

# Les gaz de Bose unidimensionnels : les expériences d'atomes froids comme simulateurs quantiques.

Isabelle Bouchoule

Collège de France, Juin 2017

# Gaz unidimensionnels

- Une physique très différente de la physique tri- et bidimensionnelle
- Des systèmes modèles de la physique des systèmes à N corps en interaction : des solutions exactes parfois, des techniques théoriques et numériques puissantes
- Des réalisations dans le monde réel : nano-tubes de carbone, nano-fils, jonctions Josephson allongées, états de bords de systèmes bi-dimensionnels, ...

## L'apport des atomes froids

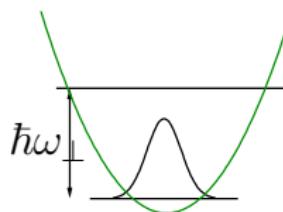
- Des systèmes aux paramètres bien contrôlés
- De nombreux paramètres réglables
- Des diagnostiques performants
- Systèmes dilués et ultra-froids : interactions modélisées très simplement

# Gaz ultra-froids unidimensionnels

## Obtention d'un gaz unidimensionnel

Degrés de libertés transverses gelés.

$$T, \mu \ll \hbar\omega_{\perp}$$



## Réalisation sur des expériences d'atomes froids

- Confinement dipolaire : tubes 1D d'un réseau optique 2D
- Micro-piège magnétique : puce atomique

## Ce séminaire

Principales caractéristiques des gaz de Bosons 1D homogènes.

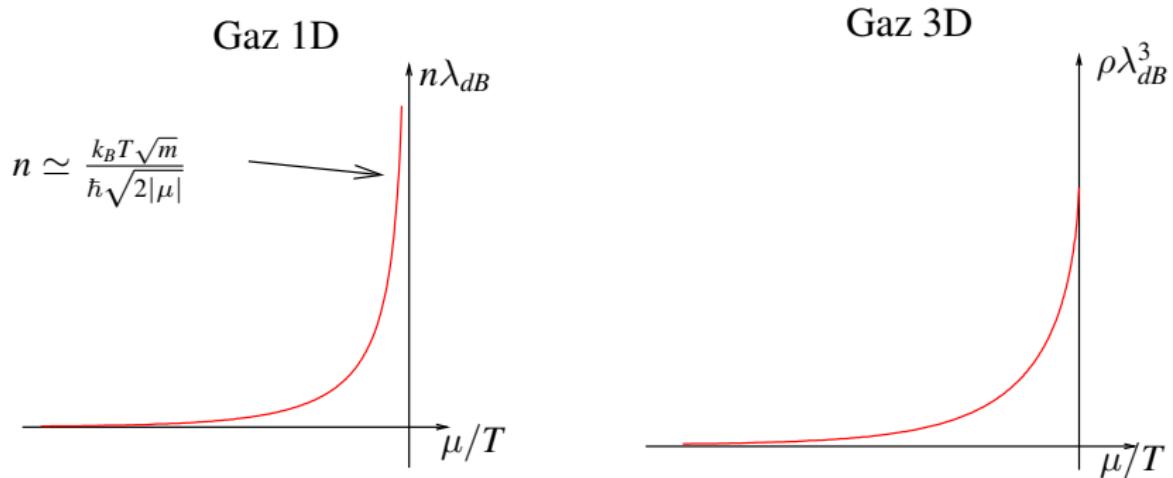
# Outline

- 1 Intéractions à une dimension
- 2 Modèle de Lieb-Liniger
- 3 Fluctuations de densité : la transition de quasi-condensation
- 4 Propriétés dans l'espace des impulsions
- 5 Sonder la dynamique : facteur de structure dynamique

# Outline

- 1 Intéractions à une dimension
- 2 Modèle de Lieb-Liniger
- 3 Fluctuations de densité : la transition de quasi-condensation
- 4 Propriétés dans l'espace des impulsions
- 5 Sonder la dynamique : facteur de structure dynamique

# Absence de condensation de Bose-Einstein à 1D



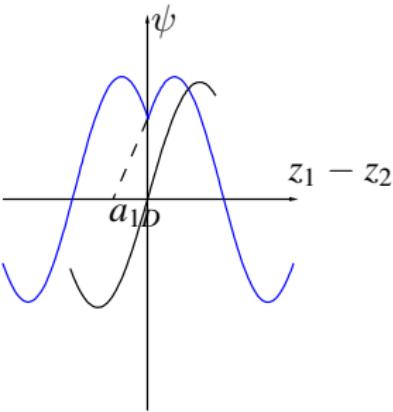
Pas de condensation de Bose-Einstein à 1D

Physique gouvernée par les interactions.

Fluctuations importantes

# Interactions ponctuelles à 1D

2 particules de masse  $m$ . Interaction :  $V(z_1 - z_2) = g\delta(z_1 - z_2)$



Condition aux limites :

$$\partial_z \psi(0^+) - \partial_z \psi(0^-) = \frac{mg}{\hbar^2} \psi(0)$$

Cas symétrique :  $\partial_z \psi(0) = -\psi(0)/a_{1D}$ ,  
 $a_{1D} = -2\hbar^2/(mg)$ .

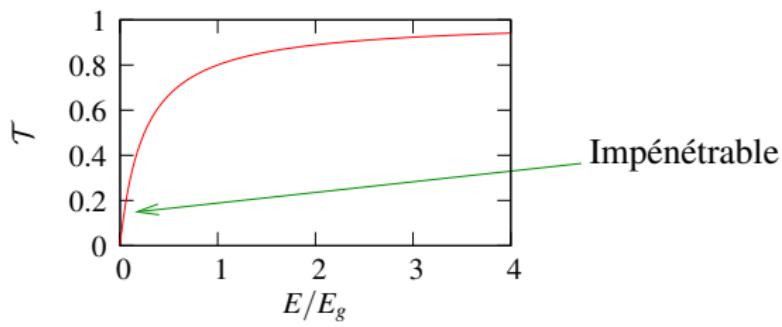
$$E_g = mg^2/\hbar^2$$

## Probabilité de transmission

$$\psi_k(z) = e^{ikz} + f e^{ik|z|},$$

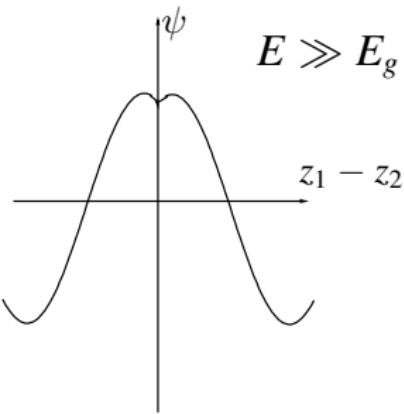
$$\text{énergie : } E = \hbar^2 k^2 / m$$

$$\mathcal{T} = |1 + f|^2$$



# Interactions ponctuelles à 1D

2 particules de masse  $m$ . Interaction :  $V(z_1 - z_2) = g\delta(z_1 - z_2)$



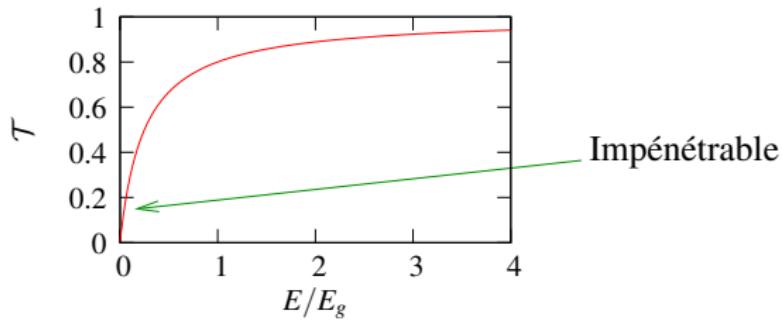
Condition aux limites :

$$\partial_z \psi(0^+) - \partial_z \psi(0^-) = \frac{mg}{\hbar^2} \psi(0)$$

Cas symétrique :  $\partial_z \psi(0) = -\psi(0)/a_{1D}$ ,  
 $a_{1D} = -2\hbar^2/(mg)$ .  
 $E_g = mg^2/\hbar^2$

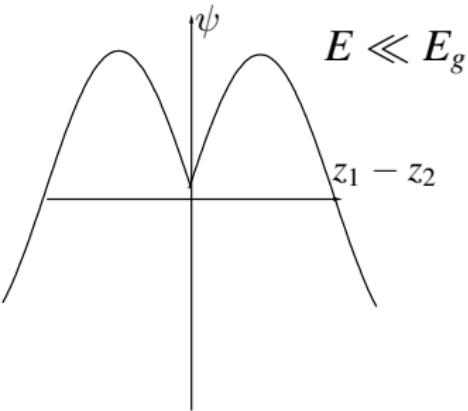
## Probabilité de transmission

$$\begin{aligned}\psi_k(z) &= e^{ikz} + fe^{ik|z|}, \\ \text{énergie} : E &= \hbar^2 k^2 / m \\ \mathcal{T} &= |1 + f|^2\end{aligned}$$



