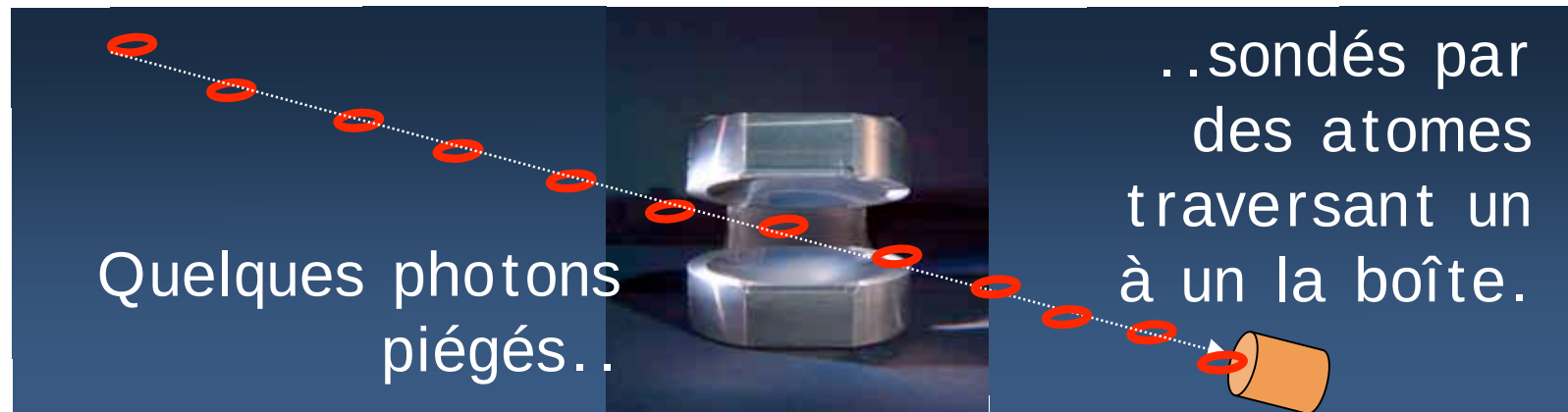


L'Electrodynamique quantique en cavité

Bruxelles, 16 Mars 2010

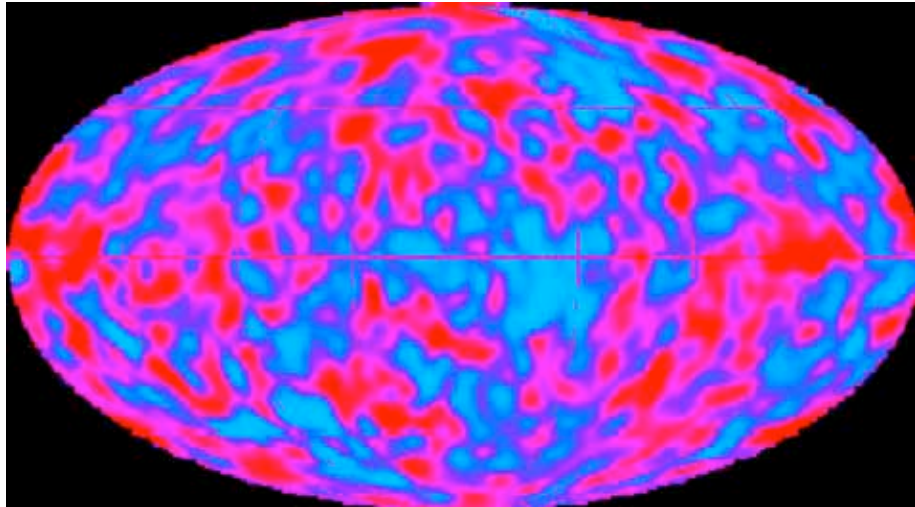


*Tests de la théorie quantique de la mesure
&*

exploration de la frontière quantique-classique

*Un "laboratoire idéal" pour tester des effets
susceptibles d'applications en information quantique*

Le photon, particule omniprésente et évasive



COBE satellite map of the cosmic blackbody background

*Sa masse est nulle....
....et il se déplace à la vitesse
maximale (vitesse de la lumière)*

*Il véhicule (presque) toute
l'information sur l'Univers....
....mais il est en général détruit
en nous livrant son message*

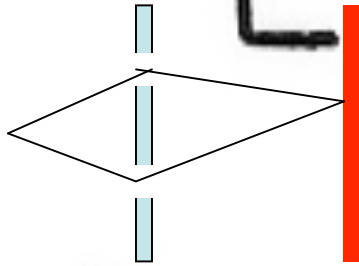
Dans l'espace libre il est éternel....

...mais est très fragile et survit mal en captivité

Nous observons les photons dans des conditions très inhabituelles, en les piégeant pendant un temps perceptible et en les détectant de façon répétée sans les détruire.

Une nouvelle façon de « voir »

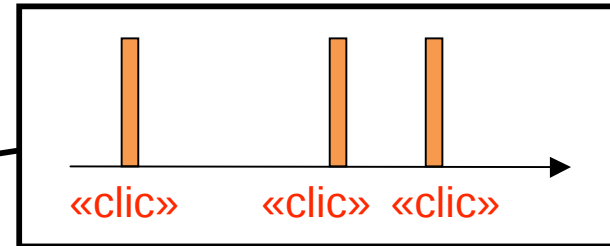
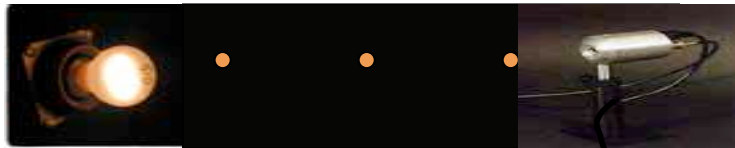
LIGHT IS A



Ambigramme de Douglas Hofstadter

WAVE!

La détection des photons: chronique d'une mort annoncée



$$1 \xrightarrow{\text{clic}} 0$$

Cette destruction n'est pas «fatale»: la physique quantique autorise une observation moins brutale!

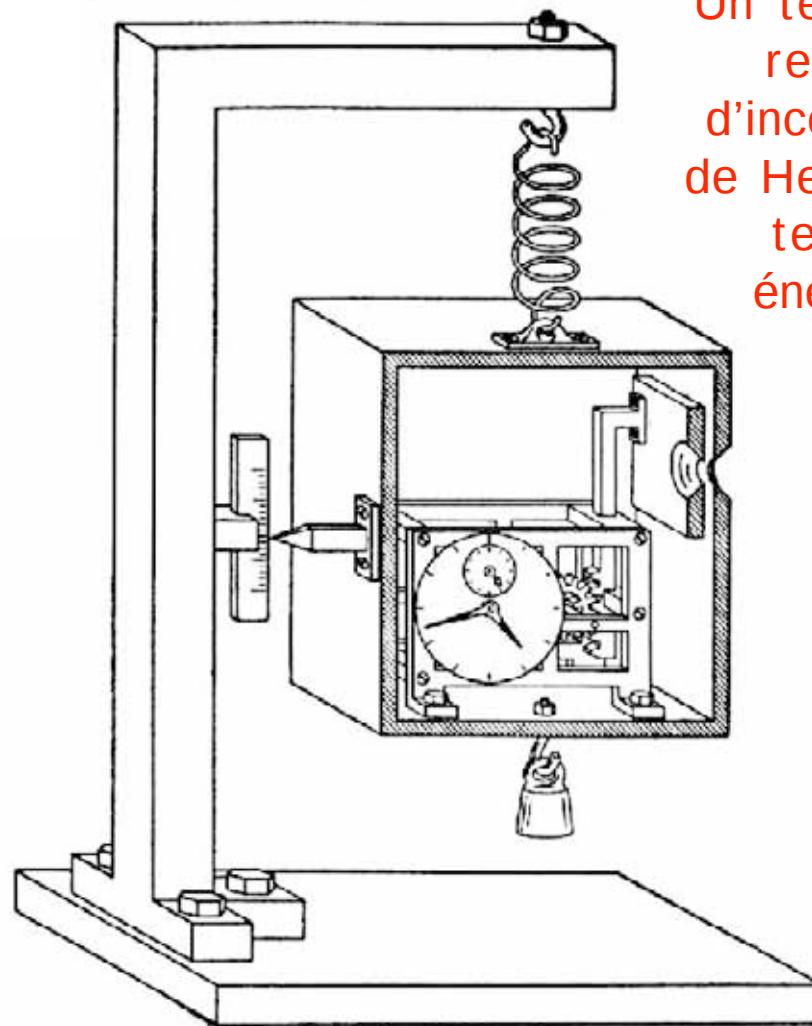
Une mesure Quantique Non-Destructive (QND) réaliserait:

$$1 \xrightarrow{\text{clic}} 1 \xrightarrow{\text{clic}} 1 \xrightarrow{\text{clic}} \dots \xrightarrow{\text{clic}} 1 \quad ?$$

Il faut un détecteur transparent sensible à un seul photon...

...et une boîte gardant très longtemps les photons en vie

Notre expérience est une version moderne et réelle de l'expérience de pensée d'Einstein et Bohr...



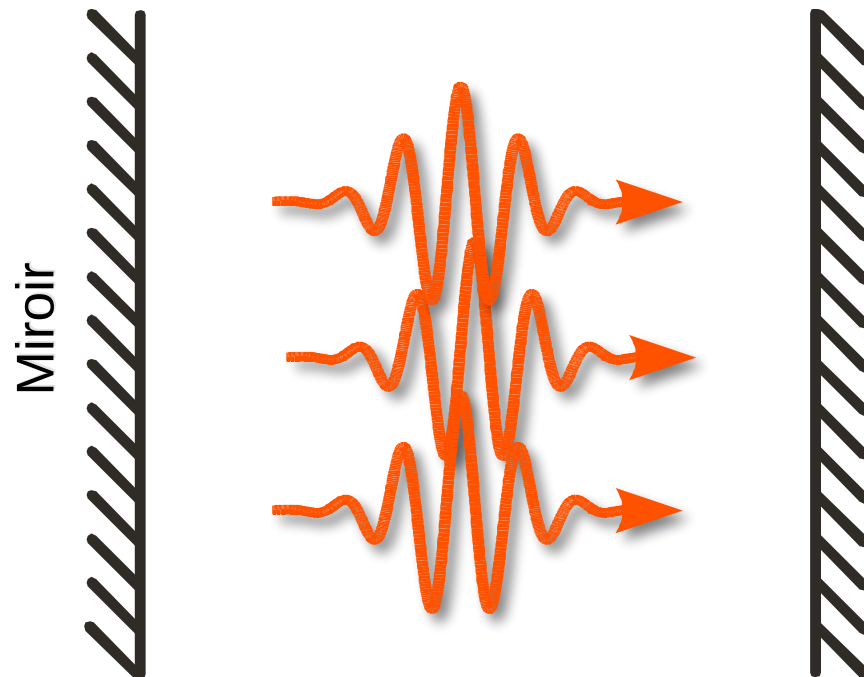
Un test de la
relation
d'incertitude
de Heisenberg
temps-
énergie?

