

# *Une brève histoire des atomes froids*

## Cours 6

### Les réseaux optiques et le refroidissement par bande latérale

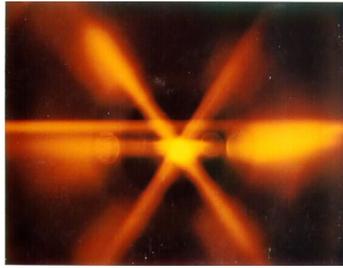
Jean Dalibard

Chaire *Atomes et rayonnement*

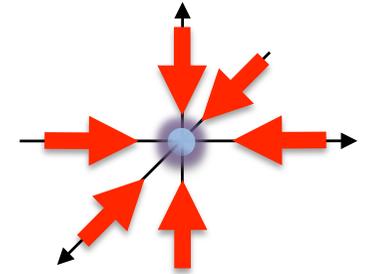
Année 2014-15



COLLÈGE  
DE FRANCE  
—1530—



## Bilan provisoire du cours



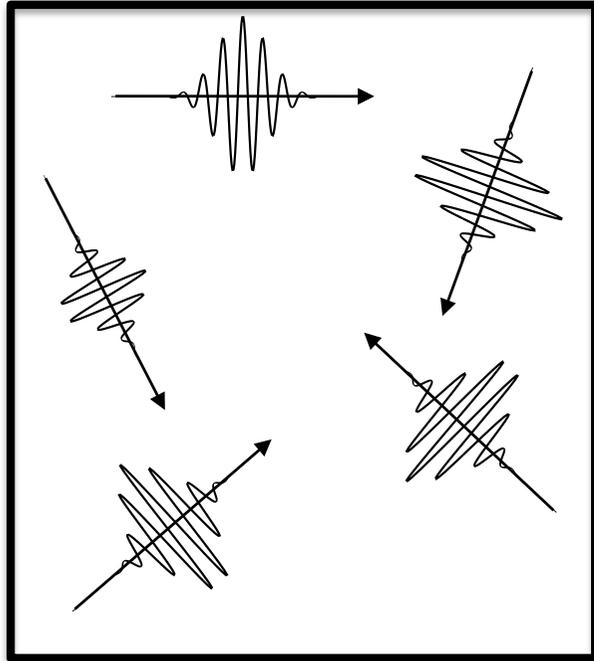
Nous avons identifié et étudié plusieurs mécanismes de refroidissement

- Effet Doppler  $\left\{ \begin{array}{l} \text{raie large} \\ \text{raie étroite} \end{array} \right.$
- Piégeage cohérent de population dans un état noir
- Refroidissement Raman
- Refroidissement Sisyphe

Loi d'échelle  
donnée par la  
vitesse de recul

$$v_r = \frac{\hbar k}{M}$$

# Vers la dégénérescence quantique ?



Gaz refroidi à la limite du recul :

$$v_0 = v_r \qquad k_B T = M v_r^2 = \hbar^2 k^2 / M$$

Chaque atome est représenté par un paquet d'ondes (de Broglie) d'extension donnée par la longueur d'onde thermique  $\lambda_T$

$$\lambda_T = \frac{\hbar \sqrt{2\pi}}{\sqrt{M k_B T}} = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi}}$$

$\lambda$  : longueur d'onde optique

Seuil de dégénérescence quantique : les paquets d'ondes commencent à se recouvrir

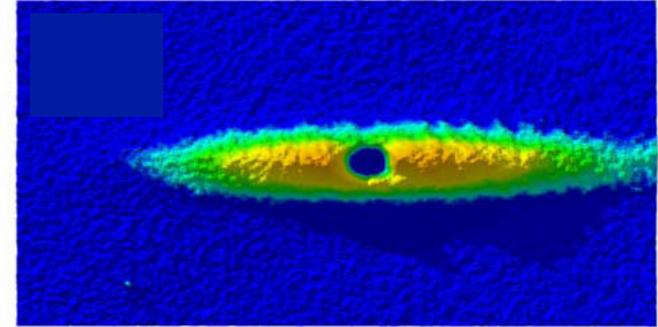
$$\text{Densité spatiale } n \text{ telle que : } n \approx \lambda_T^{-3} = (2\pi)^{3/2} \lambda^{-3} \qquad n \approx 50 \text{ atomes}/\mu\text{m}^3$$

**Rôle (néfaste) des effets collectifs assistés par la lumière ?**

# Comment minimiser ces effets néfastes

→ Expérience d'Innsbruck (2013)

*Isoler une petite partie du gaz en la rendant transparente à la lumière de refroidissement*



→ Passer à des pièges de fréquence élevée (pinces optiques ou réseaux optiques)

*Ouvre la voie vers un nouveau mécanisme : refroidissement par bande latérale*

# Plan du cours

## Effets collectifs et diffusion multiple

*Le régime Festina Lente dans un piège de fréquence élevée*

## Le refroidissement par bande latérale

*Régime Lamb-Dicke*

## Peut-on se passer de l'émission spontanée ?

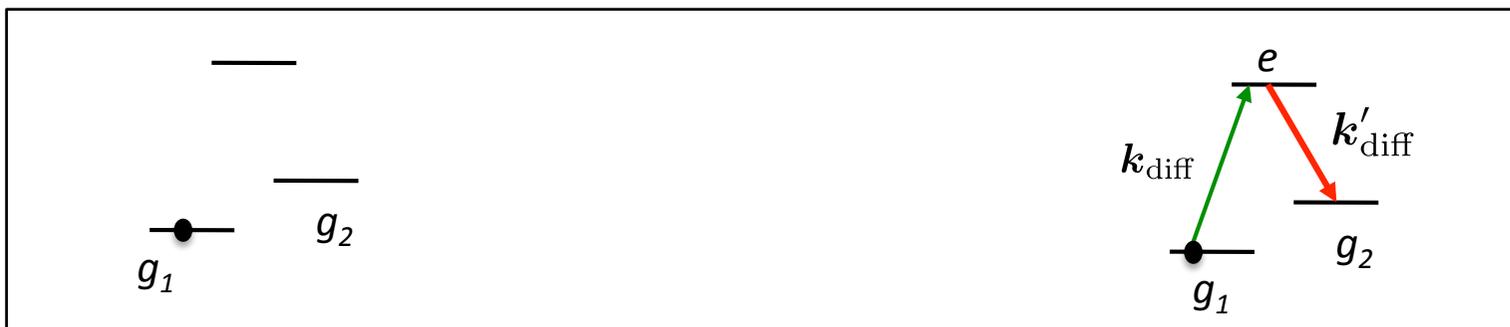
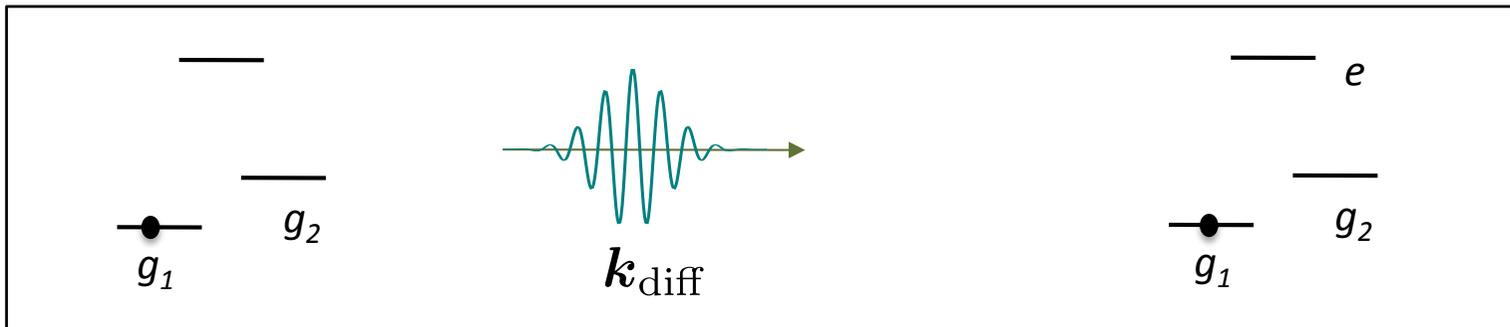
*En principe oui, mais...*

1.

