



Le CHOIX COLLECTIF

Généralités :
Entre Bentham et Condorcet.

INTRODUCTION.

- Retour sur le déroulement du cours.
 - 2000-2009 : Economie « positive »
 - Fonctionnement d'une économie de marché :
 - Déterminants de la consommation, production, les marchés, marchés financiers et finance d'entreprise, équilibre général, commerce, croissance, macroéconomie, économie de l'espace et géographie.
 - 2010– Economie « normative ».
 - L'Etat l'Etat et le marché, La logique de l'action publique :
 - Illustration politiques climatiques...
- Les question évoquées cette année.
 - La logique de l'action publique.
 - Pt de vue « économique » traditionnel : société d'agents rationnels.
 - Comment passer du point de vue individuel au point de vue collectif.
 - Les grands chapitres.
 - Agrégation des préférences.
 - « Mechanism design »...

Entre Individu et Société....

- Une question ancienne...
 - Relancée au moment de la Révolution Française.
 - Rousseau et la « volonté générale »...
 - Condorcet et le fonctionnement des assemblées démocratiques.
 - Borda et le fonctionnement des comités
 - Bentham dans le débat, le point de vue de l'utilitarisme.
 - Reprise dans la perspective théorie économique « moderne »
 - Agents rationnels...
 - Reste dans la logique de Rousseau , Condorcet et Bentham.
 - Bémols..
- Deux grandes questions.
 - Passer des préférences individuelles aux préférences collectives.
 - Des préférences collectives à l'action publique...
 - Transversal : information et sa révélation..

Choix Social : le cas de 2 objets

- Le cadre :
 - N agents, $i=1,\dots,N$, 2 « objets », a (statu-quo) et b (changement)
 - Faire un classement ou choisir = même chose.
 - Les agents ont des préférences i , $a > b$, etc.... $U(i,a) > U(i,b)$
 - Ordinale ou Cardinale.
- Le problème de l'action publique.
 - La logique « cardinale » – (utilitarisme à la Bentham) : $\text{Max } \Sigma U(i,.)$.
 - Suppose la comparabilité des utilités.
 - La connaissance des utilités : manipulabilité de l'information.
 - Le « mandat » politique
 - La logique « ordinale » – (le vote, Condorcet).
 - ne retient que les ordres et non les intensités.
 - 1 condition naturelle, 2 conditions additionnelles
 - Pareto,
 - anonymat et monotonie.
 - Seule procédure compatible : le vote à la majorité.
 - Permet de choisir et une transmission sincère des préférences.
- Autre mérite du vote....

Le théorème du jury de Condorcet.

- **Le cadre.**
 - N agents, $i=1, \dots, N$, Le choix social entre a et b.
 - Le fait que a soit meilleur que b n'est pas lié aux agents mais n'est pas connu.
 - Chaque agent reçoit un signal privé, vert ou jaune...
 - Les signaux sont indépendants entre agents mais corrélés à l'information socialement utile : Si $a > b$; $\text{prob vert} > 1/2 > \text{prob. Jaune}$, le contraire si $b > a$.
- **Le théorème du jury de Condorcet (une version)**
 - Vote : si vert, vote a, si jaune, vote b.
 - La probabilité que la Société fasse le bon choix s'accroît avec le nombre de votants, (la taille de la société) et \rightarrow vers un si « beaucoup » de votants
 - Probabilités élémentaires.
- **Leçons.**
 - Le vote sert à rassembler l'information dispersée dans la société...
 - Idée de « volonté générale » à la Rousseau...
 - Mais absence de conflictualité réelle...
 - Taille du gâteau et répartition du gâteau....

La logique de l'action publique vue comme agrégation des préférences

- Le cadre :
 - Agents, $i=1,2,\dots,N$, alternatives, a,b,c,\dots dans A .
 - Préférences des agents sur les alternatives $U(i,x)$
 - ordinale, on sait classer les alternatives
 - Cardinale : $U(i,a)-U(i,b) > U(i,c)-U(i,d)$ a un sens :
 - « intensité » fait sens au niveau individuel;
- L'action publique associée à une **fonctionnelle de Choix Social**
 - Pour tout état de l'opinion, $U(i,.)$, définir
 - $D : \underline{U} = \{U(1), \dots, U(i,.), \dots, U(N)\} \rightarrow a = D(\underline{U})$
 - Domaine universel, quelque soit l'état de l'opinion.
- L'action publique formalisée par une **fonctionnelle de Bien-être Social**.
 - Une application qui à $\underline{U} = U(1), \dots, U(i,.), \dots, U(N)$..
 - Pré-ordre (classement) $<(\mathbf{S})$ sur les alternatives...
 - « Complet » et transitif..