Plan des deux leçons

1. l'Electrodynamique quantique en cavité avec des atomes de Rydberg: principes généraux
2. Interaction dispersive atome-champ et détection non destructive de photons (QND)
3. Description du champ dans l'espace des phases: la fonction de Wigner
4. Génération et reconstruction d'états non-classiques: états de Fock, chats de Schrödinger et décohérence

Piéger un photon

Résonateur Fabry-Pérot



Exigences: réflexion (quasi)-**parfaite** sur les miroirs !!!
(**ni** absorption, **ni** transmission, **ni** diffusion)

L'Électrodynamique quantique en cavité:

une scène pour mettre en scène l'interaction
matière-rayonnement au niveau le plus fondamental

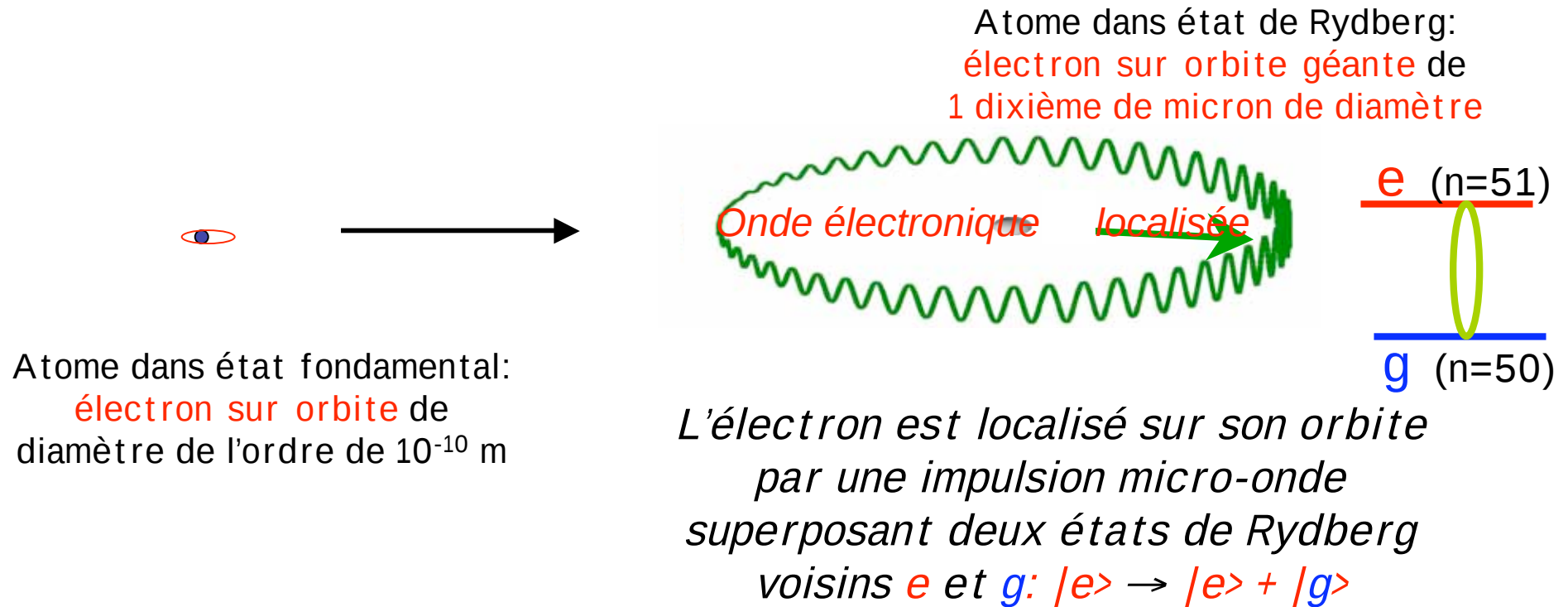
Un **atome** interagit avec
un (ou quelques) **photon(s)**
dans une boîte

Une **suite d'atomes** traverse la
cavité, se couple avec le champ et
emporte de l'information sur la
lumière

Les photons réfléchis sur les
miroirs repassent un très
grand nombre de fois sur
l'atome: la cavité amplifie de
façon spectaculaire le
couplage **matière-lumière**



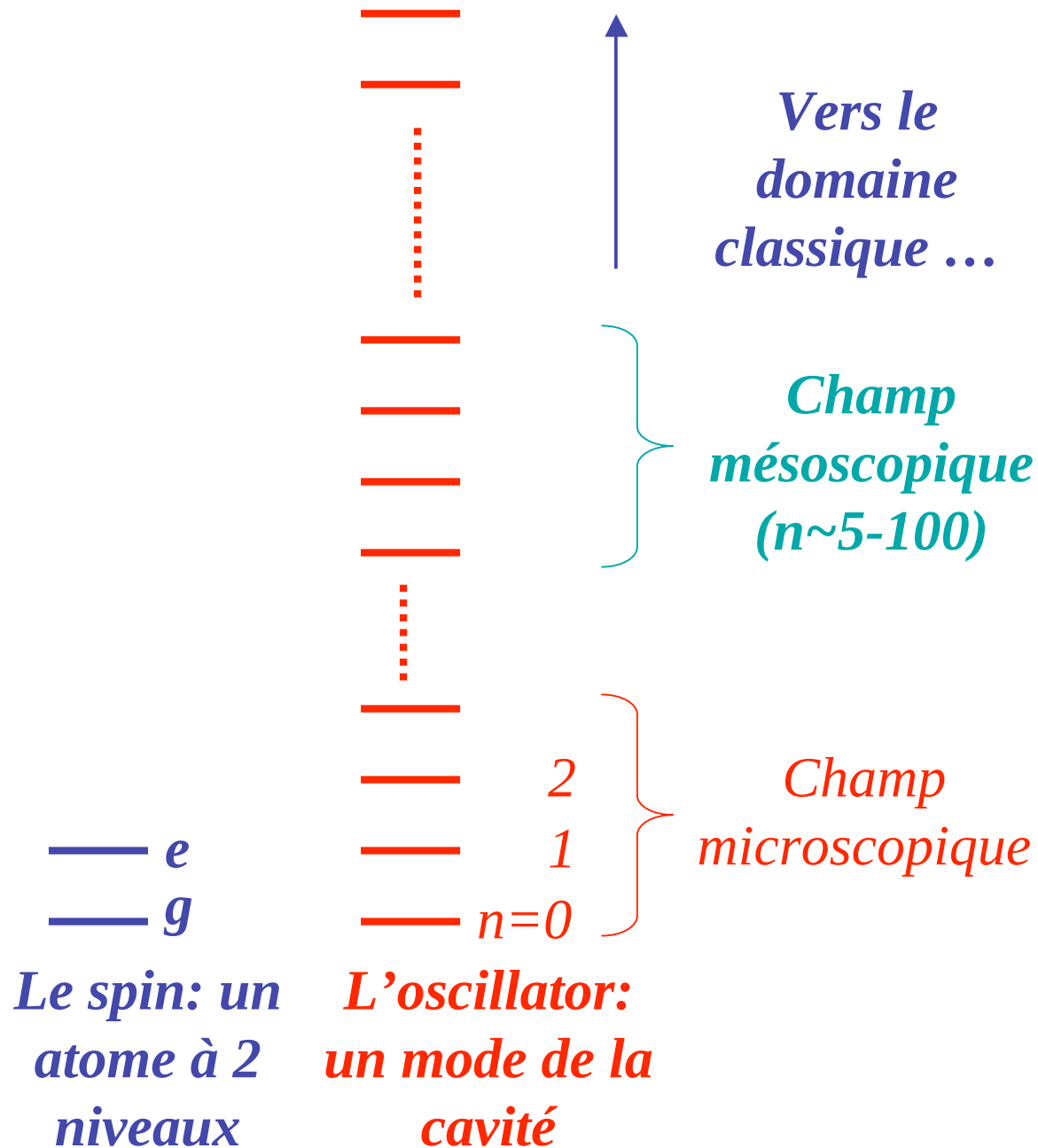
Un détecteur ultra-sensible: l'atome de Rydberg circulaire



Le paquet électronique localisé tourne autour du noyau à la
fréquence de transition entre les deux états (51 GHz)
comme une aiguille d'horloge sur un cadran.