Effets collectifs et diffusion multiple

# Rappel sur l'origine du problème

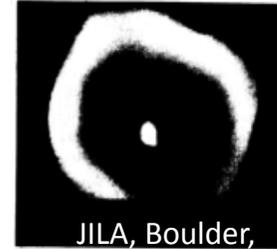
## Exemple du refroidissement Raman dans sa phase de repompage



# Les méfaits de la diffusion multiple

- Force répulsive entre atomes

*Taille du piège magnéto-optique*



- Tend à faire sortir les atomes de l'état noir

*Brouille la cohérence entre les différents états internes*

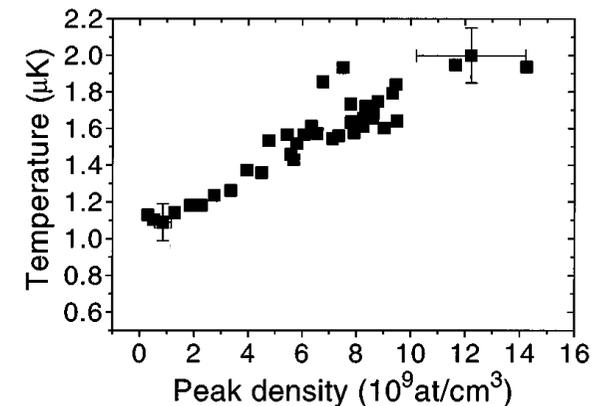
- Perturbe le repompement, par exemple dans le refroidissement Raman

- Diminue l'efficacité du refroidissement Sisyphé

*Boiron et al., mélasse grise*

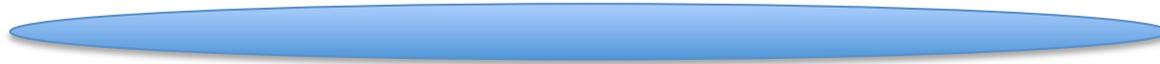
$$\frac{dT}{dn} \approx 600 \text{ nK}/(10^{10} \text{ cm}^{-3})$$

*$10^3$  à  $10^4$  fois trop grand : on voudrait une densité de  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  et 200 nK...*



# Quels remèdes contre la diffusion multiple ?

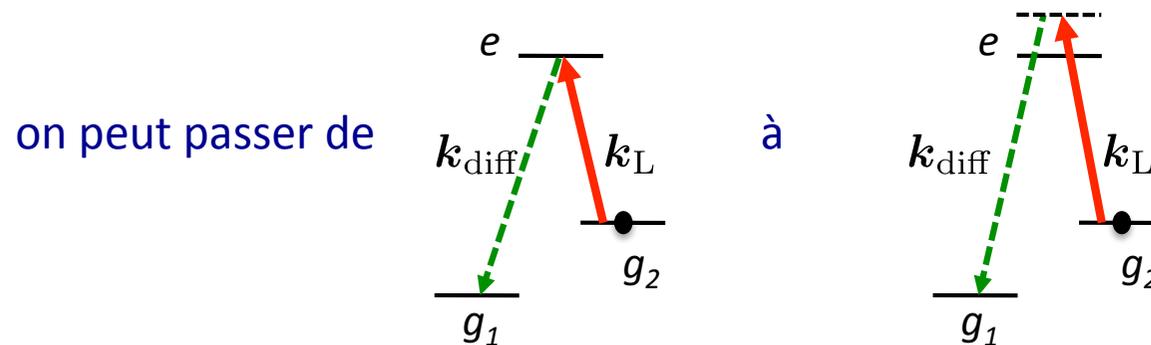
- Utiliser des échantillons très allongés ou très aplatis, pour favoriser la sortie des photons selon les directions de faible épaisseur ?



*efficace, au moins partiellement*

- Utiliser des lasers non résonants ?

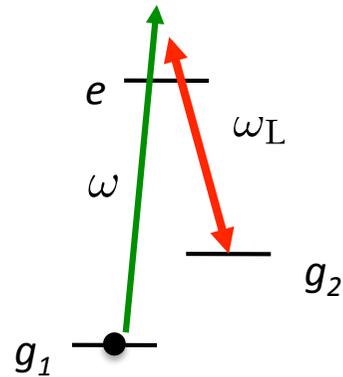
Par exemple, dans le processus de repompage du refroidissement Raman :



**Paradoxalement, la section efficace d'absorption pour le photon émis  $k_{\text{diff}}$  reste proche de sa valeur maximale  $\sim \lambda^2$**

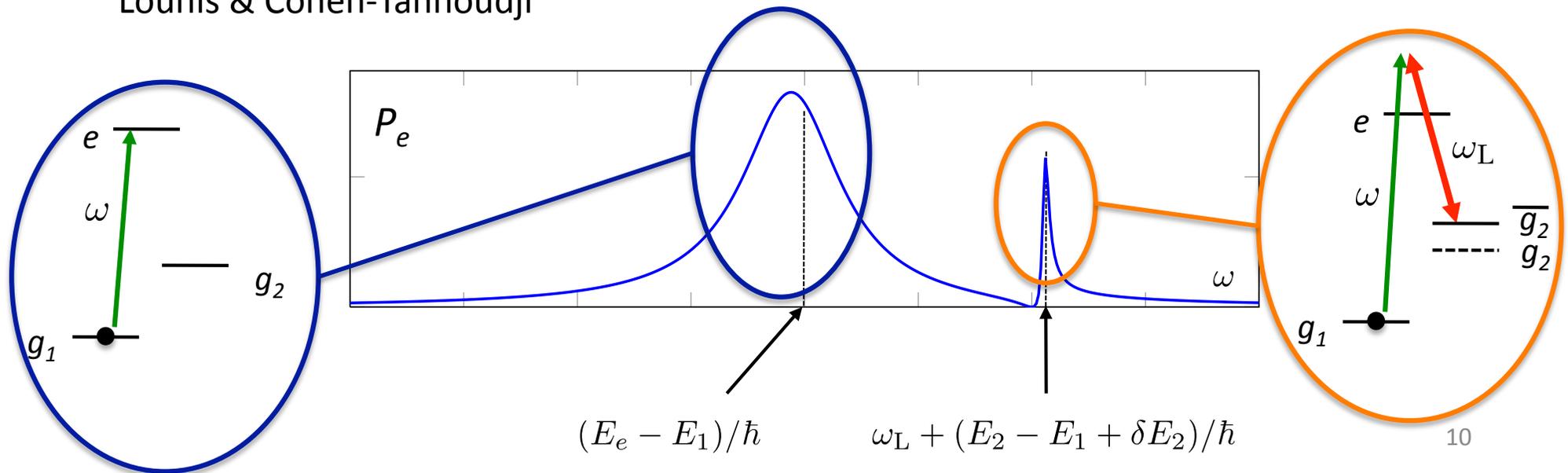
# Utiliser des lasers non résonants ?

Section efficace de diffusion par un atome « habillé », pour une transition en  $\Lambda$



On sonde l'atome à la fréquence  $\omega$  en présence du laser (désaccordé) à  $\omega_L$

Louis & Cohen-Tannoudji



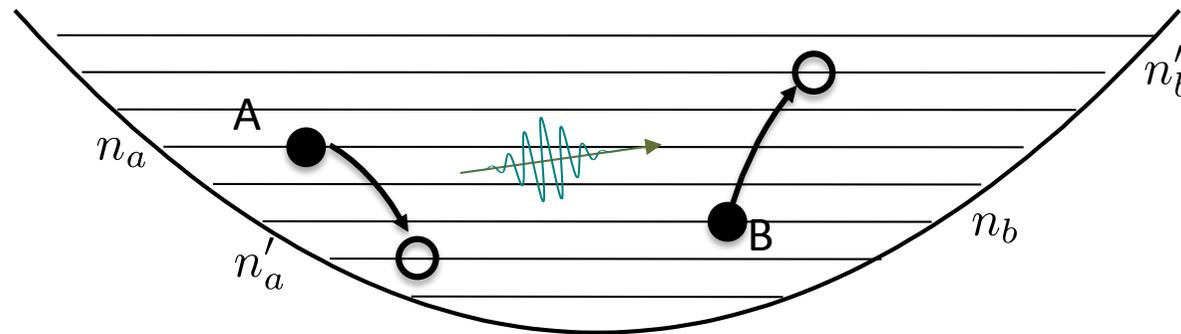
# Le régime Festina Lente

Cirac *et al.*, Castin *et al.*

Idée centrale : confiner les atomes dans un piège de pulsation  $\Omega$  élevée :

$$\Omega \gg \gamma$$

$\gamma$  : taux de pompage optique

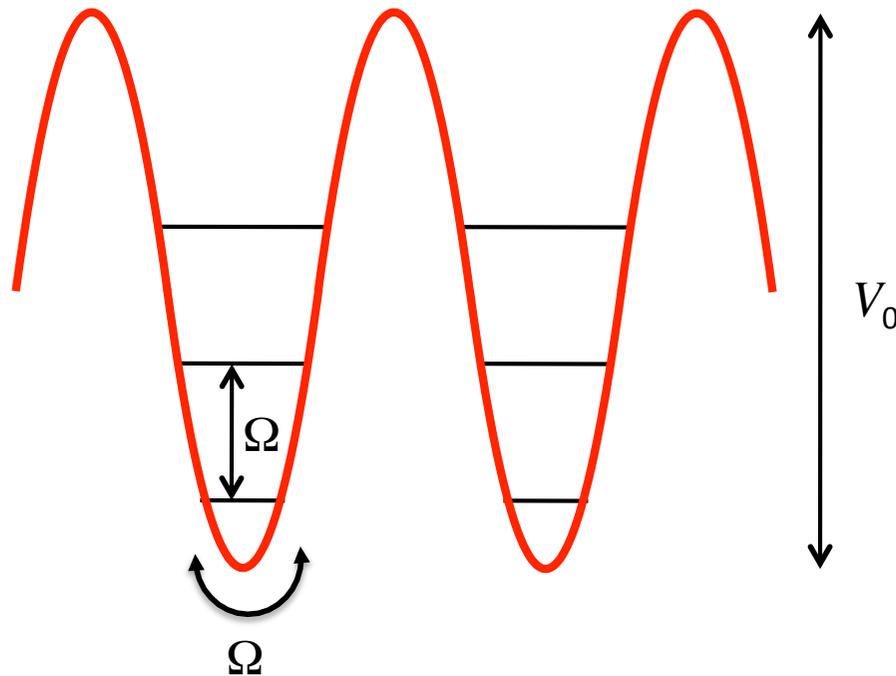


Si  $n'_a + n'_b = n_a + n_b$ , rien de grave : pas d'augmentation d'énergie du gaz

