



# Combiner les objets 3D par composition de fonctions

**Séminaire suivant le cours :**

"Modélisation géométrique constructive : choix d'une représentation"

**dans la série :**

Façonner l'imaginaire : de la création numérique 3D aux mondes virtuels animés



Loïc Barthe

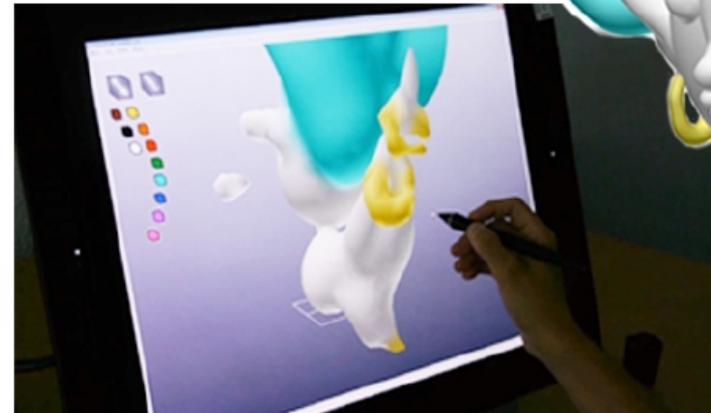
Université Paul Sabatier de Toulouse

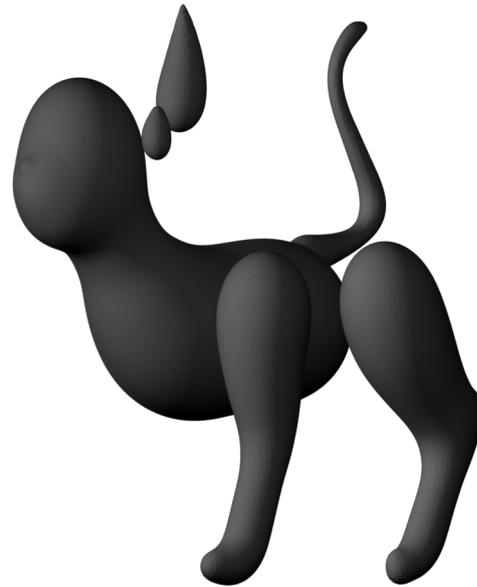
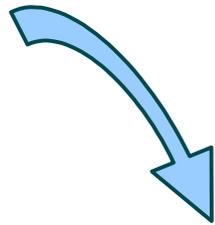
Institut de Recherche en Informatique de Toulouse

CNRS



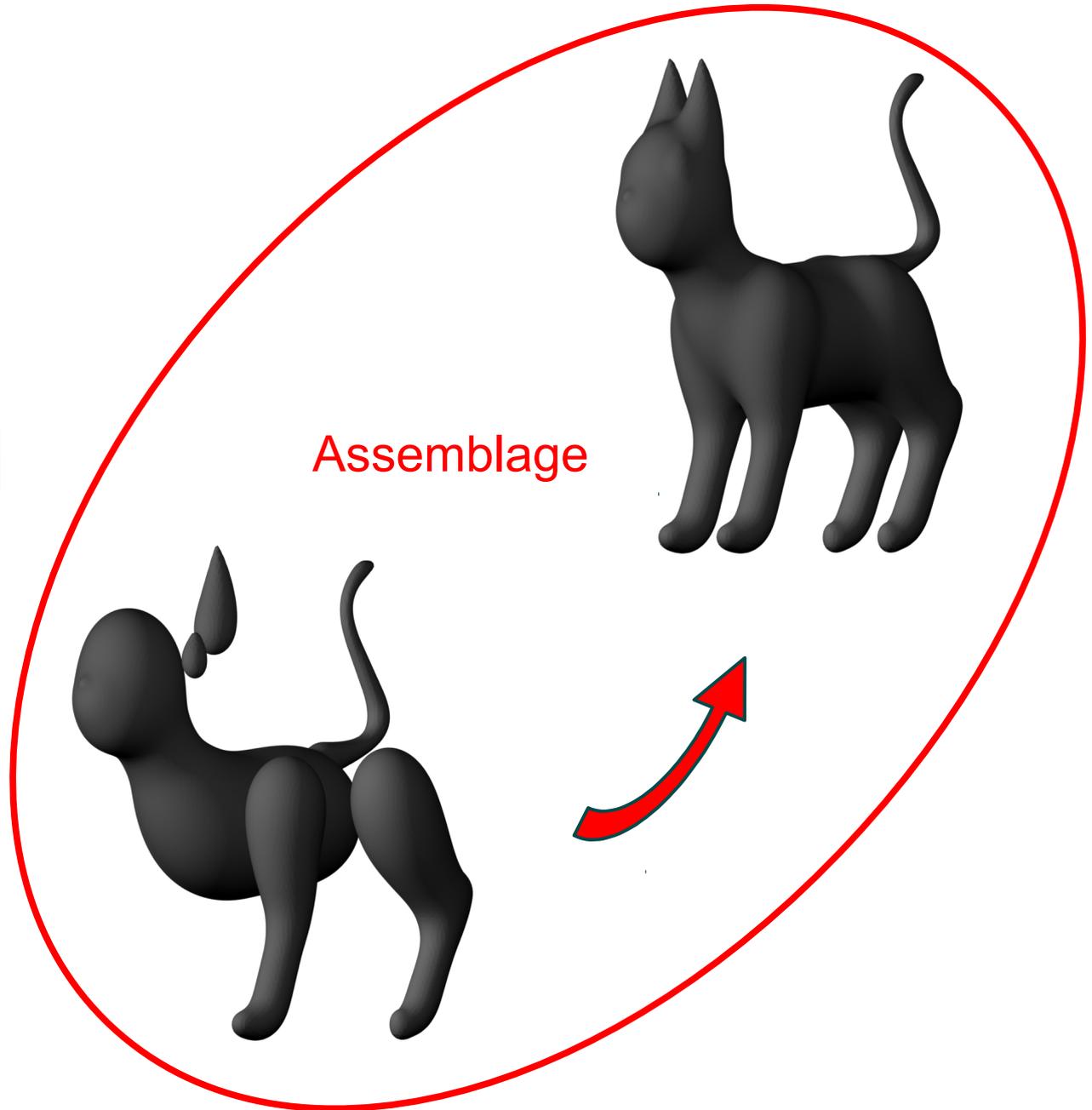
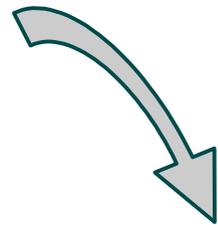
- **Souvent utilisé pour la phase de prototypage**



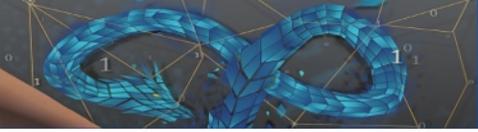




# Modéliser par assemblage



- **Pourquoi les fonctions scalaires 3D pour assembler des objets 3D ?**
- **Les fonctions scalaires 3D pour la représentation d'objets 3D**
- **Les opérateurs binaires : lien entre graphes et modifications de surfaces**
- **Les opérateurs binaires d'assemblage**
- **Exemple d'application pour l'animation**
- **Ouvertures et conclusion**

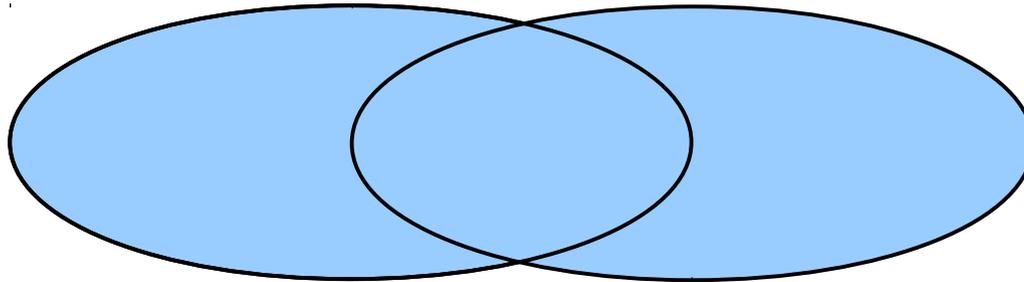


**Pourquoi les fonctions scalaires 3D  
pour  
assembler des objets 3D ?**

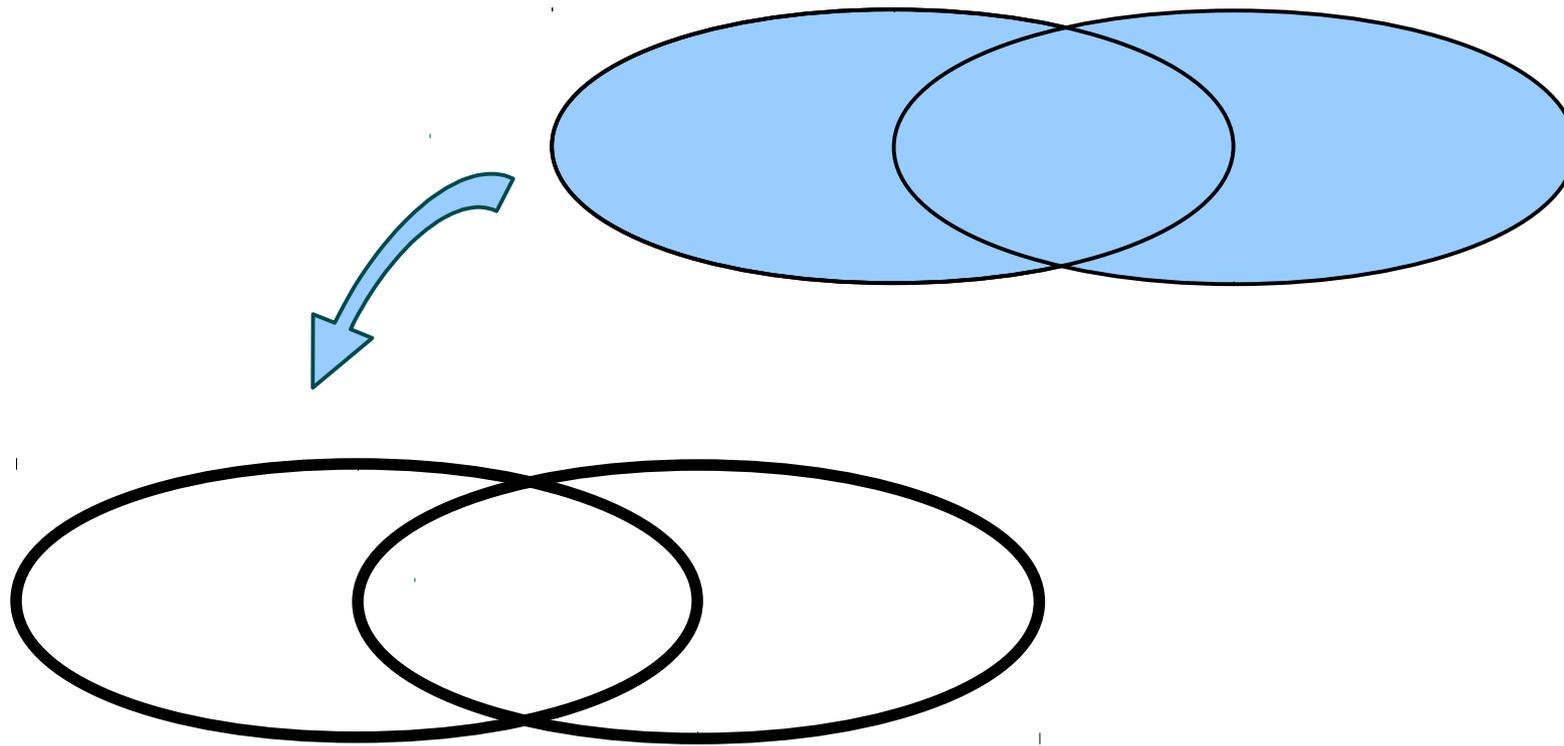
**1/6**



- **Opérations surfaciques ou volumiques ?**

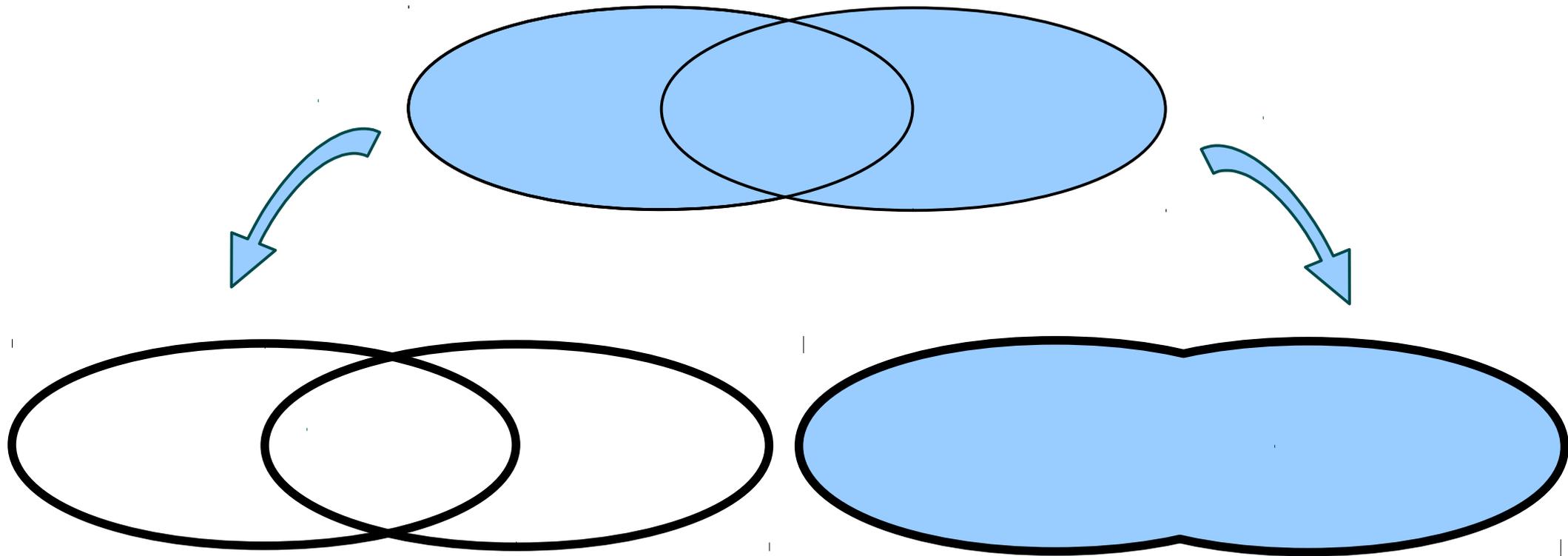


- **Opérations surfaciques ou volumiques ?**



**Union**  
**mise en œuvre surfacique**

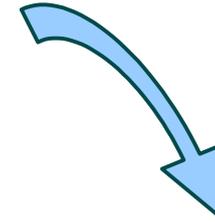
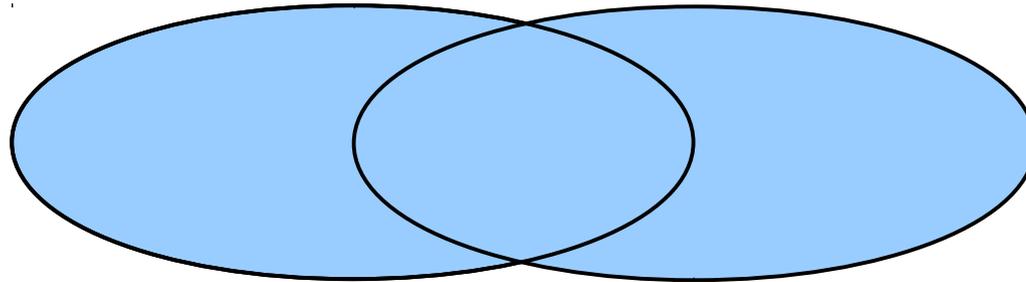
- **Opérations surfaciques ou volumiques ?**



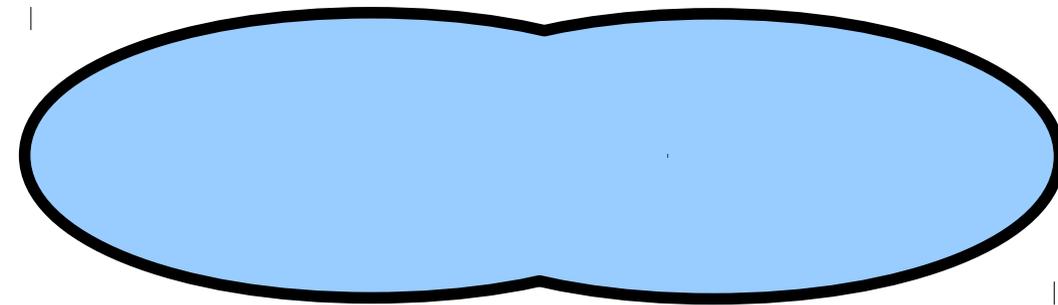
**Mise en œuvre surfacique**

**Mise en œuvre volumique**

- Opérations surfaciques ou volumiques ?



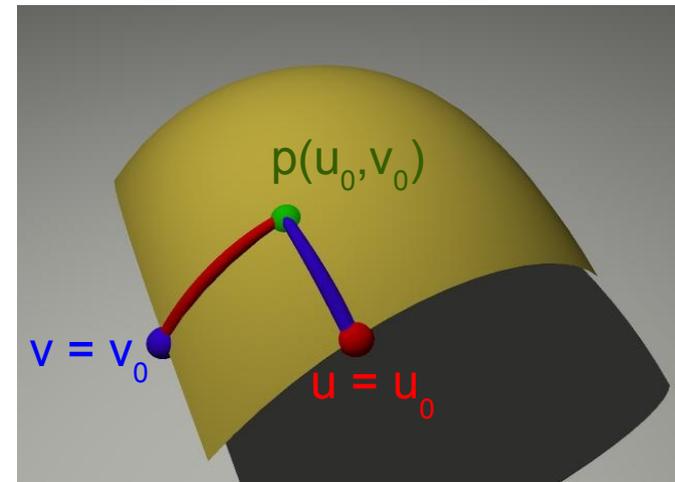
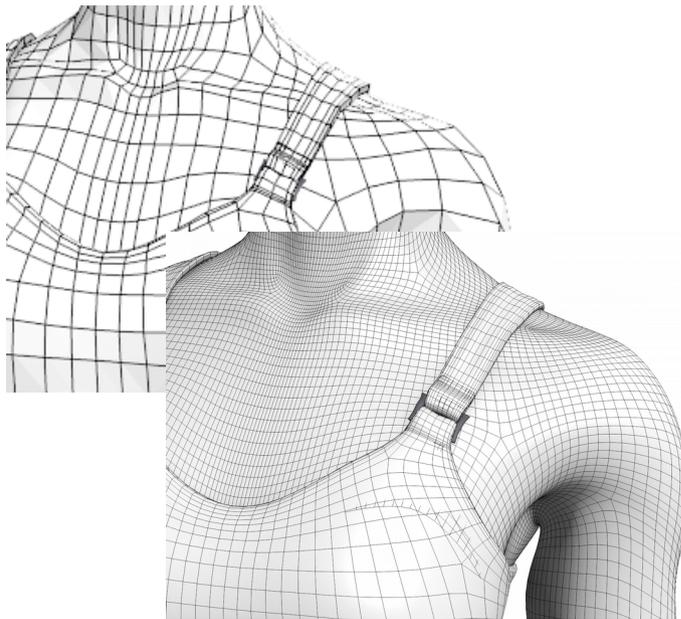
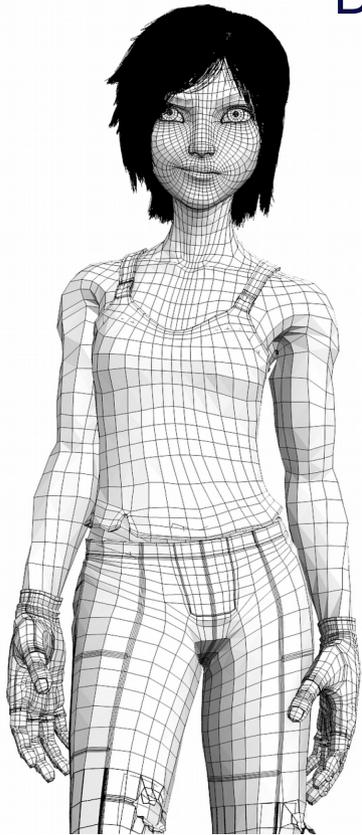
**Nécessite de pouvoir  
localiser les parties internes  
et externes de l'assemblage**



**Mise en œuvre volumique**

- **Représentations explicites de la surface**

- Maillages 2D, surfaces de subdivision, surfaces paramétriques, ...
- Définissent explicitement l'ensemble des points de l'espace appartenant à la surface

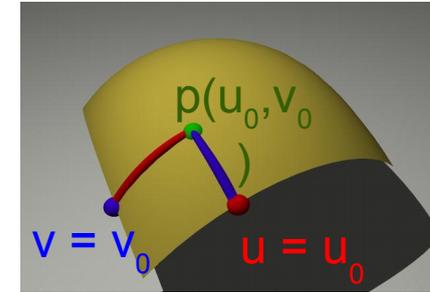
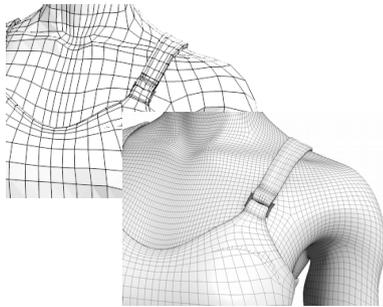
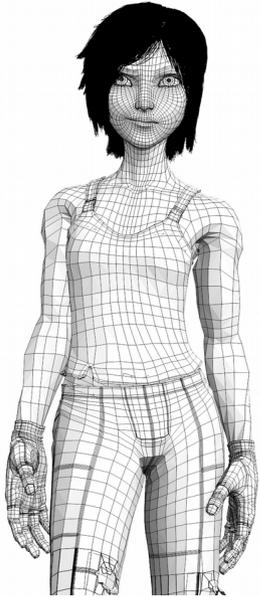


$$p: U \times V \rightarrow \mathbb{R}^3$$
$$(u, v) \rightarrow p(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