En présence de photons non-résonnants, cette fréquence
est légèrement modifiée, ce qui retarde l'horloge

CQED: Une histoire d'oscillateurs et de spins



Hamiltonien standard

$$H = \hbar\omega_{at} \frac{\sigma_z}{2} + \hbar\omega_c a^\dagger a + \frac{\hbar\Omega}{2} [\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger]$$

Couplage fort

$$\Omega \gg \frac{1}{T_c}, \quad \frac{1}{T_a}$$

Optical

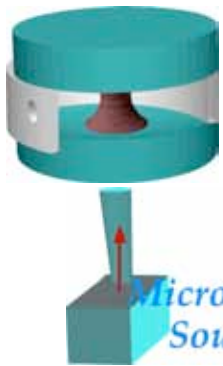
20MHz, 5MHz, 5MHz

Microwaves

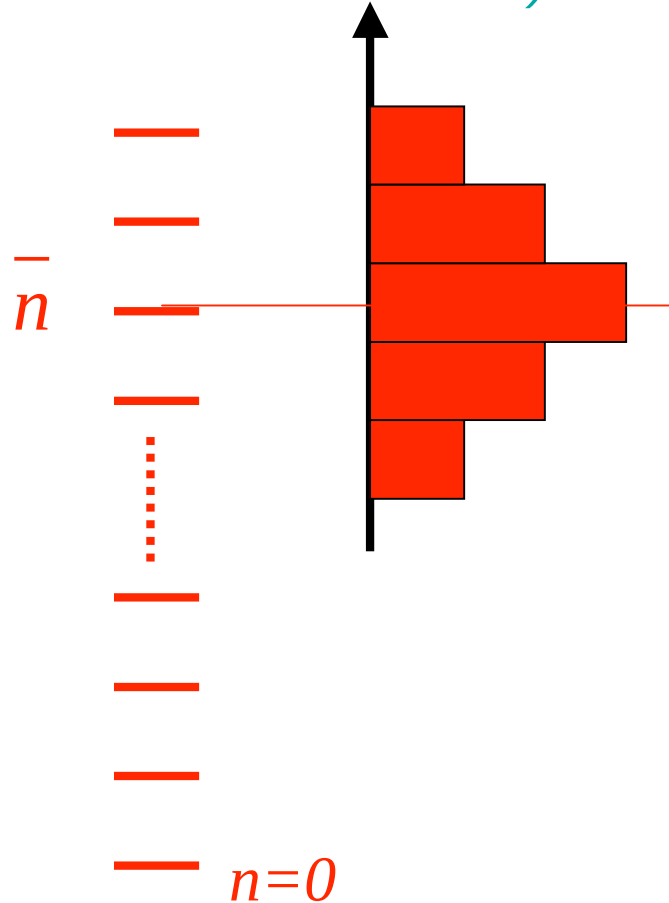
50kHz, ~~1kHz~~, 1Hz

1Hz

Coherent state of light



*Produced by
coupling the
cavity to a
source (classical
oscillating
current)*

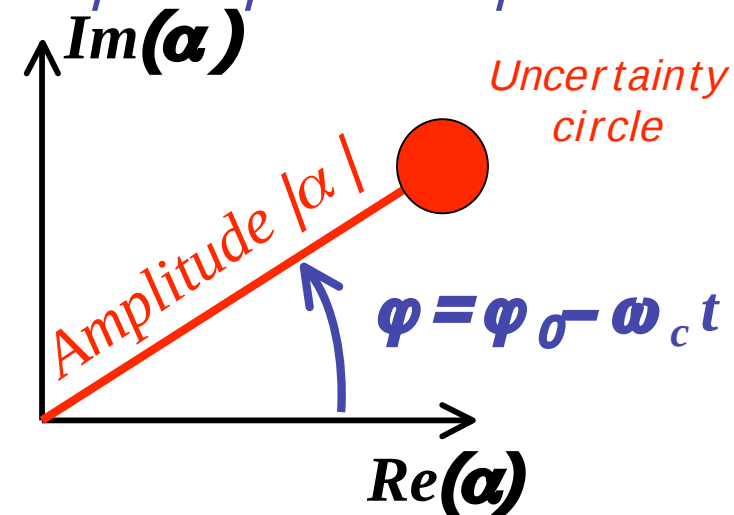


*A Poissonian superposition of
photon number states:*

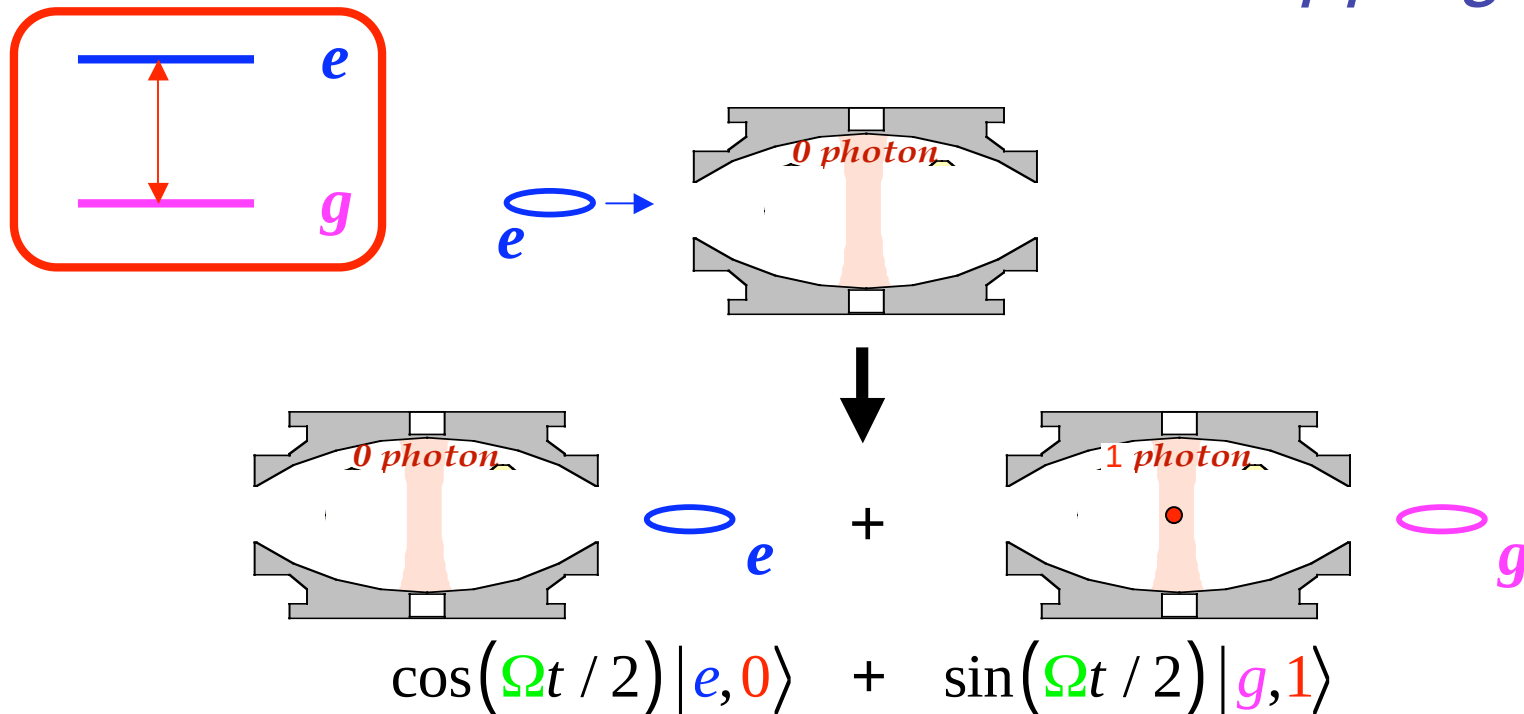
$$|\alpha\rangle = \sum_n C_n |n\rangle \quad , \quad C_n = e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} \quad ,$$

$$\bar{n} = |\alpha|^2 \quad , \quad P(n) = |C_n|^2 = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!}$$

Complex plane representation



Resonant Rabi flopping



Spontaneous emission and absorption involving atom-field entanglement

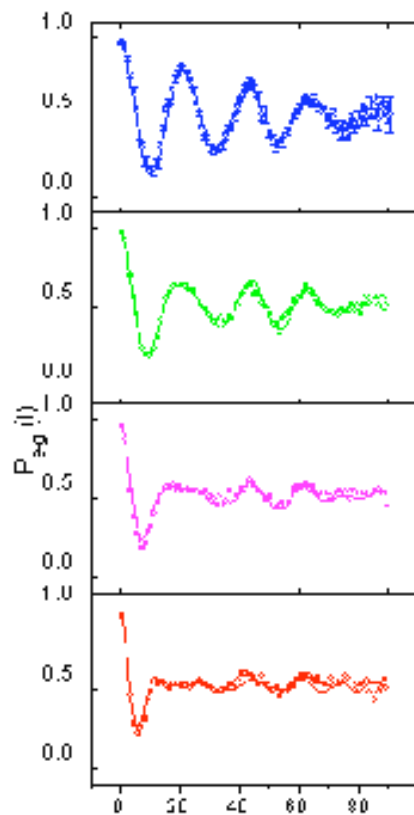
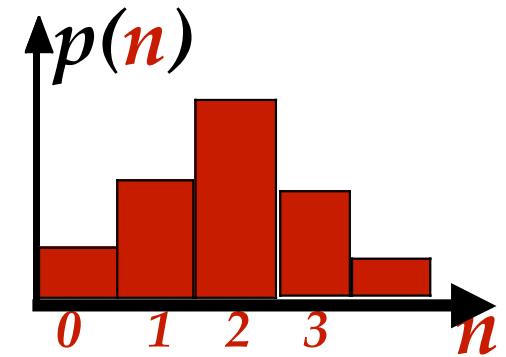
When n photons are present, the oscillation occurs faster (stimulated emission):

$$\cos(\Omega \sqrt{n+1} t / 2) |e, n\rangle + \sin(\Omega \sqrt{n+1} t / 2) |g, n+1\rangle$$

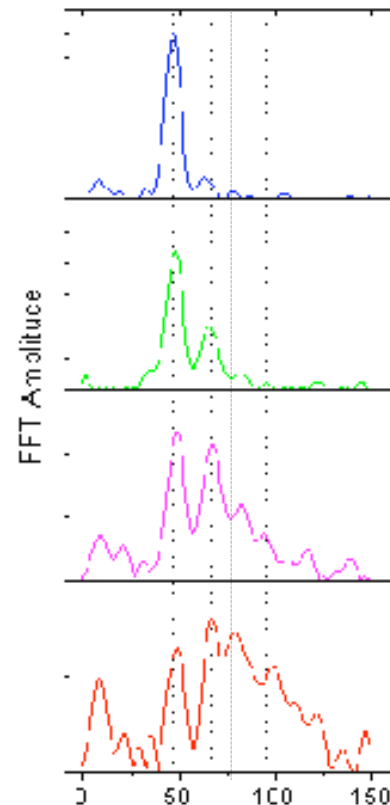
Simple dynamics of a two-level system ($|e, n\rangle$, $|g, n+1\rangle$)

Rabi flopping in vacuum or in small coherent field: a direct test of field quantization

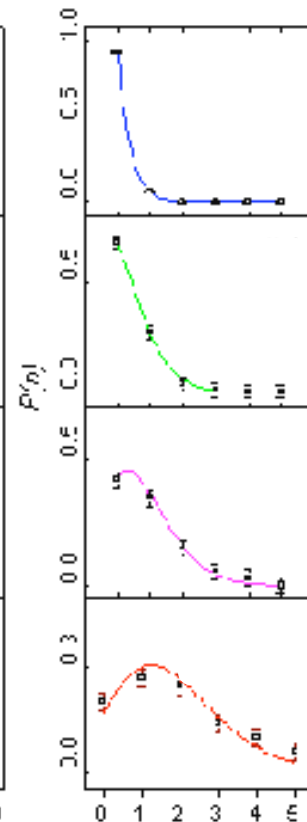
$$P_e(t) = \sum_n p(n) \cos^2 \left(\frac{\Omega \sqrt{n+1} t}{2} \right) ; \quad p(n) = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!}$$



$P_e(t)$ signal



Fourier transform



Inferred $p(n)$

$$\bar{n} = 0 \quad (\bar{n}_{th} = 0.06)$$

$$\bar{n} = 0.40 (\pm 0.02)$$

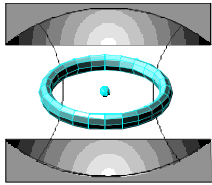
$$\bar{n} = 0.85 (\pm 0.04)$$

$$\bar{n} = 1.77 (\pm 0.15)$$

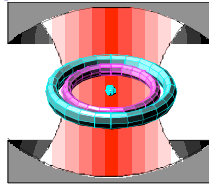
Brune et al,
PRL,76,1800,1996.