Si  $n'_a + n'_b \neq n_a + n_b$ , terme oscillant à la pulsation  $(n'_a + n'_b - n_a - n_b)\Omega$  dans l'équation pilote : peu d'influence dans la limite  $\Omega \gg \gamma$  (approximation séculaire)

*à rapprocher de l'approximation du champ tournant*

# Passage dans un réseau optique



Puits de potentiel réalisé par une onde lumineuse stationnaire

$$V(x) = V_0 \sin^2(kx)$$

$$\hbar\Omega = 2\sqrt{V_0 E_r} \quad E_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$$

On va réaliser simultanément :

$$\Omega \gg \gamma \quad \textit{Festina lente}$$

$$\Omega \gg \omega_r = \frac{\hbar k^2}{2M} \quad \textit{condition de Lamb-Dicke}$$

**Ouvre la voie au refroidissement par bande latérale**

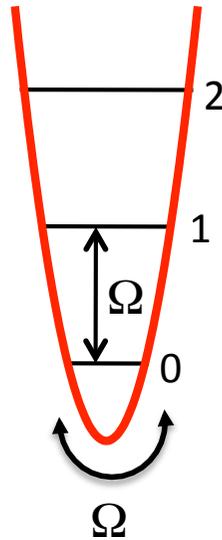
*Dans (presque) tout ce qui suit, on va traiter chaque site du réseau comme un puits harmonique*

2.

## Le refroidissement par bande latérale

$$\eta \equiv \sqrt{\frac{E_r}{\hbar\Omega}} = \sqrt{\frac{\omega_r}{\Omega}} \ll 1$$

$$E_r = \hbar\omega_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2M}$$

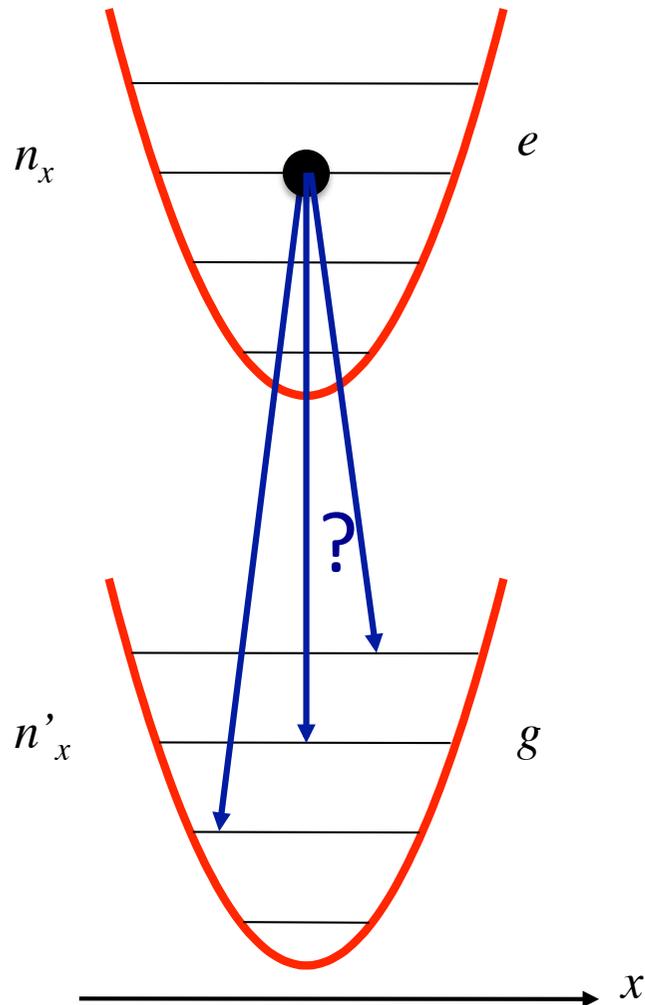


puits harmonique : niveaux  
d'énergie en  $(n + \frac{1}{2})\hbar\Omega$

$$n \in \mathbb{N}$$

# Emission d'un photon par un atome piégé

$$\eta = \sqrt{\frac{\hbar k^2}{2M\Omega}}$$



Emission spontanée d'un photon :

- état initial :  $|e, \mathbf{n}\rangle$
- état final :  $|g, \mathbf{n}'\rangle$

$$\mathbf{n} \equiv (n_x, n_y, n_z)$$

Quelles valeurs de  $\mathbf{n}'$  ?

Probabilité par unité de temps proportionnelle à :

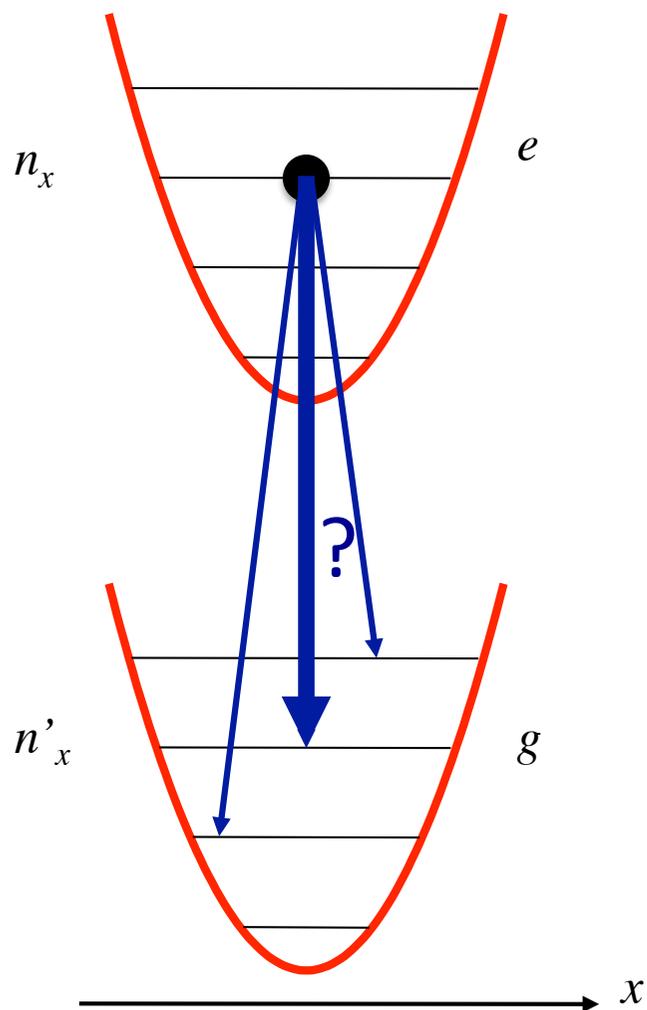
$$|\langle \mathbf{n}' | e^{i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}} | \mathbf{n} \rangle|^2$$

Extension spatiale d'un état  $\mathbf{n}$  :  $\approx \sqrt{n} a_{\text{oh}}$

avec  $a_{\text{oh}} = \left( \frac{\hbar}{M\Omega} \right)^{1/2}$  extension de l'état fondamental

Si  $n$  n'est pas très grand :  $|\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}| \sim k a_{\text{oh}} \sim \eta \ll 1$