- N'intègrent pas d'information d'intérieur et d'extérieur autour de la surface

- **Représentations explicites de la surface**

- Maillages 2D, surfaces de subdivision, surfaces paramétriques, ...
- Définissent explicitement l'ensemble des points de l'espace appartenant à la surface



$$p: U \times V \rightarrow \mathbb{R}^3$$
$$(u, v) \rightarrow p(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$$

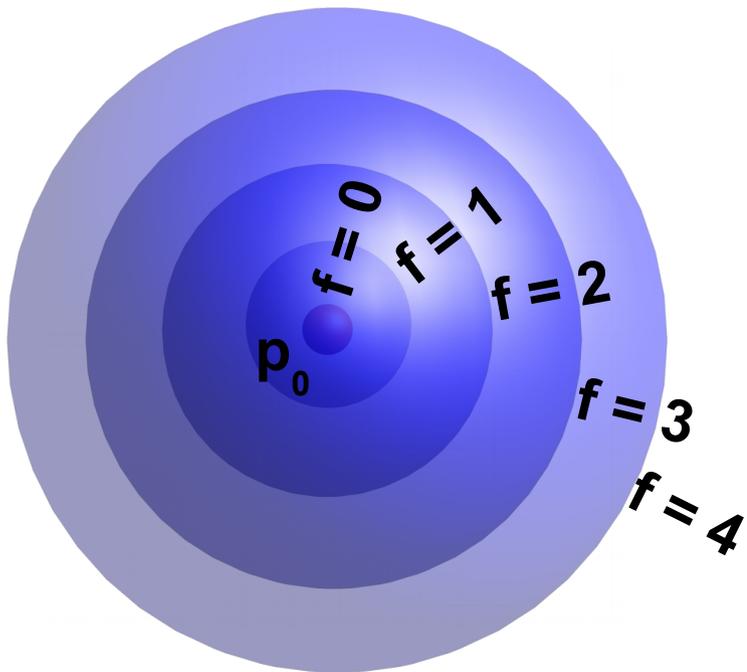
- N'intègrent pas d'information d'intérieur et d'extérieur autour de la surface

**=> pas de mise en œuvre directe, simple et robuste des assemblages**

- **Fonction scalaire 3D**

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$p \rightarrow f(p) = c_p$$

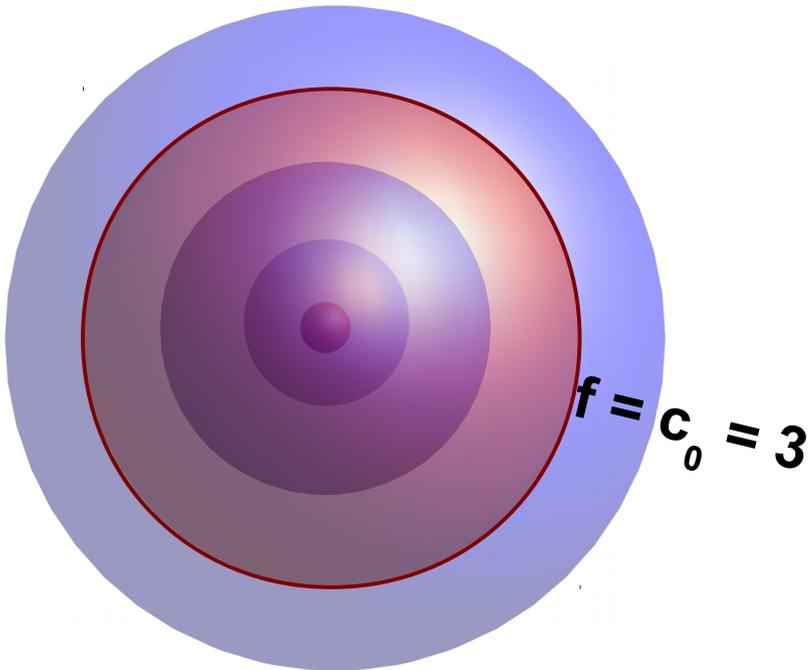
$$f(p) = \text{dist}(p, p_0) = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$$



- **Surface implicite**

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$p \rightarrow f(p) = c_p$$

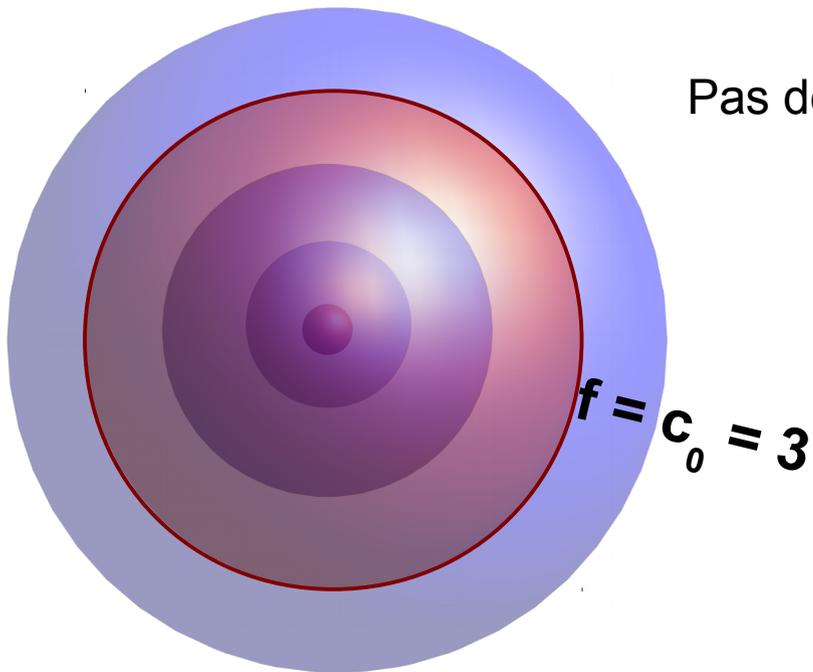
$$S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = c_0, c_0 \text{ une constante de } \mathbb{R}\}$$



- **Surface implicite**

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$p \rightarrow f(p) = c_p$$

$$S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = c_0, c_0 \text{ une constante de } \mathbb{R}\}$$

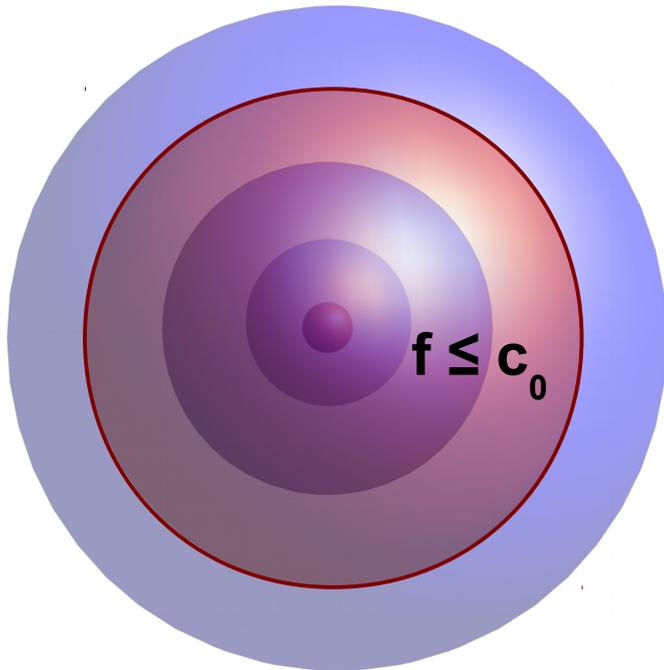


Pas de représentation explicite des points de la surface

- **Surface implicite**

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$p \rightarrow f(p) = c_p$$

$$S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = c_0, c_0 \text{ une constante de } \mathbb{R}\}$$



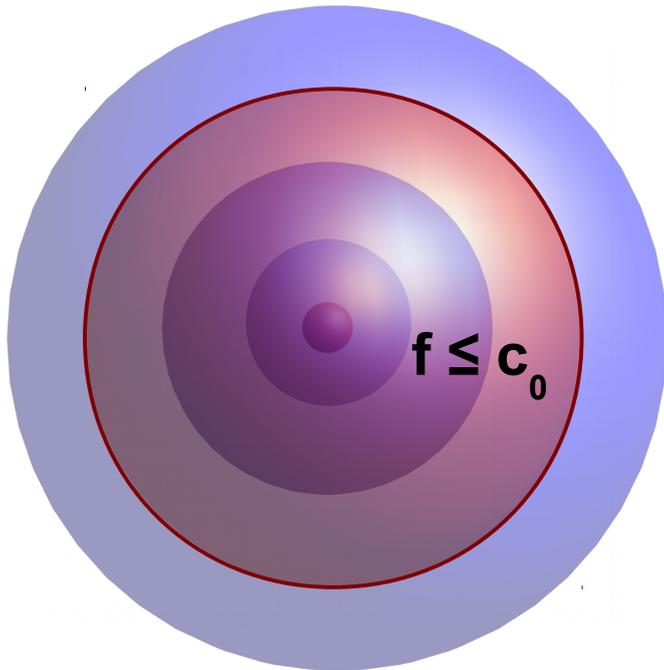
$$V = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) \leq c_0\}$$

Intègre explicitement l'information d'intérieur et d'extérieur

- **Surface implicite**

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$$
$$p \rightarrow f(p) = c_p$$

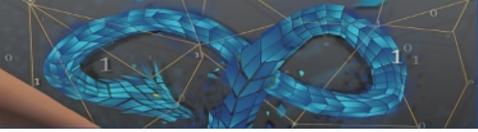
$$S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = c_0, c_0 \text{ une constante de } \mathbb{R}\}$$



$$V = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) \leq c_0\}$$

Intègre explicitement l'information d'intérieur et d'extérieur

**=> mise en œuvre directe, simple et robuste des assemblages**



# **Les fonctions scalaires 3D pour la représentation d'objets 3D**

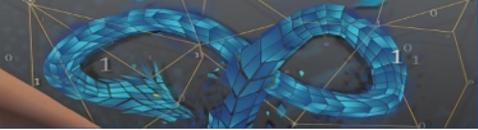
**2/6**



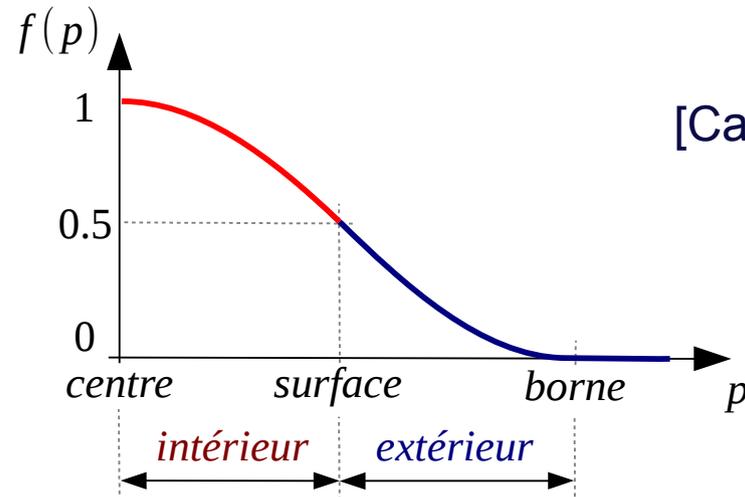
*Surface:  $f(p)=0.5$*



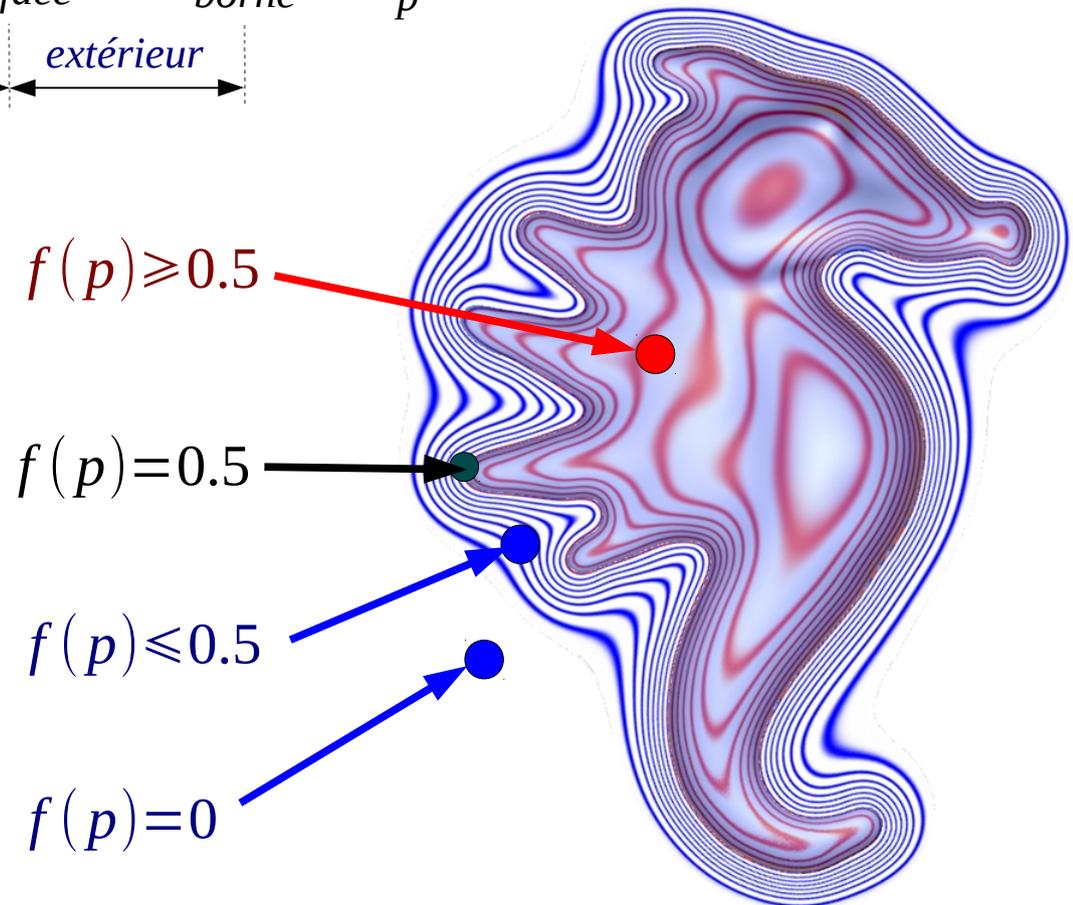
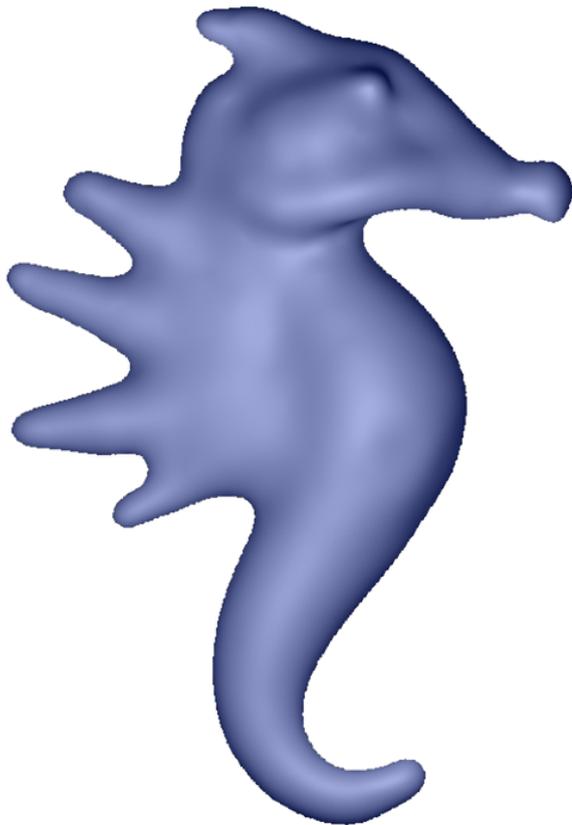
# Fonctions scalaires à support compact



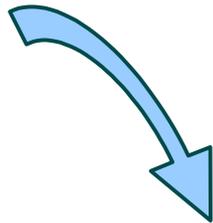
Surface:  $f(p) = 0.5$



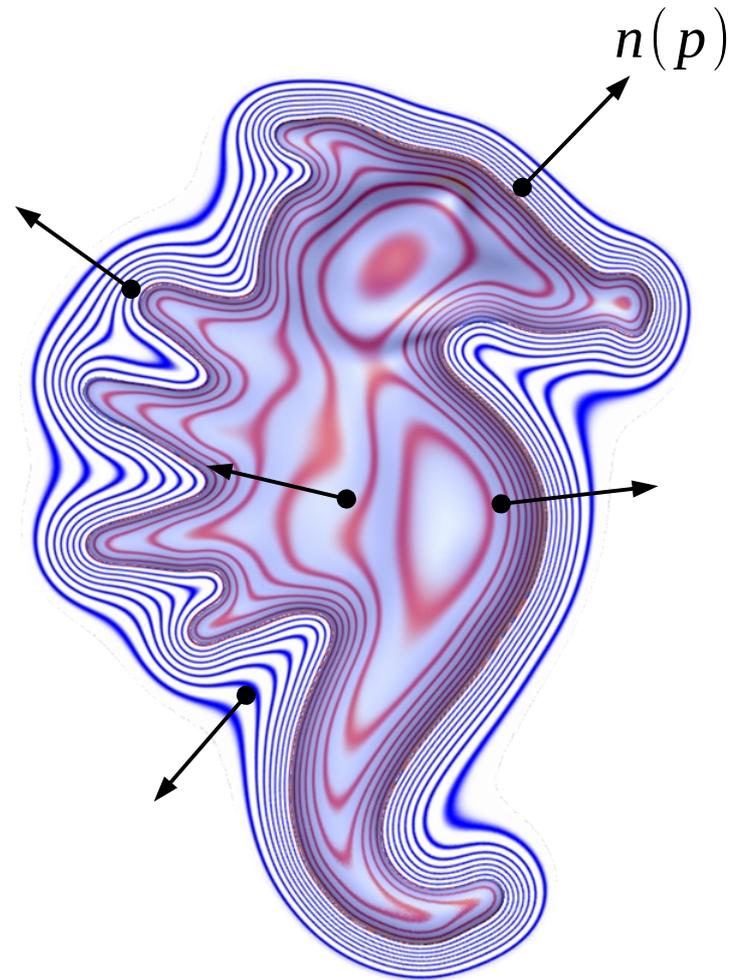
Volume:  $f(p) \geq 0.5$

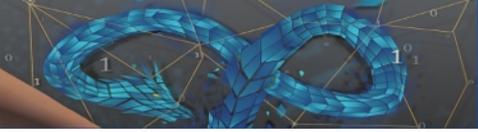


$$\nabla f(p) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(p) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(p) \\ \frac{\partial f}{\partial z}(p) \end{pmatrix}$$



$$n(p) = \frac{-\nabla f(p)}{\|\nabla f(p)\|}$$





**Les opérateurs binaires :**  
**lien entre**  
**graphes et modifications de surfaces**

**3/6**

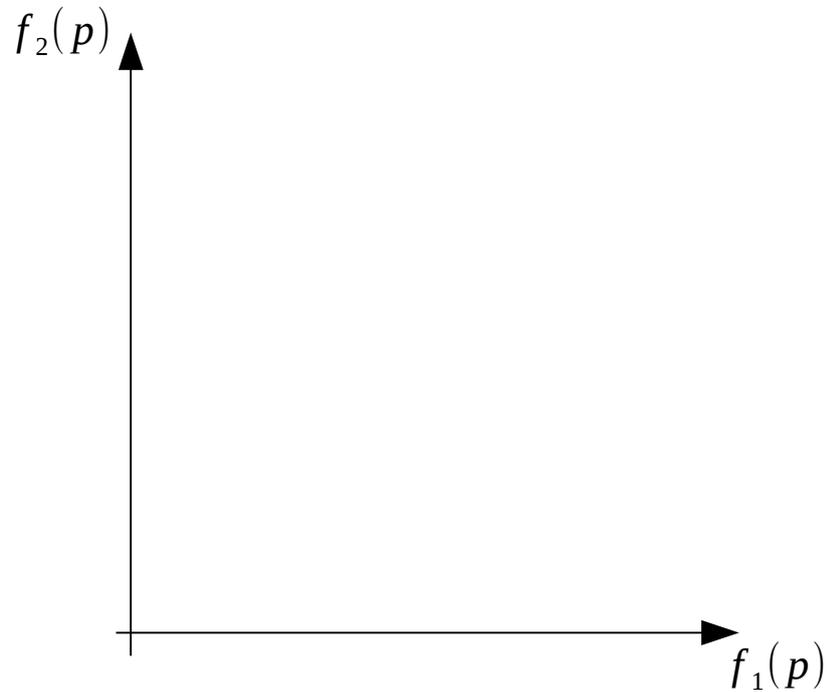


- **Définition :**  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $(x, y) \rightarrow g(x, y) = c_p$
- **Composition :**  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$   
 $p \rightarrow g(f_1(p), f_2(p)) = c_p$        $S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = 0.5\}$   
 $V = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) \geq 0.5\}$
- **=> Processus unifié :**
  - l'application d'un opérateur à des fonctions scalaires 3D définit une nouvelle fonction scalaire 3D avec sa surface implicite en  $f=0.5$