Useful Rabi pulses (quantum « knitting »)

Initial state

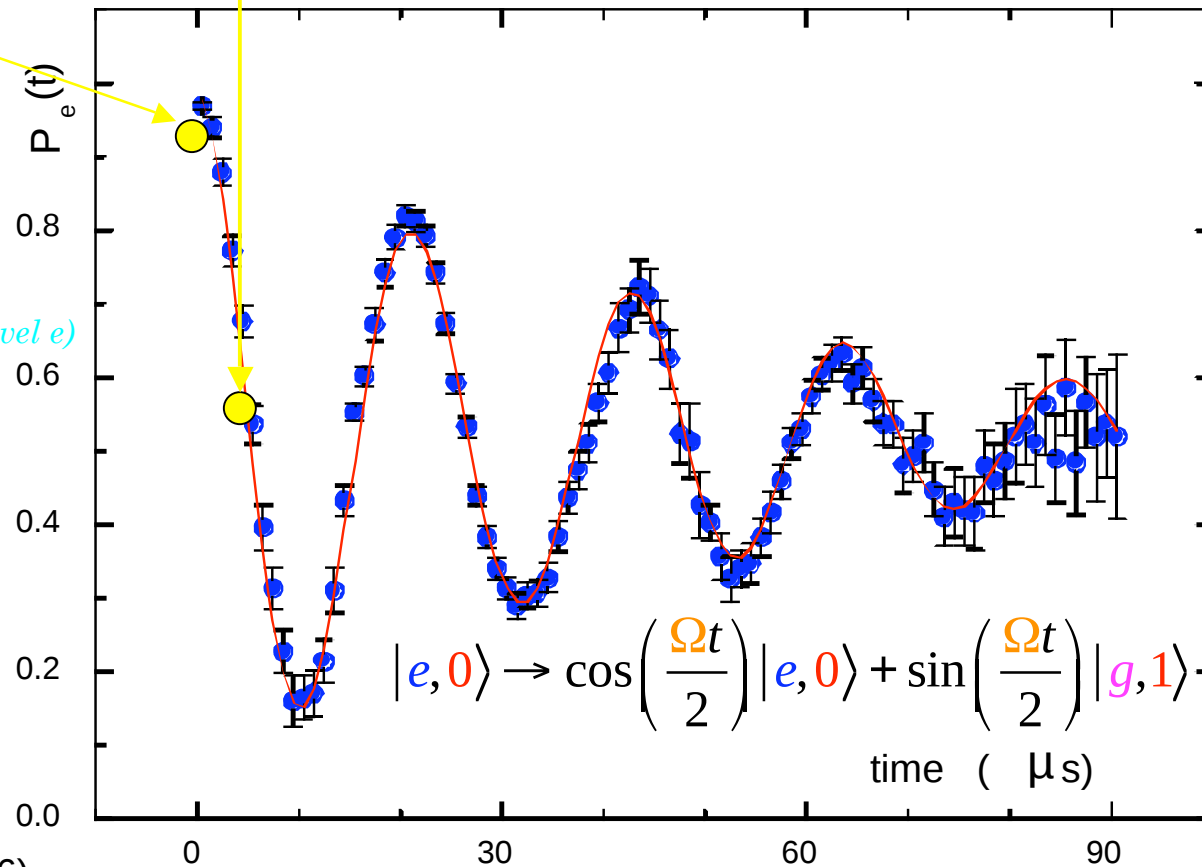
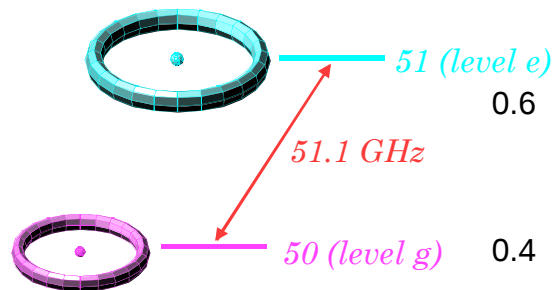


$|e,0\rangle$



$$|e,0\rangle \rightarrow |e,0\rangle + |g,1\rangle$$

$\pi / 2$ pulse
creates atom-cavity
entanglement



Brune et al, PRL **76**, 1800 (96)

Microscopic entanglement

Useful Rabi pulses (quantum knitting)

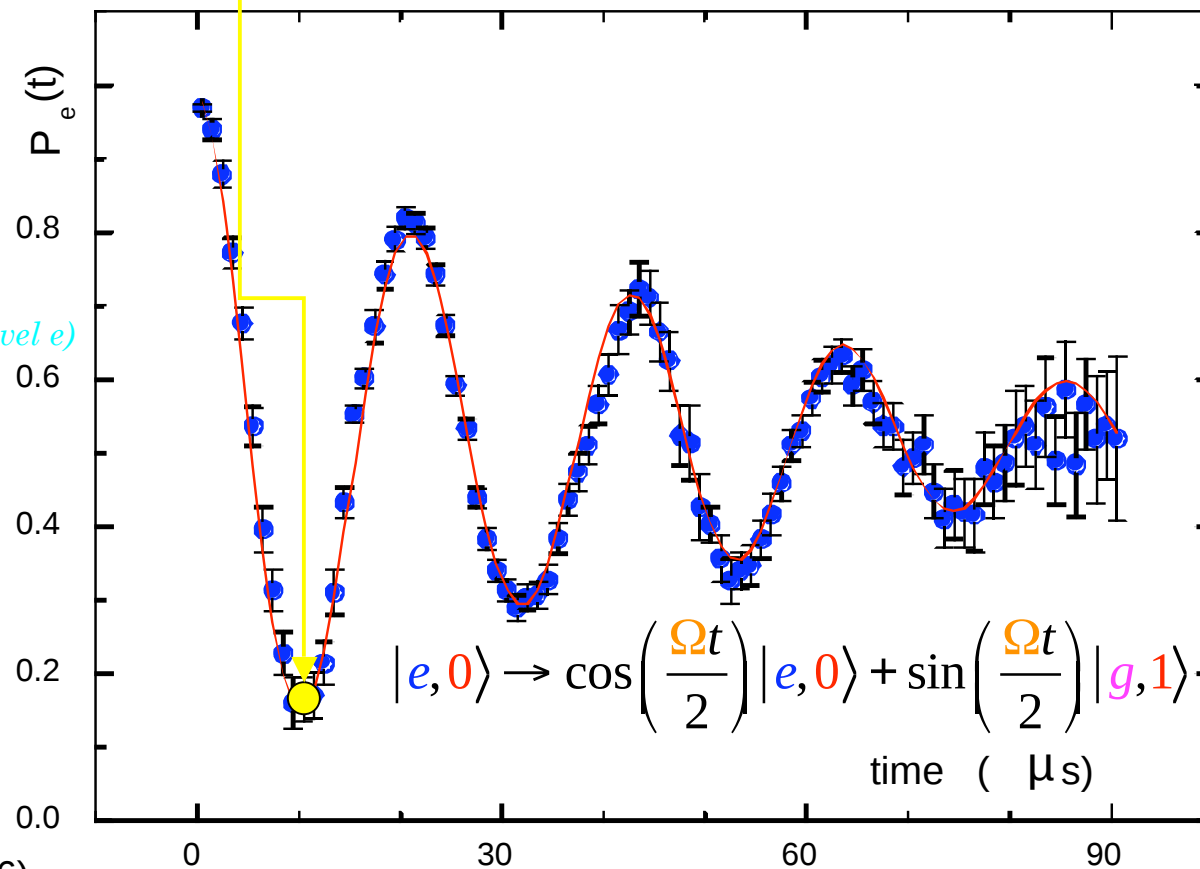
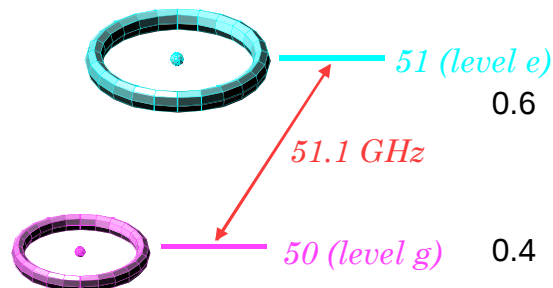
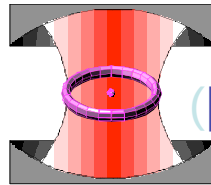
$$|e,0\rangle \rightarrow |g,1\rangle$$