Diapositive 6

G1

Guesnerie; 07/04/2010

La logique de l'action publique comme agrégation des préférences....suite.

- L'action publique : FCS versus FBES. :
 - Agents, $i=1,2,\dots,N$, alternatives, a,b,c , dans $A : U(i,x)$
 - Pour tout état de l'opinion, $U(i,.)$, définir
 - $D : \{\underline{U}=\{U(1,.)\dots U(i,.)\dots U(N,.)\}\} \rightarrow a = D(\underline{U})$
 - $\underline{U}=\{U(1),\dots U(i,.)\dots U(N)\} \dots \rightarrow$ pré-ordre (classement) ($>_S$) sur les alternatives...
- Quelques remarques.
 - Domaine Universel : quelque soit l'état de l'opinion.
 - Toujours possible : ne pas tenir compte de l'état de l'opinion.
 - Comment tenir compte de l'état de l'opinion ?
 - Minimum : Principe de Pareto : $a >_b, i=1,\dots,N \rightarrow a >_S b$,
 - dictateur ?
 - Pas de dictateur aléatoire...mais possible « faiseur de rois »
- Remarque:
 - Toute règle de choix social à domaine universel, *définie pour tout sous-ensemble de A*, permet de construire une Fonctionnelle de Bien être social à domaine universel.
 - Preuve : le classement $a >_b >_c$ (b meilleur choix quand on retire a),

Quelques solutions traditionnelles...

1- Le concours d'entrée

- Le concours vu comme modalité d'action publique.
 - Agents : épreuves : mathématiques, physique, français
 - Alternatives : candidats.
 - Chaque épreuve conduit à une note (entre 0 et 20)
 - Note globale : Somme pondérée.
 - Fonctionnelle de Choix Social : choix du major,
 - Fonctionnelle de Bien-être social : classement.
 - Domaine Universel, critère de Pareto...
 - Examen identique, mais FCS est une correspondance....
 - Note est l'utilité de l'agent. .Choix / somme pondérée des notes...
 - Linéarité dans l'agrégation.../Bentham....
- Autre forme du concours : la règle de Borda.
 - Comité, Décathlon...
 - Triathlon 1 points au premier, 2 pts au second, 3 au troisième
 - Notes standardisées....

Autres solutions :

2- Gagnant de Condorcet.

- Un cadre très simple.....
 - 3 agents ou points de vue 1,2,3
 - 3 alternatives, a,b,c , classées colonnes selon les agents (épreuves).
- La logique du concours : rappel
 - Notes à chaque épreuve, (agents), pour chaque candidat (alternative)
- Un gagnant de Condorcet : vote binaire.
 - b. : vote b/c, b/a...
 - b l'emporte à la majorité sur les autres alternatives
 - Noter que : c/a, ...b>c> a classement social plausible.
 - Exceptionnellement même classement que Borda
- Problème le paradoxe de Condorcet.
 - Changer la dernière colonne en c, a, b
 - Plus de gagnant de Condorcet,
 - Intransitivité : a>b>c....>a

a	b	c
b	c	b
c	a	a

a	b	c
b	c	a
c	a	b

Les logiques de l'agrégation.

- Condorcet, Vote binaire
 - 1 homme une voix, anonymat
 - Entre alternatives traitées identiquement.....neutralité.
 - Mais ce n'est pas toujours possible ...
- Borda : idée d'intensité.
 - Poids 3,2,1 mais on aurait pu mettre 5, 2, 1, ou 6, 3, 1
 - Échelle d'intensité donnée exogènement.
- Le concours, Bentham et l'utilitarisme.
 - Utilité individuelle mais « cardinale »:
 - Utilité sociale, somme pondérée des utilités individuelles.
 - Procédure à la Borda, avec choix « objectif » poids de Borda.
- Remarques sur l'information nécessaire sous-jacente
 - Agents et alternatives prises au sens strict : information privée
 - Bentham : information sur l'utilité cardinale.
 - Borda : information sur l'ordre, « cardinalisée » réglementairement.
 - Condorcet : les agents incités à dire la vérité dans le vote ...

Discussion : le point....