# Opérateur et forme 3D

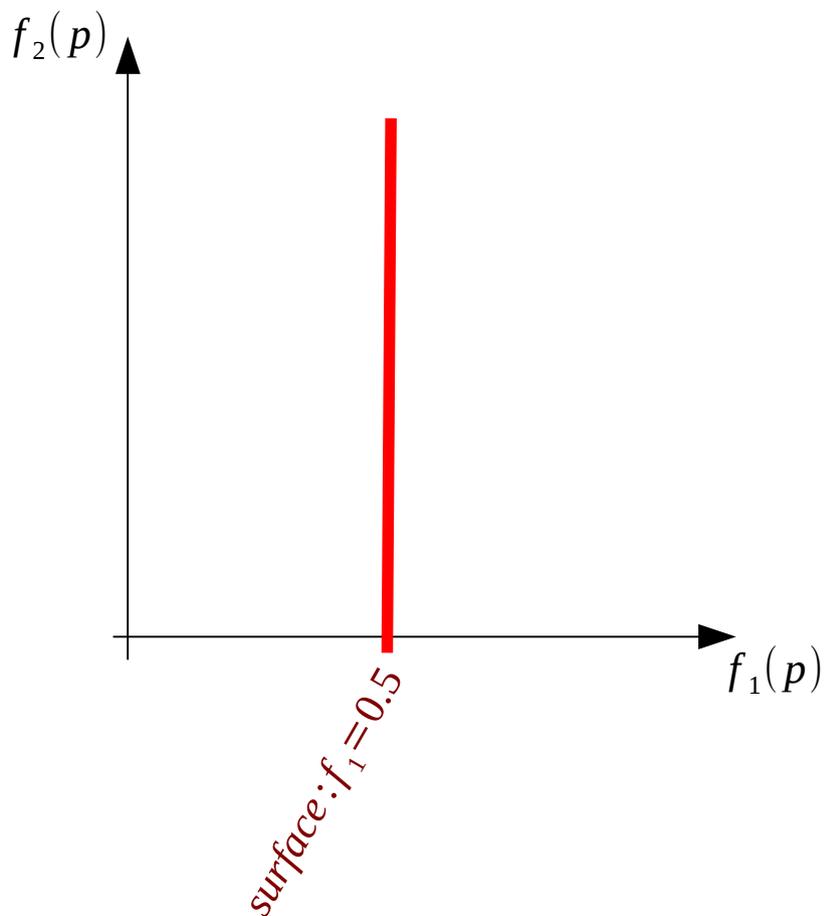
*Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$*

*Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$*

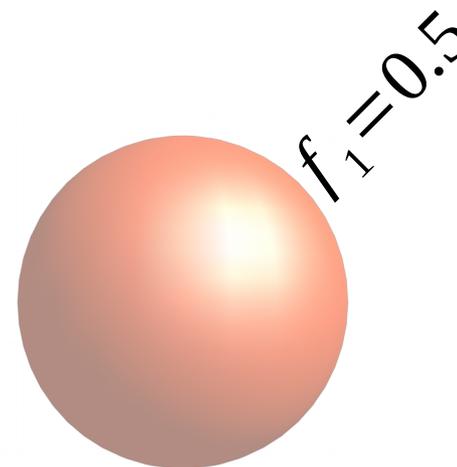


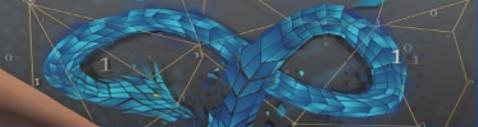
# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$



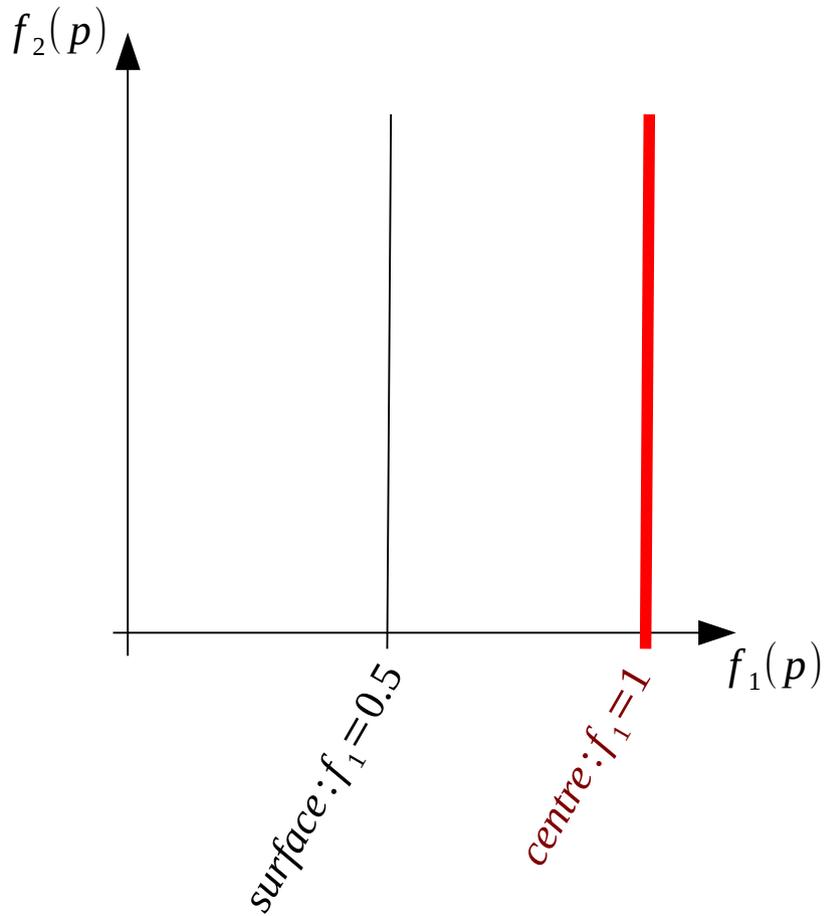
Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



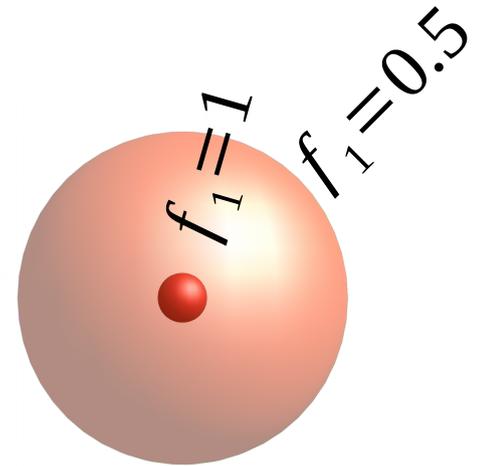


# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

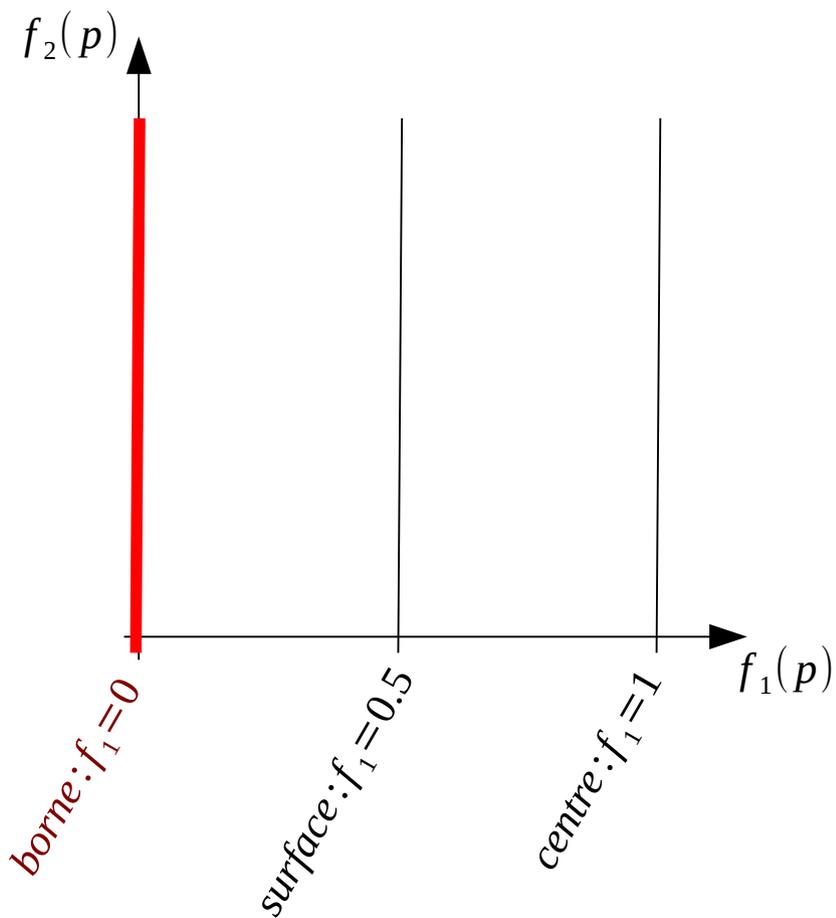


Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$

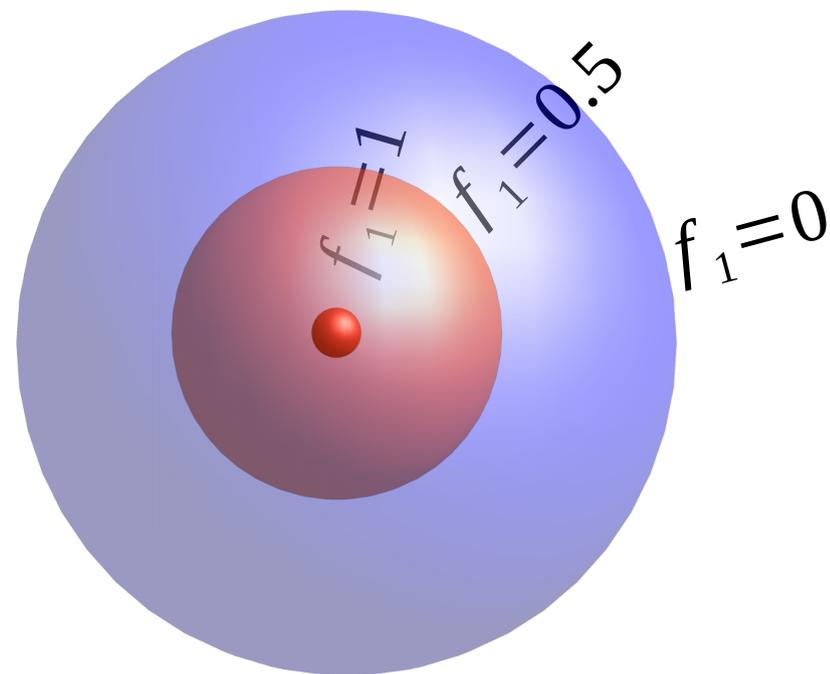


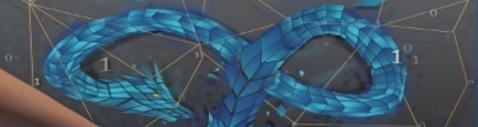
# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$



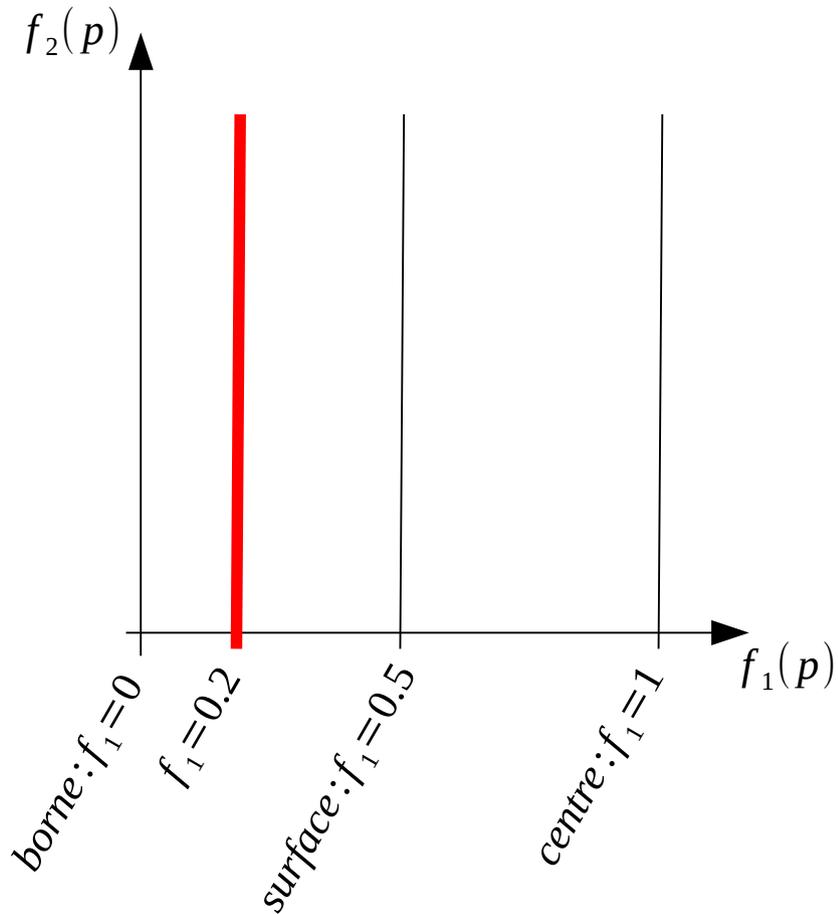
Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



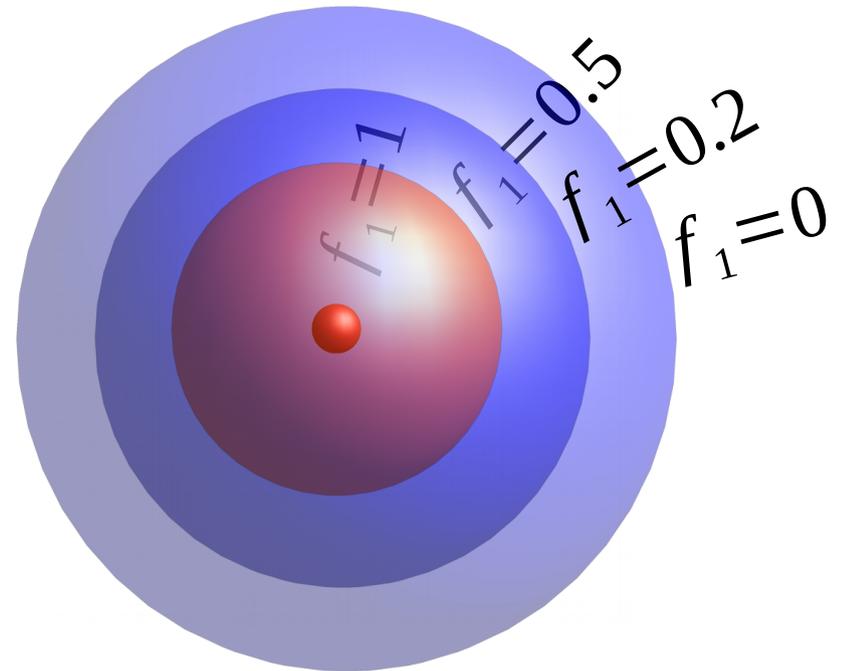


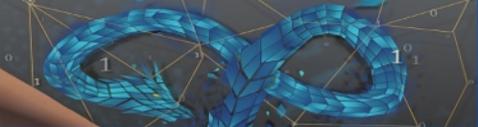
# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$



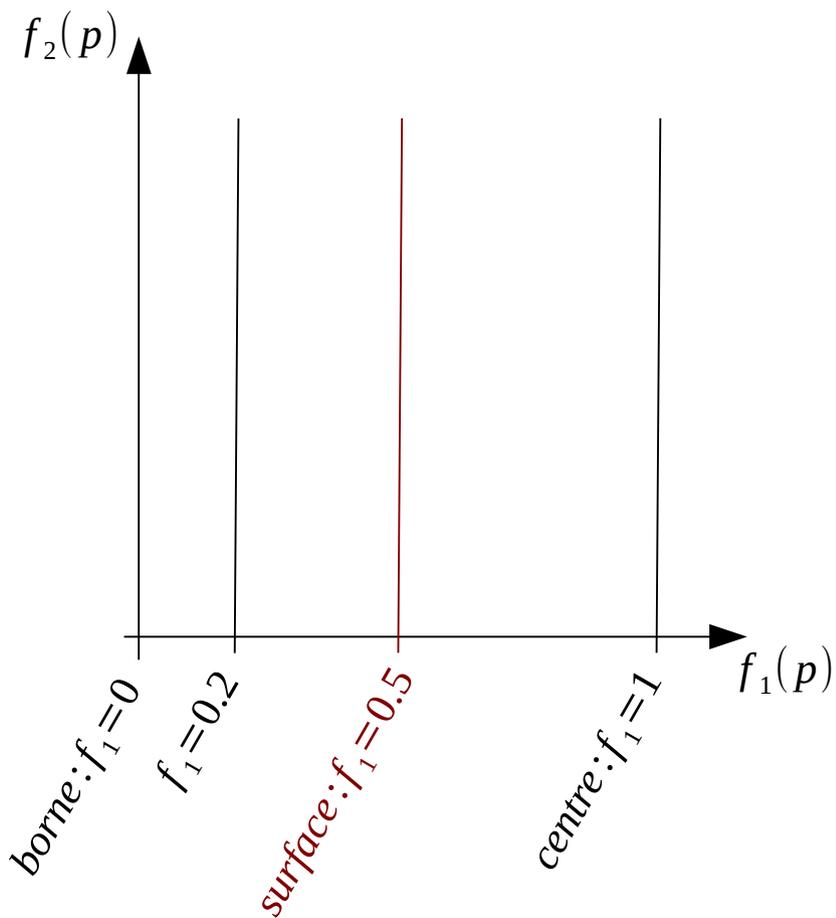
Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



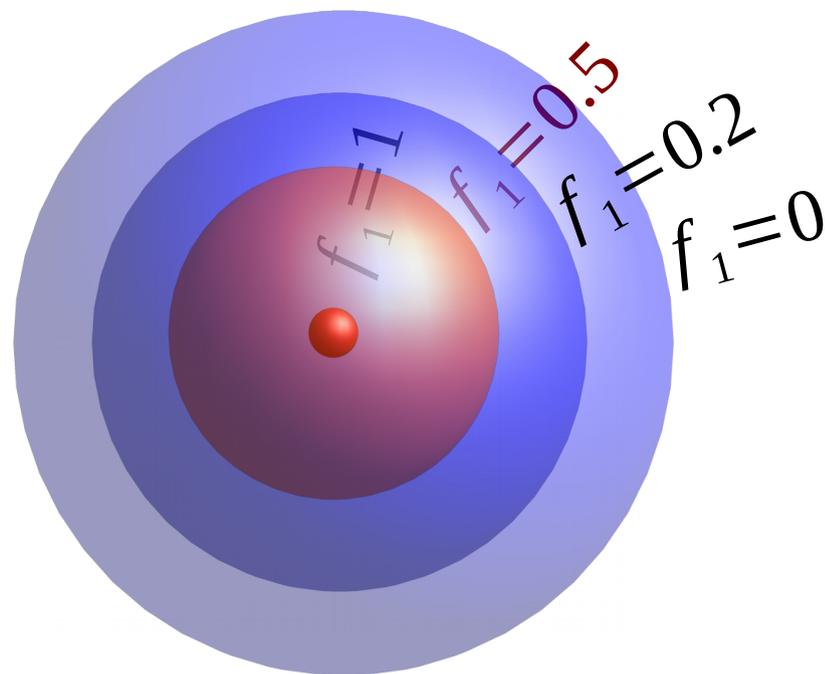


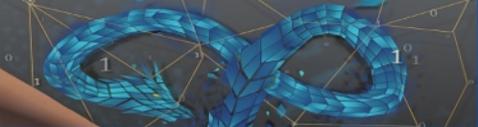
# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$



Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$

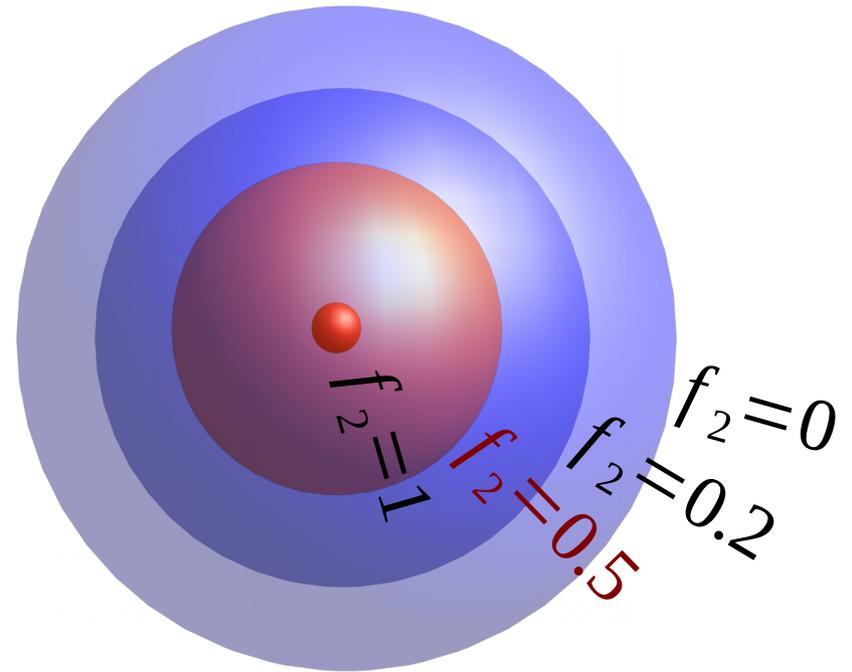
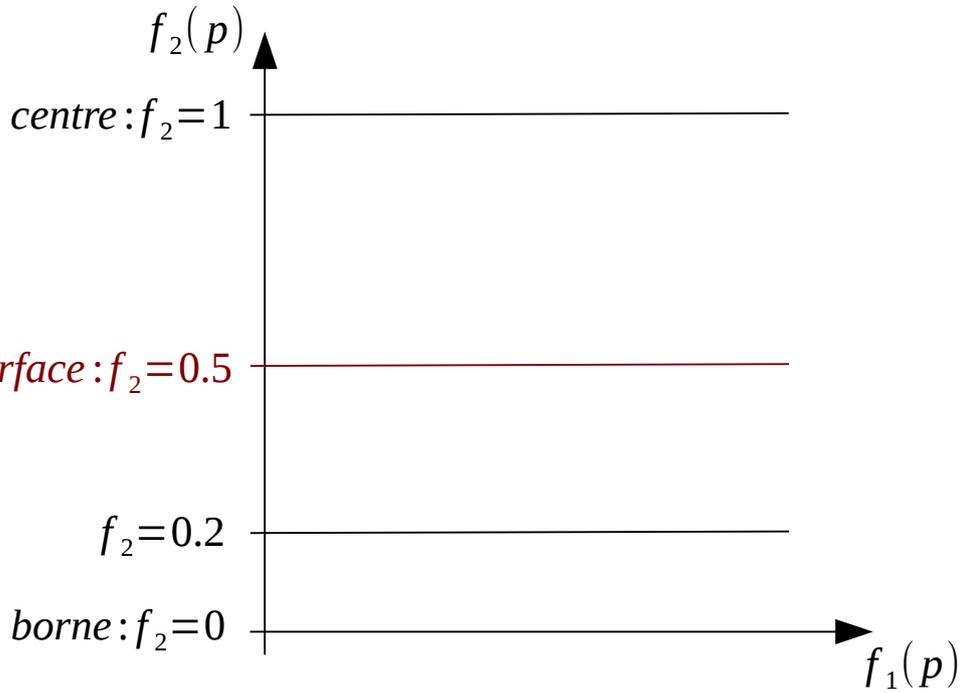




# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

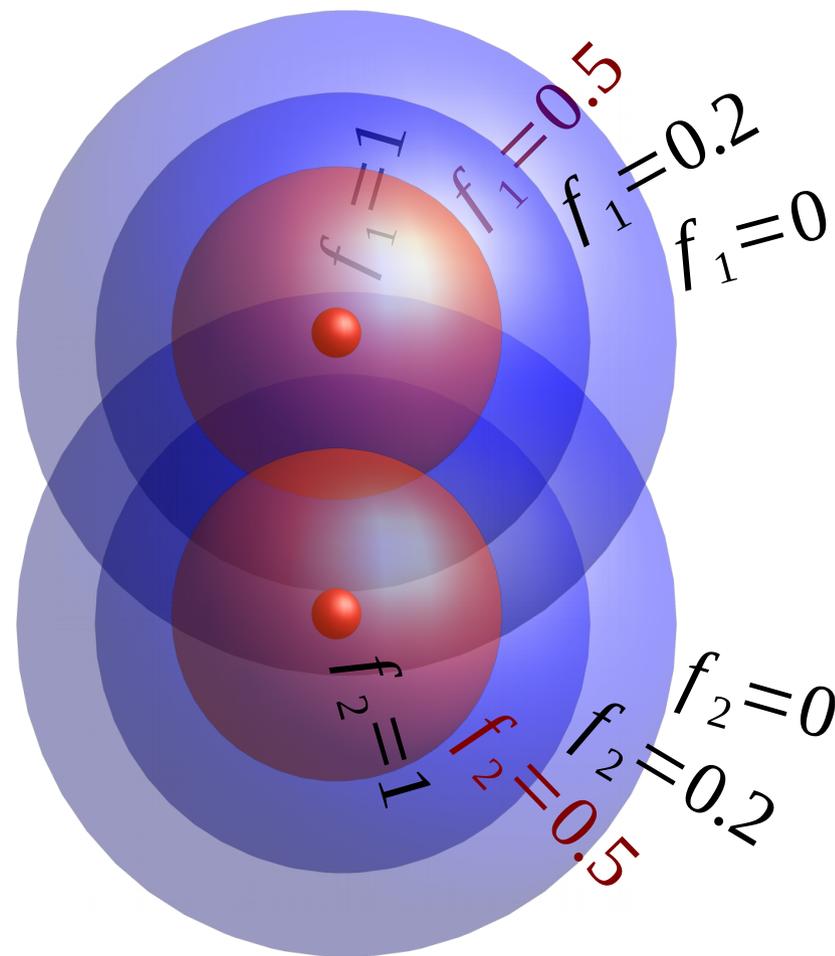
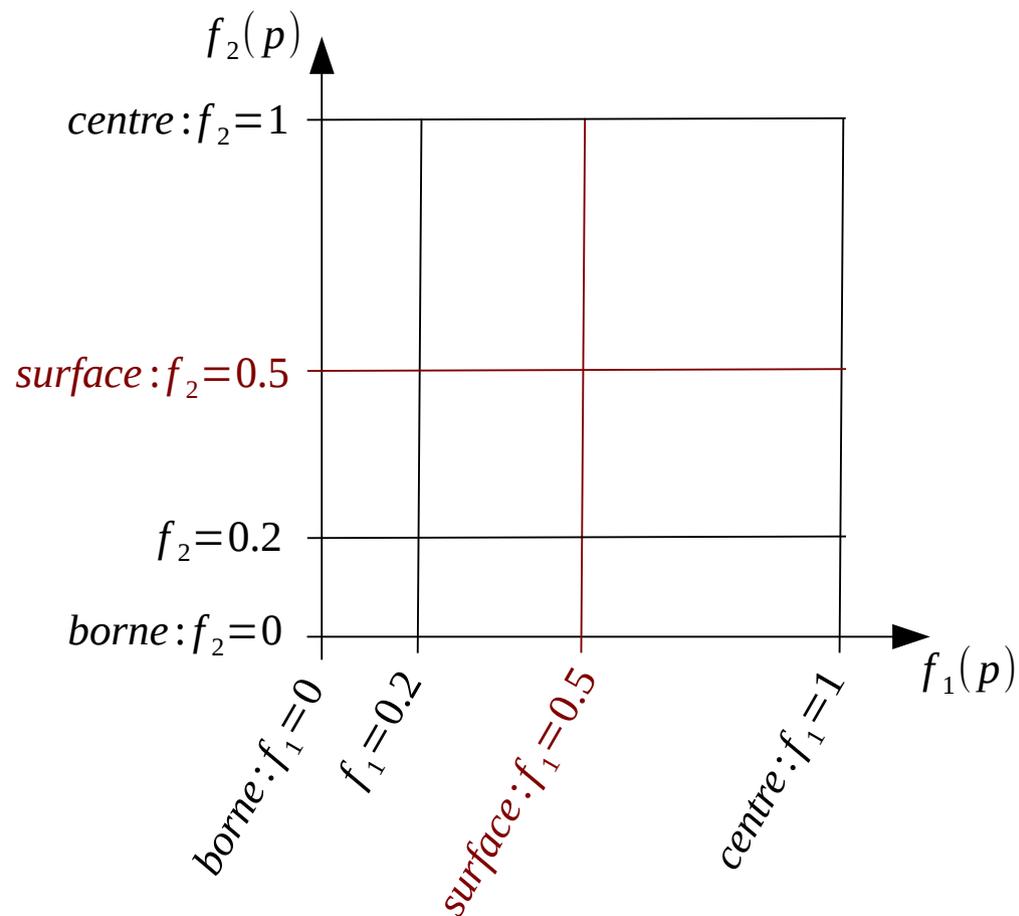
Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$

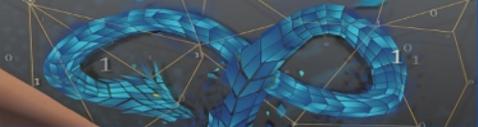


# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$

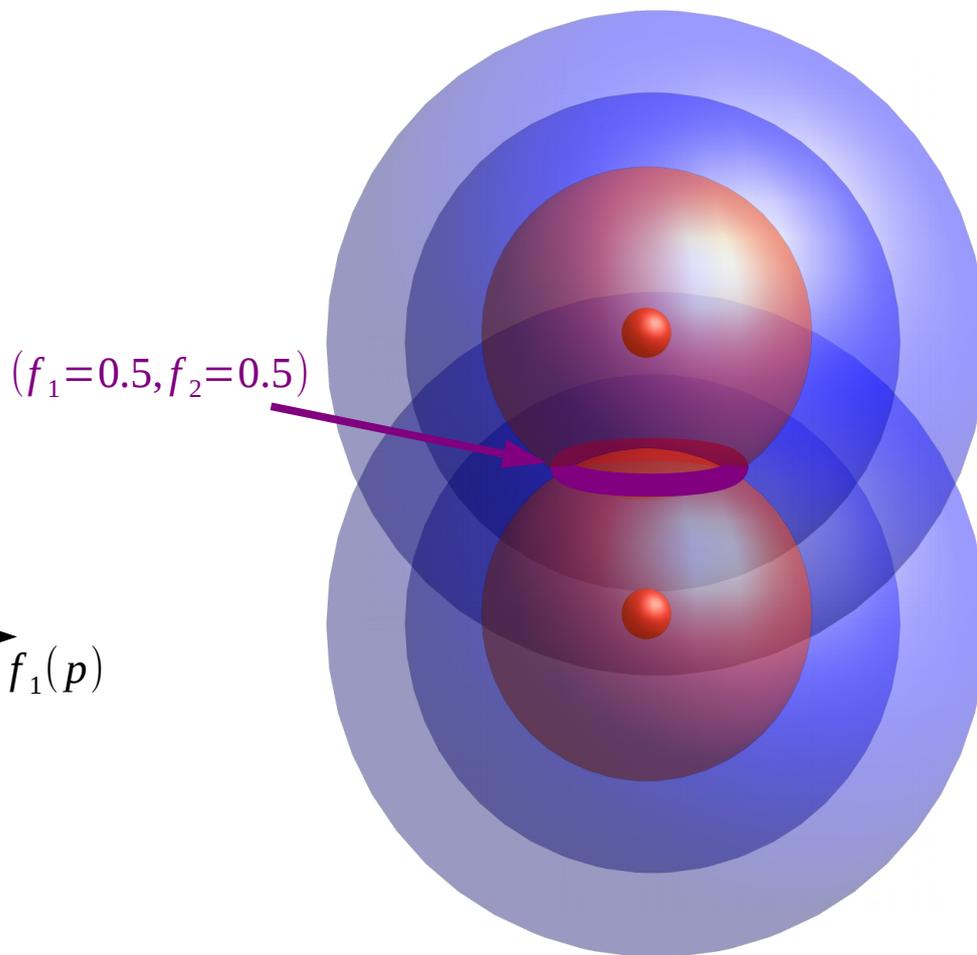
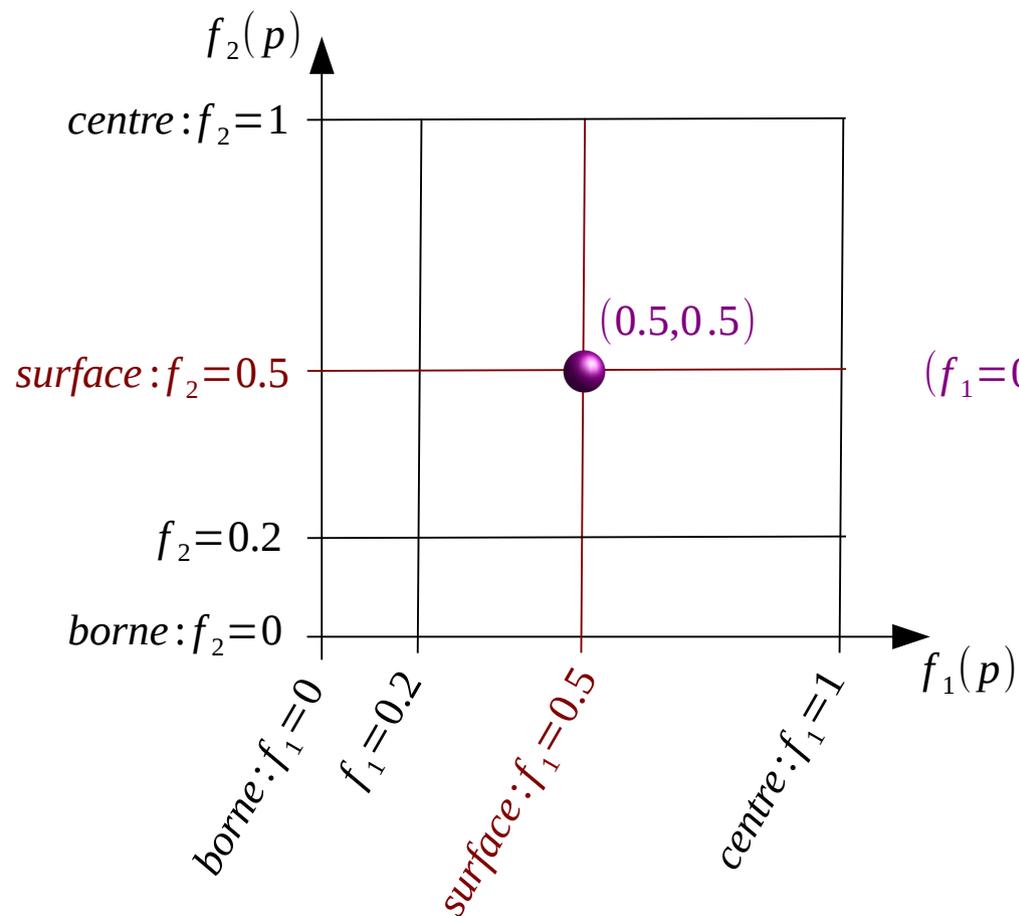




# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$

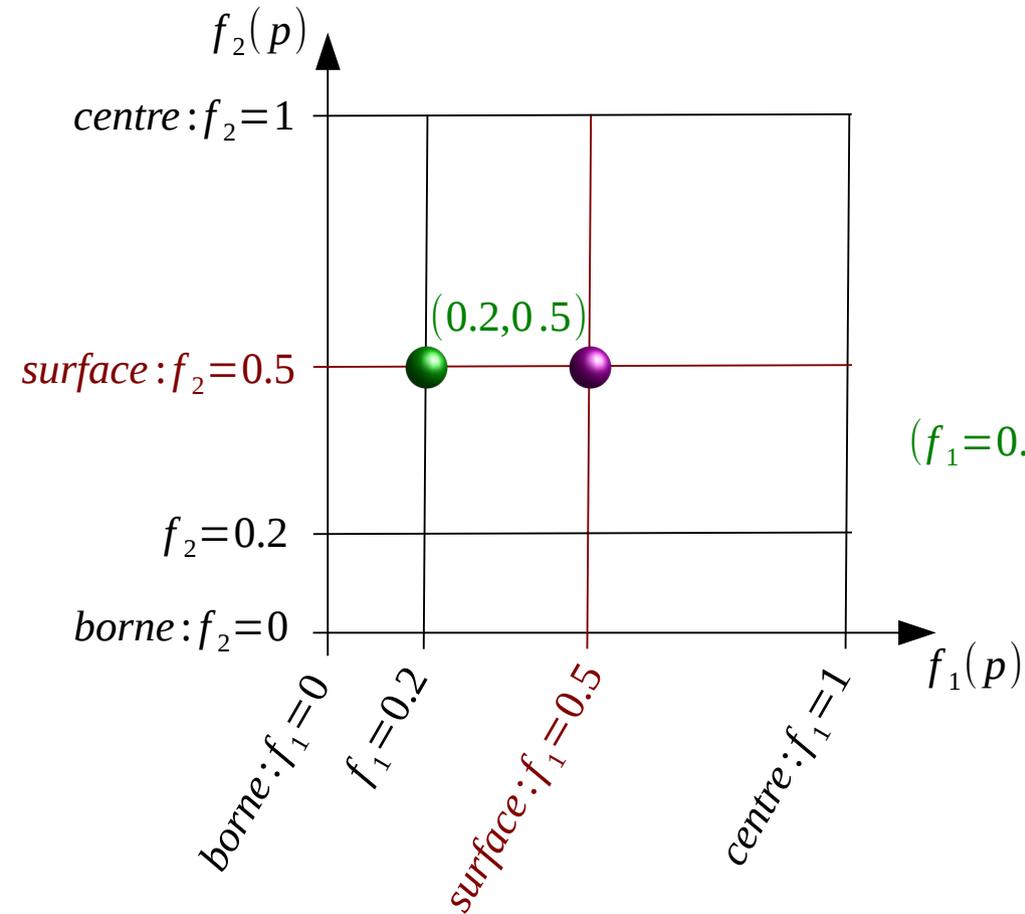


Un point dans l'espace de  $g$  correspond à une courbe dans l'espace de  $f$

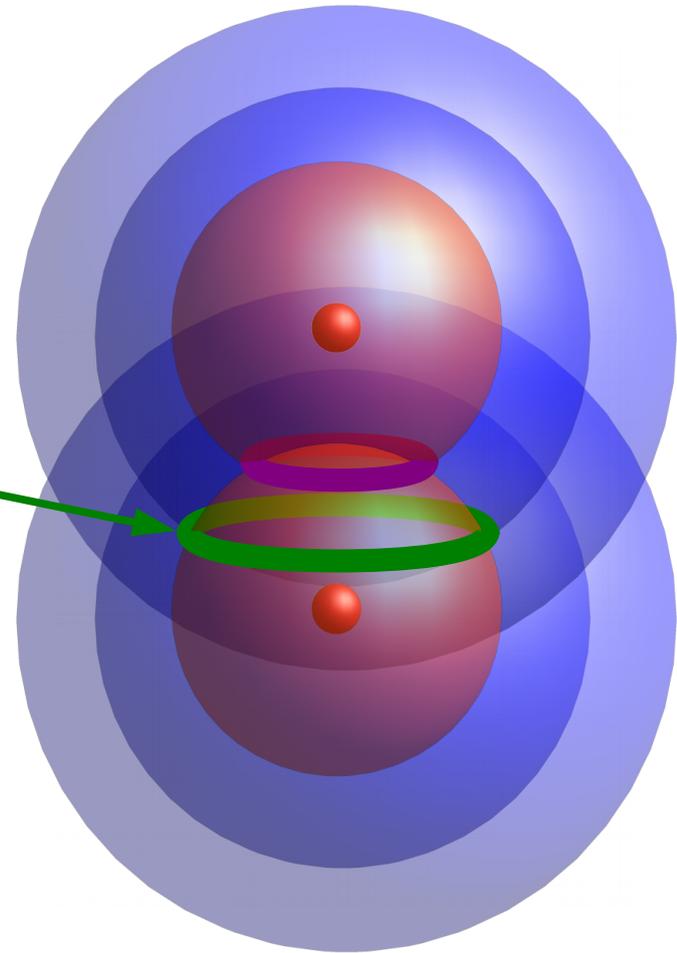
# Opérateur et forme 3D

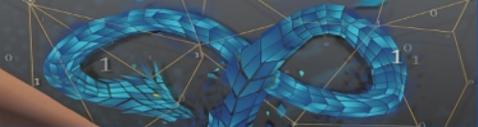
Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



$(f_1=0.2, f_2=0.5)$

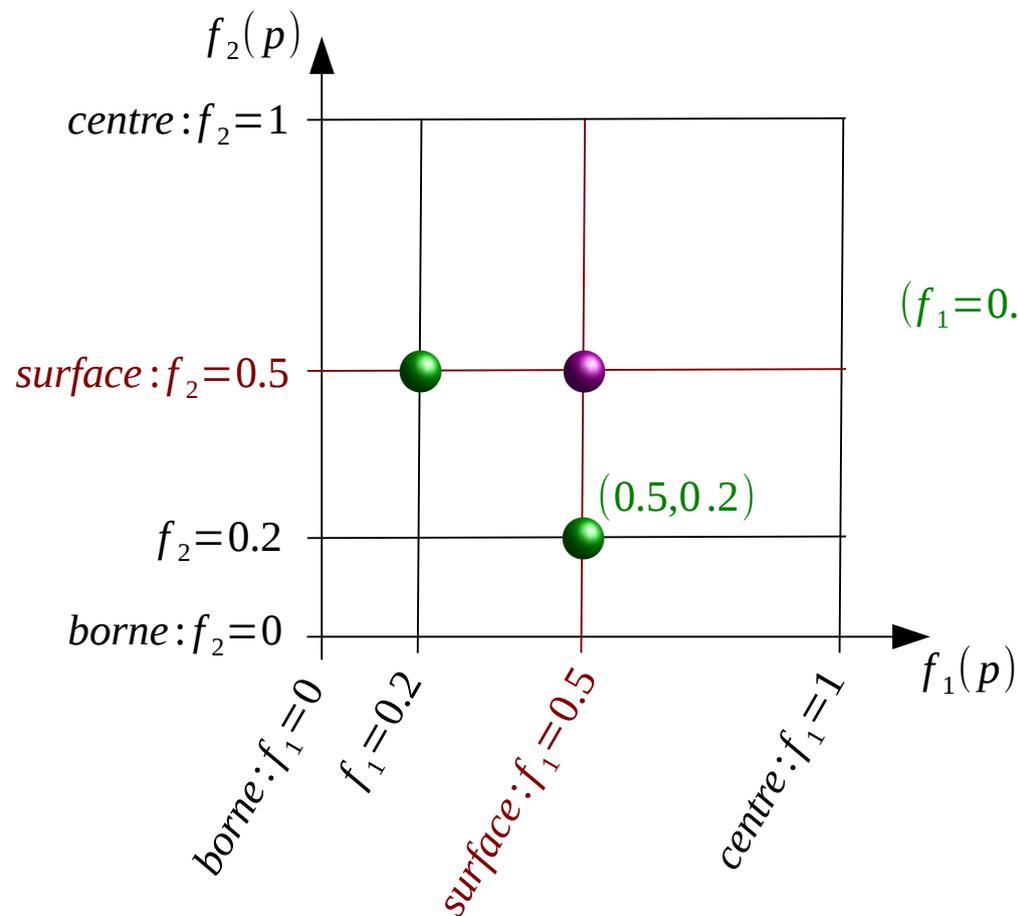




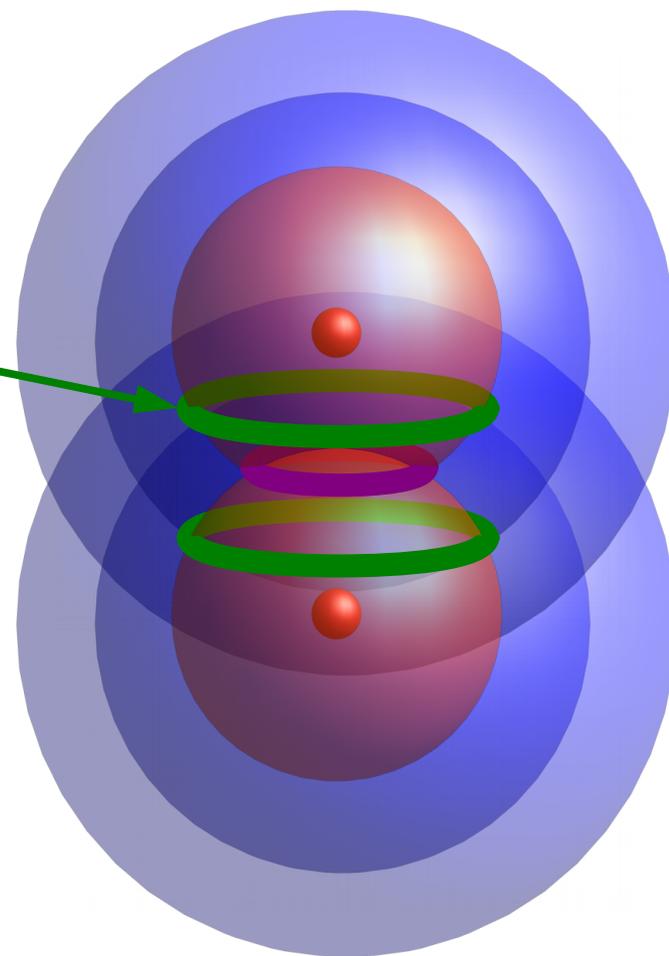
# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