$$|g,1\rangle \rightarrow |e,0\rangle$$

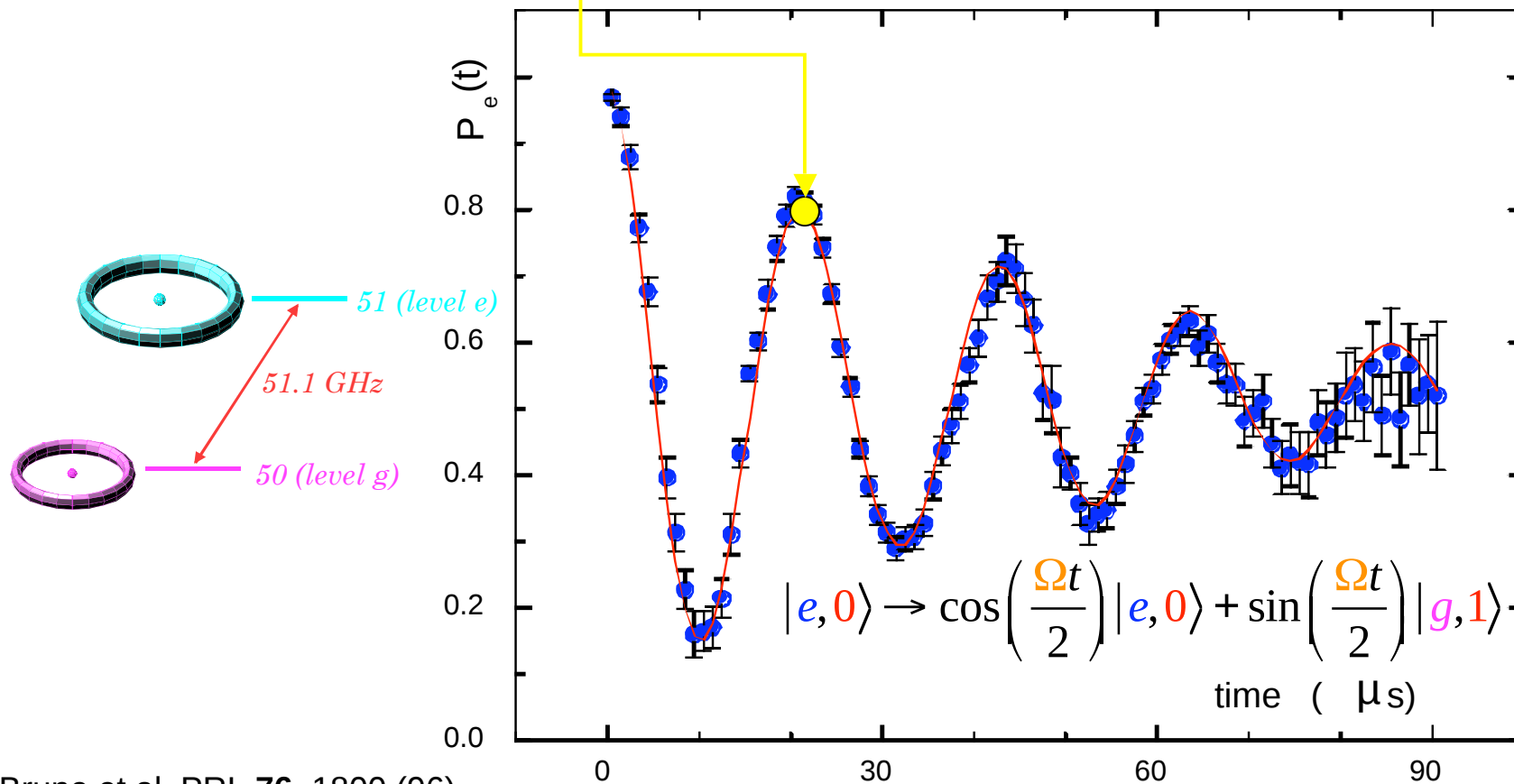
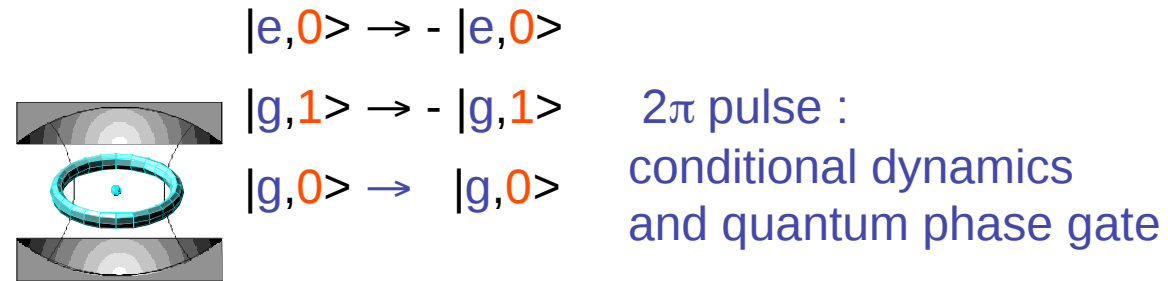
$$|g,0\rangle \rightarrow |g,0\rangle$$

$$(|e\rangle + |g\rangle)|0\rangle \rightarrow |g\rangle(|1\rangle + |0\rangle)$$

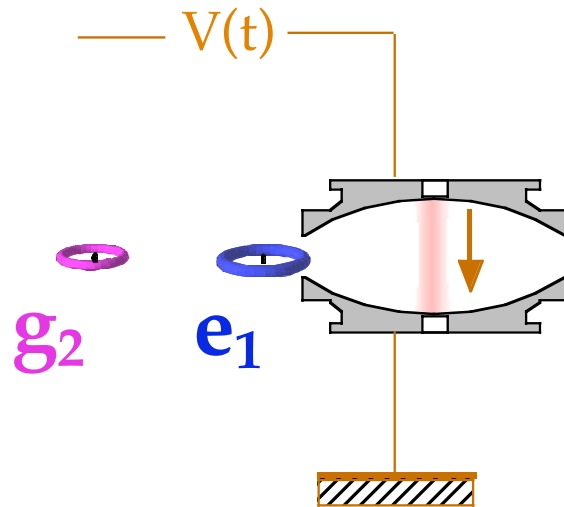
π pulse copying
atom's state on
field and back



Useful Rabi pulses (quantum knitting)



Atom pair entangled by photon exchange



Atom #1 : $\Omega t = \pi/2$

$$|e_1, 0\rangle \cdot |g_2\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |e_1, 0\rangle + |g_1, 1\rangle \} \cdot |g_2\rangle$$

Atom #1 - Photon entanglement

Electric field $F(t)$ used to
tune atoms 1 and 2 in
resonance with C for times t
corresponding to $\pi/2$ or π
Rabi pulses

Atom #2 : $\Omega t = \pi$

Atom - Atom entanglement
(a massive E.P.R. pair)

$$\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |e_1, g_2\rangle + |g_1, e_2\rangle \} \cdot |0\rangle$$

Atoms entangled in deterministic way without
directly interacting

Cavity acts as a catalyst for entanglement

Field generated in a transient stage

Hagley et al, P.R.L. 79,1 (1997)

2.

Interaction dispersive atome-champ
et détection non destructive de
photons (QND)

Quantum Nondemolition Measurement of Small Photon Numbers by Rydberg-Atom Phase-Sensitive Detection

M. Brune, S. Haroche, V. Lefevre, J. M. Raimond, and N. Zagury^(a)

*Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne,
24 rue Lhomond, F-75231 Paris CEDEX 05, France*

(Received 18 April 1990)

We describe a new quantum nondemolition method to monitor the number N of photons in a microwave cavity. We propose coupling the field to a quasis resonant beam of Rydberg atoms and measuring the resulting phase shift of the atom wave function by the Ramsey separated-oscillatory-fields technique. The detection of a sequence of atoms reduces the field into a Fock state. With realistic Rydberg atom-cavity systems, small-photon-number states down to $N=0$ could be prepared and continuously monitored.

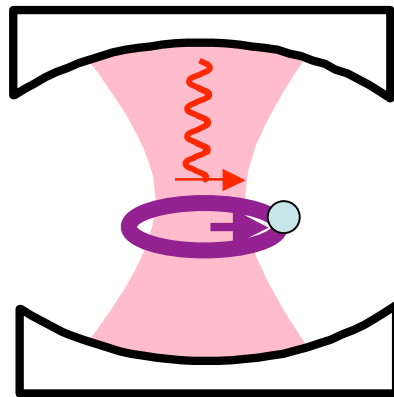
un projet à très long terme!

Les atomes de Rydberg traversant la cavité sont de petites horloges atomiques ultra-sensibles à la lumière (micro-onde). La détection du retard de ces horloges permet de compter les photons un à un...

Comment la lumière perturbe l'horloge

La fréquence $\nu = \nu_{at} + \delta$ du champ est légèrement différente de la fréquence de transition atomique: les photons ne peuvent être absorbés et l'horloge atomique est '*transparente*'...

...mais le champ électrique associé aux photons piégés déplace les niveaux d'énergie (**light-shift**) et perturbe la rotation de l'aiguille atomique...



$$E_{\text{photon}} \approx \sqrt{\frac{h\nu}{\epsilon_0 V_{\text{boîte}}}} \approx 10^{-3} \text{ V / m}$$

$$E_{\text{atome}} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{at}}^2} \approx 10^5 \text{ V / m}$$

Le champ électrique d'un photon, environ cent million de fois plus petit que le champ de Coulomb vu par l'électron de Rydberg, modifie légèrement la fréquence de l'horloge.

$$\left[\frac{\Delta\nu_{\text{at}}}{\nu_{\text{at}}} \right]_{\text{par photon}} = 4.10^{-13} \frac{\nu_{\text{at}}}{\delta} \longrightarrow \left[\frac{\Delta\nu_{\text{at}}}{\nu_{\text{at}}} \right]_{\text{par photon}} = 4.10^{-7} \quad \text{pour } \delta = 10^{-6} \nu_{\text{at}} = 50 \text{ kHz}$$

Un seul photon peut retarder l'horloge d'une seconde/mois

$$[\Delta\nu_{\text{at}}]_{\text{par photon}} = 4.10^{-7} \nu_{\text{at}} = 20 \text{ kHz} \longrightarrow [\Delta\Phi_{\text{at}}]_{\text{par photon}} = 2\pi \Delta\nu_{\text{at}} \cdot t_{\text{transit}} = \pi$$

Pendant que l'atome traverse la cavité (30 μs), l'aiguille fait 1.5 millions de tours et un photon la déphase d'un demi tour. Un déphasage par photon plus petit est réalisé en augmentant δ .

