesse de l'atome est modifiée par le recul correspondant. Notons qu'en toute rigueur, plutôt qu'un diagramme d'émission isotrope, il aurait fallu prendre un diagramme de rayonnement dipolaire, dépendant de la polarisation du faisceau laser incident. Mais ceci aurait entraîné une complication notable du programme, sans changer qualitativement les résultats obtenus.

Dans cette simulation numérique, le diélectrique a une forme de paraboloïde, et sa partie réfléchissante

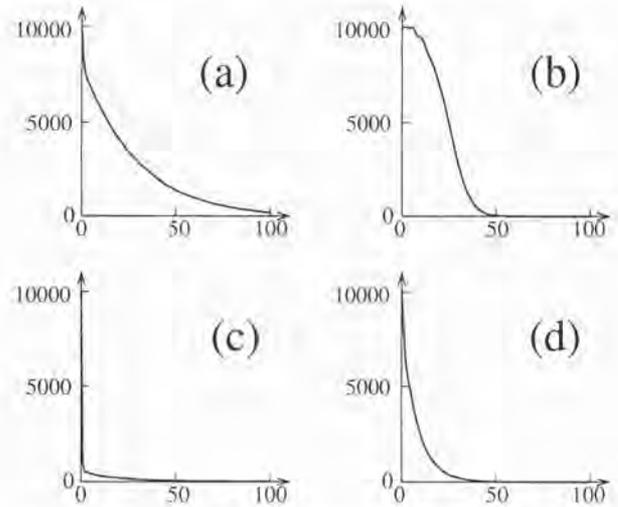


Fig. 3. - Variation du nombre d'atomes présents dans la cavité en fonction du nombre de rebonds. Le nombre d'atomes initial est de 10 000 (césium pour (a) et (b), sodium pour (c) et (d)). La puissance laser est  $P = 0.35$  Watt pour les quatre courbes, et le petit axe  $r_0$  de la tache réfléchissante est  $r_0 = 1$  mm pour (a),(c), et  $r_0 = 5$  mm pour (b),(d).

pour les atomes est constitué par un disque elliptique de petit axe  $r_0$ . L'onde laser, de puissance  $P$ , a un waist  $w = \sqrt{2}r_0$  et arrive avec l'angle d'incidence optimal  $\theta_{\text{opt}}$  déterminé à la section précédente. Tant que l'atome frappe la surface éclairée du diélectrique, il rebondit. En revanche, s'il tombe en-dehors de cette surface éclairée, il est considéré comme perdu. Le but de ce programme est de déterminer la fraction d'atomes restants après un nombre donné de rebonds.

La figure 3 présente les résultats obtenus pour une puissance laser de 0.35 Watt, pour deux valeurs du petit axe  $r_0$ , 1 mm et 5 mm, et pour les deux types d'atomes envisagés : césium ou sodium. Pour chaque courbe,  $10^4$  atomes sont lâchés d'une hauteur  $h = 5$  mm au-dessus d'un miroir de rayon de courbure 20 mm. Le temps entre deux rebonds est dans ces conditions de 0.065 seconde. On voit clairement sur ces courbes que, si l'on est intéressé en un grand nombre d'atomes restants après seulement quelques rebonds, il faut choisir une grande valeur de  $r$ . Ceci permet à la plupart des atomes de toucher le diélectrique dans la zone éclairée réfléchissante au premier rebond, malgré leur vitesse initiale transverse. Mais la fréquence de Rabi  $\Omega_0$  est alors faible et on est obligé de choisir un désaccord également relativement faible pour assurer le rebond (cf. (13)). Dans ce cas, le nombre de photons spontanés par rebond  $\bar{n}$  est assez élevé (une dizaine pour le césium, 1 pour le sodium) et les atomes sont rapidement éjectés en-dehors de la cavité. Au contraire, si on choisit une petite tache, la fréquence de Rabi et le désaccord du laser autorisés sont plus grands, ce qui conduit à une valeur beaucoup plus faible de  $\bar{n}$ . Seule une petite fraction des atomes tombent sur la zone réfléchissante lors des tous premiers rebonds, mais ces atomes peuvent ensuite être conservés

dans la cavité pendant plusieurs dizaines de rebonds, soit plusieurs secondes. Dans une expérience réelle, la durée de stockage dans ces conditions sera vraisemblablement limitée par les collisions des atomes avec le gaz résiduel.