# Interactions ponctuelles à 1D

2 particules de masse  $m$ . Interaction :  $V(z_1 - z_2) = g\delta(z_1 - z_2)$



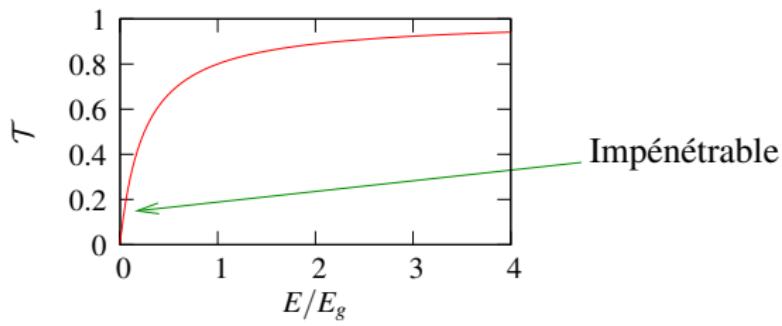
Condition aux limites :

$$\partial_z \psi(0^+) - \partial_z \psi(0^-) = \frac{mg}{\hbar^2} \psi(0)$$

Cas symétrique :  $\partial_z \psi(0) = -\psi(0)/a_{1D}$ ,  
 $a_{1D} = -2\hbar^2/(mg)$ .  
 $E_g = mg^2/\hbar^2$

## Probabilité de transmission

$$\begin{aligned}\psi_k(z) &= e^{ikz} + f e^{ik|z|}, \\ \text{énergie : } E &= \hbar^2 k^2 / m \\ \mathcal{T} &= |1 + f|^2\end{aligned}$$

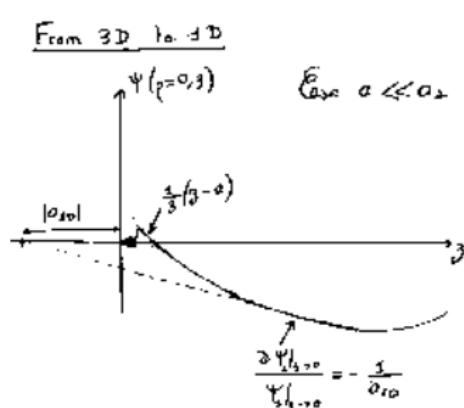


# Du monde 3D au monde 1D

Confinement transverse :  $\omega_{\perp}$ ,  $a_{\perp} = \sqrt{2\hbar/(m\omega_{\perp})}$

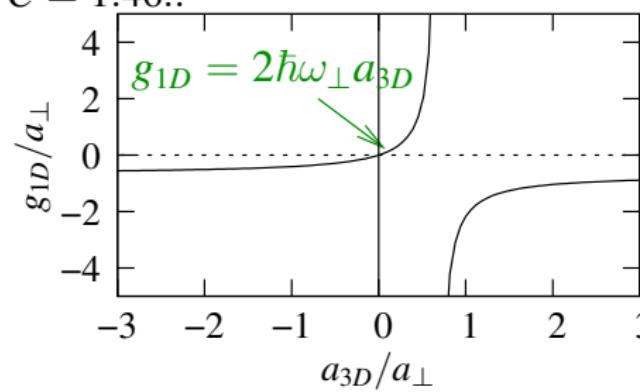
Energie  $< 2\hbar\omega_{\perp}$

- $r \gg l_{\perp}$  :  $\psi \simeq \phi_0(x, y) \cos(k(|z| - a_{1D}))$
- $r \ll l_{\perp}$  : divergence 3D  $\psi(r) \underset{r \rightarrow 0}{\propto} (a_{3D}/r - 1)$



$$a_{1D} = -\frac{a_{\perp}^2}{2a_{3D}} (1 - Ca_{3D}/a_{\perp}),$$

$C = 1.46..$



Résolu par M.Olshanii :

Phys. Rev. Lett., **81**, 938 (1998)

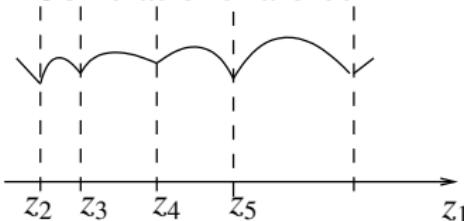
# Outline

- 1 Intéractions à une dimension
- 2 Modèle de Lieb-Liniger
- 3 Fluctuations de densité : la transition de quasi-condensation
- 4 Propriétés dans l'espace des impulsions
- 5 Sonder la dynamique : facteur de structure dynamique

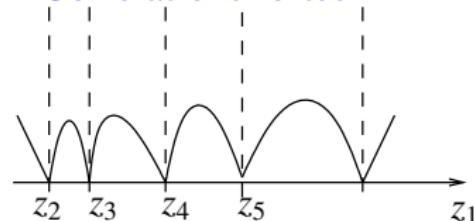
# N particules : approche qualitative

N bosons identiques de masse  $m$ , densité  $n$ .

- Corrélations faibles



- Corrélations fortes



Energie :  $E/N \simeq E_{\text{int}} \simeq gn$

Energie :  $E/N \simeq E_{\text{kin}} \simeq \hbar^2 n^2 / m$

Fortement corrélé (fermionisé) :  $\hbar^2 n^2 / m \ll gn \Rightarrow \gamma \gg 1$

3D : cas opposé

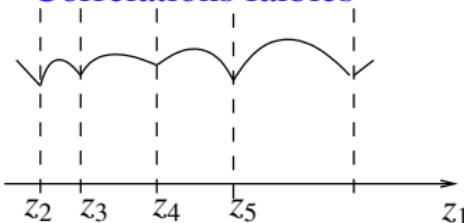
Régime fortement corrélé :

- Température finie :  $\psi(z_i = z_j) \simeq 0$  tant que  $T \ll E_g$ .
- Fermionisation : bijection entre état du gaz de Fermions et du gaz de Bosons :  $\psi_B = \prod_{j < i} \text{sgn}(x_j - x_i) \psi_F(z_1, \dots, z_N)$
- Particulier au gaz 1D
- Valable aussi en présence d'un potentiel

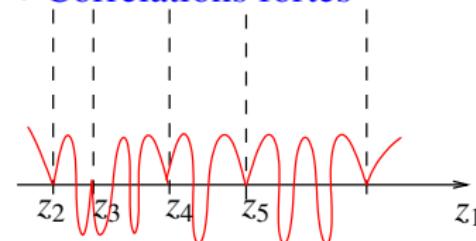
# N particules : approche qualitative

N bosons identiques de masse  $m$ , densité  $n$ .

- Corrélations faibles



- Corrélations fortes



$$\text{Energie : } E/N \simeq E_{\text{int}} \simeq gn$$

$$\text{Energie : } E/N \simeq E_{\text{kin}} \simeq \hbar^2 n^2/m$$

Fortement corrélé (fermionisé) :  $\hbar^2 n^2/m \ll gn \Rightarrow \gamma \gg 1$

3D : cas opposé

Régime fortement corrélé :

- Température finie :  $\psi(z_i = z_j) \simeq 0$  tant que  $T \ll E_g$ .
- Fermionisation : bijection entre état du gaz de Fermions et du gaz de Bosons :  $\psi_B = \prod_{j < i} \text{sgn}(x_j - x_i) \psi_F(z_1, \dots, z_N)$
- Particulier au gaz 1D
- Valable aussi en présence d'un potentiel

# N particules : ansatz de Bethe

Lieb and Liniger. Phys. Review, **130**, 1605, 1963

Lieb-Liniger hamiltonian : 
$$H = \sum_i -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z_i^2} + g \sum_{i < j} \delta(z_i - z_j)$$

Sub-space  $z_1 < z_2 < \dots < z_N$ .

Onde plane  $e^{ik_1 z_1} e^{ik_2 z_2} \dots e^{ik_N z_N}$

Bethe-Ansatz :  $\psi = \sum_P a(P) e^{ik_{P(1)} z_1} e^{ik_{P(2)} z_2} \dots e^{ik_{P(N)} z_N}$

- Condition aux limites  $z_i = z_j$  :

$P$  et  $Q$  :  $Q(i) = P(j), Q(j) = P(i), Q_{\alpha \neq i,j} = P_\alpha$

-Symétrie par échange de Bosons

-Condition de discontinuité sur la dérivée

$$\Rightarrow a(P) = -a(Q) e^{2i \operatorname{Atan}(\hbar^2(k_i - k_j)/mg)}.$$

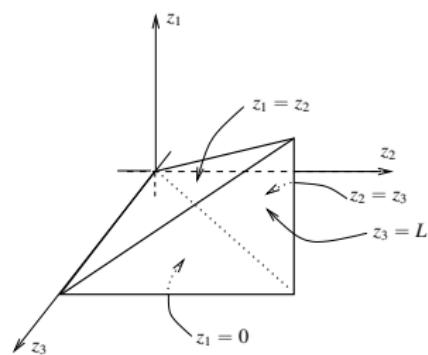
Même facteur pour différentes combinaisons de

transpositions : Yang-Baxter

$$\Rightarrow a(P) = \prod_{i < j} (1 + img/(\hbar^2(k_{P(j)} - k_{P(i)})))$$

- Conditions aux limites périodiques :