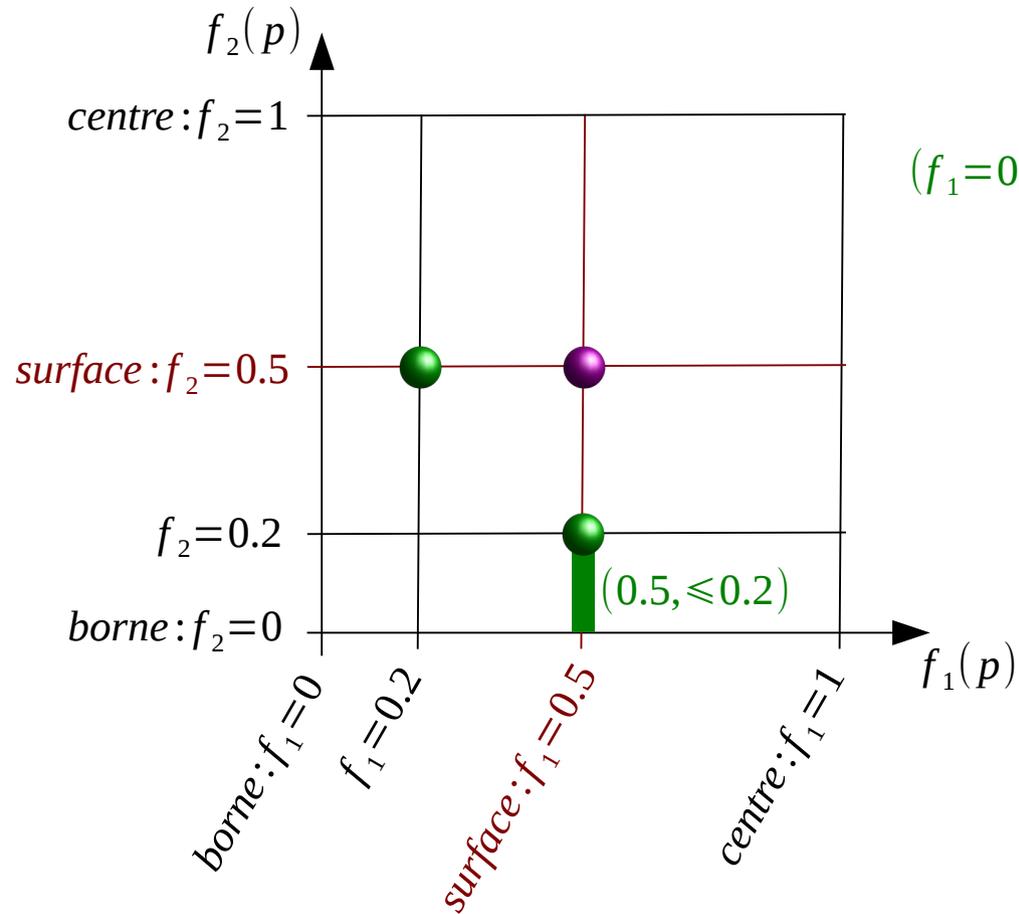
$(f_1=0.5, f_2=0.2)$



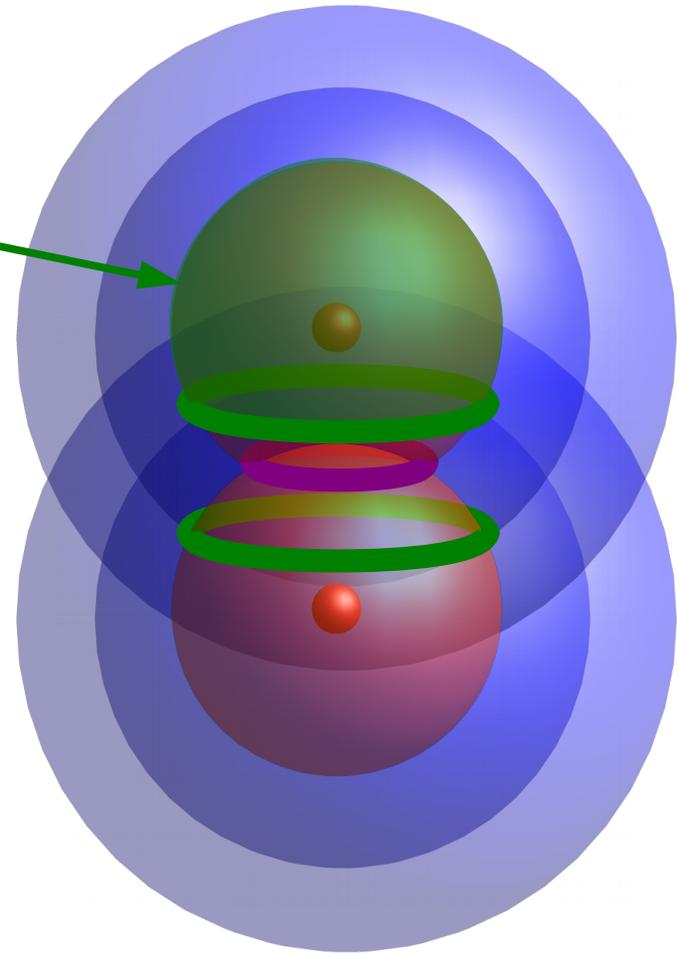
# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



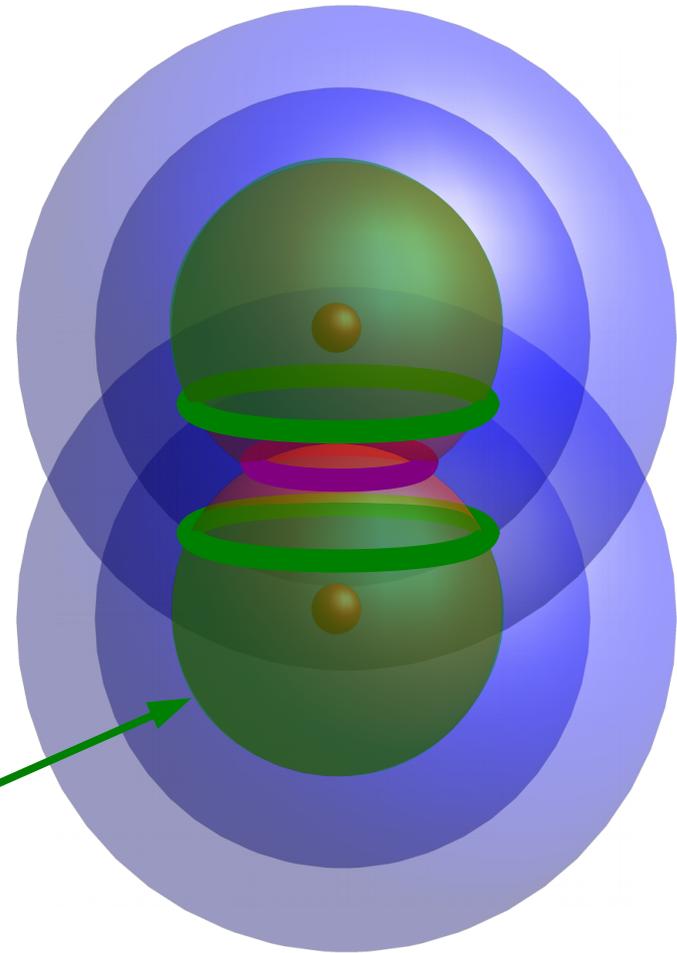
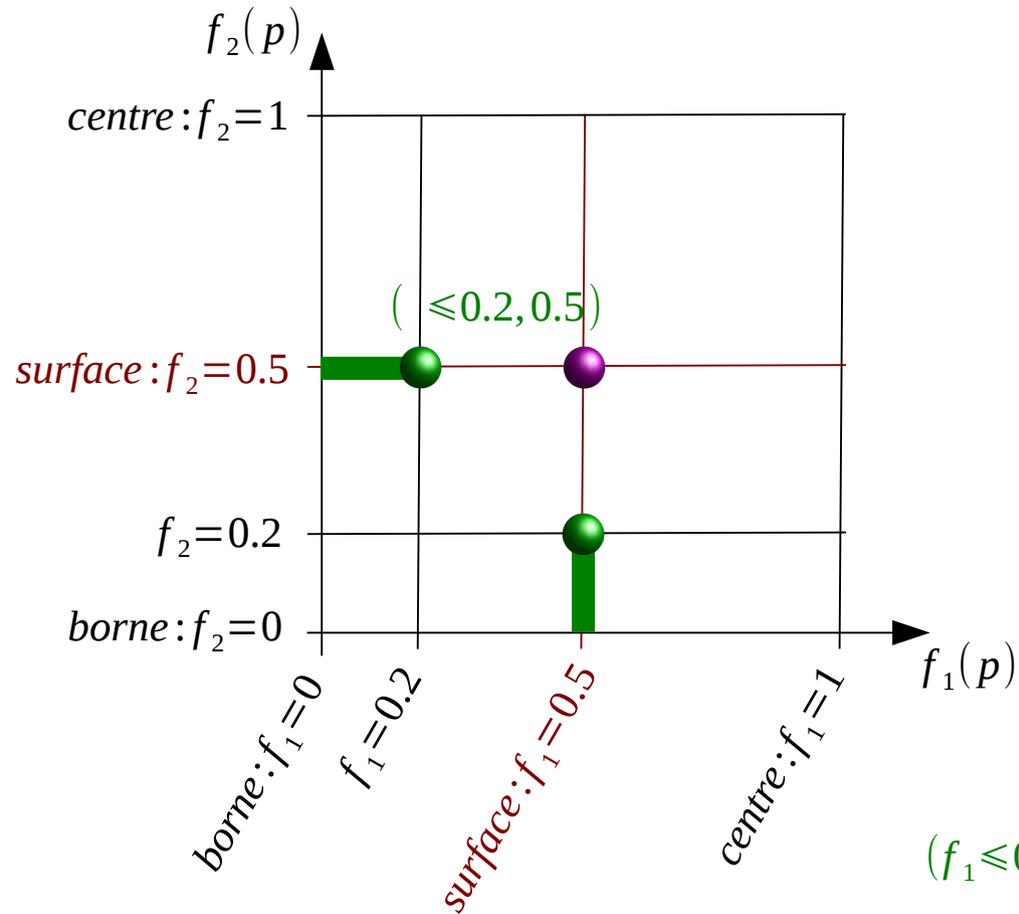
$(f_1=0.5, f_2 \leq 0.2)$



# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

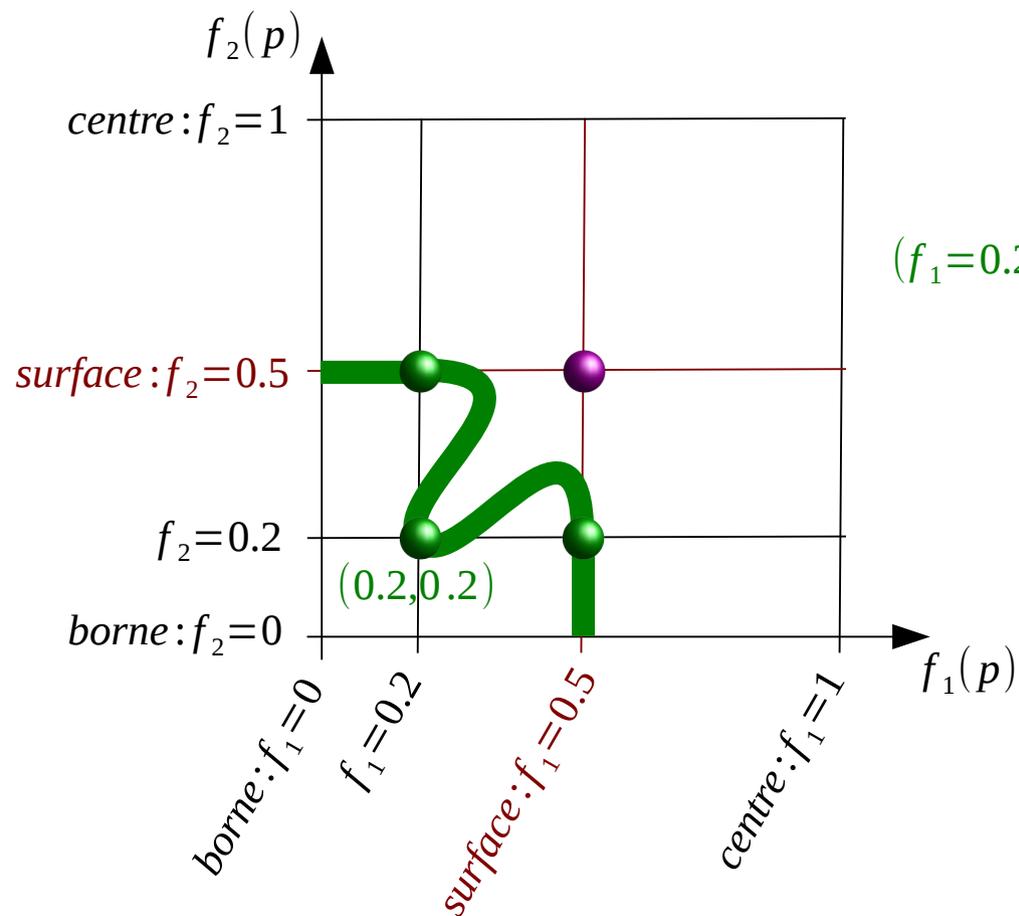
Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



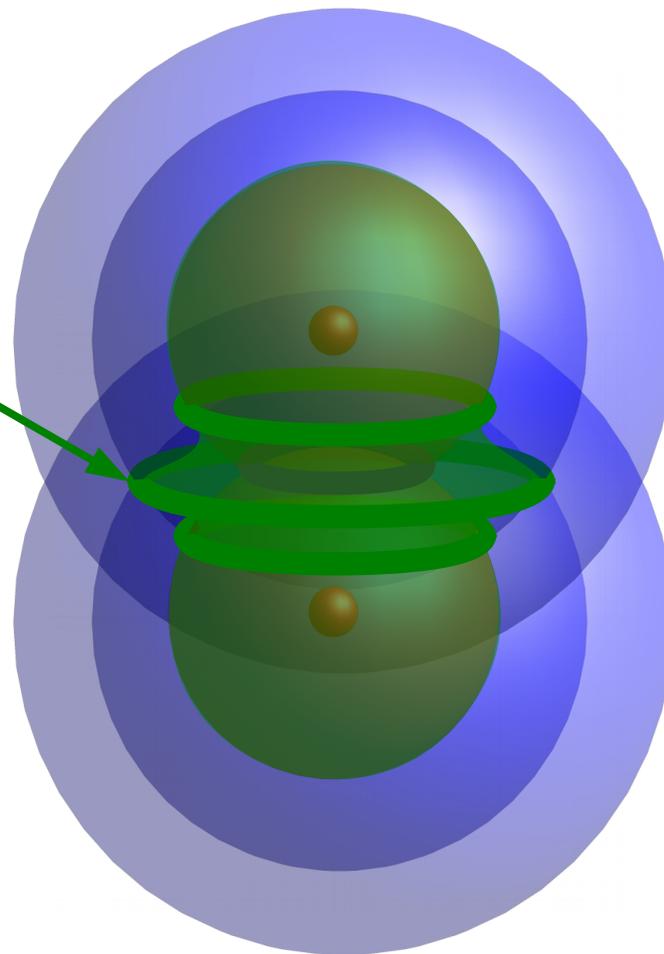
# Opérateur et forme 3D

Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$



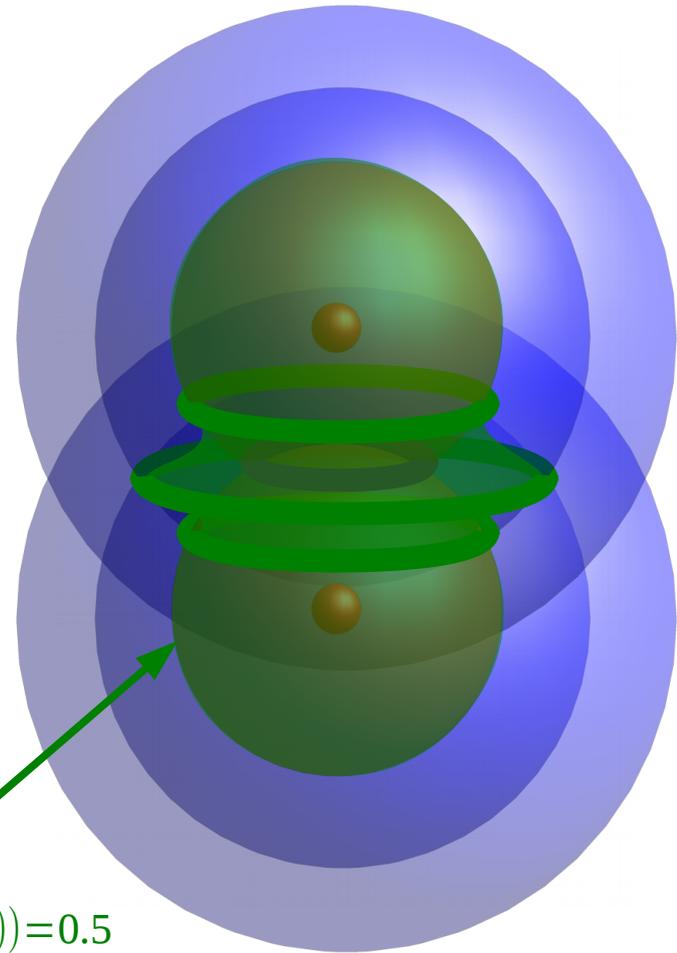
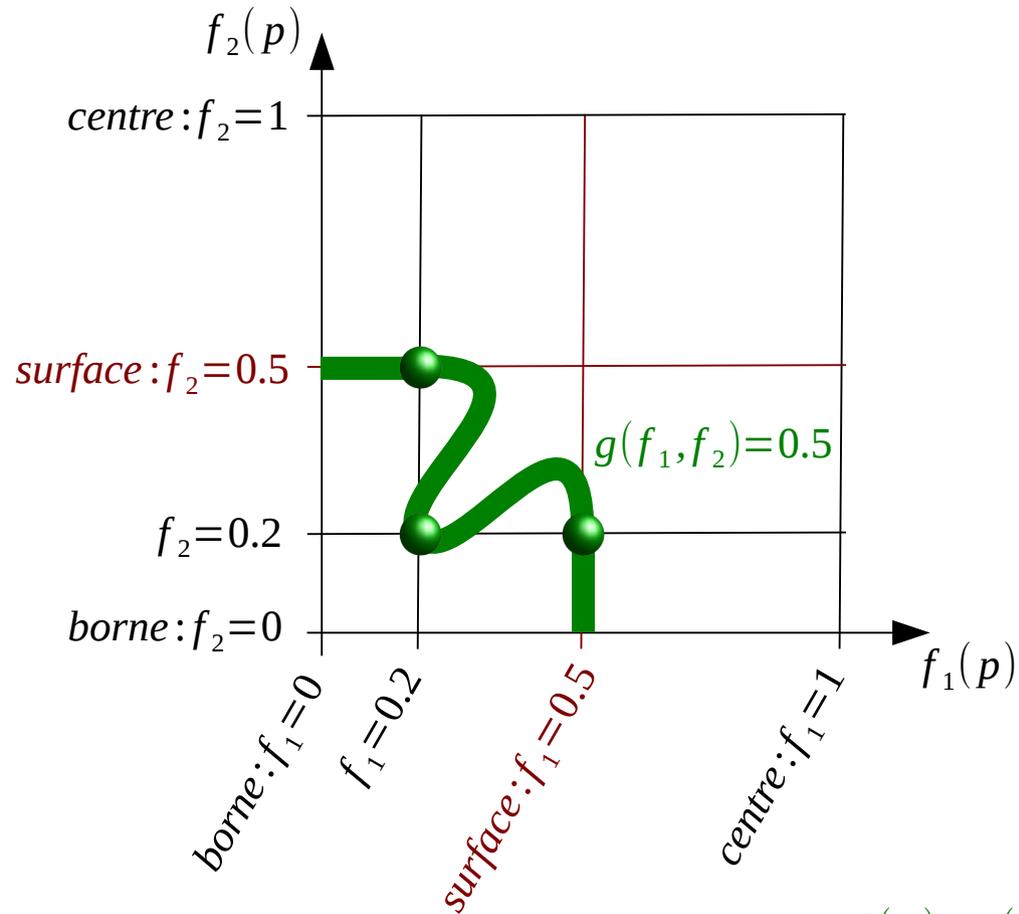
$(f_1=0.2, f_2=0.2)$