Effets dispersifs en CQED ($\delta \neq 0$)

Les déplacements d'énergie se calculent par diagonalisation exacte du hamiltonien de Jaynes-Cummings couplant **2 à 2** les états atome-champ:

$$H_{\text{int}} = -i\hbar \frac{\Omega_0}{2} [a|0\rangle_{aa} \langle 1| - a^\dagger |1\rangle_{aa} \langle 0|] \quad ; \quad \Omega_0 = 2 \frac{D_a E_{\text{photon}}}{\hbar} = 2\pi \times 50 \text{kHz}$$

Les énergies de la multiplicité $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ sont:

$$E_n^\pm = (n+1/2)\hbar\omega \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_0^2(n+1)} \quad ; \quad (\delta = \omega_a - \omega)$$

On identifie les états couplés $|\pm, n\rangle$ à $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ par débranchement adiabatique du couplage et on obtient les déplacements **exacts** de e et g dans n photons:

$$\frac{\Delta E_e(n)}{\hbar} = \frac{\delta}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{\Omega_0^2(n+1)}{\delta^2}} - 1 \right] \quad ; \quad \frac{\Delta E_g(n)}{\hbar} = -\frac{\delta}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{\Omega_0^2 n}{\delta^2}} - 1 \right] \quad ; \quad (\delta = \omega_a - \omega)$$

et leurs développements au 2^{ème} ordre en $\Omega_0 \sqrt{n} / \delta$:

$$\frac{\Delta E_e(n)}{\hbar} = \frac{\Omega_0^2(n+1)}{4\delta} + \dots \quad ; \quad \frac{\Delta E_g(n)}{\hbar} = -\frac{\Omega_0^2 n}{4\delta} + \dots \rightarrow \Delta\omega_a = \frac{\Omega_0^2}{2\delta} \left(n + \frac{1}{2} \right) + \dots$$

On décrit ces 'light shifts' par un **hamiltonien effectif**, d'expression à l'ordre le plus bas en n:

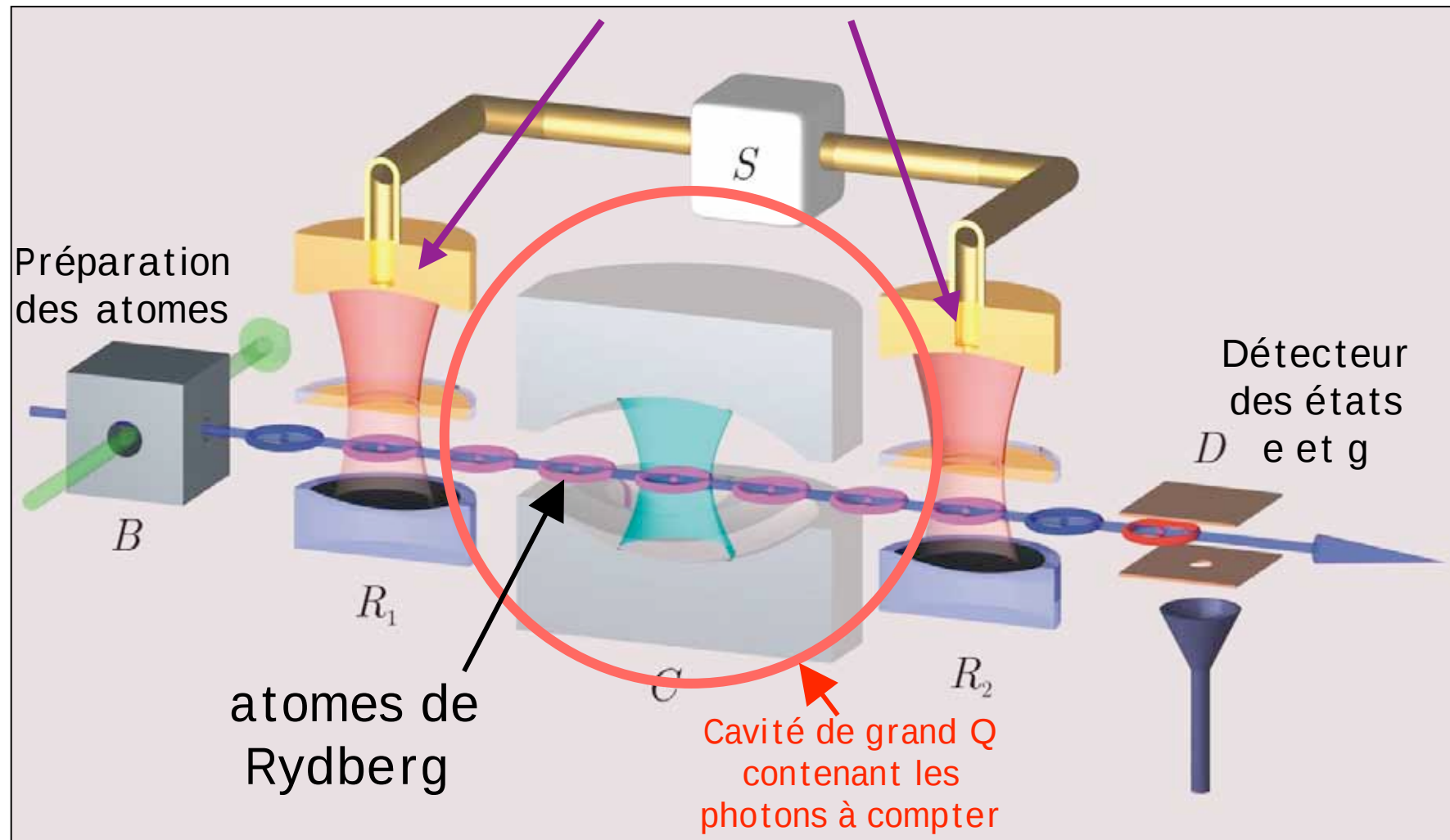
$$H_{DL} = \frac{\Omega_0^2}{4\delta} a^\dagger a \sigma_z + \frac{\Omega_0^2}{4\delta} |0\rangle_a \langle 0| + \dots$$

Le terme en $a^\dagger a \sigma_z$ est une rotation du qubit d'axe Oz et d'angle **proportionnel au nombre de photons**. Le second terme n'agit que sur $|e\rangle = |0\rangle_a$ et décrit un effet du vide (**Lamb shift dans cavité**), réincorporable dans la définition de l'énergie de $|e\rangle$.

Compter les photons avec une horloge atomique

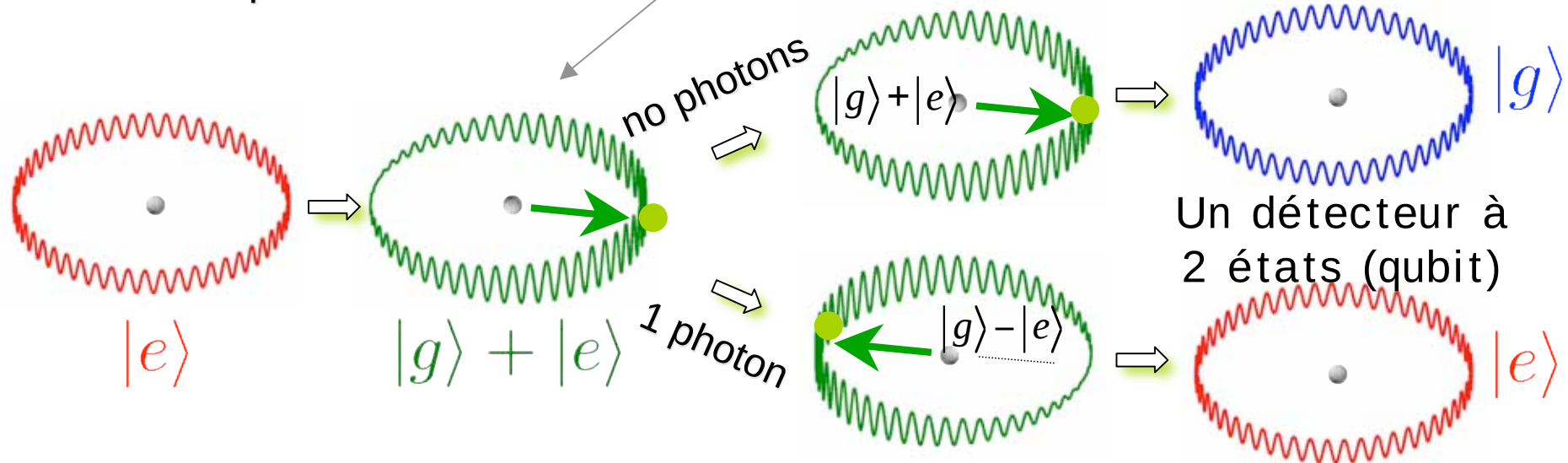
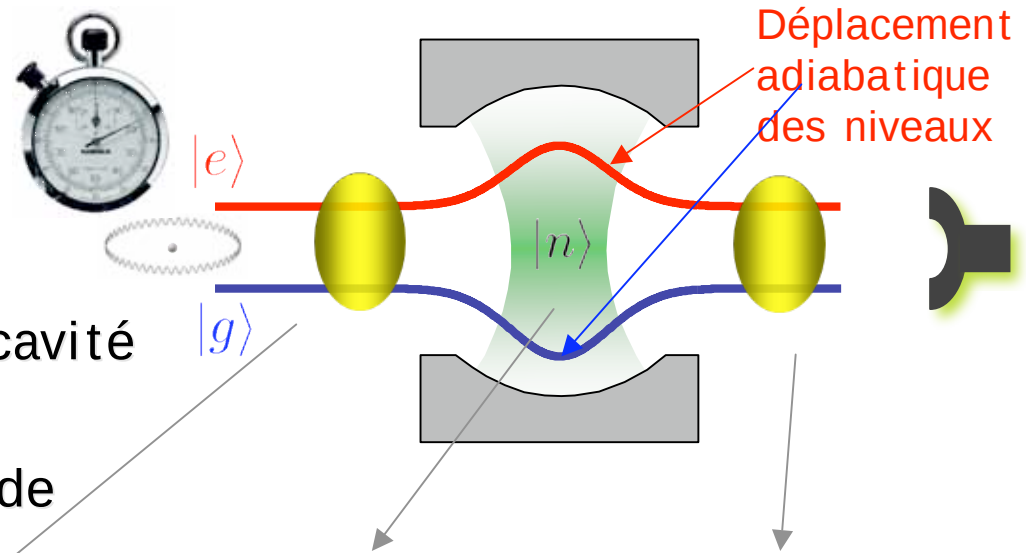
La lumière, piégée dans une cavité à l'intérieur de l'horloge, modifie, sans être absorbée, la fréquence de rotation de « l'électron-aiguille »