$N$  nombres quantiques (entiers)  $I_1 < I_2 < \dots < I_N \rightarrow \{k_i\}$



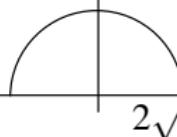
# Ansatz de Bethe : état fondamental

Etat fondamental :  $I_1 < I_2 < \dots < I_N = -N/2, -N/2 + 1, \dots, N/2$

Distribution des rapidités :  $f(k)$ ,  $E = \int \hbar^2 k^2 / (2m) f(k)$

$$\gamma \ll 1$$

$$\uparrow f(k)$$



$$2\sqrt{mgn/\hbar}$$

$$\gamma \gg 1$$

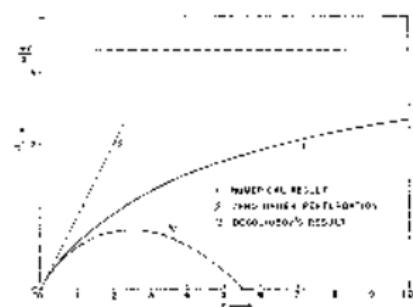
$$\uparrow f(k)$$



$$\pi n$$

$$E/N = g\rho/2$$

$$E/N = \rho^2 \frac{\pi^2}{3}$$



Fonction de corrélation à distance nulle :  

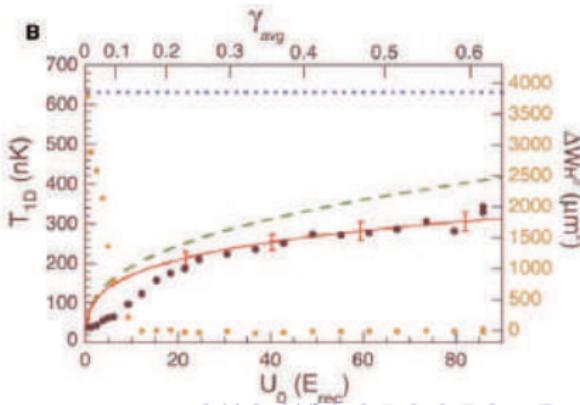
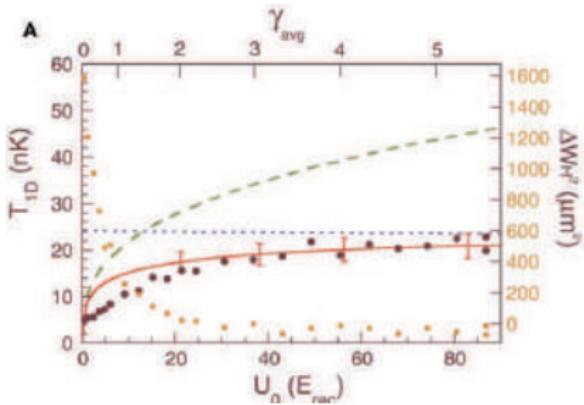
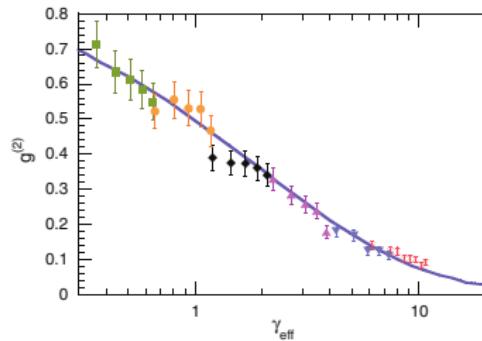
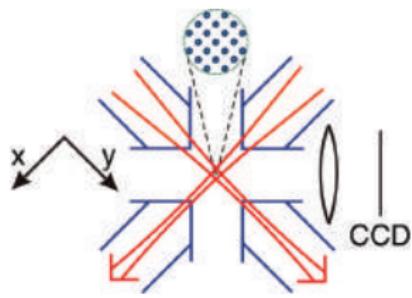
$$g^{(2)}(0) = \langle \psi^+ \psi^+ \psi \psi \rangle / n^2$$

Helman-Feynman theorem :  

$$g^{(2)}(0) = \frac{2}{L n^2} \frac{dE}{dg}$$

# Bethe-Ansatz : résultats expérimentaux

Kinoshita et al., Science **305**, 1125 (2004), Kinoshita et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 190406 (2005)

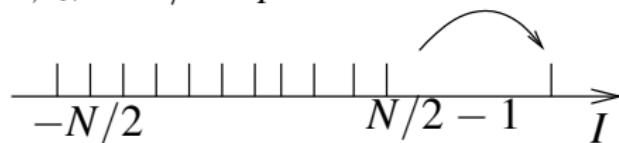


# Ansatz de Bethe : excitations et thermodynamique

**Excitations :** des trous dans la distribution des  $I$   
**2 branches d'excitations élémentaires :**

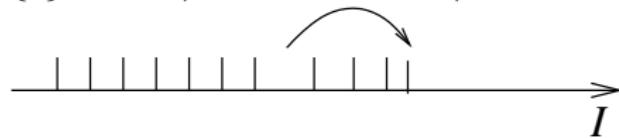
Type I :

$$\{I\} = -N/2, -N/2 + 1, \dots, N/2 - 1, I_N = N/2 + p$$



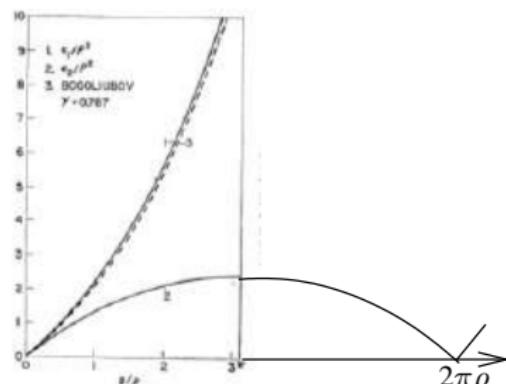
Type II :

$$\{I\} = -N/2, \dots, j, j + 2, N/2 + 1$$



**Thermodynamique.** Yang-Yang  $\Rightarrow$  Equation d'état  $n(T, \mu)$

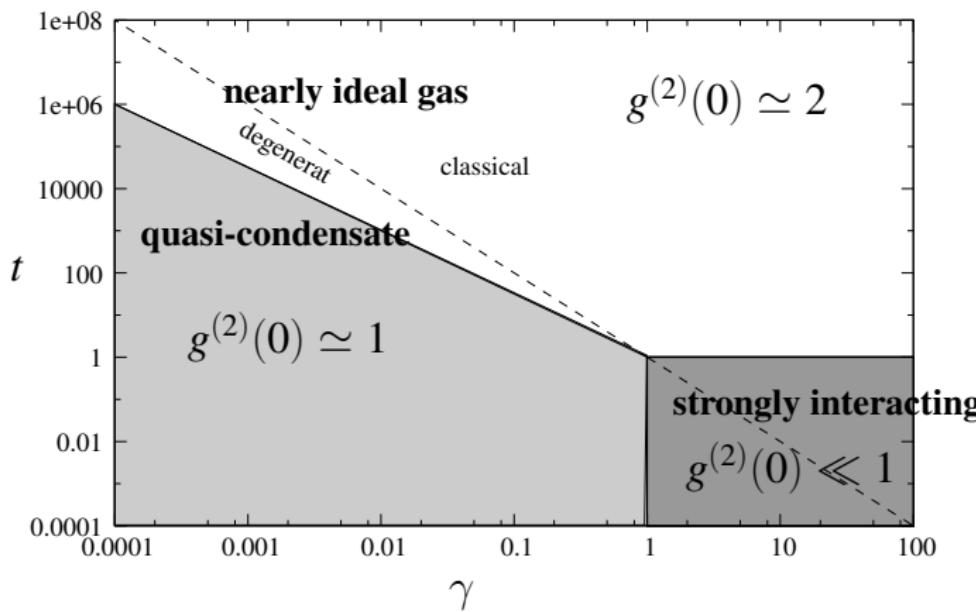
Yang and Yang, Journ. of math. phys. **10**, 115 (1969)



# Diagramme de phase du modèle Lieb-Liniger

Paramètres adimensionnés : ( $E_g = mg^2/\hbar^2$ ,  $|a_{1D}| = 2\hbar^2/mg$ )

- Température réduite :  $t = T/E_g$
- Paramètre d’interaction :  $\gamma = 2/(na_{1D}) = mg/n\hbar^2$



- Transitions molles  
- Caractérisées par  $g^{(2)}(0) = \langle \psi^+ \psi^+ \psi \psi \rangle / n^2$

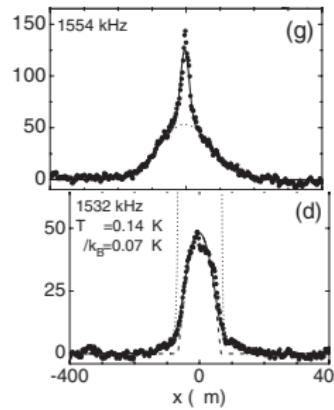
K. V. Kheruntsyan et al.  
Phys. Rev. Lett. **91**,  
040403 (2003)

# Analyse des profils avec les équations thermodynamiques Yang-Yang

Equilibre thermodynamique et LDA :  $n(z) = n_h(T, \mu - 0 - V(z))$

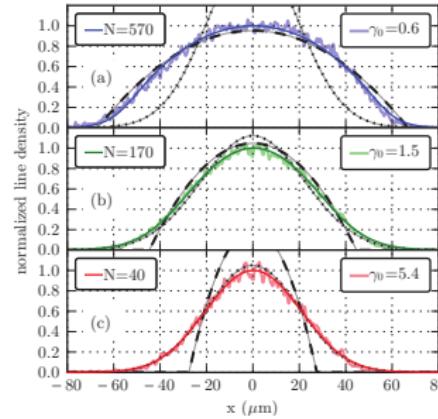
Première analyse avec l'équation d'état de Yang-Yang :