#### 4. LE ROLE DE LA STRUCTURE INTERNE DES ATOMES

Nous avons considéré jusqu'ici un modèle d'atomes à deux niveaux pour traiter le problème du rebond sur l'onde évanescente. En fait les atomes utilisés sont essentiellement des alcalins et présentent une structure hyperfine. Nous allons étudier maintenant les modifications apportées par cette structure hyperfine aux résultats précédents.

La forme de cette structure hyperfine est rappelée sur la figure 4. La raie atomique considérée est la raie de résonance  $D_2$  des alcalins; elle va du niveau fondamental  $|g, J = 1/2\rangle$  vers le niveau excité  $|e, J = 3/2\rangle$ . Du fait du spin nucléaire ( $I = 3/2$  pour le sodium,  $I = 7/2$  pour le césium), le niveau fondamental se clive en deux sous-niveaux  $F_g = 1, 2$  pour Na,  $F_g = 3, 4$  pour Cs. Rappelons que c'est l'écart de fréquence entre ces deux sous-niveaux de l'atome de césium,  $\sim 9.2$  GHz, qui intervient dans la définition de l'étalon de temps. Le niveau excité se clive en quatre sous-niveaux,  $F_e = 0, 1, 2, 3$  pour Na,  $F_e = 2, 3, 4, 5$  pour Cs. Les écarts entre ces sous-niveaux excités sont de l'ordre de la centaine de mégaHertz (cf. Fig. 4), le fait que ces écarts soient petits devant les désaccords envisagés pour l'onde évanescente va permettre de simplifier notablement la prise en compte de ces différents sous-niveaux.

Nous nous plaçons ici dans la situation des faibles saturations ( $s \ll 1$ ) de telle sorte que le potentiel d'interaction entre l'atome et l'onde évanescente est décrit avec une très bonne approximation par le déplacement lumineux des différents états fondamentaux. Il faut donc diagonaliser dans l'état fondamental l'opérateur déplacement lumineux, obtenu au deuxième ordre de la théorie des perturbations :

$$V = \frac{\hbar^2 \Omega^2(\vec{r})}{4} \sum_e \frac{(\vec{S}^- \cdot \vec{\epsilon}_L^*) |e\rangle \langle e| (\vec{S}^+ \cdot \vec{\epsilon}_L)}{\hbar \omega_L + E(F_g) - E(e)} \quad (20)$$

Cette somme porte sur tous les états excités  $e$ ,  $E(e)$  représentant l'énergie de chacun de ces états.  $E(F_g)$  est l'énergie de l'un des deux niveaux hyperfins fondamentaux. En effet, puisque les déplacements lumineux attendus sont petits devant l'écart hyperfin fondamental, nous pouvons négliger le couplage induit par l'opérateur déplacement lumineux entre les deux sous-niveaux hyperfins fondamentaux, et diagonaliser séparément la restriction de cet opérateur à chacun de ces sous-

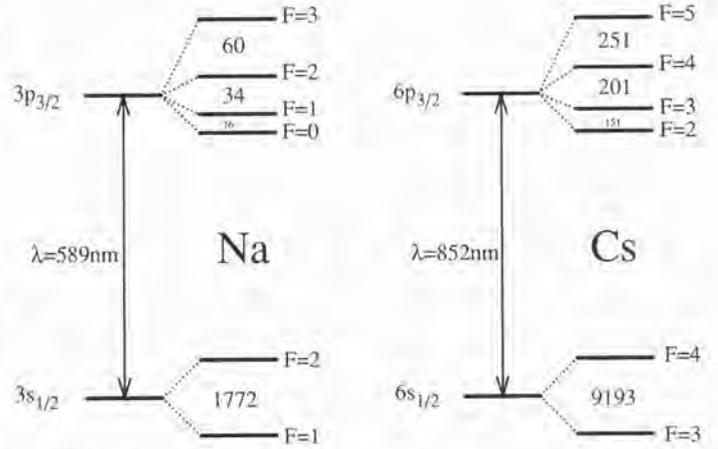


Fig. 4. - Structure hyperfine de la raie  $D_2$  des atomes de sodium et de césium. Les écarts entre sous-niveaux sont indiqués en MHz. Pour des désaccords atome-laser grands devant la structure hyperfine de l'état excité, et pour un choix de polarisation de l'onde évanescente perpendiculaire au plan d'incidence, le potentiel créé par la lumière est le même pour tous les sous-niveaux Zeeman d'un sous-niveau hyperfin fondamental  $F$  donné.