# Opérateur et forme 3D

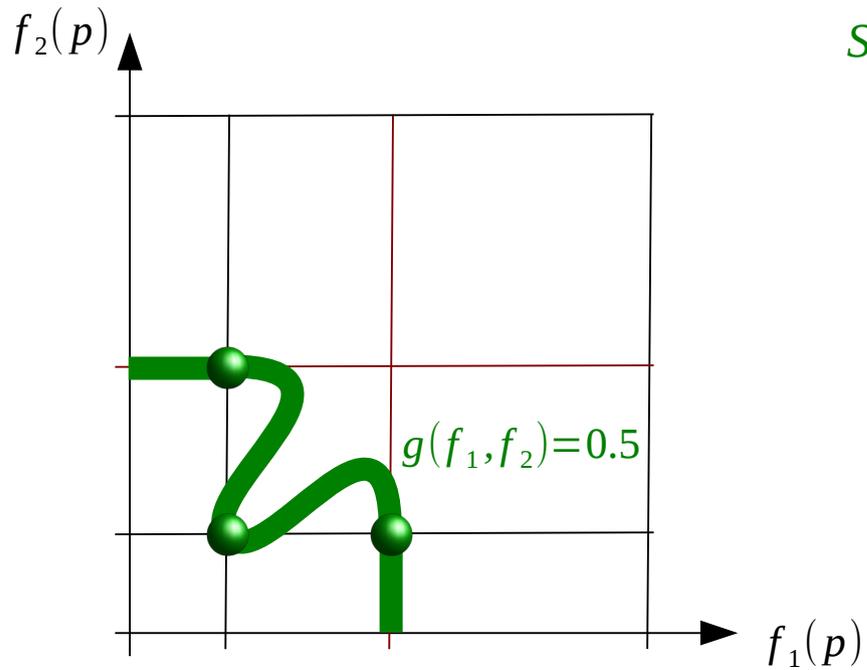
Espace  $\mathbb{R}^2$  de l'opérateur  $g$

Espace  $\mathbb{R}^3$  de modélisation pour  $f = g(f_1, f_2)$

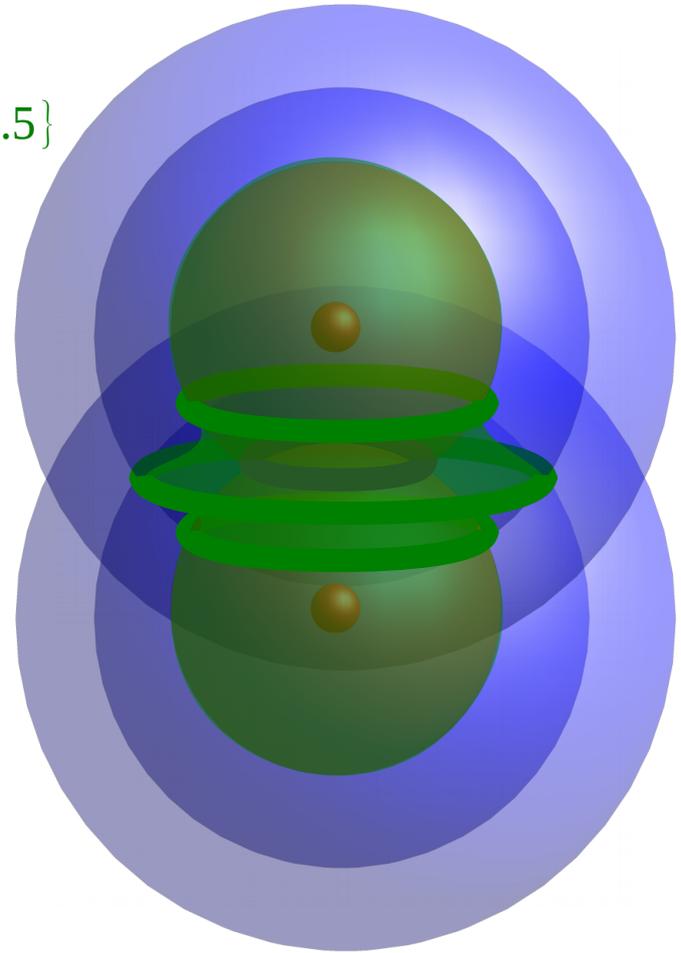


$$f(p) = g(f_1(p), f_2(p)) = 0.5$$

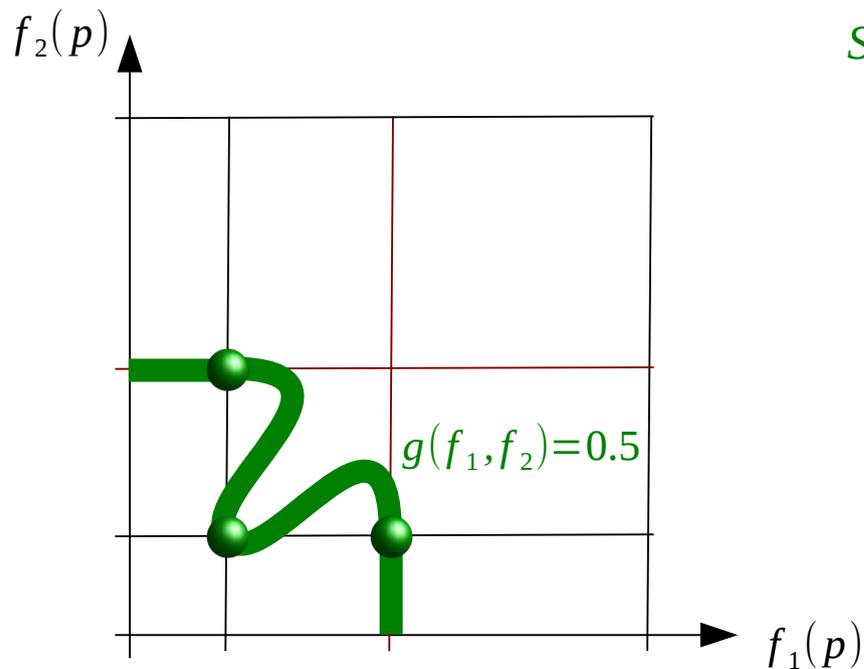
$$S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = 0.5\}$$



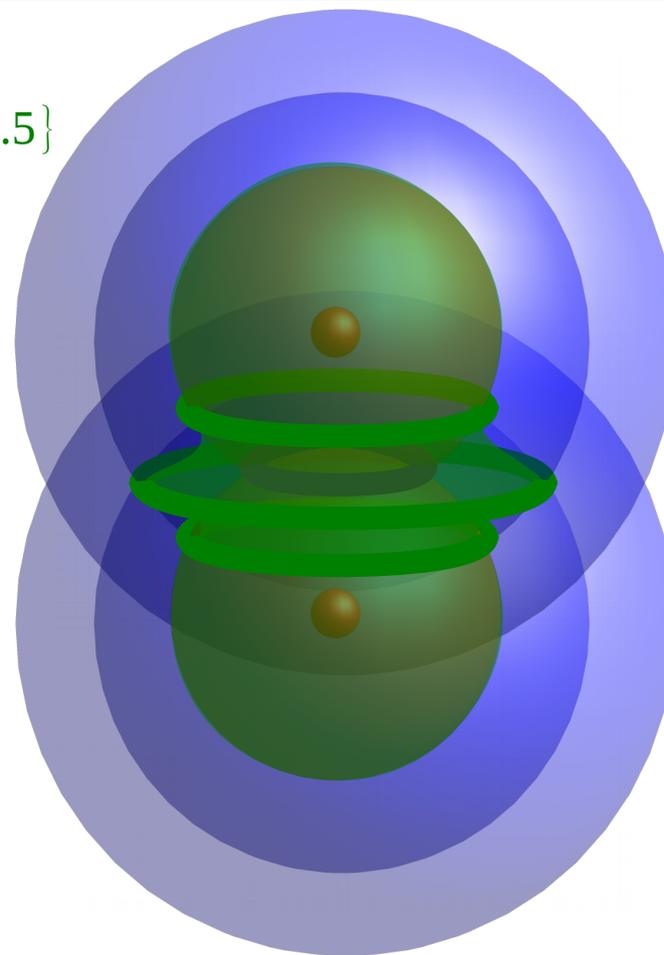
$$S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = 0.5\}$$



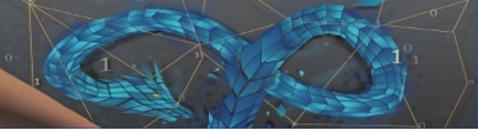
- La forme du graphe de  $g(f_1, f_2)$  nous permet de choisir les courbes de  $\mathbb{R}^3$  qui vont constituer la surface de  $f$



$$S = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = 0.5\}$$



- La forme du graphe de  $g(f_1, f_2)$  nous permet de choisir les courbes de  $\mathbb{R}^3$  qui vont constituer la surface de  $f$
- La forme de ces courbes est définie par les intersections des surfaces implicites de  $f_1$  et  $f_2$ .

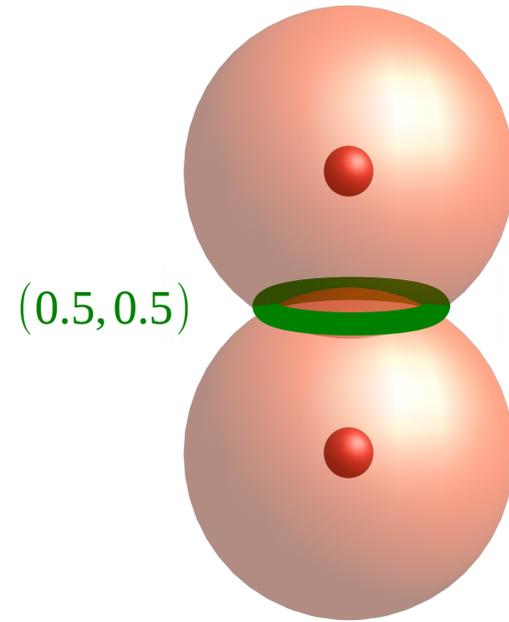
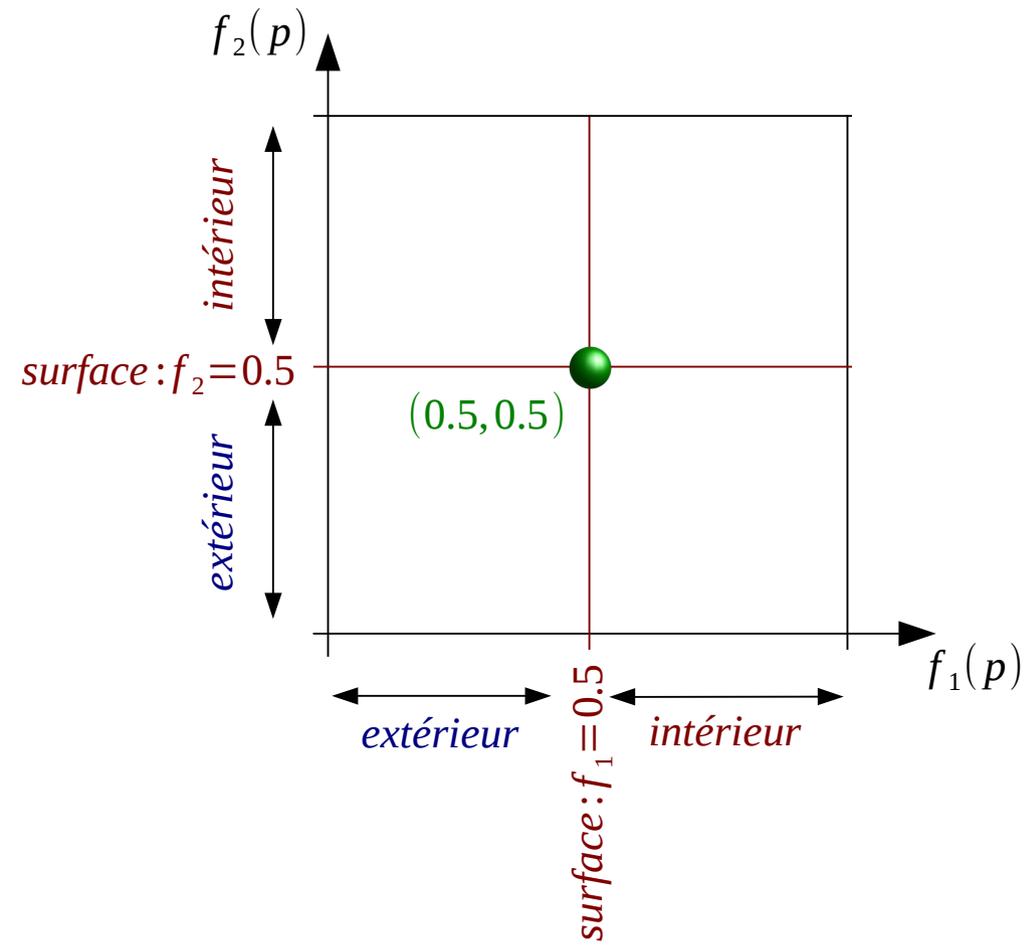
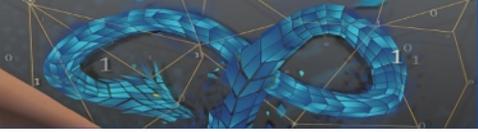


# Les opérateurs binaires d'assemblage

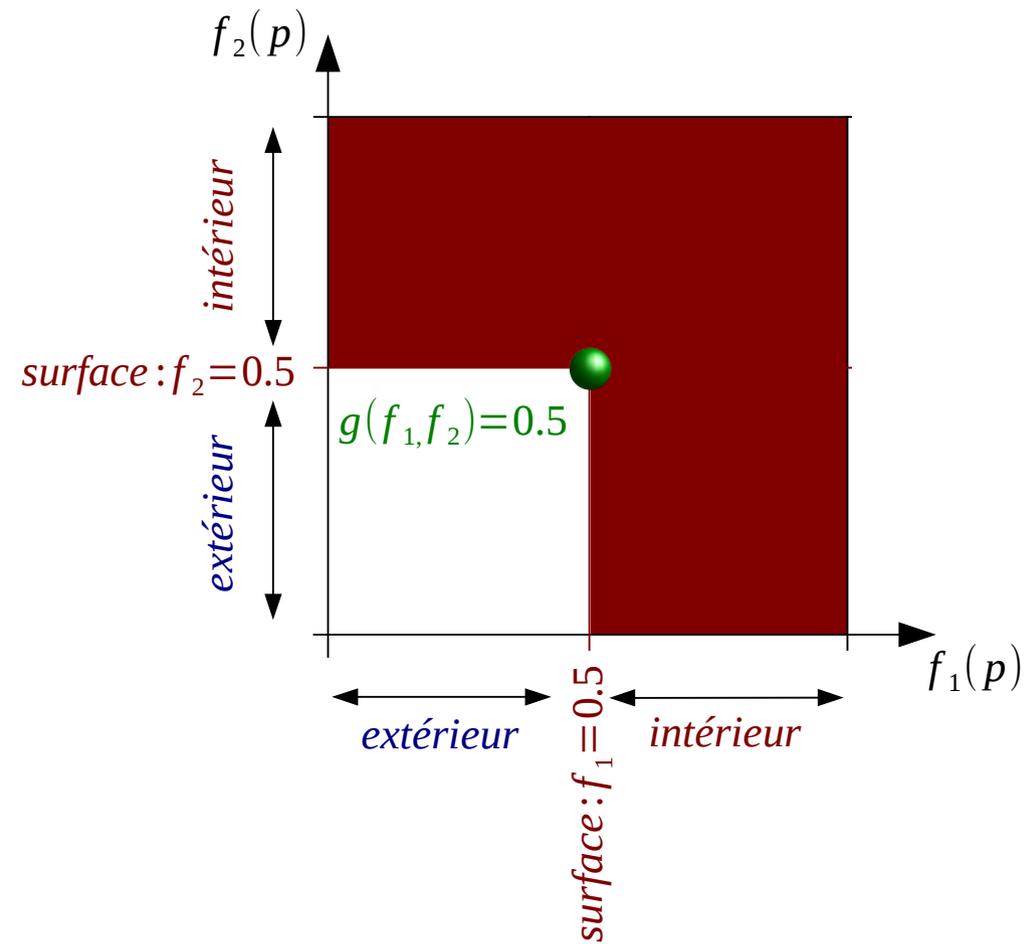
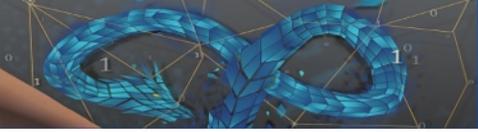
4/6



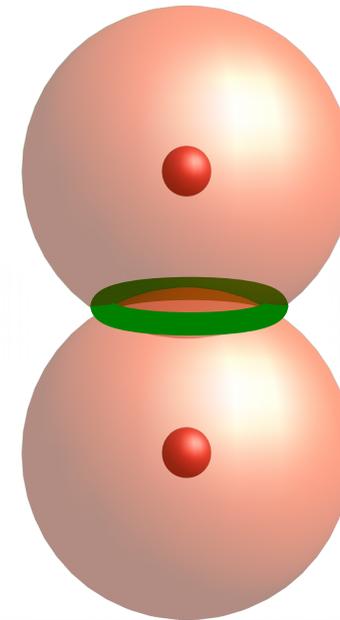
# Union



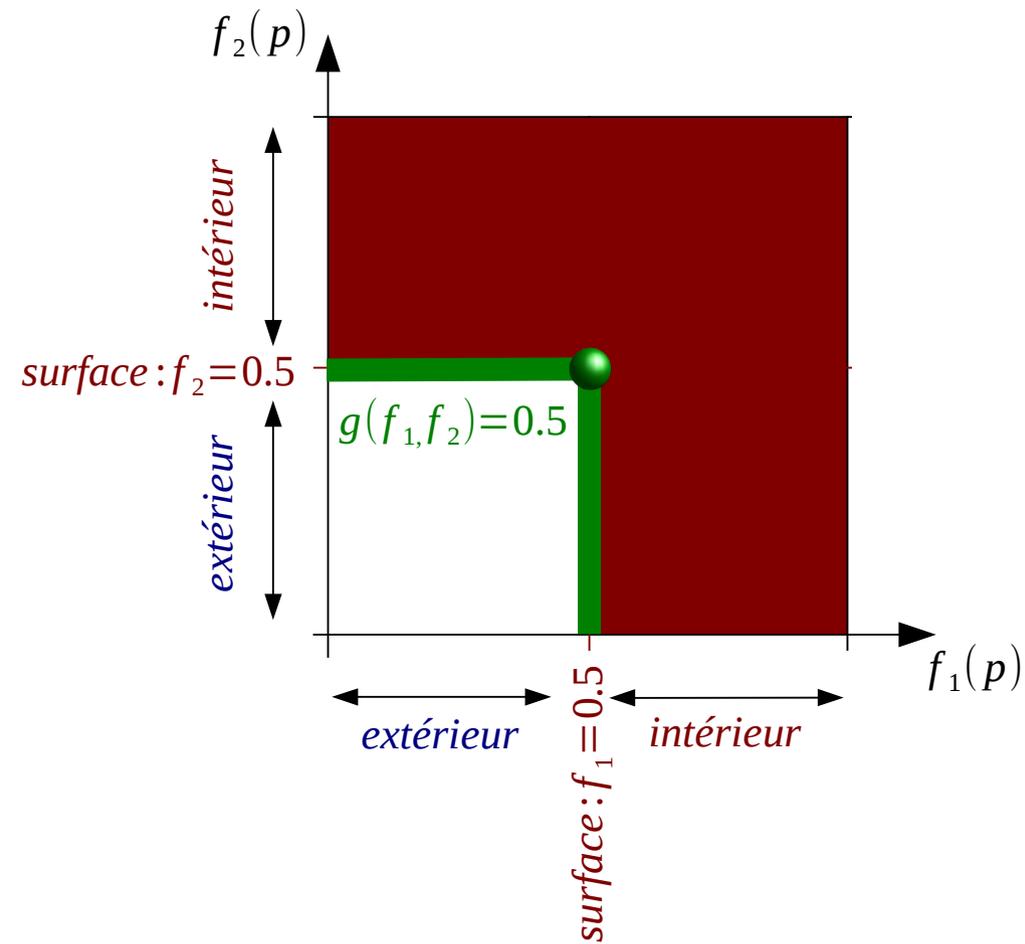
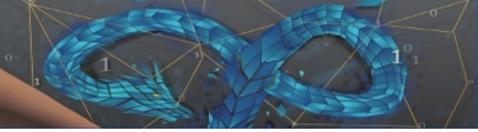
# Union



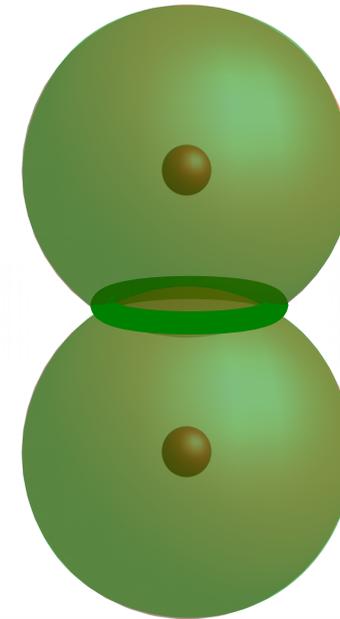
$$f(p) = g(f_1(p), f_2(p)) = 0.5$$

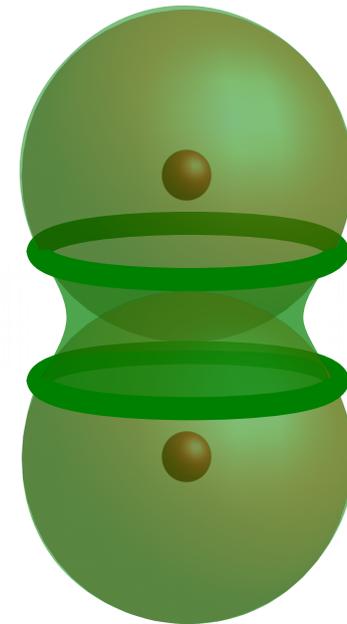
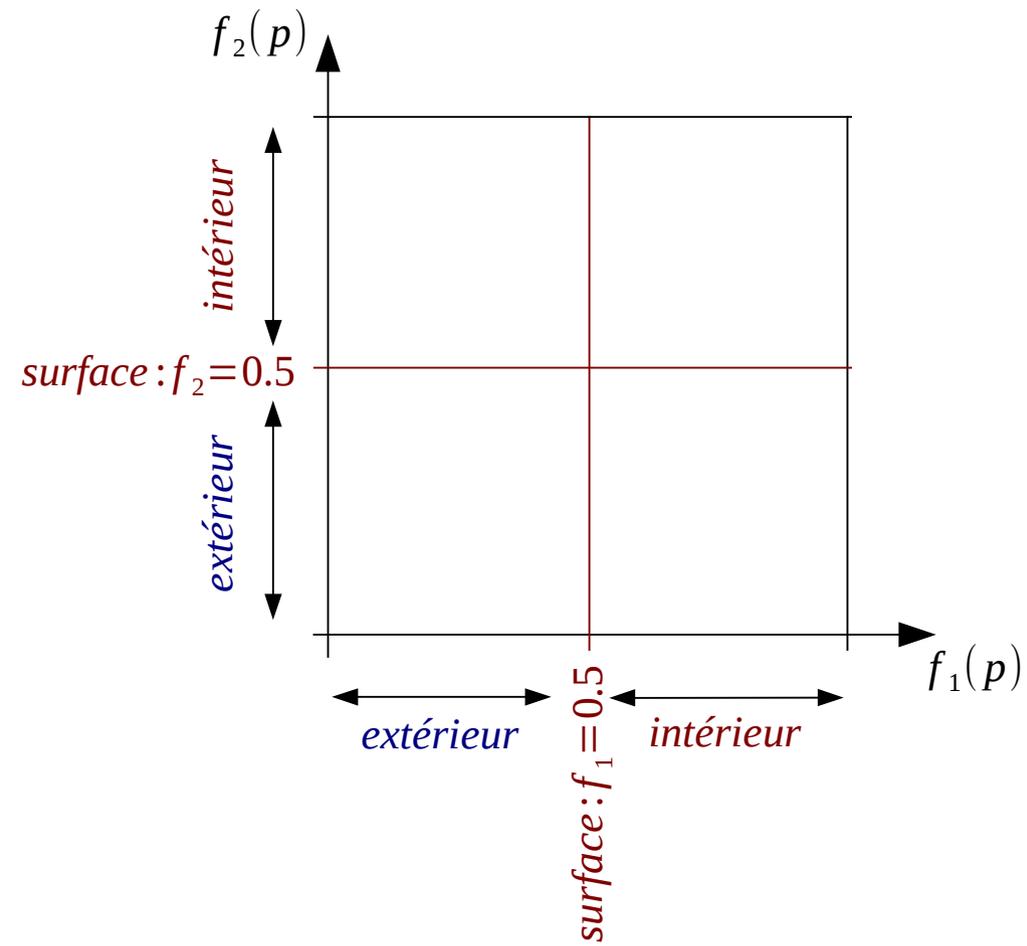
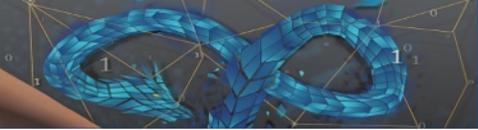