Amerongen, Phys. Rev. Lett. **100**, 090402  
(2008)



Réseau optique bi-dimensionnel.  
Mesure précise du profil dans un microscope à électron :

Vogler et al., Phys. Rev. A **88**, 031603 (2013)

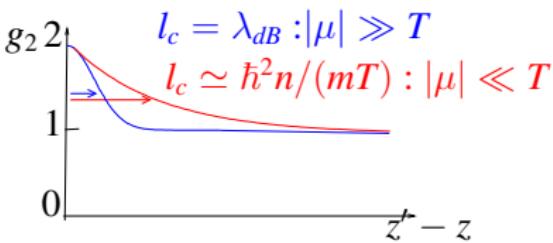


# Outline

- 1 Intéractions à une dimension
- 2 Modèle de Lieb-Liniger
- 3 Fluctuations de densité : la transition de quasi-condensation
- 4 Propriétés dans l'espace des impulsions
- 5 Sonder la dynamique : facteur de structure dynamique

# Régime de gaz de Bose idéal : groupement bosonique

Fonction de corrélation à 2 corps  $g_2(z) = \langle \psi_z^+ \psi_0^+ \psi_0 \psi_z \rangle / n^2$



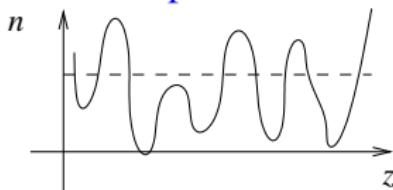
$$H = \sum_k \left( \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) a_k^+ a_k, \psi = \sum_k a_k \frac{e^{ikz}}{\sqrt{L}}$$

Statistique bosonique

→ **groupement bosonique**

Théorie de champ classique : tavelure

Groupement → fluctuations de densité



$$H_{int} = \frac{g}{2} \int dz n^2 \Rightarrow \delta H_{int} > 0$$

Réduction des fluctuations de densité à  $T$  faible

Transition (molle) :  $\frac{1}{N} H_{int} \propto gn \simeq |\mu|$ .

$$\Rightarrow T_{c.o.} \simeq \frac{\hbar^2 n^2}{2m} \sqrt{\gamma}$$

Transition pour un gaz dégénéré ( $\gamma \ll 1$ )

$$t_{c.o.} \propto \gamma^{-2/3}$$

# Régime de quasi-condensat : description de Bogoliubov

$$\gamma \ll 1, t \ll t_{co} : \delta n \ll n$$

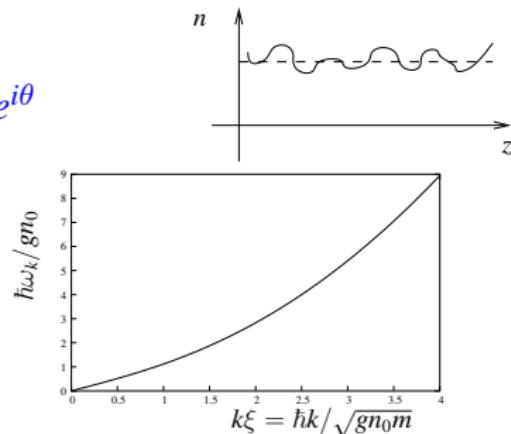
Représentation phase/denisté :  $\psi = \sqrt{n}e^{i\theta}$

Hamiltonien linéarisé en  $\delta n$  et en  $\nabla\theta$ .

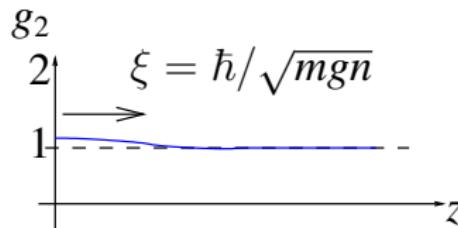
(Mora, Castin Phys. Rev. A, 2003) Modes  $k$  :

$$H_k = \left( \frac{\hbar^2 k^2}{8mn_0} + \frac{g}{2} \right) \delta n_k^2 + \frac{\hbar^2 k^2 n_0}{2m} \theta_k^2$$

Spectre :  $\omega_k = \sqrt{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \left( \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2gn_0 \right)}$



**Fluctuations de densité :**



$$T > gn$$

**Fluctuations de phase :**  
 $\langle \theta_k^2 \rangle = \frac{mT}{\hbar^2 k^2 n_0}$  pour  $T \gg \omega_k$

$$\langle (\theta(z) - \theta(0))^2 \rangle = \frac{mTz}{n_0 \hbar^2}$$

Hohenberg-Wagner-Mermin retrouvé

# Régime de quasi-condensat : description de Bogoliubov

$\gamma \ll 1, t \ll t_{co} : \delta n \ll n$

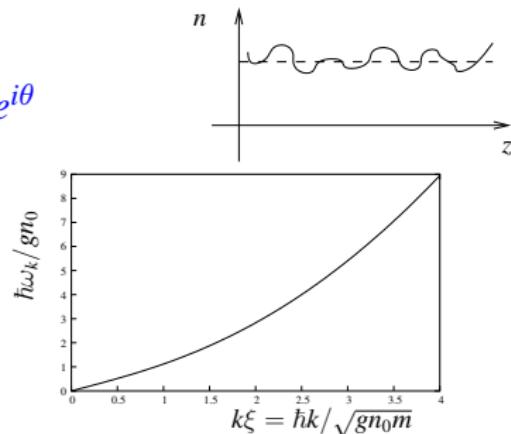
Représentation phase/denisté :  $\psi = \sqrt{n}e^{i\theta}$

Hamiltonien linéarisé en  $\delta n$  et en  $\nabla\theta$ .

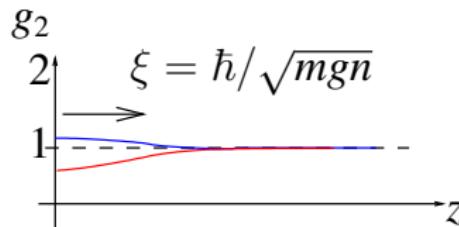
(Mora, Castin Phys. Rev. A, 2003) Modes  $k$  :

$$H_k = \left( \frac{\hbar^2 k^2}{8mn_0} + \frac{g}{2} \right) \delta n_k^2 + \frac{\hbar^2 k^2 n_0}{2m} \theta_k^2$$

Spectre :  $\omega_k = \sqrt{\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \left( \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + 2gn_0 \right)}$



**Fluctuations de densité :**



$T > gn$

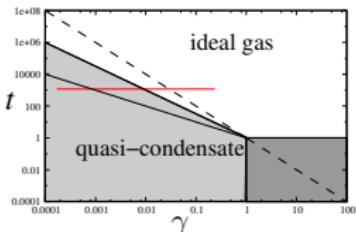
$T < gn$

**Fluctuations de phase :**  
 $\langle \theta_k^2 \rangle = \frac{mT}{\hbar^2 k^2 n_0}$  pour  $T \gg \omega_k$

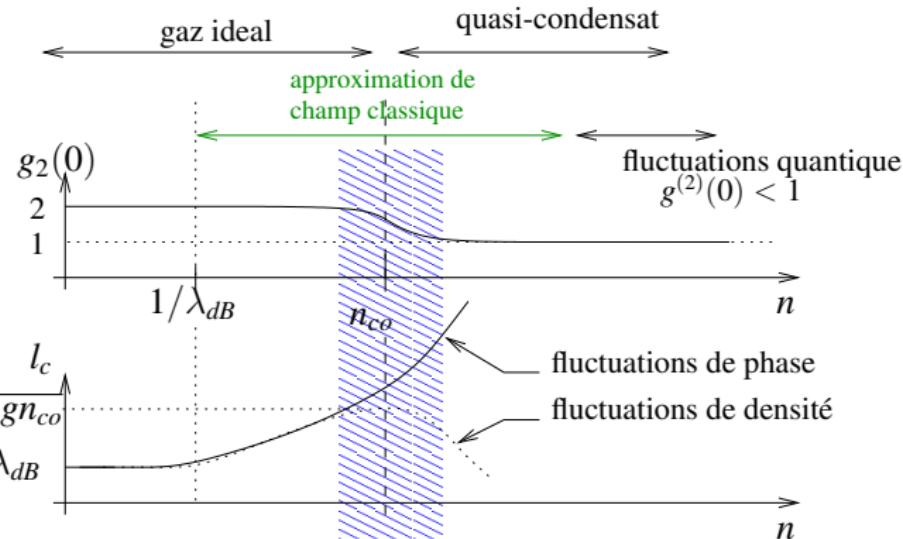
$$\langle (\theta(z) - \theta(0))^2 \rangle = \frac{mTz}{n_0 \hbar^2}$$

Hohenberg-Wagner-Mermin retrouvé

# Gaz de Bose 1D en interaction faible



$$n_{co} = \frac{1}{\lambda_{dB}} t^{1/6}$$



$$\begin{array}{ccc} \mu < 0 & \xleftrightarrow{| \mu | < \mu_{co}} & \mu \simeq gn > 0 \\ \mu_{co} = (\sqrt{mgT}/\hbar)^{2/3} & & \end{array}$$