- Point de vue utilitariste (Bentham, Rawls...)
 - Réponse « logique », / l'on peut mesurer le bien-être individuel.
 - Point de vue « moral » sur le gouvernement :
 - Le principe d'action résulte / mandat unanime s'impose au citoyen
- Objections.
 - **Quid des connaissances sur les préférences nécessaires**
 - Courbure de l'utilité et aversion à l'inégalité déterminées derrière le voile de l'ignorance ou en situation : Bentham ou...Rawls.
 - Information sur l'intensité particulièrement difficile à obtenir... .
 - Absence d'information complète ne discrédite pas le critère...
 - **Quid des citoyens qui ont oublié leur « engagement » derrière le voile ?**
 - Préférences en situation différentes des préférences derrière le voile...!
 - Vote reflète d'abord les préférences en situation. ...
 -Condorcet
- Cependant : Beaucoup de règles sociales peuvent être vues / définies / voile de l'ignorance...



Bentham et l'utilitarisme..

Et Rawls ?

L'utilitarisme à la Bentham : formalisation

- Notation :
 - Agents, $i=1,2,\dots,N$, alternatives, a,b,c , dans A .
 - Données :
 - Préférences des agents sur les alternatives $U(i,x)$
 - ordinales, on sait classer les alternatives
 - Cardinale : $U(i,a)-U(i,b) > U(i,c)-U(i,d)$ a un sens :
 - « intensité » fait sens au niveau individuel
 - Mais si U représentation cardinale; $aU+b$, $a>0$ en est une autre
 - Output souhaité :
 - Préférences de la Société ($>S$)
 - classement social des alternatives, pour toutes les hypothèses sur la société..
- L'axiomatique de l'agrégation :
 - Utilité cardinale individuelles : $U(i,.)$, choix d'une représentation / i
 - Comparabilité des utilités cardinales :
 - Pré-ordre social (complet et continu) sur le vecteur $\underline{U} = \{U(1,.), \dots, U(N,.)\}$
 - Alors il existe une fonctionnelle de bien-être social
 - a dans $A \rightarrow F(\underline{U}(a))$

L'utilitarisme à la Bentham : discussion.

- L'axiomatique de l'agrégation :
 - Utilité cardinale individuelles : $U(i,.)$, $i=1,2,\dots,N$.
 - Comparabilité utilités card. \Leftrightarrow comparabilité $\underline{U} = \{U(1,.), \dots, U(N,.)\}$
 - Il existe une fonctionnelle de bien-être social a dans $A \rightarrow F(\underline{U}(a))$.
 - Mesure du bien-être individuel, mesure du bien-être social.
- Propriétés de la FBES à la Bentham.
 - Est-elle additive ? $F(\{U(1,.), \dots, U(N,.)\}) = \sum U(i,.)$.
 - Deux arguments liés à l'incertitude.
- La linéarité selon Harsanyi.
 - Centre et agents ont une utilité de Von Neumann-Morgenstern
 - $U(i, \dots) = \sum p(s) V(i, a(s))$, $V(i, \dots)$ est cardinale.
 - $F(\{U(1,.), \dots, U(N,.)\}) =$
 - $\sum p(s) G(\{V(1, a(s)), \dots, V(2, a(s))\}) = F(\{\dots \sum p(s) V(i, a(s)), \dots\})$
 - Implique F linéaire : $F = \sum \beta(i) U(i,.) = \sum p(s) \sum (\beta(i) V(i, a(s)))$,
 - Débats, voir Sen...

L'utilitarisme à la Bentham : discussion, suite.

- L'agrégation :
 - Utilité cardinale individuelles : $U(i,.)$, $i=1,2,\dots,N$.
 - Il existe une fonctionnelle de bien-être social a dans $A \rightarrow F(\underline{U(a)})$.
 - Est-elle additive ? $F(\{U(1,.), \dots, U(N,.)\}) = \Sigma U(i,.)$.
- La linéarité
 - Centre et agents ont une utilité de Von Neumann-Morgenstern.
 - Le voile de l'ignorance.
- Derrière le voile de l'ignorance : Bentham ou Rawls ?
 - Le choix social (entre les alternatives) est fait par les agents..
 - Qui ignorent leur identité dans la société future...
 - La nature choisira $\theta = 1,2,\dots,N$, ici leur utilité $U(\theta,a)$, probabilité $1/N$
 - Utilité de VNM = $\Sigma(1/N)U(\theta,.)$? **Unanimité !!**
- Rawls ?
 - La courbure de la fonction U derrière le voile de l'ignorance...?
 - FBES : $\text{Min } U(i,.)$, moins que la comparabilité totale..
 - Cas limite aversion au risque derrière le voile de l'ignorance ?