# Union

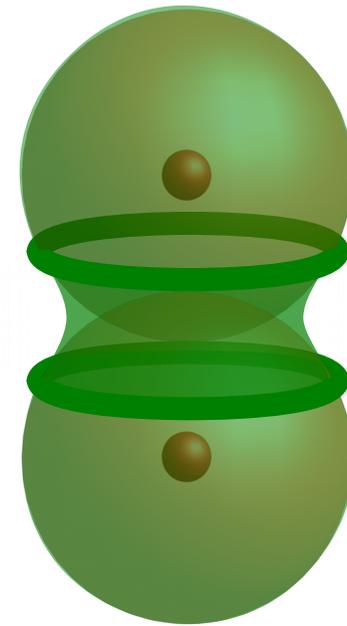
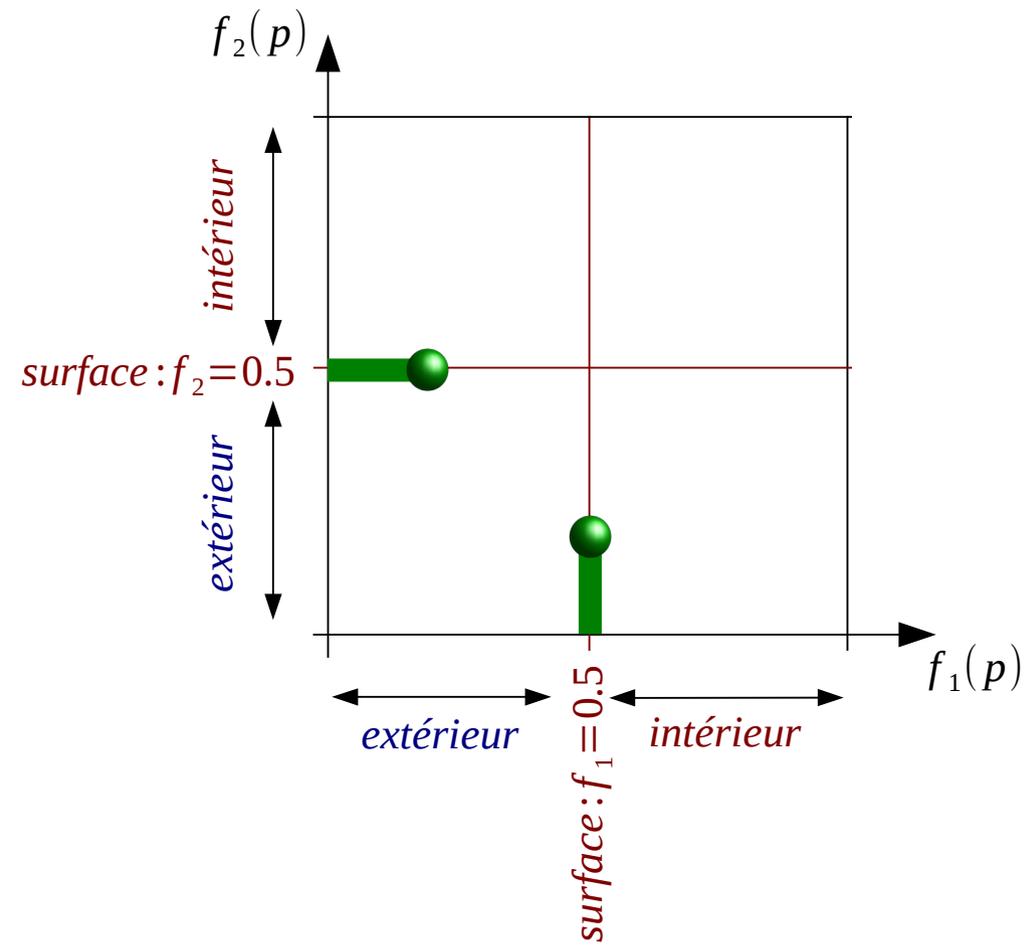
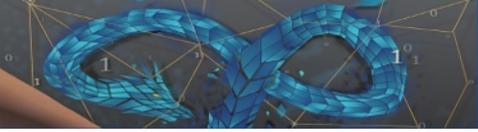


$$f(p) = g(f_1(p), f_2(p)) = 0.5$$

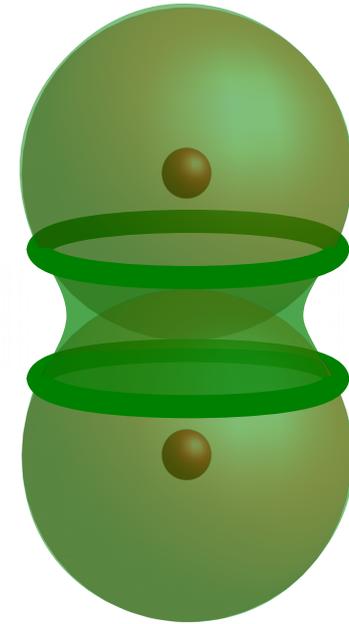
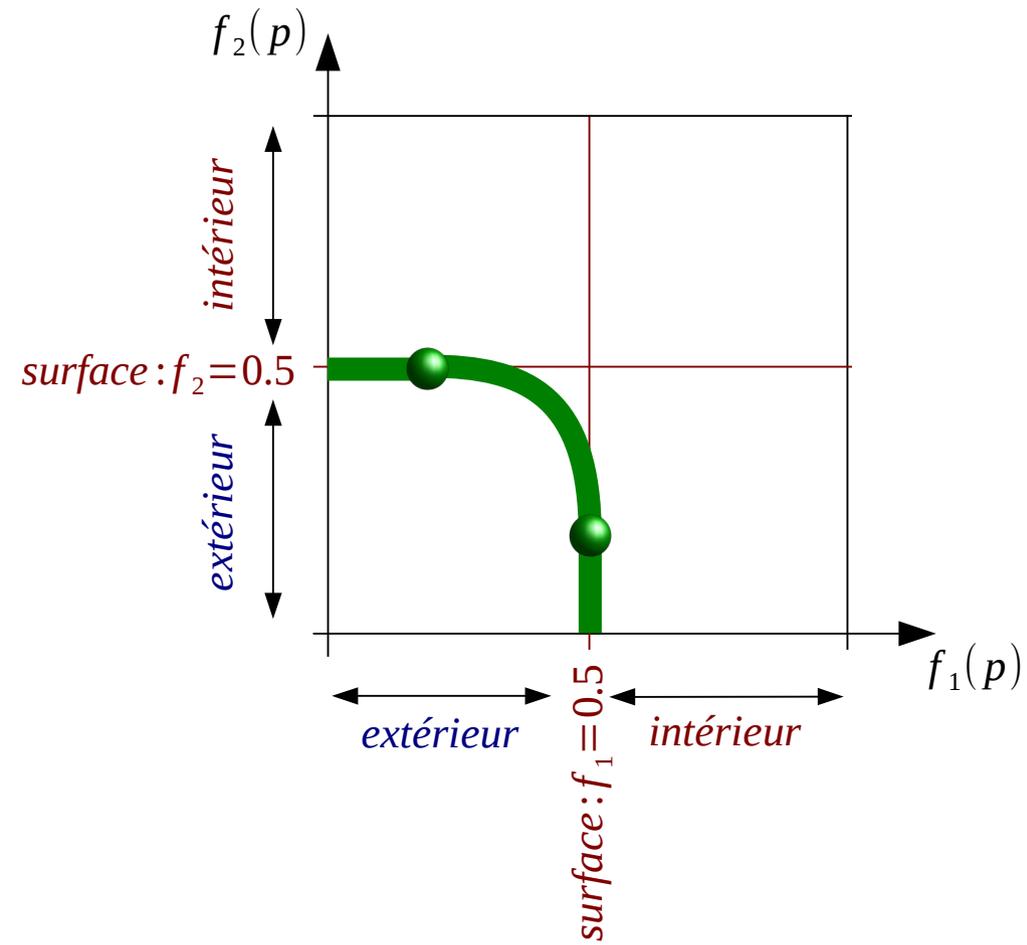
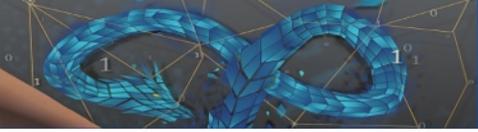




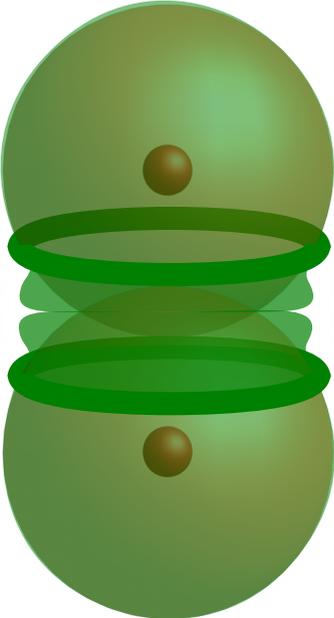
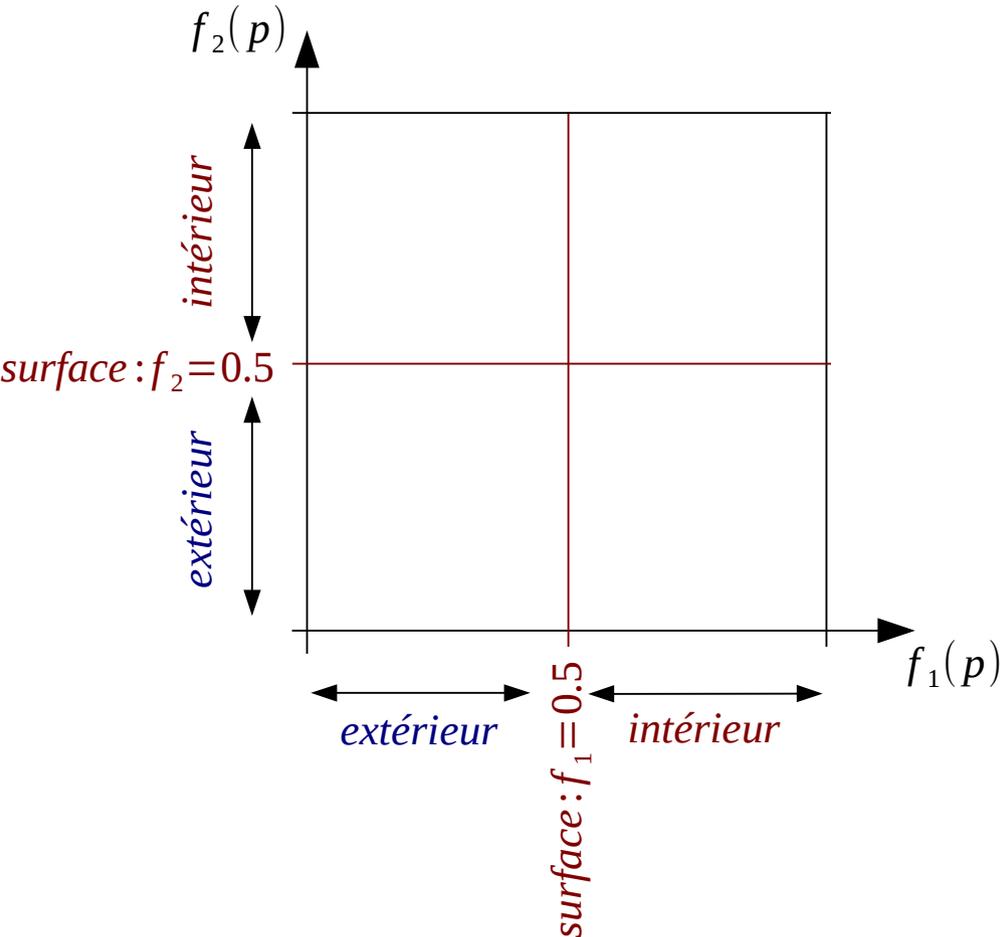
# Mélange



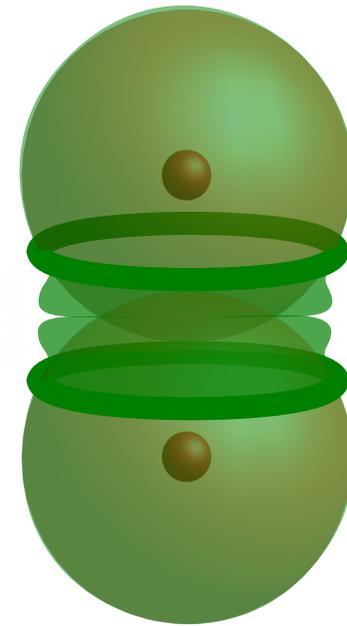
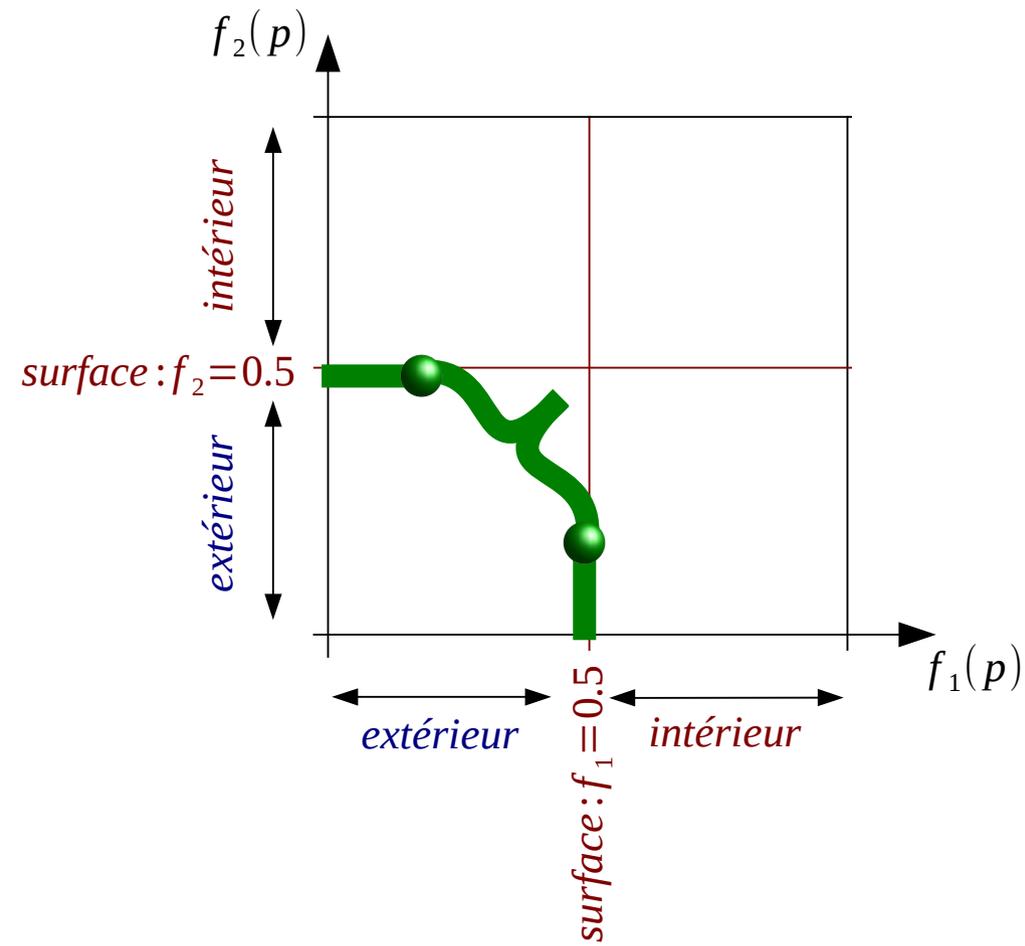
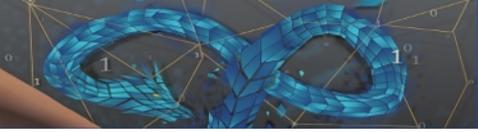
# Mélange



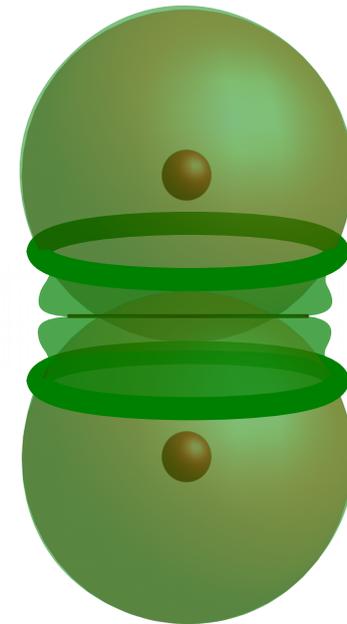
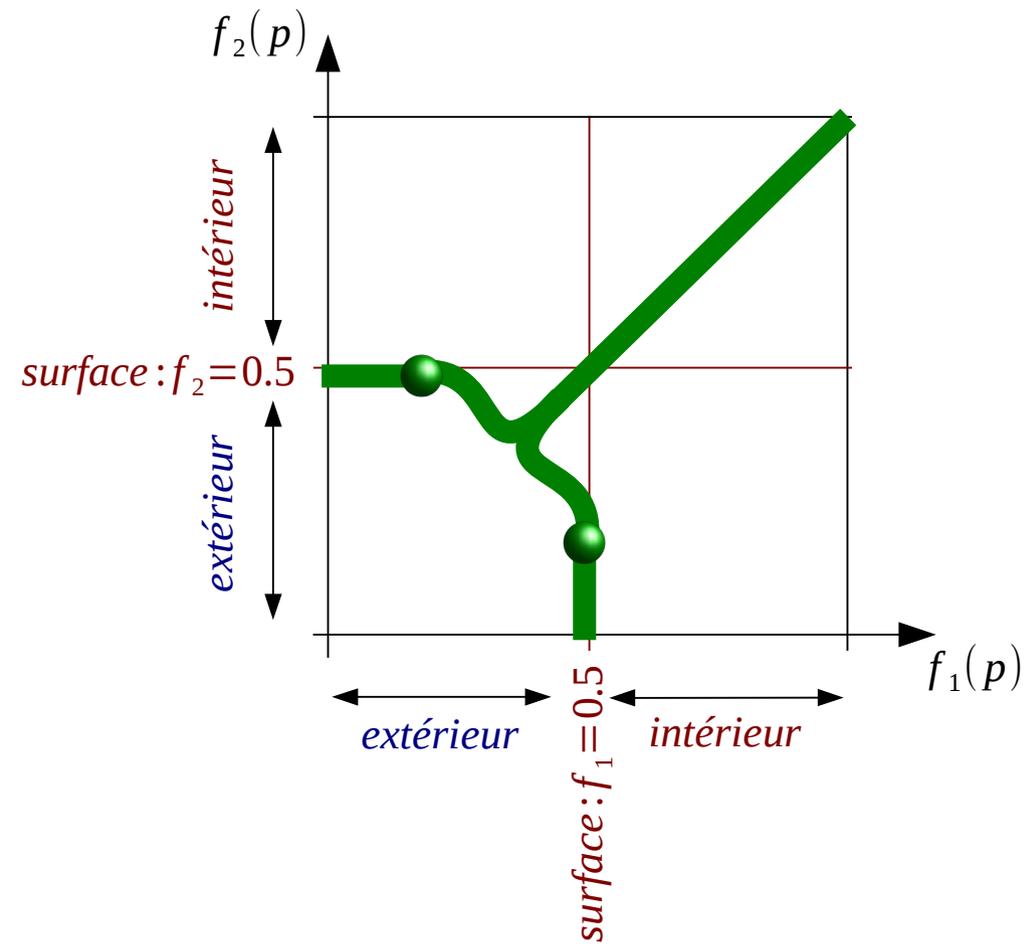
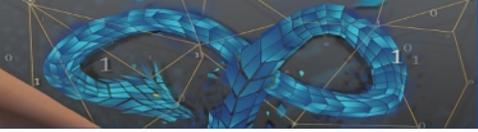
# Ecrasement