# Approximation de champs classique

Grande population des modes :  $\psi(z)$  traité comme un champ classique  
 Equilibre thermodynamique :

$$Z = \sum_{\{\psi\}} e^{-\beta E(\{\psi\})} = \sum_{\{\psi\}} e^{-\beta \int dz \left( -\psi^* \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi + \frac{g}{2} |\psi|^4 - \mu |\psi|^2 \right)}$$

Un seul paramètre :  $\begin{cases} \eta = \mu (\hbar^2 / (mg^2 T^2))^{1/3} \\ \chi = \frac{\hbar^2 g \rho^3}{m T^2} = 1 / (t^2 \gamma^3) \end{cases}$

Résolution : évolution stocastique, Monte Carlo

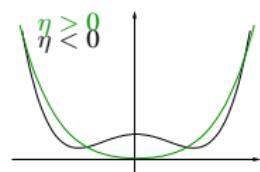
Problème quantique équivalent de dimension 0

$dz \rightarrow id\tau$

$$H_{\text{quant}} = (p_x^2 + p_y^2)/2 + (x^2 + y^2)^2/2 - \eta(x^2 + y^2)$$

Quantitativement valable pour  $t \gtrsim 10^6$

(Jacqmin et al., Phys. Rev. A, 86, 043626 (2012))



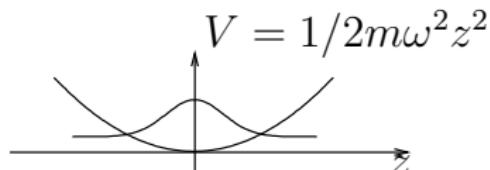
# Transition de quasi-condensation pour un gaz piégé

## Approximation de densité locale (LDA)

Localement :

gaz homogène avec  $\mu(z) = \mu_0 - V(z)$ .

Validité :  $l_c \ll \frac{1}{n} \frac{dn}{dz}$ .



Transition de quasi-condensation due aux interactions :

$$N_{\text{co}} = T/(\hbar\omega) \ln(t^{1/3})$$

LDA valable si  $\omega \ll (mg^2 T^2 / \hbar^5)^{1/3}$

En général vérifié expérimentalement.

LDA cesse d'être valable  $\Rightarrow$  "condensation" dûe à la taille finie  
saturation de la population des états excités pour  $|\mu| \ll (E_1 - E_0)$ .  
Piège harmonique :  $N_C = T/(\hbar\omega) \ln(2T/\hbar\omega)$

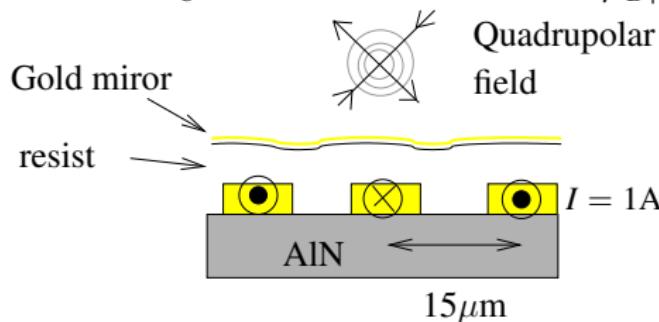
(Bouchoule et al., Phys. Rev. A **75**, 031605 (2007))

# Expérience de puce atomique au LCF

## Confinement magnétique par micro-fils

Atomes  $^{87}\text{R}_\text{b}$  dans  $F=2, m=2$

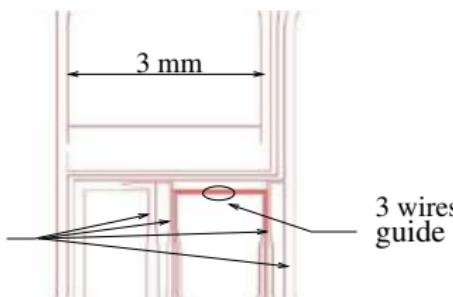
$$V = \mu_B |\mathbf{B}|$$



**Chip design** (wire edges shown)

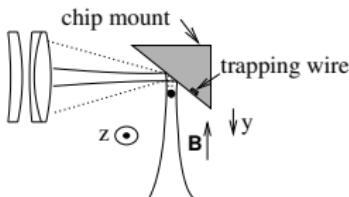
diverse longitudinal potentials

- Purely harmonic (no  $z^3, z^4$ )
- Purely quartic

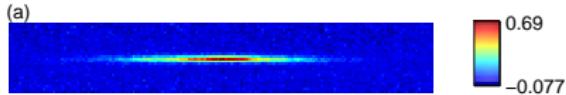


- Forts confinements transverses possibles :  $\omega_\perp \simeq 100$  kHz
- Confinements transverses et longitudinaux indépendants.

# Dispositif expérimental



## Imagerie in-situ



1D :  $T \ll \hbar\omega_{\perp}$

Constante de couplage 1D :  
 $g = 2\hbar\omega_{\perp}a$

A partir des images : profil moyen  
 Un gaz 1D unique :  
**mesure des fluctuations de densité**

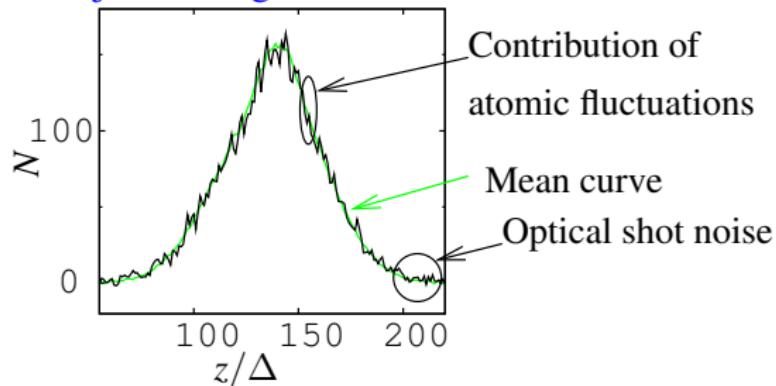
# Mesure des fluctuations de densité

- Analyse statistique à partir d'un jeu d'images

$l_c, \Delta \ll L$

→ approximation de densité locale

$\langle \delta N^2 \rangle$  versus  $n = \langle N \rangle / \Delta$



$\langle \delta N^2 \rangle$  : intégrale de la fonction de corrélation à deux corps

$$\langle \delta N^2 \rangle = \langle N \rangle + n^2 \int \int dz (g_2(z - z') - 1)$$

$l_c \ll \Delta \Rightarrow$  quantité thermodynamique

$$\boxed{\langle \delta N^2 \rangle = k_B T \Delta \frac{\partial n}{\partial \mu}}$$

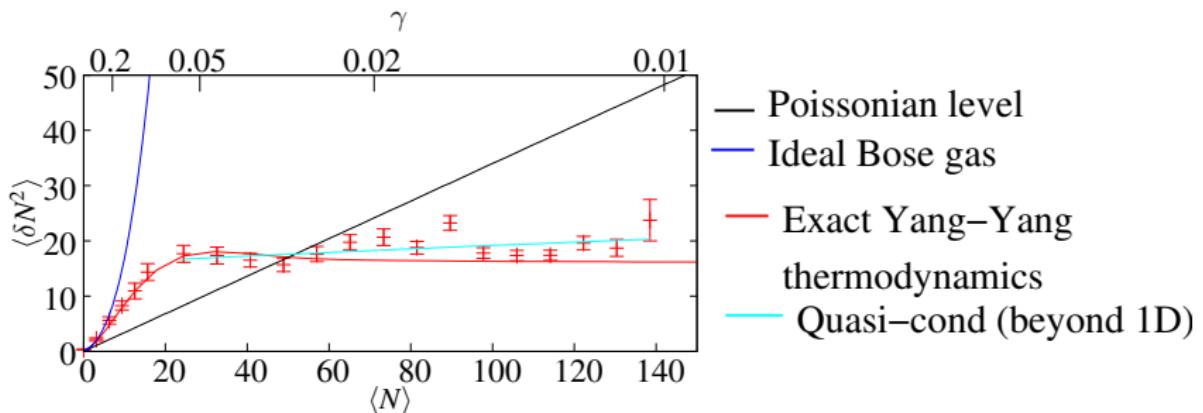
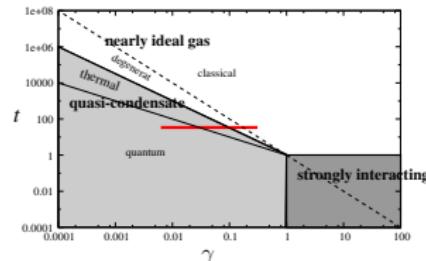
# Résultats experimentaux