De Condorcet à Arrow

.....

Et ...Gibbard-Satterthwaite

Abandonner l'idée d'intensité ?

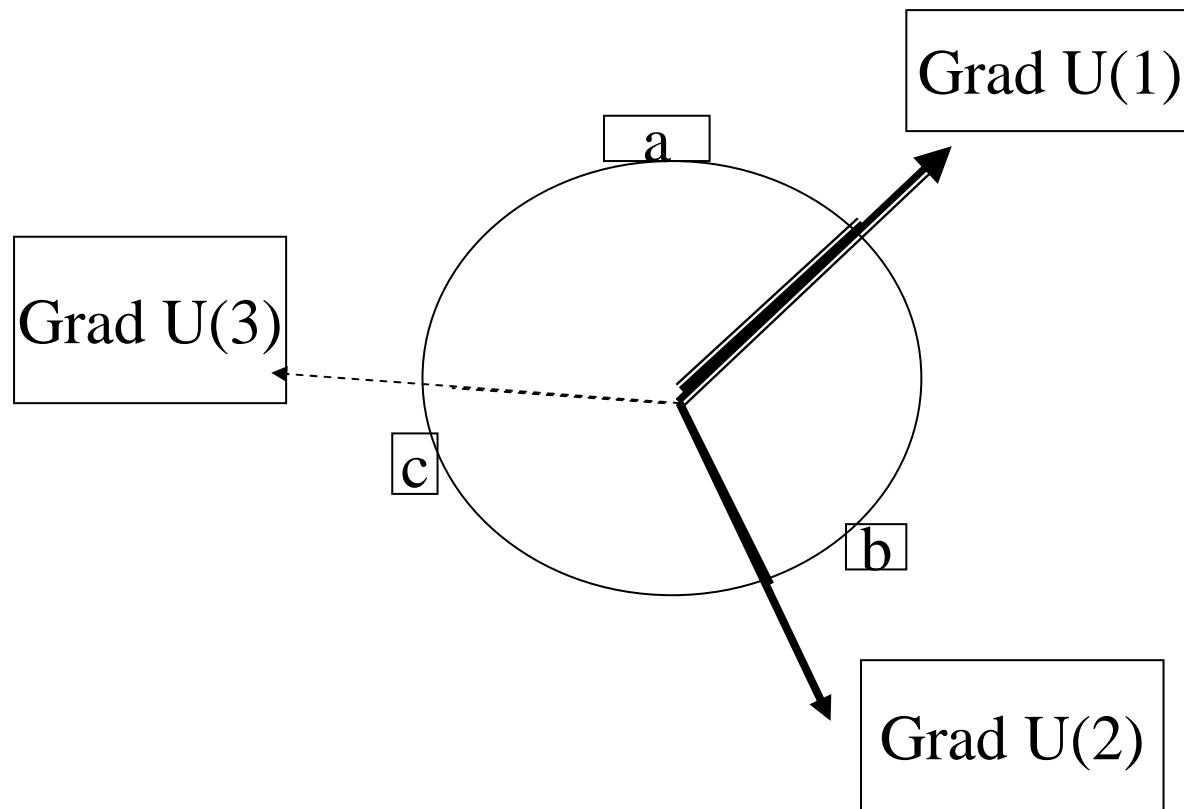
- Le cadre :
 - N agents, Ensemble d'alternatives A, par exemple a, b, c.
 - $U(i, \cdot)$ pb construire une FBES : $>(S)$
- Les axiomes d'Arrow.
 - **Axiome de Pareto:**
 - Si $U(i, a) > U(i, b)$, $\forall i$, alors $a(>S) b$
 - **Axiome d'indépendance** (par rapport aux alternatives non pertinentes):
 - Soient U^* et U^{**} , 2 états de l'opinion,
 - si $\{i / U^*(i, a) > U^*(i, b)\} = \{i / U^{**}(i, a) > U^{**}(i, b)\}$,
 - alors $(>S)/a, b$ le même.
- Commentaires.
 - Domaine universel...
 - Alternatives non pertinentes,
 - ..écarte l'idée d'intensité.
 - Réponses possibles, vote binaire, Borda ????

Quelles solutions / problème d'Arrow?