# Ecrasement assemblé

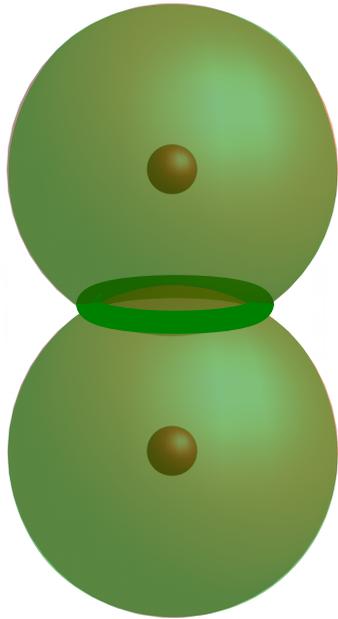


# Ecrasement complet





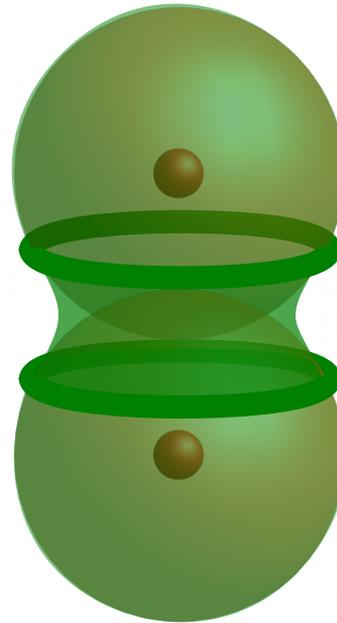
## Union



$$g(f_1, f_2) = \max(f_1, f_2)$$

[Sabin 68, Ricci 73]

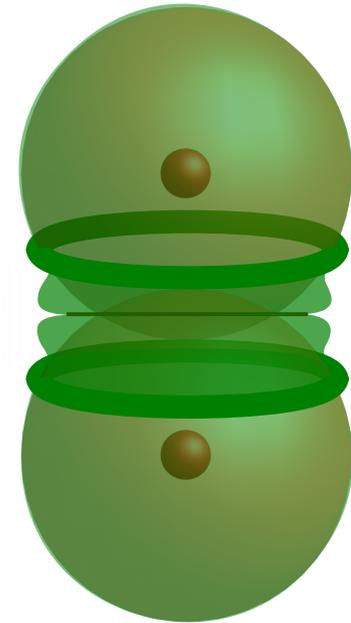
## Mélange



$$g(f_1, f_2) = f_1 + f_2$$

[Blinn 82]

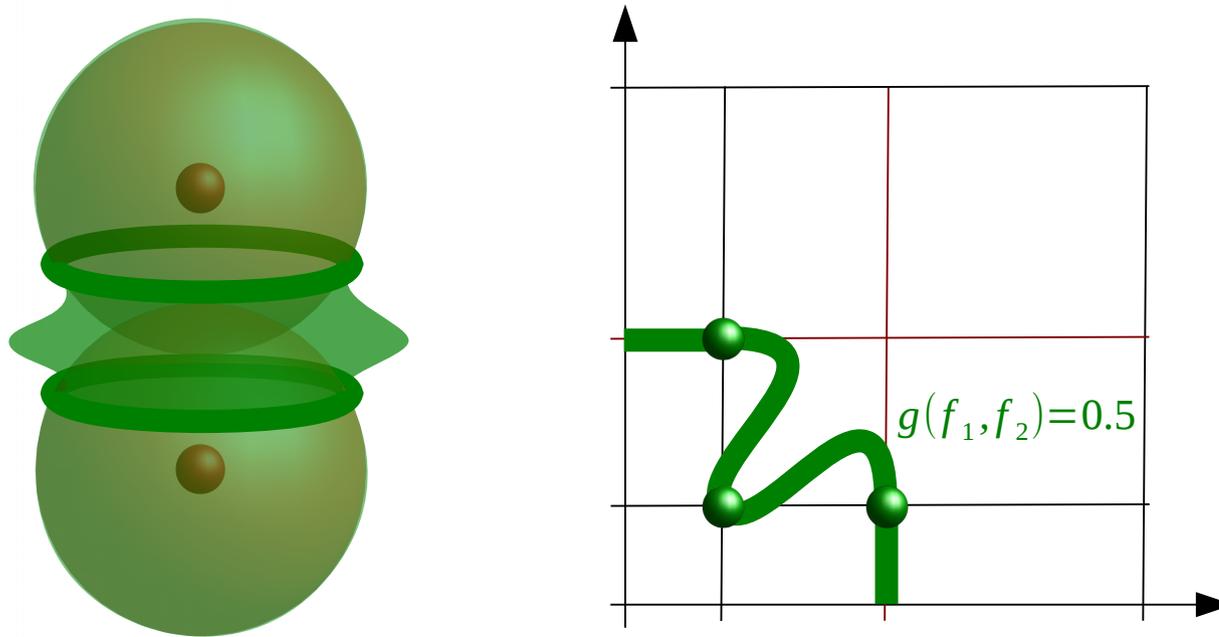
## Ecrasement



Equations plus complexes évaluables directement

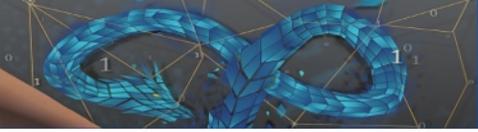
[Cani 93]

Assemblage à la forme contrôlée par  
des points de passage



Equation à la solution très complexe  
à précalculer dans une grille 2D

[Barthe 04]



## Vidéo 1

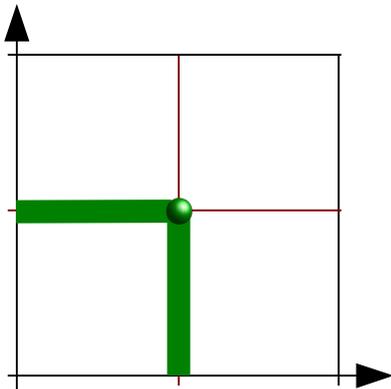
- **Mélange à distance**
- **Absorption des détails fins**
- **Gonflement indésirable**

- L'idée est de construire des opérateurs incluant un paramètre d'interpolation entre deux formes limites

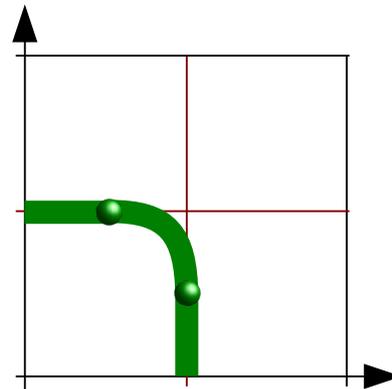
- Interpolation entre l'union et le mélange

[Rockwood 89, Pasko 05, Bernardt 10, Gourmel 13]

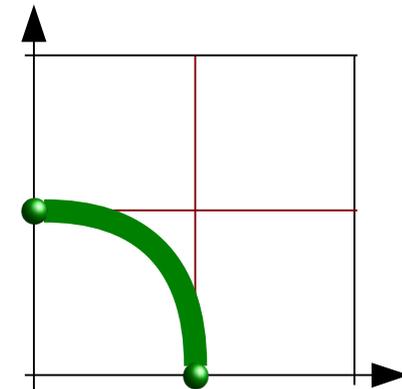
$$g(f_1, f_2, \beta) = 0.5$$



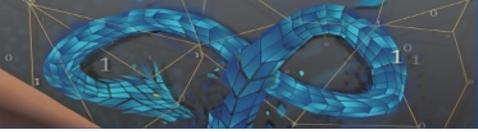
$\beta=1$



$\beta=0.5$



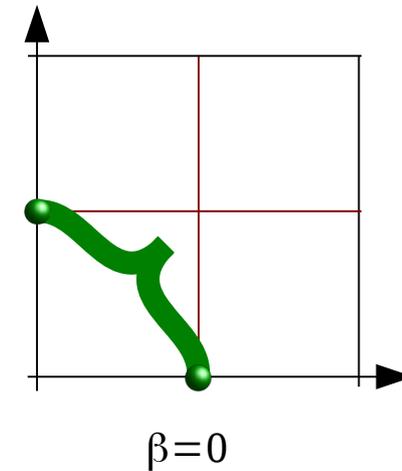
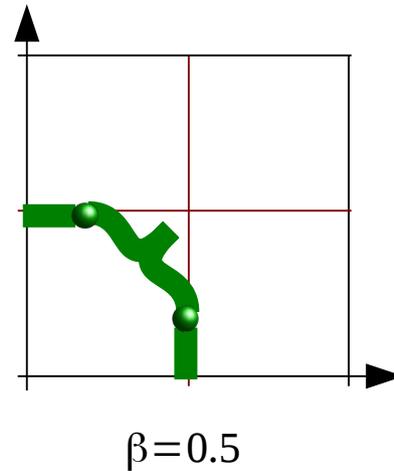
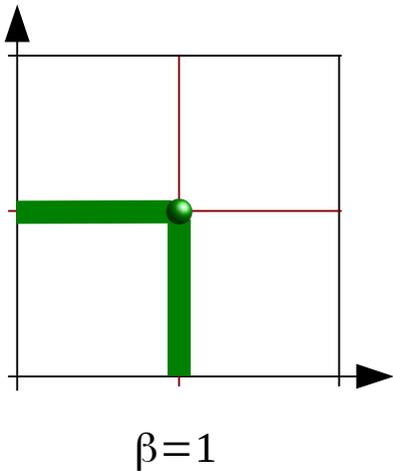
$\beta=0$

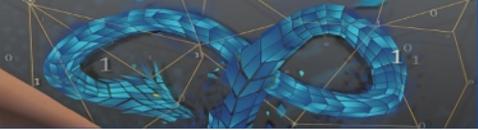


# Assemblage paramétré

- **L'idée est de construire des opérateurs incluant un paramètre d'interpolation entre deux formes limites**
  - Interpolation entre l'union et le mélange  
[Rockwood 89, Pasko 05, Bernardt 10, Gourmel 13]
  - Interpolation entre l'union et le gonflement  
[Gourmel 13]

$$g(f_1, f_2, \beta) = 0.5$$

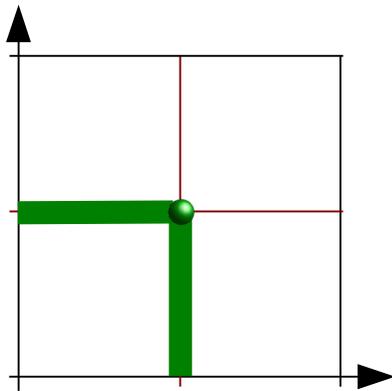




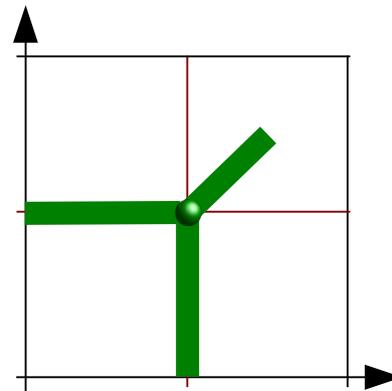
# Assemblage paramétré

- **L'idée est de construire des opérateurs incluant un paramètre d'interpolation entre deux formes limites**
  - Interpolation entre l'union et le mélange  
[Rockwood 89, Pasko 05, Bernardt 10, Gourmel 13]
  - Interpolation entre l'union et le gonflement  
[Gourmel 13]
  - Interpolation entre l'union et le contact complet  
[Vaillant 14]

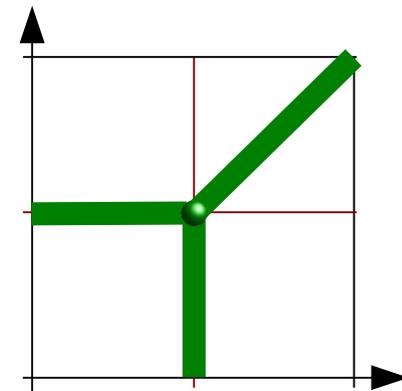
$$g(f_1, f_2, \beta) = 0.5$$



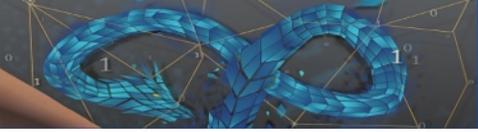
$\beta=1$



$\beta=0.5$



$\beta=0$



- **Equations complexes et solution par résolution numérique uniquement**
- **Précalcul des opérateurs dans des grilles 3D**

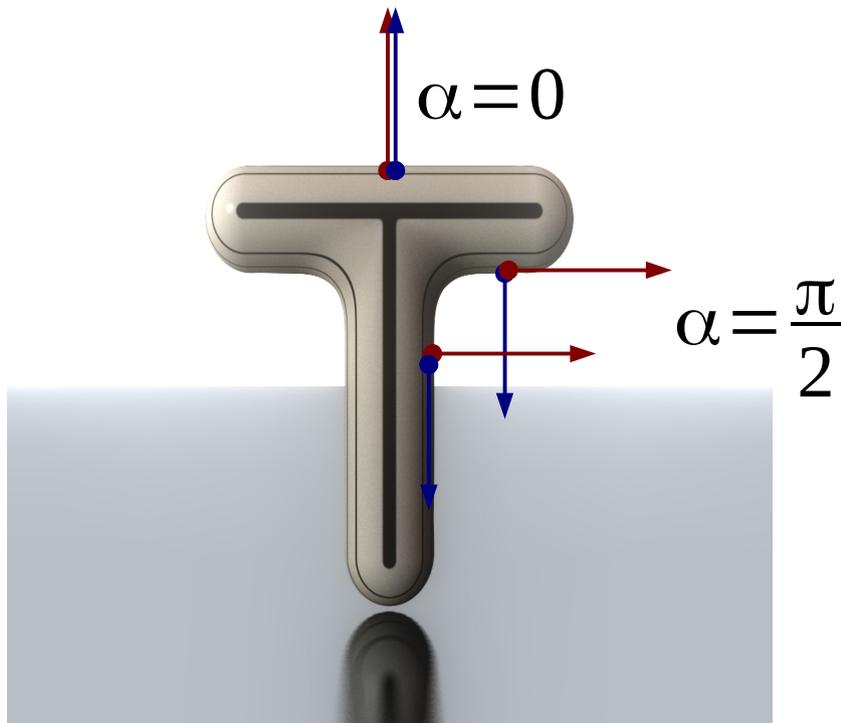
[Gourmel 13, Vaillant 14]



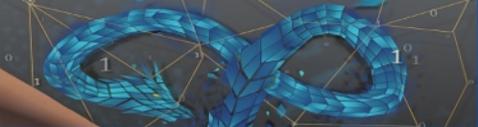
- Le paramètre  $\beta$  est calculé à partir de l'angle  $\alpha$  entre les gradients (normales) des fonctions scalaires 3D  $f_1$  et  $f_2$

[Rockwood 89, Gourmel 13]

$$\beta = h(\alpha) = h(\widehat{\nabla f_1, \nabla f_2})$$

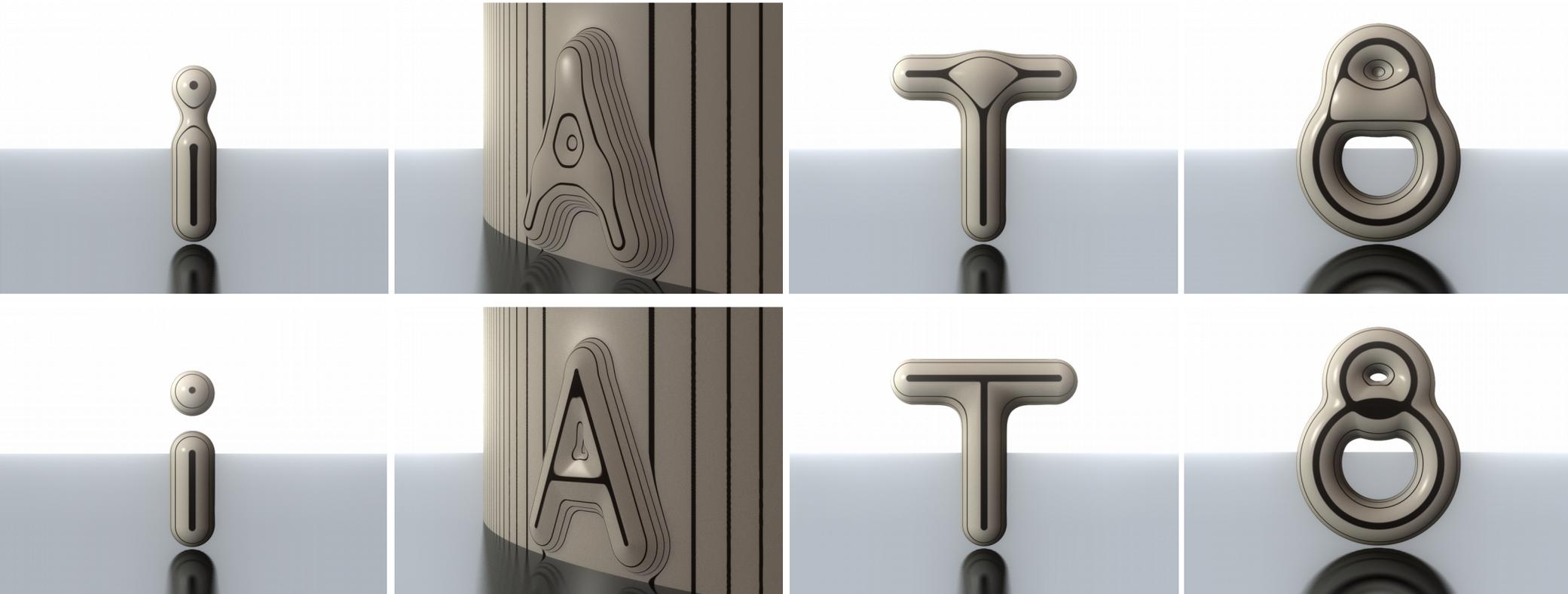
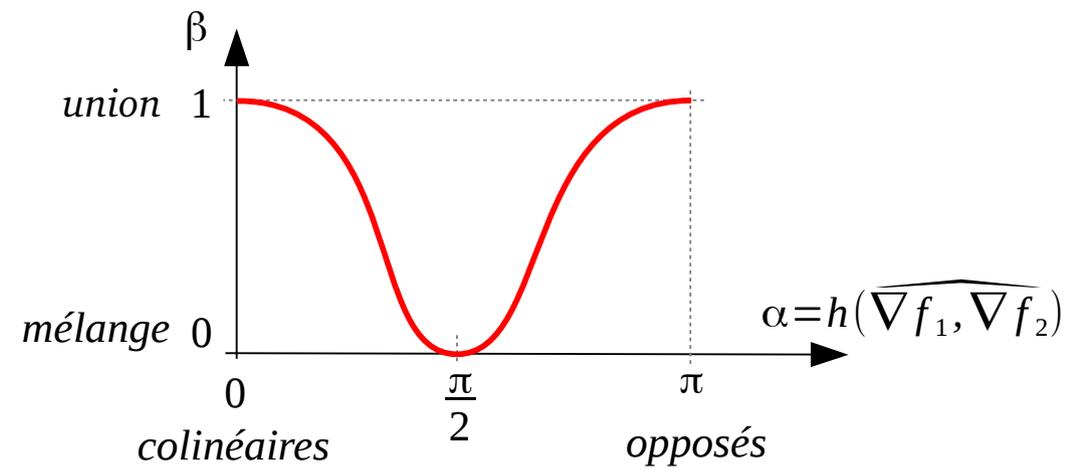


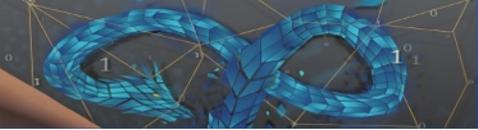
## Vidéo 2



# Assemblage basé gradients

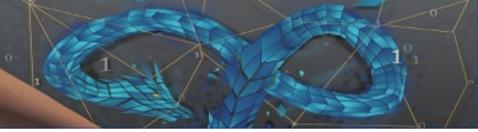
$$\beta = h(\alpha) = h(\widehat{\nabla f_1, \nabla f_2})$$





## Vidéo 3

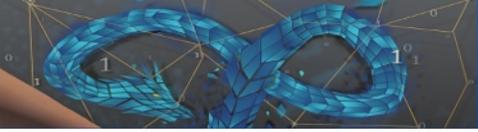




## Exemple d'application pour l'animation

**5/6**



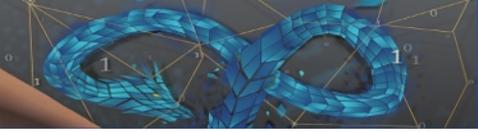


## Vidéo 4

## Vidéo 5

- **Contact**
- **Gonflement**
- **Rigidité**





## Ouvertures et conclusion

**6/6**

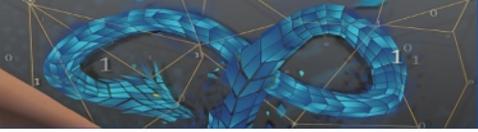


- **Création automatique des opérateurs d'assemblage à partir d'esquisses**
- **Etude théorique d'opérateurs d'assemblages n-aire**
  - Contrôle de formes
  - Interactions entre des formes d'assemblage différentes
- **Mise en œuvre pratique des opérateurs n-aire**
  - Calcul (grilles  $[0,1]^n$  non envisageable)
  - Fluides (dizaines voir centaines de milliers de particules) à assembler
  - Modèles organiques : interaction muscles/os/graisse/etc
- **Prise en compte de plusieurs surfaces implicites dans une même fonction scalaire**
  - Gestion automatique des déformations + des collisions

- **Nécessite une représentation des objets 3D par surface implicite**
- **Des assemblages binaires uniquement**

**mais**

- **Un modèle unifié pour l'assemblage de formes 3D**
- **Une liberté importante sur la forme des assemblages produits**
- **Des temps de calculs maîtrisés**
- **Gestion automatique des effets d'assemblage au cours d'une animation**
- **Des codes simples et robustes**
- **Possibilité de guider la déformation de maillages 2D par celle des fonctions scalaires 3D**
- **Beaucoup de nouvelles voies prometteuses à explorer**



**Merci pour votre  
attention**

**Questions**