$$T = 15 \text{ nK} \simeq \hbar\omega_{\perp}/10$$

$$t \simeq 64$$

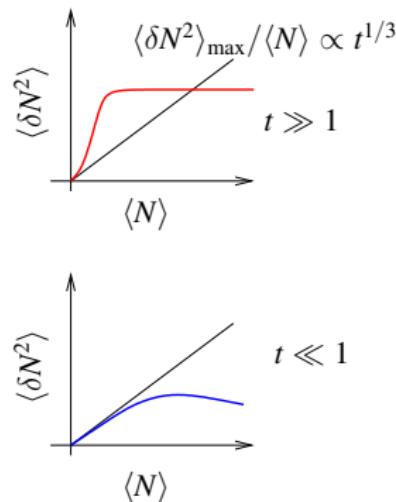
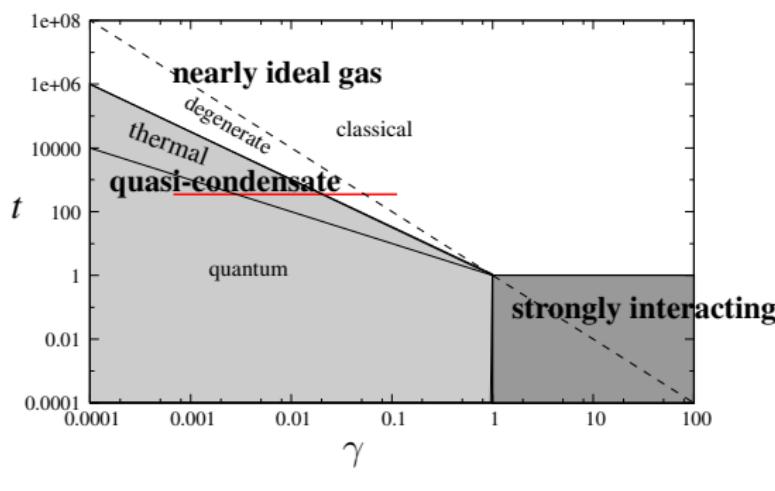
$$\mu \simeq 30 \text{ nK} \simeq 0.2 \hbar\omega_{\perp}$$

Jaqmin et al., Phys. Rev. Lett. **106**, 230405 (2011)



- Effet de groupement bosonique fort dans la zone de transition
- Quasi-condensat avec à la fois  $\mu < T$  et  $\mu > T$ .

# Du régime d'interaction faible au régime d'interaction forte



- $t > 1$  : Effet de groupement diminue avec  $t$  :  
 $\langle \delta N^2 \rangle_{\max} / \langle N \rangle \propto t^{1/3}$
- $t \ll 1$  : comportement fermionique  $\rightarrow$  du régime poissonien au régime sous-poissonien. Pas de fluctuations super-poissoniennes.

$t$  petit,  $\gamma$  grand  $\Rightarrow g$  important  $\Rightarrow \omega_\perp$  élevé

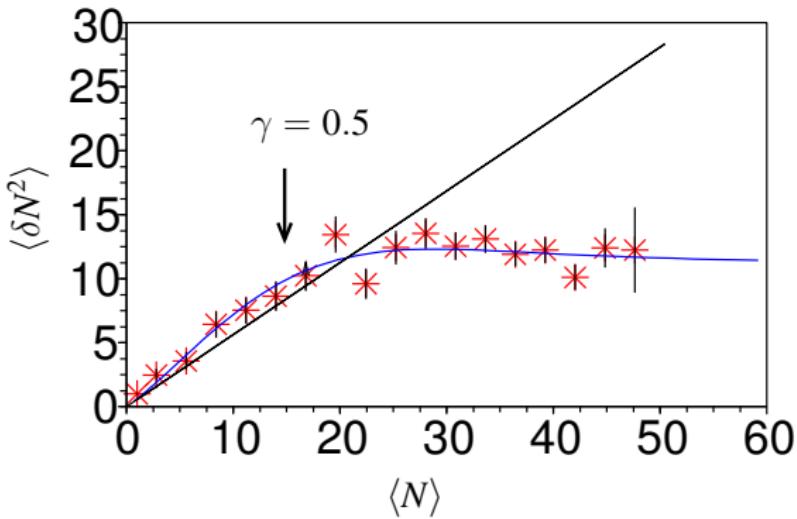
# Fluctuations de densité dans le régime d'interaction fortes

Compression transverse :  $\omega_{\perp}/2\pi = 18.8 \text{ kHz}$

$T = 40 \text{ nK} \simeq \hbar\omega_{\perp}/20$

$t \simeq 5$

$\mu/T \simeq 1.9$



Pas de fluctuations superpoissonniennes.

Comportement proche de celui d'un gaz de Fermions.

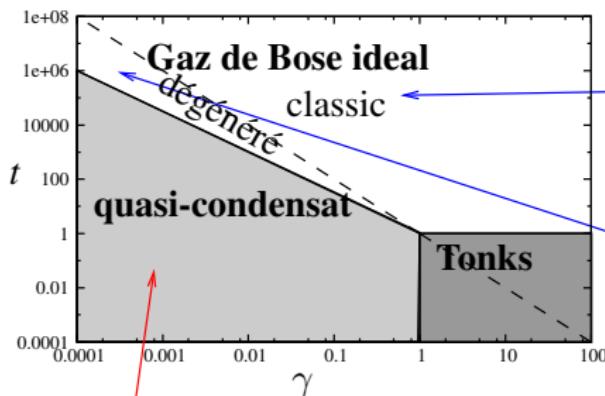
# Outline

- 1 Intéractions à une dimension
- 2 Modèle de Lieb-Liniger
- 3 Fluctuations de densité : la transition de quasi-condensation
- 4 Propriétés dans l'espace des impulsions
- 5 Sonder la dynamique : facteur de structure dynamique

# Distribution d'impulsion

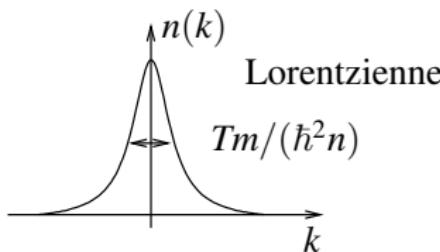
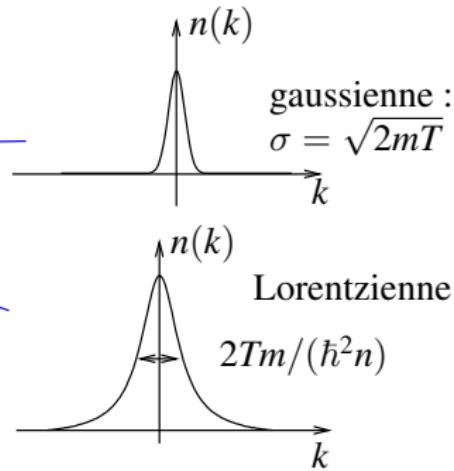
Transformée de Fourier de  $\langle \psi^+(z)\psi(0) \rangle$

N'est pas connue exactement



$$\begin{aligned} \langle \psi^+(z)\psi(0) \rangle &\simeq n \langle e^{i(\theta(z)-\theta(0))} \rangle \\ &\simeq n e^{-\langle (\theta(z)-\theta(0))^2 \rangle / 2} \end{aligned}$$

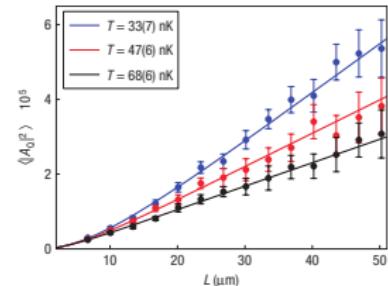
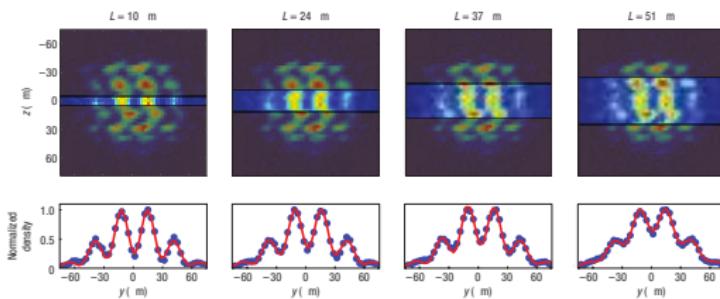
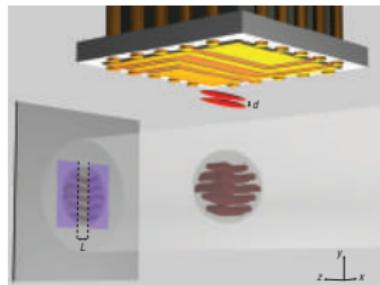
$$\Rightarrow \langle \psi^+(z)\psi(0) \rangle \simeq n e^{-z T m / (\hbar^2 n)}$$



# Mesure de la fonction $g^{(1)}$ par interférométrie

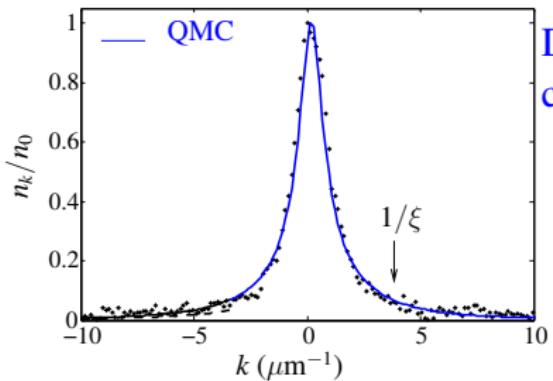
Hofferberth et al., Nature Physics **4**, 489 (2008)