# Le régime de Lamb-Dicke



Taux de  $e, n$  vers  $g, n'$  proportionnel à  $|\langle n' | e^{ik \cdot \hat{r}} | n \rangle|^2$

$$|kx| \sim \eta \ll 1$$

$$e^{ik\hat{x}} \approx 1 + ik\hat{x}$$

$$\hat{x} = \frac{a_{\text{oh}}}{\sqrt{2}} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$$

$$n = n'$$

$$\langle n' | \hat{x} | n \rangle \neq 0 \text{ ssi } n' = n \pm 1$$

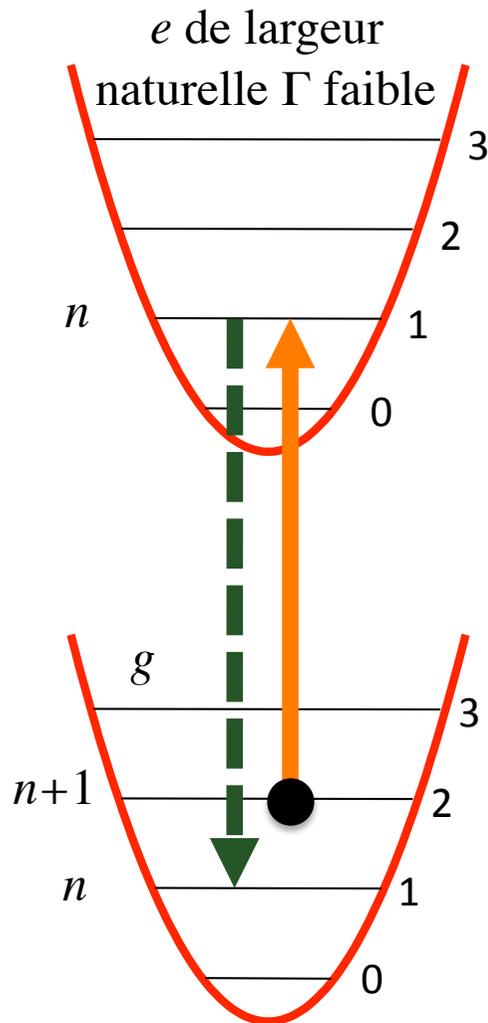
raie dominante  
« sans recul »

raies latérales à  $\omega_A \pm \Omega$

cf. effet Mössbauer

$\eta^2$  plus faibles  
que la raie centrale

# Le refroidissement par bande latérale pour des ions piégés



L'ion oscille à la pulsation  $\Omega$  :

- dans son référentiel, la fréquence d'absorption est  $\omega_A$
- dans le référentiel du laboratoire, peigne de fréquences d'absorption :  $\omega_A \pm j \Omega$

On accorde le laser sur la première bande latérale « rouge » :

$$\omega_L = \omega_A - \Omega$$

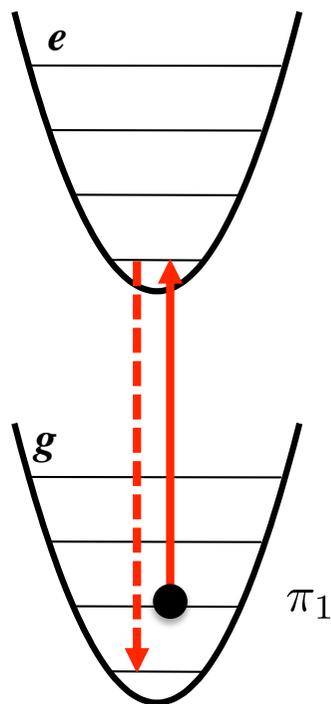
ce qui induit la transition  $|g, n + 1\rangle \longrightarrow |e, n\rangle$

Dans le régime de Lamb-Dicke, l'émission spontanée se fait essentiellement sur la raie sans recul :  $|e, n\rangle \longrightarrow |g, n\rangle$

**L'ion perd un quantum d'énergie  $\hbar\Omega$  à chaque cycle absorption – émission spontanée**

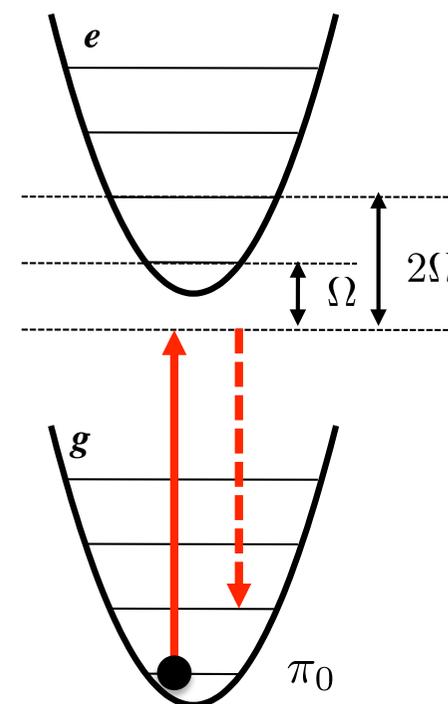
# Limite du refroidissement par bande latérale

La probabilité de présence  $\pi_n$  est essentiellement concentrée sur l'état fondamental  $n = 0$  et un peu sur le premier état excité  $n = 1$



$$\pi_1 \gamma_{1 \rightarrow 0} = \pi_0 \gamma_{0 \rightarrow 1}$$

$$\frac{\pi_1}{\pi_0} \approx \frac{5}{16} \frac{\Gamma^2}{\Omega^2} \ll 1$$



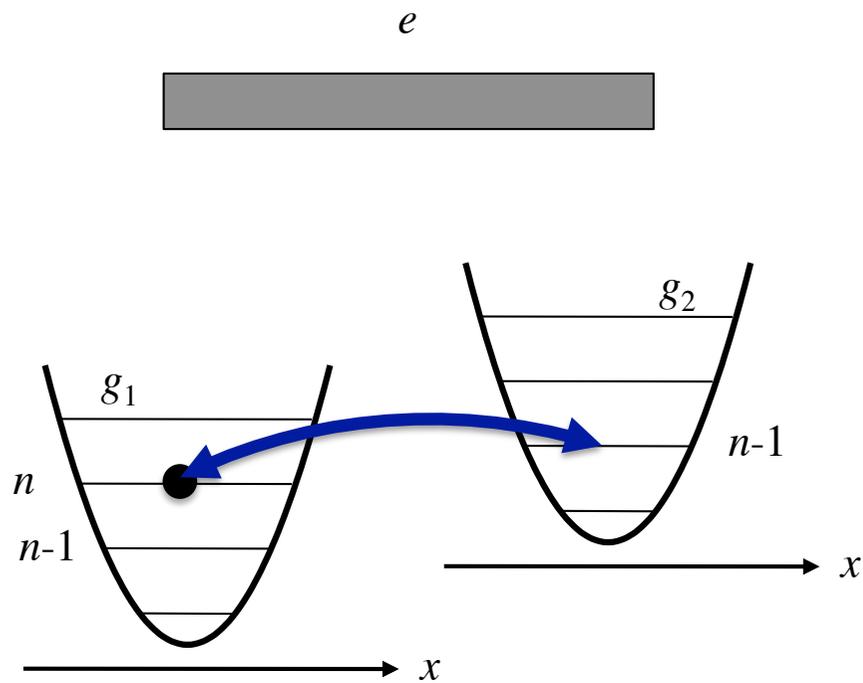
Boulder (1989) : refroidissement de  $^{198}\text{Hg}^+$  sur une raie  $g \leftrightarrow e$  de faible largeur:  $\pi_0 = 0.95$

Boulder (1995) : transition Raman  $g_1 \leftrightarrow g_2$  entre états stables = *Raman sideband cooling*

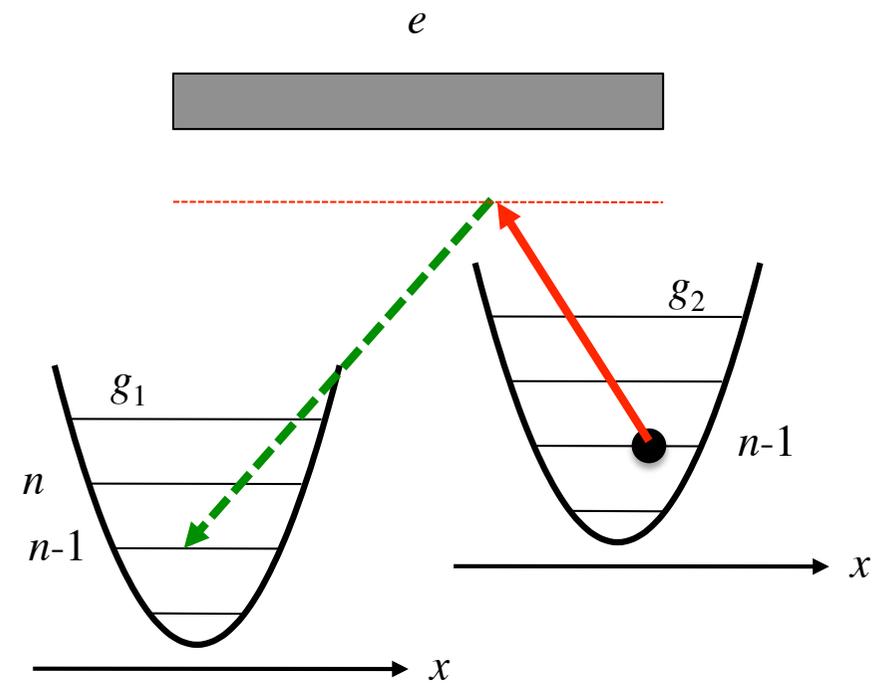
$$\pi_0 > 0.99$$

# Transposition à des atomes neutres

Pour une direction d'espace donnée :