Impulsions micro-onde localisant l'électron sur son orbite puis détectant sa position



Mesure de la phase de l'horloge ($n=0$ ou 1)

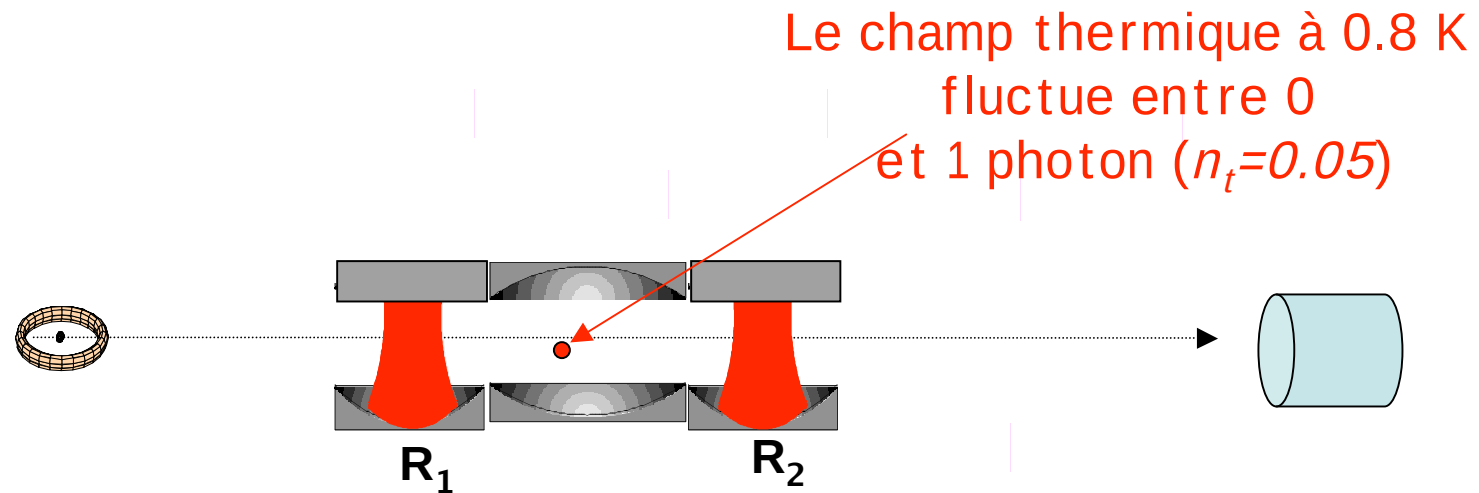
1. Déclenchement de l' horloge:
Impulsion micro-onde
2. Déphasage de l'horloge:
interaction avec le champ de la cavité
3. Mesure de l'horloge:
Seconde impulsion et détection de l'état atomique



Déphasage par photon $\varphi_0 = \pi$

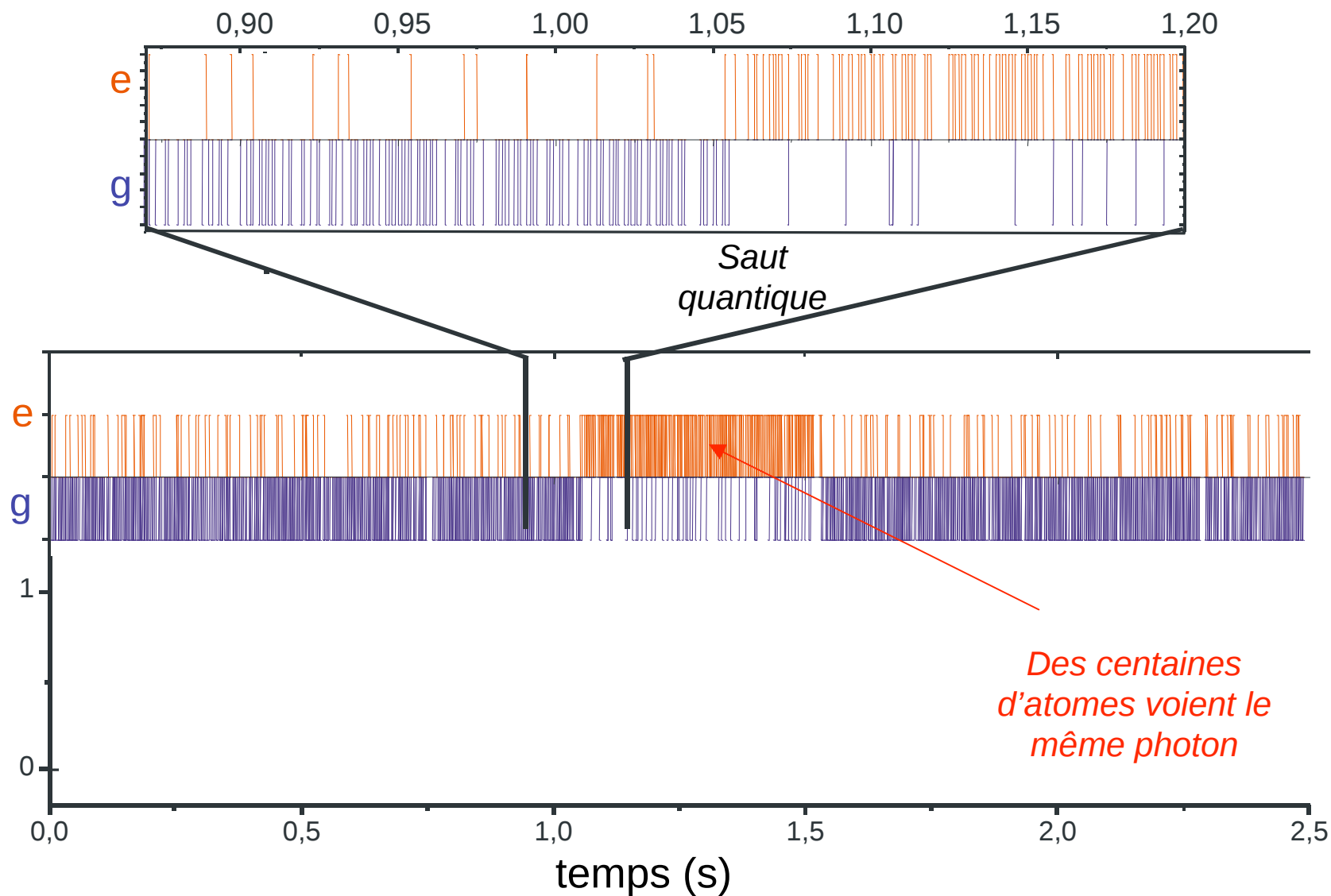
Etat atomique (e/g) corrélé au nombre de photons (1/0)

Mesure répétée d'un petit champ thermique (cavité à $T=0.8\text{K}$)

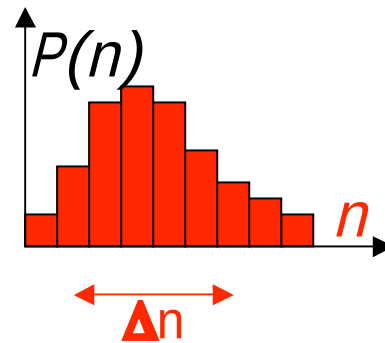
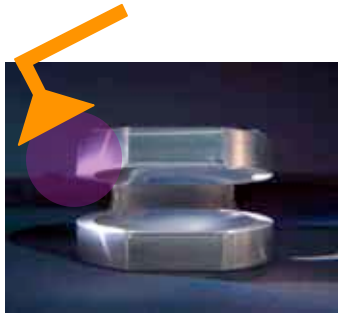


e ou *g*?

Naissance, vie et mort d'un photon



Mesure QND d'un nombre de photons arbitraire: projection progressive du champ



Un état cohérent
(Glauber state)
a un nombre de
photons incertain:

$$\Delta n \Delta \phi \geq 1/2$$

(Heisenberg)

Un petit champ cohérent avec une distribution de Poisson ($0 \leq n \leq 7$) est initialement injecté dans la cavité et le nombre de photons est « lu » de façon QND par une succession d'atomes « horloges »...

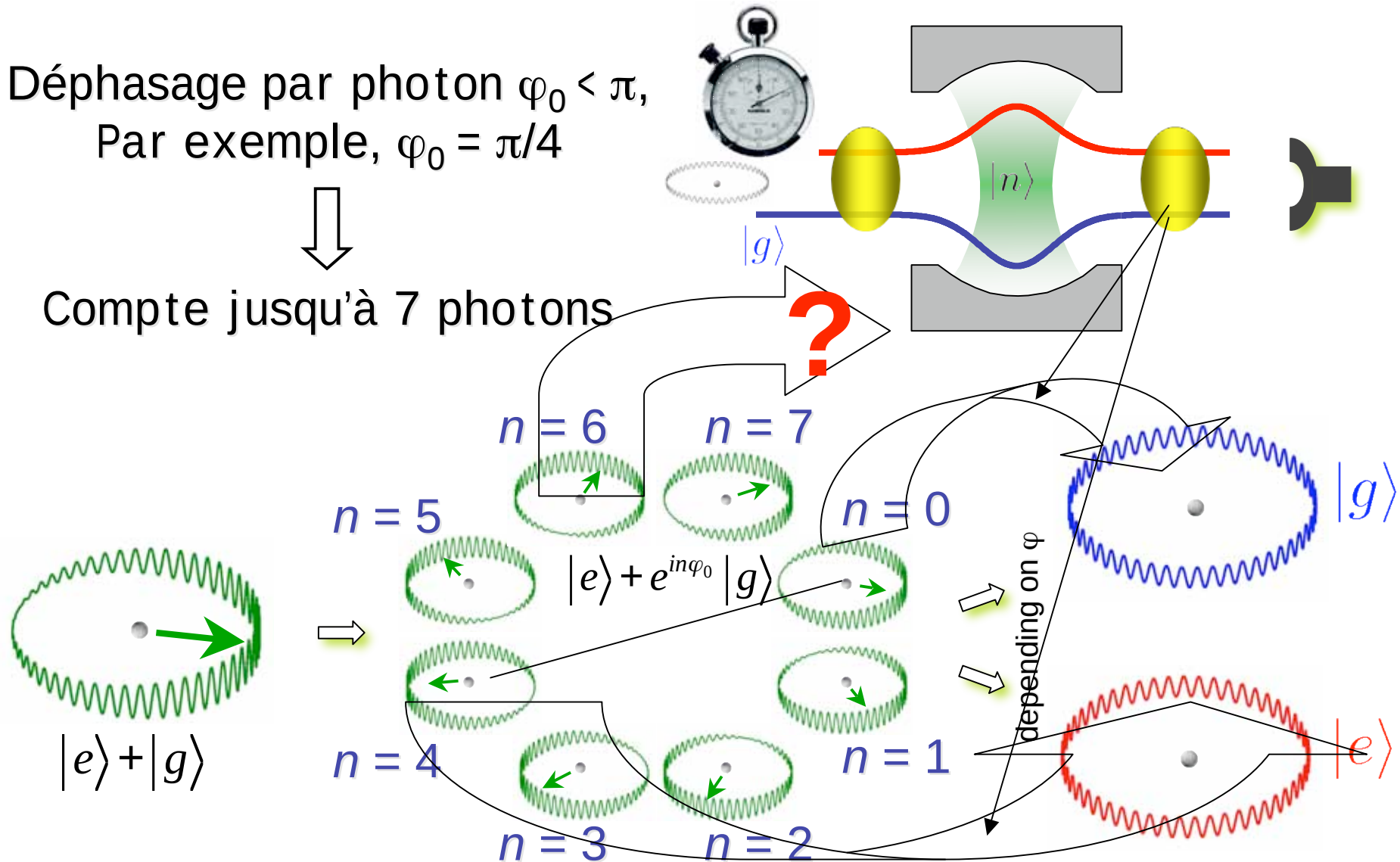
L'expérience illustre sur la lumière les trois postulats de la mesure: projection de l'état du champ, statistique des résultats, répétabilité de la mesure...