- Coupure “instantanée” des interactions :  $\omega_{\perp} \gg$  temps caractéristique du mouvement longitudinal
- Interférence entre deux gaz 1D indépendants  
 $\Rightarrow \int \int_{\Delta} dz dz' \langle \psi^+(z) \psi(z') \rangle$



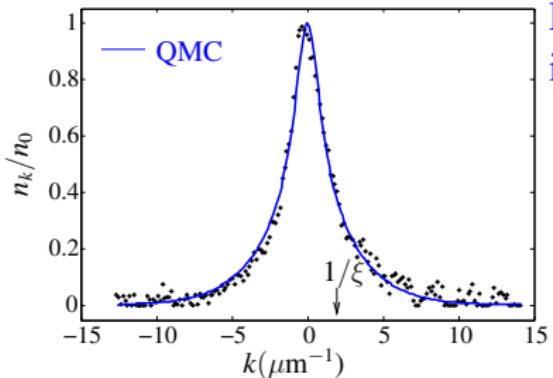
En accord avec le résultat du quasi-condensat :  $g^{(1)}(z) = e^{-zTm/\hbar^2n}$

# Mesures de distributions d'impulsion



Donnée dans le régime quasi-condensat

- De type lorentzien
- Largeur inférieure à  $1/\xi$  ( $T < T_{\text{co}}$ )
- $T = 72 \text{ nK}$ ,  $\omega_{\perp} = 6.4 \text{ kHz}$ ,  
 $n_0 = 15 \text{ at}/\mu\text{m}$



Données dans le régime de gaz de Bose idéal

- De type Lorentzien
- Largeur supérieure à  $1/\xi$  ( $T > T_{\text{co}}$ )
- $T = 84 \text{ nK}$ ,  $\omega_{\perp} = 2.1 \text{ kHz}$ ,  
 $n_0 \simeq 15 \text{ at}/\mu\text{m}$

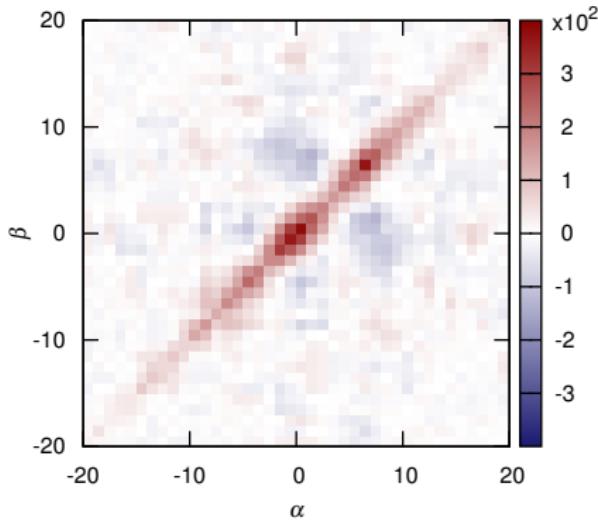
# Corrélations dans l'espace des impulsions

Ensemble d'images prises dans les mêmes conditions :  $\Rightarrow \langle \delta n_k \delta n_{k'} \rangle$

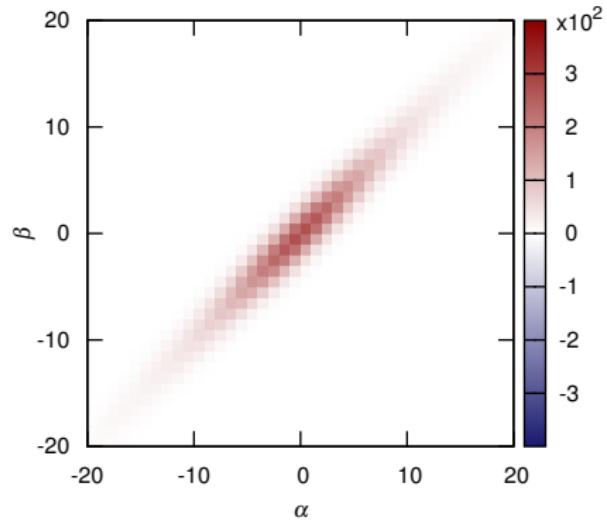
## Gaz de Bose idéal

Groupement bosonique :  $\langle \delta n_k \delta n_{k'} \rangle = \delta_{k,k'} (\langle n_k \rangle + \langle n_k \rangle^2)$

Données expérimentales



Théorie du gaz de Bose idéal



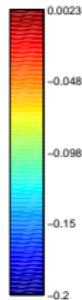
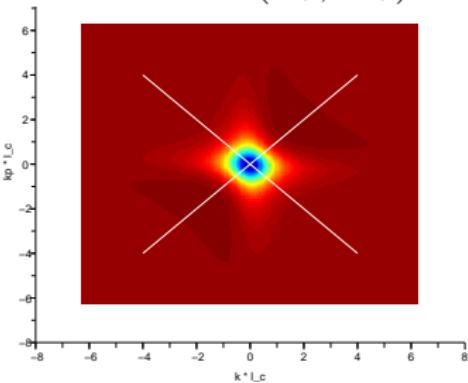
# Quasi-condensat : attendu

$$\langle \psi_k^+ \psi_k \psi_{k'}^+ \psi_{k'} \rangle = \frac{\rho^2}{L^2} \iiint d^4 z e^{ik(z_1-z_2)} e^{ik'(z_3-z_4)} \left\langle e^{i(\theta_1-\theta_2+\theta_3-\theta_4)} \right\rangle$$

Wick :  $\langle e^{i(\theta_1-\theta_2+\theta_3-\theta_4)} \rangle = e^{-1/2\langle (\theta_1-\theta_2+\theta_3-\theta_4)^2 \rangle}$

$$\mathcal{G}(k, k') = \frac{1}{L} (2\pi \langle n_k \rangle \langle n_{k'} \rangle \delta(k - k') + \rho^2 l_\theta^3 c^n(kl_\theta, k'l_\theta))$$

$c^n(kl_\theta, k'l_\theta)$

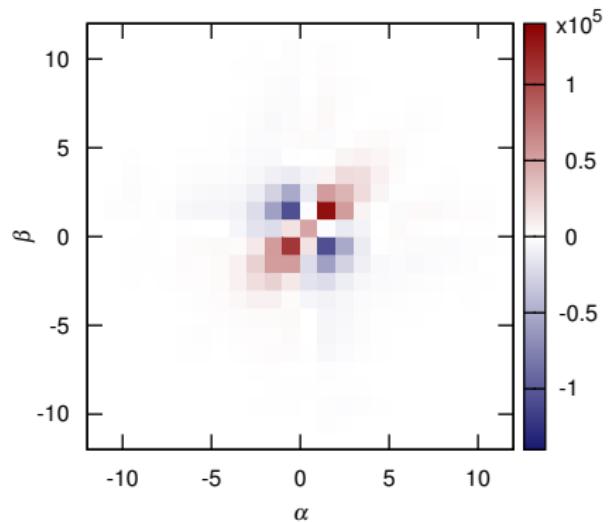


- Zones négatives : fluctuations de  $N$  faibles (fluctuations de densité réduites)
- Anti-diagonale positive attendue pour un vrai condensat : retrouvée seulement pour  $k \gg 1/l_\theta$ .

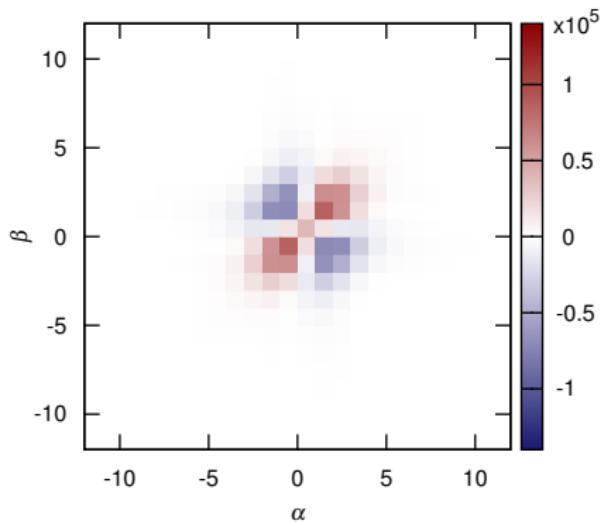
# Corrélations en impulsion dans le régime qBEC

Cas d'un nuage profondément dans le régime quasi-condensat.  
 $T \simeq 80\text{nK}$ ,  $N_{at} = 14000$ ,  $\omega_{\perp}/(2\pi) = 1.9\text{kHz}$ ,  $\omega_z/(2\pi) = 7\text{Hz}$ .