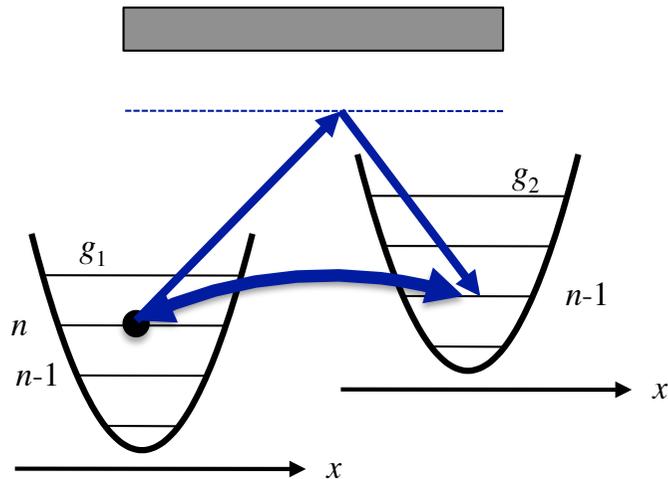


Couplage cohérent, résonant avec la transition  $g_1, n \rightarrow g_2, n - 1$



Repompage de  $g_2$  vers  $g_1$  qui donne dans la limite Lamb-Dicke  $g_2, n - 1 \rightarrow g_1, n - 1$

# Le couplage cohérent



On peut un couplage décrit par l'opérateur  $\hat{W}$  tel que :

$$\langle g_2, n-1 | \hat{W} | g_1, n \rangle \neq 0$$

Change à la fois l'état interne et l'état externe de l'atome

- Paire de faisceaux laser auxiliaires avec le bon choix de polarisation

$$\langle g_2, n-1 | \hat{W} | g_1, n \rangle = \langle g_2 | \hat{W}_{\text{interne}} | g_1 \rangle \times \langle n-1 | e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} | n \rangle$$

- Autres choix plus « subtils » : une radiofréquence ou les lasers créant le réseau

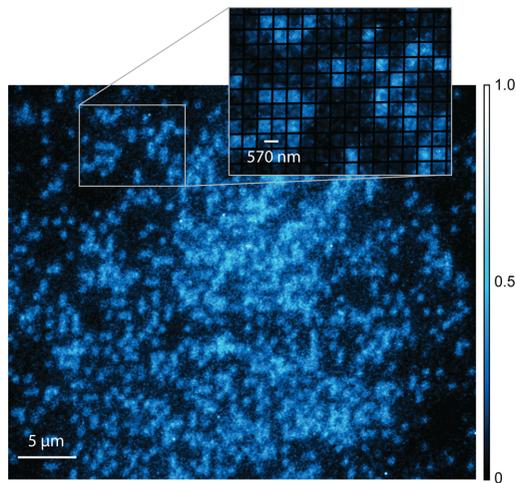
Stanford, ENS, U. Arizona, PennState U. (1998 – 2012) :

réseaux 1D et 2D :  $\pi_0 > 95\%$  ; réseau 3D :  $\pi_0 \sim 80\%$

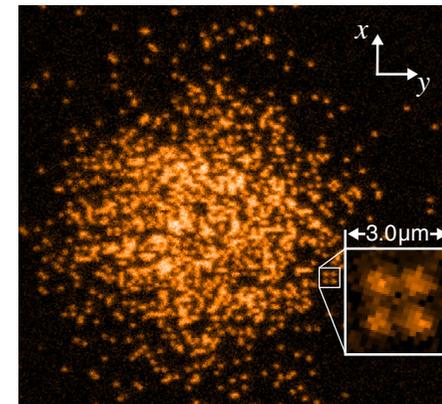
Boulder, MIT (2012-13) : pince optique à un atome

# Visualisation d'atomes individuels

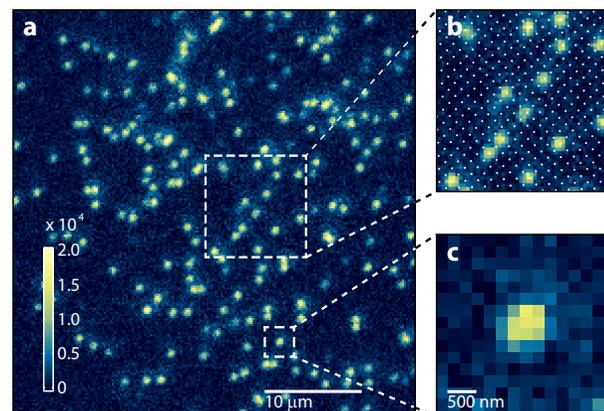
Harvard, MIT, Strathclyde (2015) : microscope atomique avec refroidissement par bande latérale pour des espèces pour lesquelles le refroidissement Sisyphes fonctionne mal



$^6\text{Li}$ : Harvard

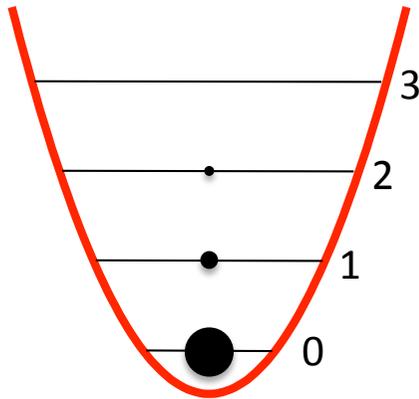


$^{40}\text{K}$ : MIT



$^{40}\text{K}$ : Strathclyde, Glasgow

# Ouverture adiabatique du réseau



Le refroidissement par bande latérale fournit un « ordre » de bonne qualité (peu d'entropie), mais la température reste relativement grande :

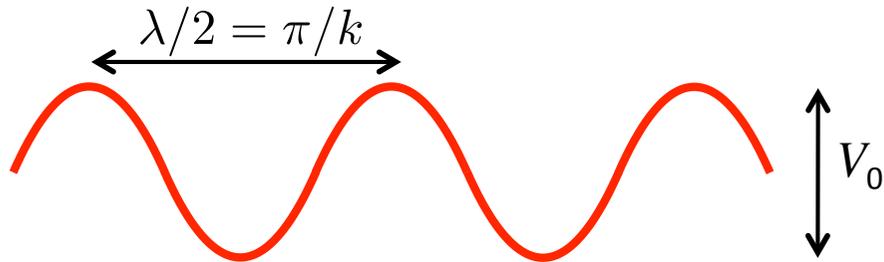
$$k_B T = \frac{\hbar \Omega}{\ln(1 + \frac{1}{\bar{n}})} \xrightarrow[\bar{n} \approx 0.2]{\pi_0 = 0.8} k_B T \approx 0.6 \hbar \Omega$$

On peut terminer la phase de refroidissement par une diminution de la profondeur  $V_0$  du réseau, donc de la pulsation d'oscillation  $\Omega$