niveaux. Dans (20),  $\vec{\epsilon}_L$  représente la polarisation, éventuellement complexe, de l'onde laser. La fréquence de Rabi  $\Omega(\vec{r}) = 2d\mathcal{E}(\vec{r})/\hbar$  est proportionnelle au produit du dipôle réduit  $d$  de la transition atomique par l'amplitude de l'onde lumineuse. Enfin, les opérateurs  $\vec{S}^+$  et  $\vec{S}^-$  sont les parties montantes et descendantes du dipôle atomique; pour un choix d'axe de quantification  $Oz$  donné, et en introduisant la base standard pour cet axe  $\vec{\epsilon}_q$  ( $q = 0, \pm 1$ ), on relie les éléments de matrice de  $\vec{S}^+$  et  $\vec{S}^- = (\vec{S}^+)^\dagger$  aux coefficients de Clebsch-Gordan :

$$\langle e, F', m_F' | \vec{S}^+ \cdot \vec{\epsilon}_q | g, F, m_F \rangle = (F', m_F + q; F, 1, m_F, q) \delta_{m_F', m_F + q} \quad (21)$$

A priori, les différents sous-niveaux hyperfins de l'état excité contribuent à la somme (20) avec les énergies différentes, ce qui rend la diagonalisation de  $V$  difficile. Néanmoins, les désaccords  $\delta$  envisagés en pratique sont grands devant la structure hyperfine de l'état excité<sup>4</sup>. Par exemple, sur la figure 3, le désaccord pour  $r = 1$  mm est de 14 GHz pour Na et 4 GHz pour Cs. Dans ces conditions, on peut remplacer le dénominateur de (20) par une valeur ne dépendant que de l'état fondamental considéré  $\hbar\delta(F_g)$  en faisant l'approximation que tous les  $E(e)$  sont égaux. La somme sur les états excités devient une simple relation de fermeture et on obtient :

$$V = \frac{\hbar \Omega^2(\vec{r})}{4\delta(F_g)} (\vec{S}^- \cdot \vec{\epsilon}^*) (\vec{S}^+ \cdot \vec{\epsilon}) \quad (22)$$

<sup>4</sup> En toute rigueur, ceci n'est vérifié que pour des valeurs faibles de  $r_0$ . Pour  $r_0=5$  mm en particulier, le désaccord est du même ordre de grandeur que la structure hyperfine du niveau excité.

Cet opérateur est purement électronique puisque le spin nucléaire n'y intervient pas. Pour le diagonaliser dans un des deux états fondamentaux atomiques, on peut remarquer qu'il peut s'écrire comme somme d'opérateurs tensoriels irréductibles de rang 0, 1 et 2. Comme le spin électronique de l'état fondamental est  $J_g = 1/2$ , seules les parties de rang 0 et de rang 1 contribuent à l'ordre 1 en  $V$ .

L'expression de  $V$  peut encore se simplifier dans le cas où la polarisation de l'onde évanescente est linéaire. Ceci se produit si l'onde incidente est polarisée elle-même linéairement perpendiculairement au plan d'incidence. Il est aisé de constater dans ce cas que la partie vectorielle (i.e. de rang 1) de  $V$  est nulle, si bien que  $V$  est simplement scalaire. On trouve :

$$V = \frac{\hbar \Omega^2 \langle \vec{r}^2 \rangle}{6\delta(F_g)} \quad (23)$$

Tous les niveaux Zeeman d'un même niveau hyperfin ont dans ce cas le même déplacement lumineux; la dégénérescence Zeeman n'est pas levée par l'onde évanescente et il y a simplement réduction par un facteur 2/3 du potentiel considéré dans la première partie. Par exemple, les courbes de la figure 3 restent valables, mais correspondent en fait à des puissances laser supérieures par un facteur 3/2 aux puissances annoncées pour un atome à deux niveaux (i.e. 0.5 Watt).