Données expérimentales



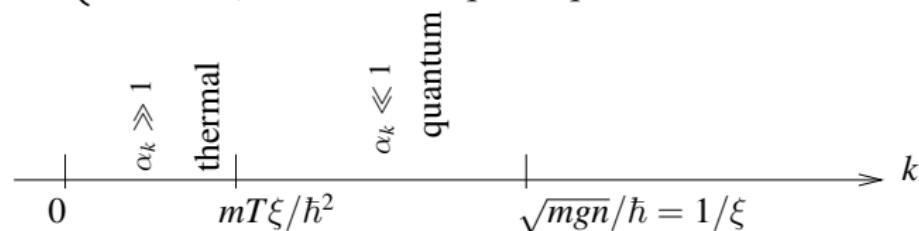
Théorie du quasi-condensat



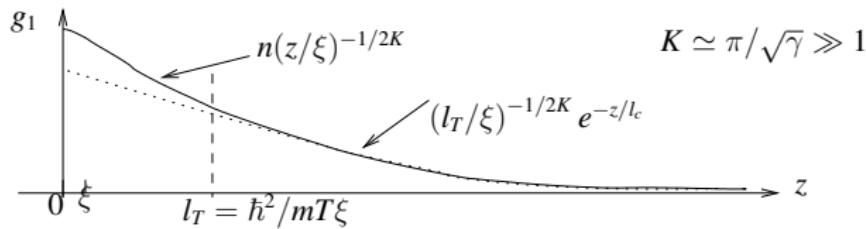
# Effets quantiques sur la fonction $g^{(1)}$

Calculs Bogoliubov. Spectre :  $\omega_k = \sqrt{gnk}$

$\Rightarrow \begin{cases} T \gg \omega_k & \text{fluctuations thermiques dominent} \\ T \ll \omega_k & \text{fluctuations quantiques dominent} \end{cases}$



## Effet sur la fonction $g^{(1)}$

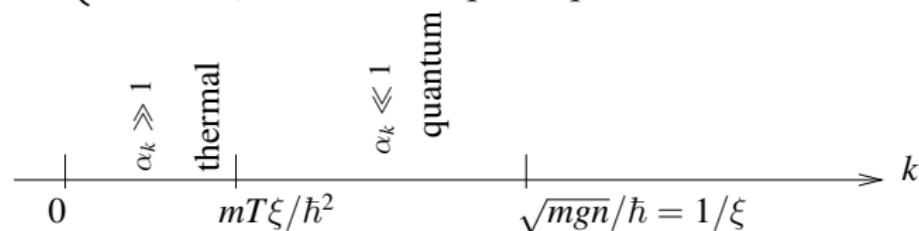


Effet notable :  $T < gn$   $2^{-2K} \ll gn$  Effets négligeables en général

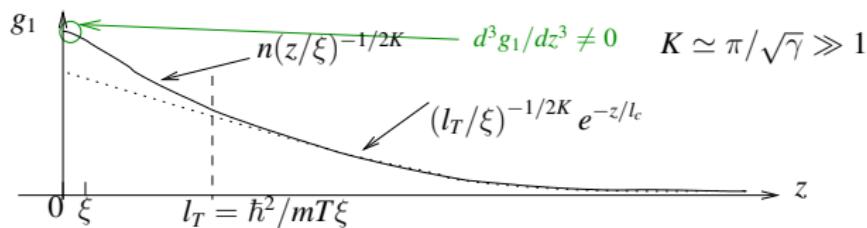
# Effets quantiques sur la fonction $g^{(1)}$

Calculs Bogoliubov. Spectre :  $\omega_k = \sqrt{gnk}$

$\Rightarrow \begin{cases} T \gg \omega_k & \text{fluctuations thermiques dominent} \\ T \ll \omega_k & \text{fluctuations quantiques dominent} \end{cases}$



## Effet sur la fonction $g^{(1)}$

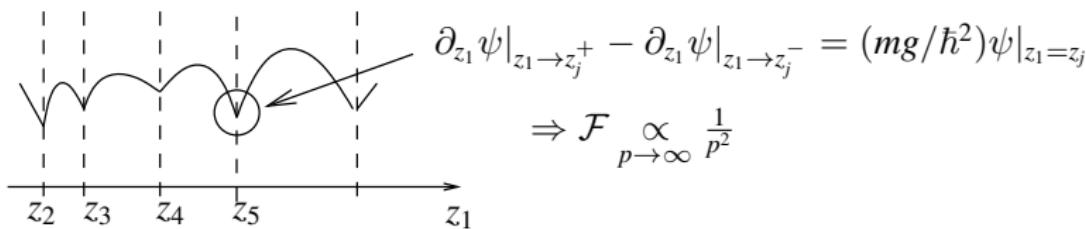


Effet notable :  $T < gn$   $2^{-2K} \ll gn$  Effets négligeables en général

# Ailes en $1/p^4$ : le contact

Olshanii and Dunjko, Phys. Rev. Lett. (2003)

$$w(p) = \frac{N}{L} \int dz_2 \dots dz_N \underbrace{\left| \int dz_1 e^{ipz_1/\hbar} \psi(z_1, \dots, z_N) \right|^2}_{\mathcal{F}}$$



$$\Rightarrow \boxed{w(p) \underset{|p| \rightarrow \infty}{=} \frac{C}{p^4}} \quad C = m^2 g^2 n^2 g^{(2)}(0)$$

$$\text{Quantité thermodynamique : } C = m^2 g^2 \frac{2}{L} \left. \frac{\partial F}{\partial g} \right|_T .$$

# Distribution d'impulsion dans le régime de Tonks

Régime fermionisé :  $\psi_B = \prod_{j < i} \text{sgn}(x_j - x_i) \psi_F(z_1, \dots, z_N)$

Fonction de corrélation à 1 corps. Problème difficile.

Récent développement : Y. Atats et al., Phys. Rev. A **95**, 043622 (2017)

## Cas discrétréisé.

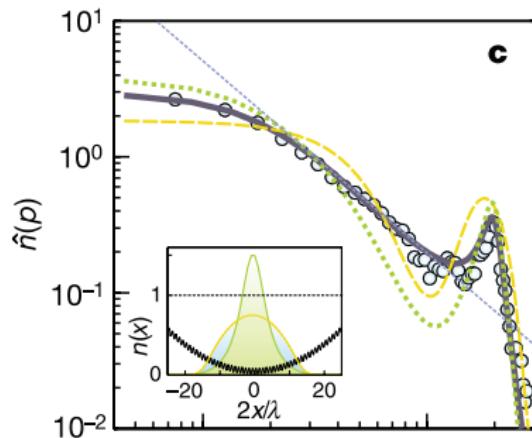
Transformation de Jordan Wigner :  $a_j = e^{i\pi \sum_{l < j} c_l^+ c_l} c_j$

## Distribution d'impulsion dans le régime de Tonks-Girardeau

Paredes et al., Nature **429**, 277(2004)

Potentiel périodique

⇒ interactions augmentées



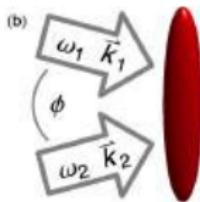
# Outline

- 1 Intéractions à une dimension
- 2 Modèle de Lieb-Liniger
- 3 Fluctuations de densité : la transition de quasi-condensation
- 4 Propriétés dans l'espace des impulsions
- 5 Sonder la dynamique : facteur de structure dynamique

# Sondre les excitations : $S(k, \omega)$

$$S(k, \omega) = \sum_{\nu} |\langle \nu | \rho_q | 0 \rangle|^2 \delta(\omega - (E_{\nu} - E_0)/\hbar)$$

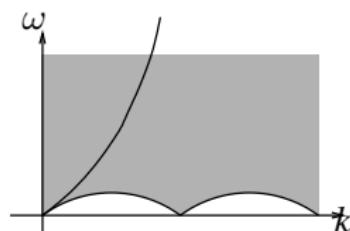
## Diffraction de Bragg



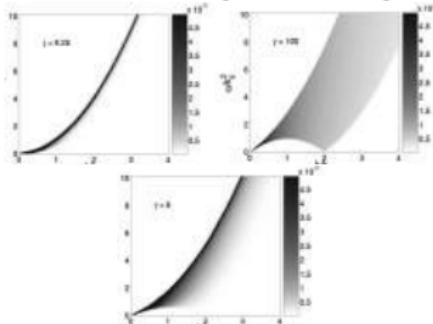
$$V \propto \cos(kz - \omega t)$$

Réponse linéaire

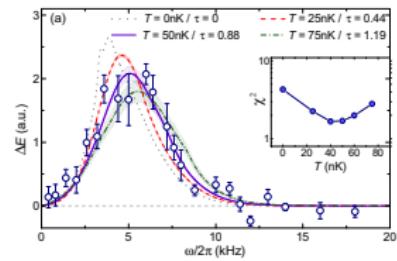
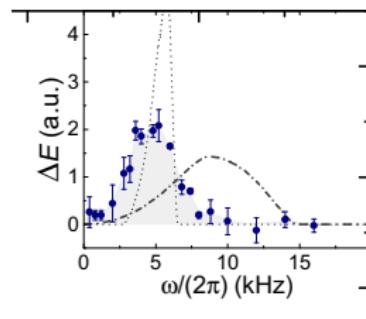
Energie déposée :  
 $\Delta E \propto \omega S(k, \omega)$



## Calculs exact (gaz homogène)



## Résultats expérimentaux



N. Fabbri et al., Phys. Rev. A **91**, 043617 (2015),

J.S. Caux et al., Phys. Rev. A **74**, 031605 (2006)

# Conclusion et perspectives

Quelques autres aspects non abordés ici

- Transition dimensionnelle 1D/3D
- Technique théorique de bosonisation
- Physique des gaz 1D dans des réseaux : transition de Mott/pinning, modèle de Sine-Gordon

Quelques champs de recherche particulièrement riches pour les systèmes uni-dimensionnels

- Dynamique hors équilibre
- Présence de dissipation : refroidissement par perte d'atome
- Rôle de l'intégrabilité de beaucoup de systèmes 1D
- Propriétés de transport : transport de de particules, de chaleur