$$V(x, t) = V_0(t) \sin^2(kx)$$

$$V_0(t) : V_0 \longrightarrow 0$$

# Réseau périodique et théorème de Bloch



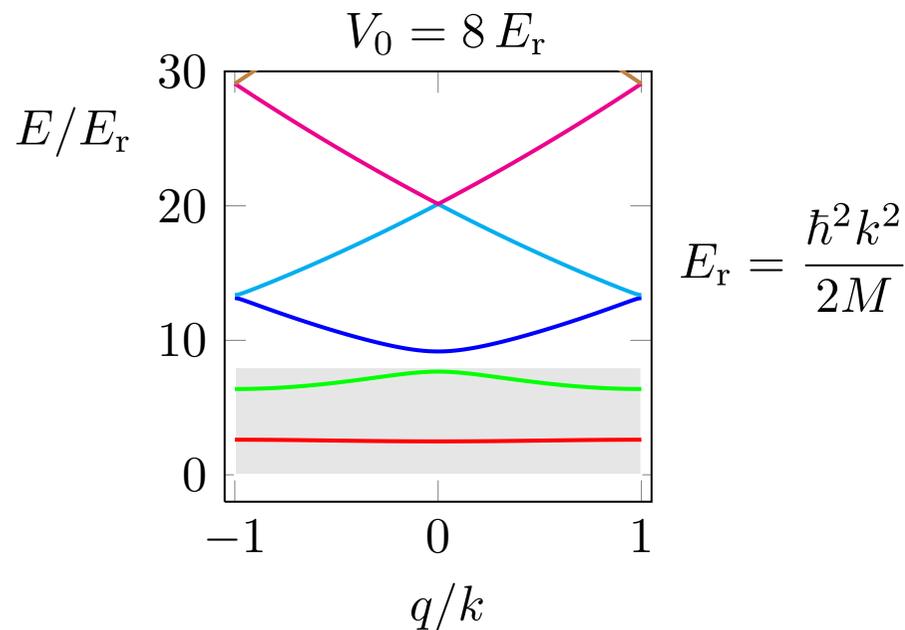
Etats propres de l'hamiltonien

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + V_0 \sin^2 k\hat{x}$$

périodique, de période  $\pi/k$

Fonctions de Bloch :  $\psi_{n,q}(x) = e^{ixq} u_{n,q}(x)$

$u_{n,q}(x)$  : périodique, de période  $\pi/k$

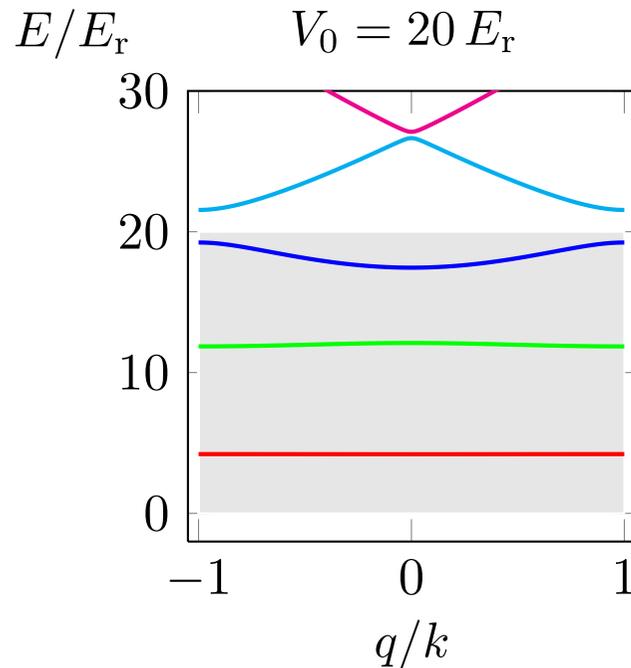


$q$  : quasi-moment choisi dans  
la première zone de Brillouin

$$-k < q \leq k$$

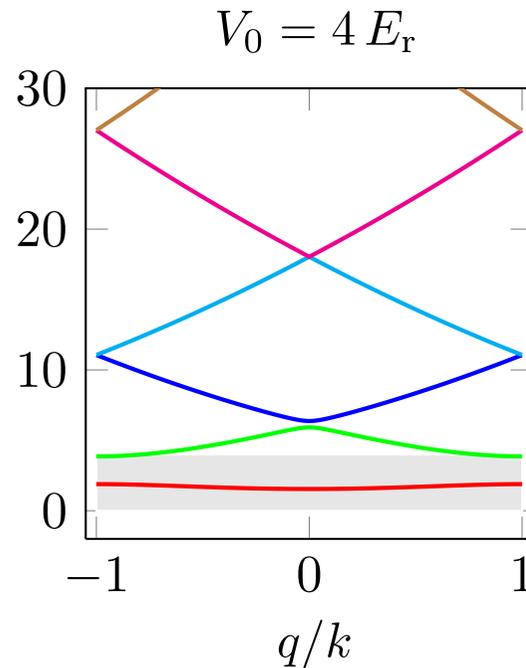
$$E_0(q) \leq E_1(q) \leq \dots$$

# Bandes d'énergie et profondeur du réseau

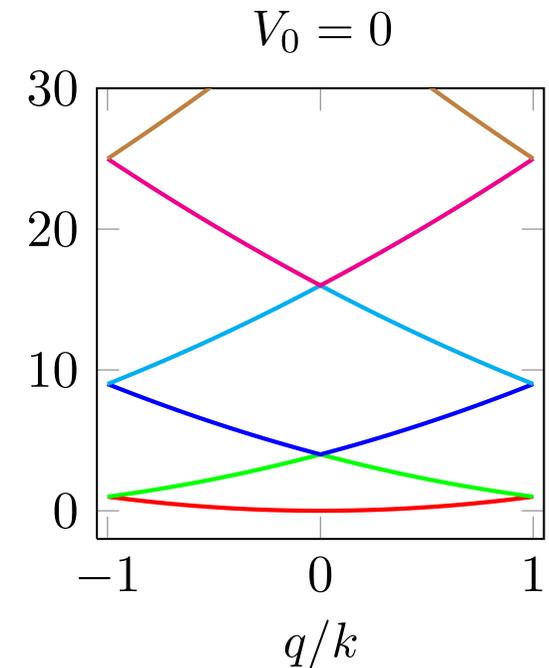


Réseau profond,  
bandes plates,  
pas d'effet tunnel

$$E_{n,q} \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\Omega$$



Réseau faible



Réseau nul,  
parabole repliée

$$E(p) = \frac{p^2}{2M}$$

$$p = \hbar(q + 2jk)$$

$$j \in \mathbb{Z}$$

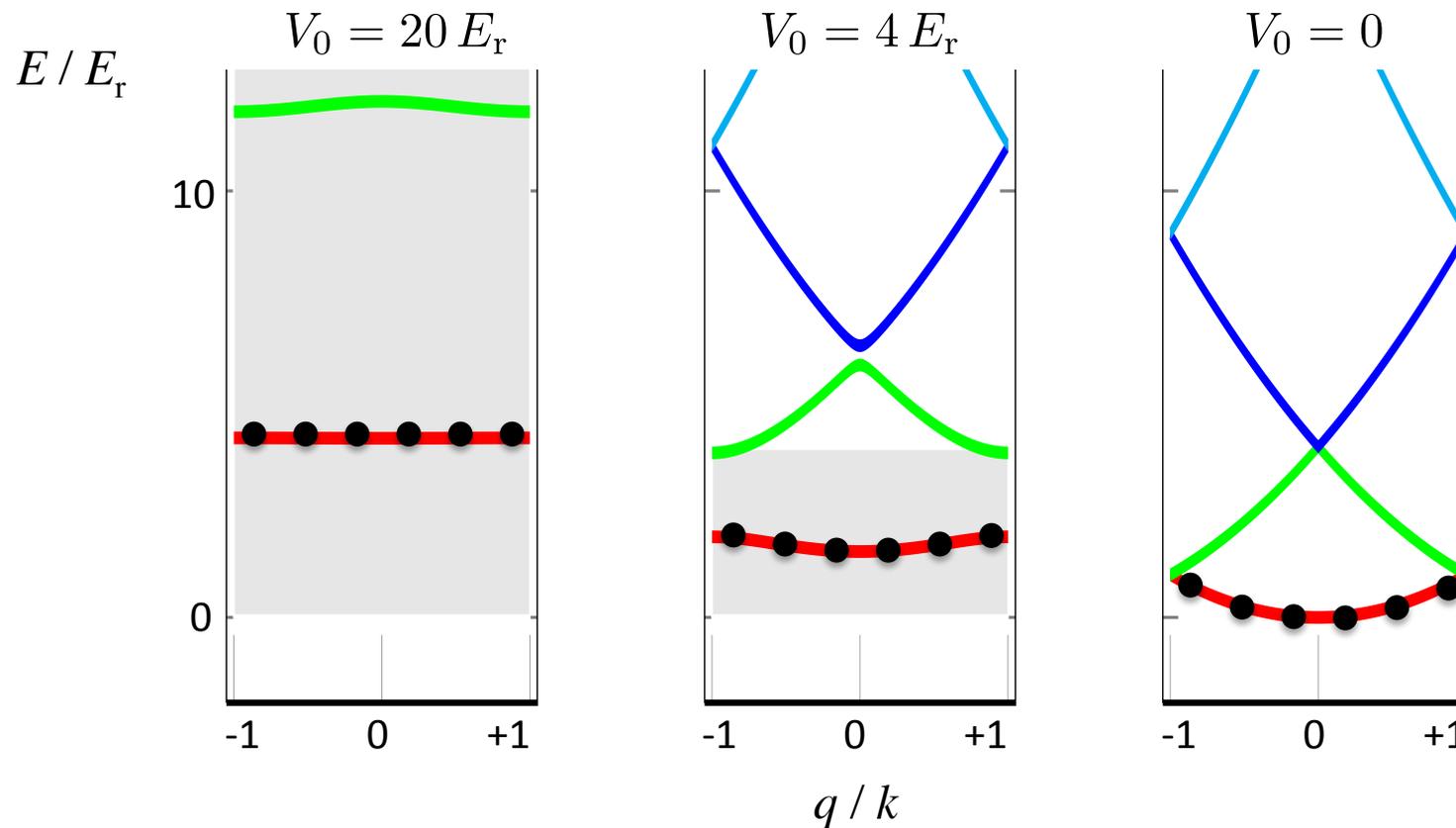
# Décompression du réseau

$$V(x, t) = V_0(t) \sin^2(kx)$$

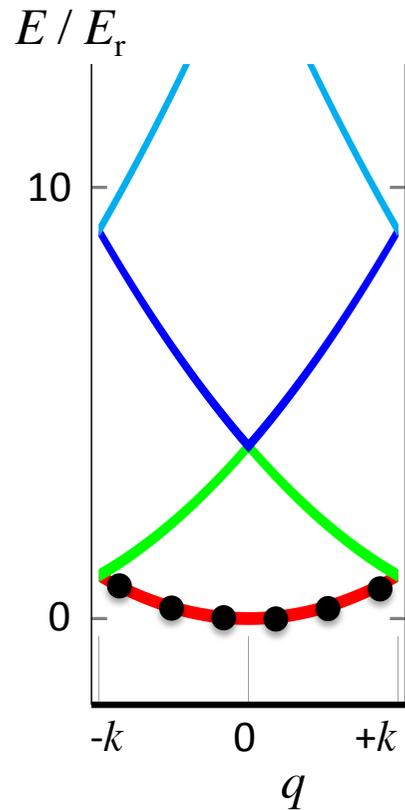
$$V_0(t) : V_0 \longrightarrow 0$$

Le problème reste périodique de période  $\frac{\pi}{k}$  : l'indice de Bloch  $q$  reste un bon nombre quantique