En revanche, si la polarisation incidente est linéaire mais non perpendiculaire au plan d'incidence, la polarisation de l'onde évanescente acquiert une certaine ellipticité. La composante de rang 1 de  $V$  est alors non nulle, et il y a levée de dégénérescence du niveau fondamental par l'onde évanescente de manière équivalente à ce qui se produit pour l'effet Zeeman. La dynamique de l'état atomique interne lors du rebond est alors beaucoup plus complexe, et les possibilités ouvertes par cette levée de dégénérescence sont en cours d'étude.

## 5. CONCLUSION

En conclusion, nous avons vu dans cet article que la conception et la réalisation pratique d'une cavité gravi-

tationnelle pour atomes neutres était tout à fait à portée des moyens actuels. Nous avons discuté l'influence de l'émission spontanée sur le temps de stockage des atomes dans la cavité, et montré l'existence de deux régimes : l'un où un grand nombre d'atomes est stocké mais pour un petit nombre de rebonds, et l'autre où une faible proportion des atomes est stockée pour quelques dizaines de rebonds.

Nous nous sommes limités ici à une description classique du mouvement des atomes. Pour l'évaluation du temps de séjour des atomes dans la cavité, cette approche est tout à fait satisfaisante. En revanche pour des applications en liaison avec l'interférométrie atomique, il est nécessaire de tenir compte de la nature quantique du mouvement atomique. La première étape de cette description, qui a consisté à calculer les modes propres de la cavité, a été menée en [7]. Deux grandes lignes de recherche devraient maintenant être abordées. Tout d'abord, il faudrait évaluer quantitativement les performances de ces interféromètres atomiques à ondes multiples en tant que détecteurs de champs d'accélération ou de rotation, et les comparer aux détecteurs à deux ondes [8,9]. Ensuite, pour la recherche d'effets collectifs, il faudrait étudier le problème du remplissage des différents modes de ces cavités, et chercher s'il est possible d'atteindre un régime stationnaire dans lequel plusieurs atomes seraient présents dans un même mode.

Indiquons pour terminer que plusieurs groupes sont désormais engagés dans cette recherche sur les miroirs et les cavités pour atomes. Les multiples perspectives de ce domaine, qui ont été soulignées en introduction, commencent tout juste à être explorées systématiquement, et les progrès enregistrés récemment dans la physique des atomes ultra-froids devraient entraîner un développement rapide de ces nouveaux dispositifs.

## REMERCIEMENTS

Nous remercions C. Aminoff, P. Bouyer, C. Cohen-Tannoudji et C. Salomon pour de fructueuses discussions tout au long de cette étude. Ce travail a bénéficié d'un soutien financier de la DRET (contrat 901496) et du Collège de France.

## RÉFÉRENCES

- [1] J. DALIBARD et C. SALOMON : rapport de prospective pour la DRET, février 1992.
- [2] R. COOK and R. HILL : Opt. Commun., **43**, 258, 1982.
- [3] V. I. BALYKIN, V. S. LETOKHOV, YU B. OVCHINNIKOV, A. I. SIDOROV : Phys. Rev. Lett. **60**, 2137, 1988.
- [4] M. A. KASEVICH, D. S. WEISS and S. CHU : Opt. Lett. **15**, 607, 1990.
- [5] V. I. BALYKIN and V. S. LETOKHOV : Appl. Phys. **B48**, 517, 1989.
- [6] Voir par exemple le numéro spécial de Appl. Phys. **B54**, 321-491 édité par J. Mlynek, V. Balykin et P. Meystre.
- [7] H. WALLIS, J. DALIBARD and C. COHEN-TANNOUDJI : Appl. Phys. **B54**, 407, 1992.
- [8] J. F. CLAUSER : Physica **B151**, 262, 1988.
- [9] C. J. BORDE : Physics Letters **A140**, 10, 1989.
- [10] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC, G. GRYNBERG : Processus d'interaction entre photons et atomes, INTERÉDITIONS, 1988.
- [11] R. KAISER : COMMUNICATION PRIVÉE, FÉVRIER 1992.
- [12] J. DALIBARD and C. COHEN-TANNOUDJI : JOSA **B2**, 1707, 1985.