- **La FBES benthamite** : évidemment non
- **Le vote binaire** : non
 - **Le paradoxe de Condorcet**
 - 3 agents, ou points de vue 1,2, trois alternatives, a,b,c .
 - $a > b, b > c, c > a$, pas de transitivité...
 - Le vote binaire ne définit pas une FBES
 - **Noter que le vote binaire séquentiel...définit une FCS.**
 - Premier tour a contre b,
 - Deuxième tour, le vainqueur contre c..
 - (élections présidentielles de 1974)
 - Manipulable
- **Borda** : définit bien sûr une FBES
 - Mais ne satisfait pas l'axiome d'indépendance
 - Ex. 2 agents :
 - $a > c > b, b > a > c$, Borda : $a(3) >_{(S)} b(4)$
 - $a > b > c, b > c > a$, Borda : $b(3) >_{(S)} a(4)$

a	b	c
b	c	a
c	a	b

Choix dans un domaine continu et paradoxe de Condorcet



La preuve du théorème d'Arrow.

- **Thm d'Arrow** : $[A] > 3, m > 3$
 - Tte FBES à domaine universel / Pareto et indépendance est dictatoriale.
- Idée : la FBES à la Arrow repose sur une extension de l'idée de vote
 - Le vote est neutre monotone anonyme.
 - Ni la monotonie, ni la neutralité ne figurent dans les hypothèses,
 - Cependant, les exigences de la transitivité impliquent que
 - La FBES est neutre (exercice)
 - La FBES est monotone (exercice)
 - Si l'on exige anonymat alors le théorème est démontré (Condorcet).
 - Mais non dictatorial suffit.
- Commentaires.
 - Le théorème d'Arrow est une généralisation du paradoxe de Condorcet.
 - Vote est intimement lié aux exigences de révélation...
 - Révélation implique une procédure de vote généralisée à la Arrow.

Exercices.....

- Exercice 1 :
 - (-----S-----)(-----CS-----)
 -c
 - a..... b
 - >.....> ...c
 - b.... ≥c.....a
 - a>b...>c, donc S, (début de) neutralité...
- Exercice 2 :
 -
 - a.....a... b
 - >..... c> ...
 - b.... ba
 -c....c
- a>c>b

Le théorème de GS.

- L'extraction de l'information.
 - Accent sur l'information pertinente, toute ou en partie détenue par les agents
 - Objectif : des règles de décisions qui permettent de recueillir l'information
- Le cadre.
 - Un nombre fini d'alternatives données, un nombre fini d'agents.
 - Les agents : préférences (cardinales) $U(\theta, \cdot)$, $\theta(i)$ est information privée de M.i.
 - **Règle de décision, FCS**, fonction / annonces / agents sur leurs caractéristiques.
 - **$D: \Pi(\theta(i)) \rightarrow a = D(\Pi(\theta(i)))$**
- Deux conditions :
 - Règle définie sur un domaine de préférences larges : domaine universel...
 - Les agents incités/ la vérité, en un sens fort : la vérité est **stratégie dominante**.
 - **$U(\theta(i), D((\theta(i), \theta(-i))) > U(\theta(i), D(\theta(i), \theta(-i)))$, quelque soit $\theta(i), \theta(-i)$**
 - Remarque : SD est restrictif, dire la vérité ne l'est pas..

Le théorème de Gibbard-Satterthwaite.

- THM : GS
- \exists pas de Fonctionnelle de choix social, telle que $Im \{D\} > 2$, qui soit :
 - À domaine universel,
 - A l'épreuve des manipulations stratégiques
 - Non dictatoriale.
- Remarques :
 - pas de problèmes avec deux objets.
 - La règle ne doit pas dépendre de l'intensité des préférences.
 - Le vote majoritaire est à l'épreuve des manipulations.
 - Toute procédure monotone (votre annonce fait pencher la décision dans le sens annoncé)..
 - Une solution dictatoriale (choix d'un dictateur) satisfait les deux premières conditions.

Conclusion provisoire.

- Agrégation des préférences pour l'action publique.
 - Soit une certaine vision « idéaliste » et morale qui s'impose à l'action publique (via les citoyens ??)
 - Et beaucoup d'information au Centre sur les préférences dans leur dimension conflictuelle..
 - Soit un point de vue « démocratique » plus pragmatique, qui suscite plus naturellement la transmission d'information, mais qui se traduit plus difficilement en une opinion collective cohérente...
- Une grande proximité entre le problème de transmission de l'information (conflictuelle) et la cohérence du choix social
 - Tous les deux impossibles en un sens fort
 - Arrow et GS.