Si on décomprime assez lentement (temps caractéristique  $\hbar/E_r$ ), un atome initialement dans la bande d'énergie  $n$  va y rester



## Distribution en vitesse finale



Impulsion uniformément répartie entre  $-\hbar k$  et  $+\hbar k$

Vitesse uniformément répartie entre  $-v_r$  et  $+v_r$

$$\frac{1}{2}M\langle v^2 \rangle = \frac{1}{6}Mv_r^2 \quad v_0 \approx 0.6 v_r$$

un autre mécanisme « au recul »...

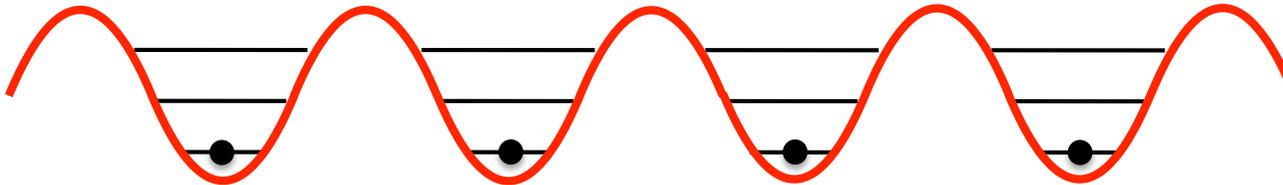
Effets collectifs ?

Stanford :  $\frac{dT}{dn} \approx 8 \text{ nK}/(10^{10} \text{ cm}^{-3})$

100 fois plus faible qu'un refroidissement Sisyphé gris

# Rôle éventuel d'interaction entre atomes ?

On part de la situation idéale où 100 % des sites sont occupés avec  $\pi_0 = 1$



Les atomes sont dans des états orthogonaux (fonctions de Wannier)

En absence d'interaction, des états à une particule initialement orthogonaux restent orthogonaux : pas d'accumulation macroscopique dans un état donné

En présence d'interactions répulsives entre atomes :

- L'état initial peut être considéré comme un isolant de Mott à température nulle
- La décompression va conduire à un condensat de Bose-Einstein pur dans l'état  $p = 0$  !

### 3.

Peut-on se passer de l'émission spontanée ?

#### Pourquoi cette question ?

- C'est souvent l'impulsion  $\hbar k$  du dernier photon émis spontanément qui limite le refroidissement à une valeur de l'ordre de l'énergie de recul
- Ce sont les photons émis spontanément qui causent le chauffage lié à la diffusion multiple

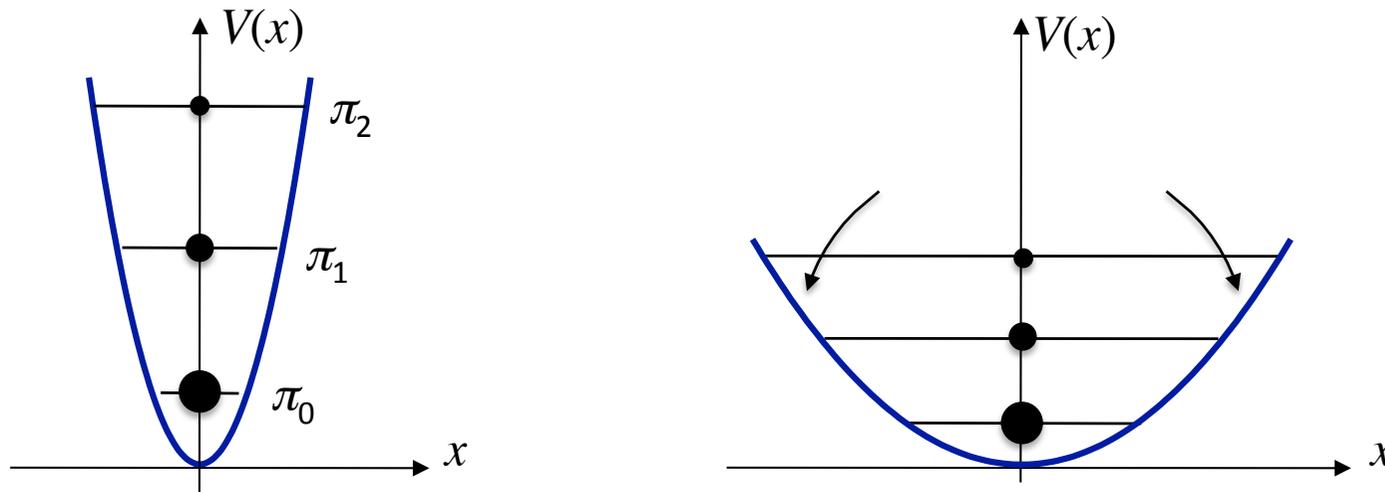
*Expérience récente à Stony Brook : Corder et al., 2015*

# Rappel : cas d'une évolution hamiltonienne de l'atome isolé

Gaz de  $N$  particules indépendantes :  $\hat{\mathcal{H}}(t) = \sum_{n=1}^N \hat{H}^{(n)}(t)$

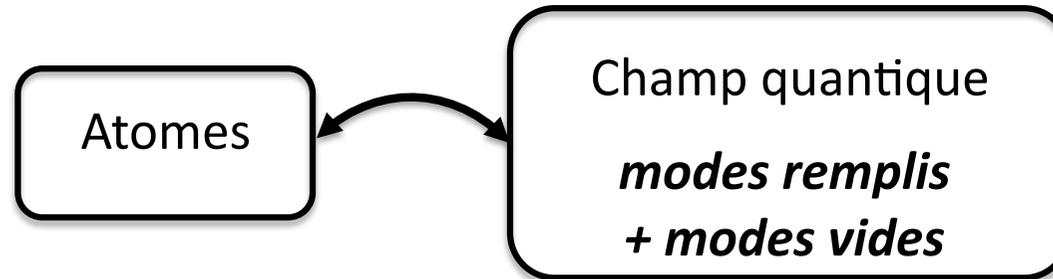
cf. chapitre d'introduction : l'évolution de l'opérateur densité à une particule est unitaire, ses valeurs propres sont constantes dans le temps.

On ne peut ni augmenter, ni diminuer la population des états occupés



$\pi_0, \pi_1, \pi_2$  restent constants ainsi que le produit  $\Delta x \Delta p$

# Atomes couplés au champ électromagnétique quantifié

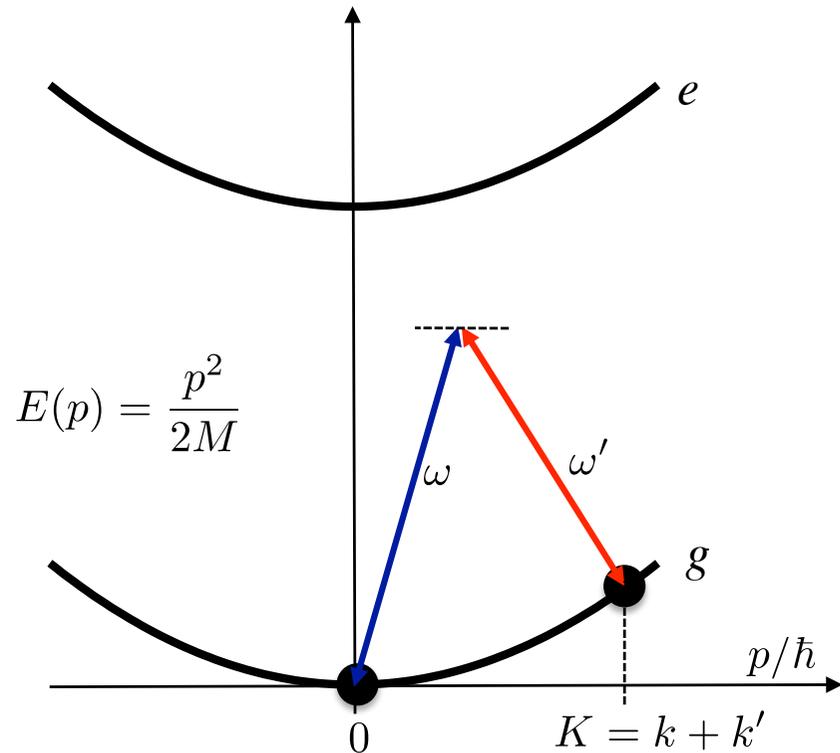


On peut alors transférer de l'entropie d'un système (les atomes) vers l'autre (le champ)

L'émission de photons dans des modes du rayonnement initialement vides est-elle nécessaire pour obtenir un refroidissement ?

« *Refroidissement* » doit être compris ici comme  
« *accumulation d'atomes dans un même état quantique* »

## Un système modèle à deux modes

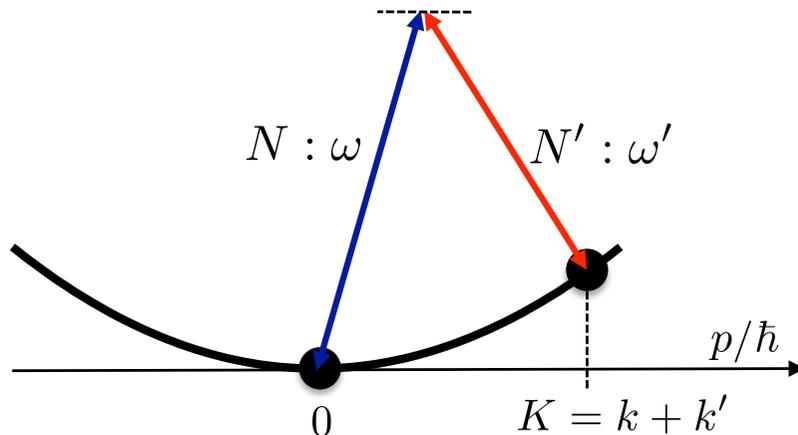


On choisit les fréquences  $\omega$  et  $\omega'$  pour avoir résonance dans le processus Raman stimulé faisant passer l'atome de l'impulsion  $p = 0$  à l'impulsion  $p = \hbar(k + k')$

On part d'un mélange 50% -50% d'atomes d'impulsion  $p = 0$  et  $p = \hbar(k + k')$

- On néglige les processus (non résonnants) qui peupleraient d'autres classes d'impulsion
- On néglige l'émission de photons dans les autres modes (vides) du rayonnement

# Un système modèle à deux modes



Etat initial du champ :  $|N, N'\rangle$

Partant de l'atome dans l'état  $p = 0$ ,  
oscillation de Rabi avec la fréquence

$$\kappa_1 = \sqrt{N(N' + 1)} \alpha_0$$

Partant de l'atome dans l'état  $p = \hbar(k + k')$ , oscillation de Rabi avec  $\kappa_2 = \sqrt{(N + 1)N'} \alpha_0$

On peut choisir un temps  $t$  tel que :  $\kappa_1 t \approx 0 \pmod{2\pi}$        $\kappa_2 t \approx \pi \pmod{2\pi}$

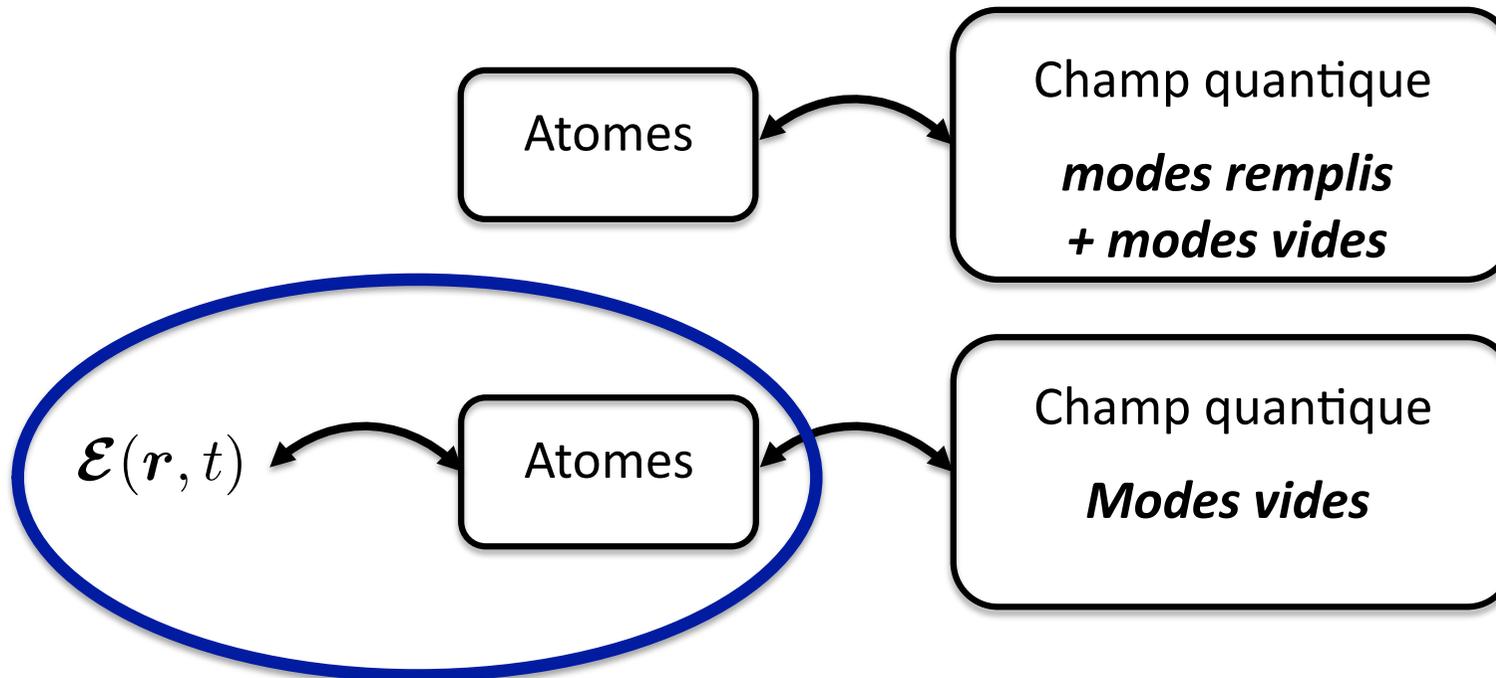
- un atome parti de  $p = 0$  y sera revenu avec probabilité  $\approx 1$
- un atome parti de  $p = \hbar(k + k')$  pourra être trouvé dans  $p = 0$  avec probabilité  $\approx 1$

A cet instant  $t$ , on a augmenté la population de l'état  $p = 0$ , sans avoir eu d'émission spontanée de photons dans un mode initialement vide

# Cas d'un état cohérent du champ électromagnétique

Etat cohérent (ou quasi-classique): état propre des opérateurs « annihilation de photon »

Transformation unitaire proposée par Mollow (1975) :



Si on néglige l'émission spontanée (i.e., le couplage aux modes initialement vides) :

$$\hat{H}_1(t) = \hat{H}_{\text{atome}} - \hat{D} \cdot \mathcal{E}(\hat{r}, t)$$

On est ramené au cas de l'évolution hamiltonienne de l'atome isolé : pas de refroidissement

# En conclusion...

Richesse des mécanismes qui ont été proposés (pas tous étudiés expérimentalement)

Au cours de ces six leçons, nous n'en avons étudié qu'une fraction.

Exemples de mécanismes non abordés ici :

Couplage à des cavités optiques (« cavity cooling »)

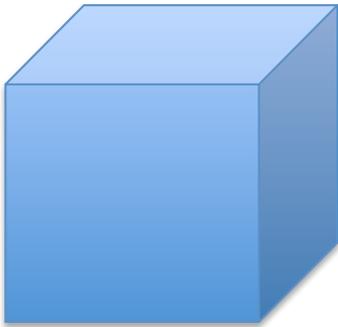
Utilisation de boucles de rétroaction (lien avec le refroidissement stochastique de la physique des particules)

Evaporation de particules

Est-ce encore utile d'explorer d'autres mécanismes compte tenu du succès des mécanismes existants (y compris l'évaporation) ?

# Pourquoi aller plus loin

- Nécessité d'avoir un refroidissement homogène sur tout l'échantillon, ce qui n'est pas garanti dans le refroidissement par évaporation



L'évaporation enlève les particules sur les bords du gaz :

- la température n'est pas toujours uniforme
- les constantes de temps peuvent être longues

- Le refroidissement radiatif, en particulier le concept d'« état noir », peut se généraliser à des assemblées d'atomes en interaction

Problème à N corps dissipatif, avec la possibilité de générer des états fortement corrélés protégés de la dissipation causée par la lumière