Compter n photons

Déphasage par photon $\varphi_0 < \pi$,
Par exemple, $\varphi_0 = \pi/4$



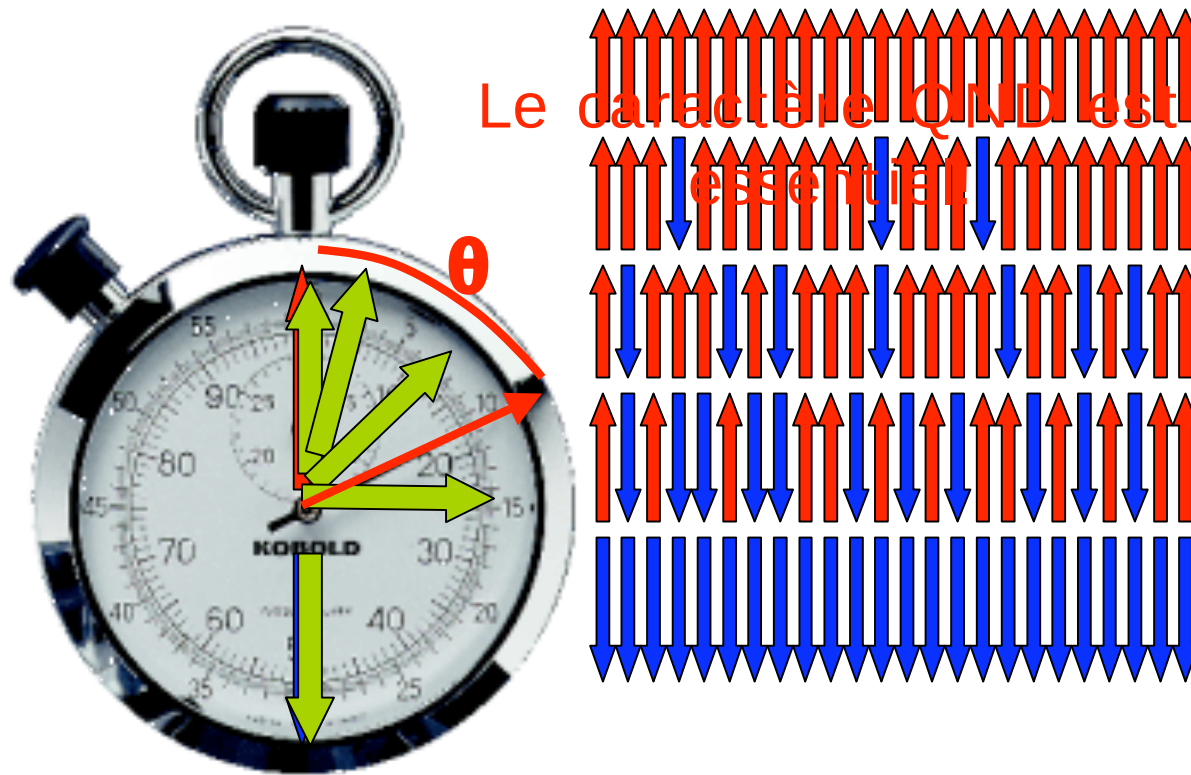
Compte jusqu'à 7 photons



La mesure donne une information binaire et ne permet pas de distinguer avec un atome plus de deux nombres de photons...

Comment lire une horloge 'binaire' dont l'aiguille est projetée dans 2 directions opposées, avec les probabilités binomiales $p(\theta) = 1 - q(\theta) = \cos^2(\theta/2)$

La suite de lectures binaires tend vers n partitions différentes, correspondant aux nombres de photons 0,1...n-1

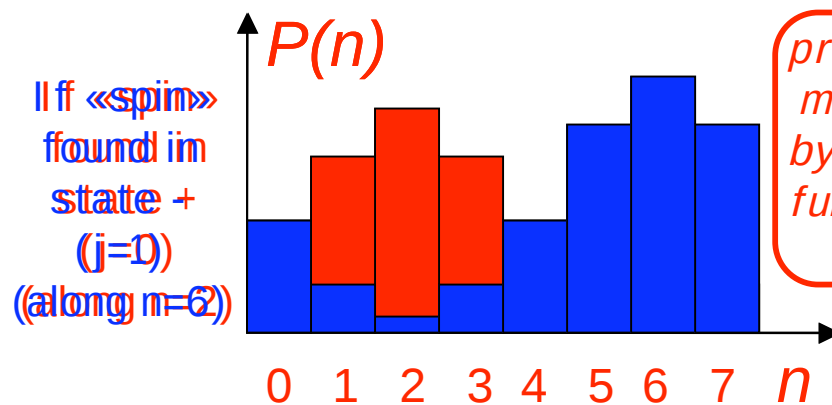
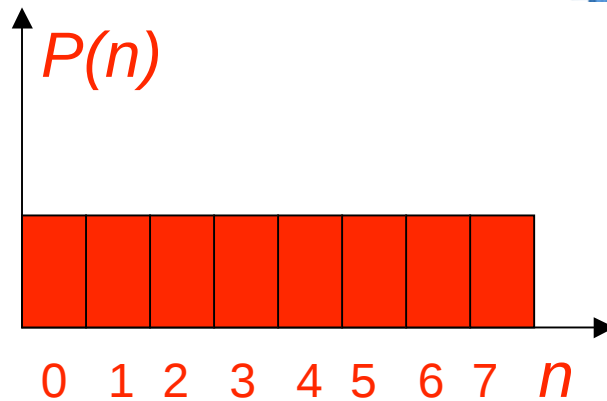


On fait une lecture sur un ensemble d'horloges identiques. La statistique des résultats permet de déterminer $p(\theta)$, donc θ (c-à-d le nombre de photons qui a retardé l'horloge atomique). Il faut en pratique ~50 atomes pour discriminer les nombres de photons de 0 à 7.

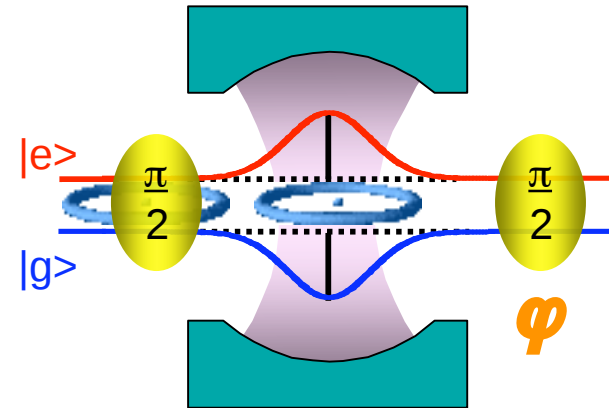
La mesure se révèle progressivement (loi de Bayes-Laplace)

Counting larger photon numbers: 1st atom effect on inferred photon distribution

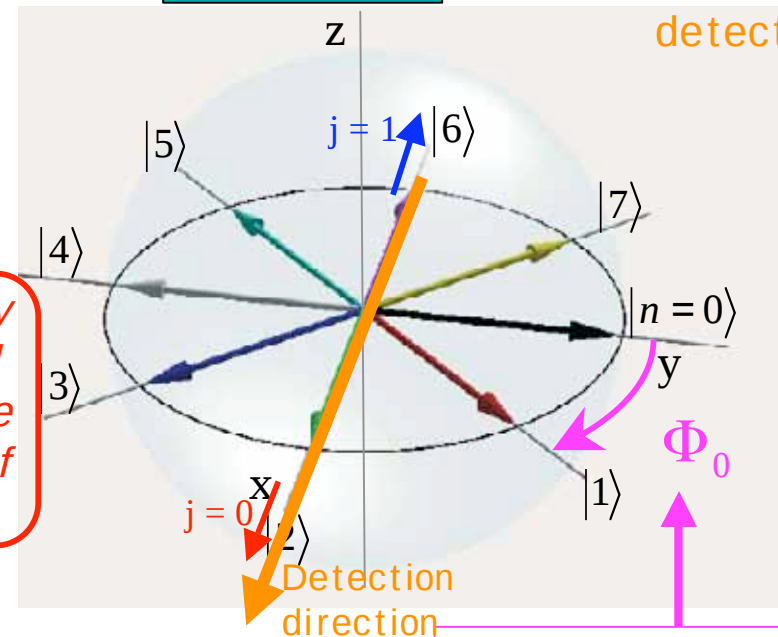
Chose $\Phi_0 = \pi/4$



Random decimation of photon number
projection postulate (or Bayes law)

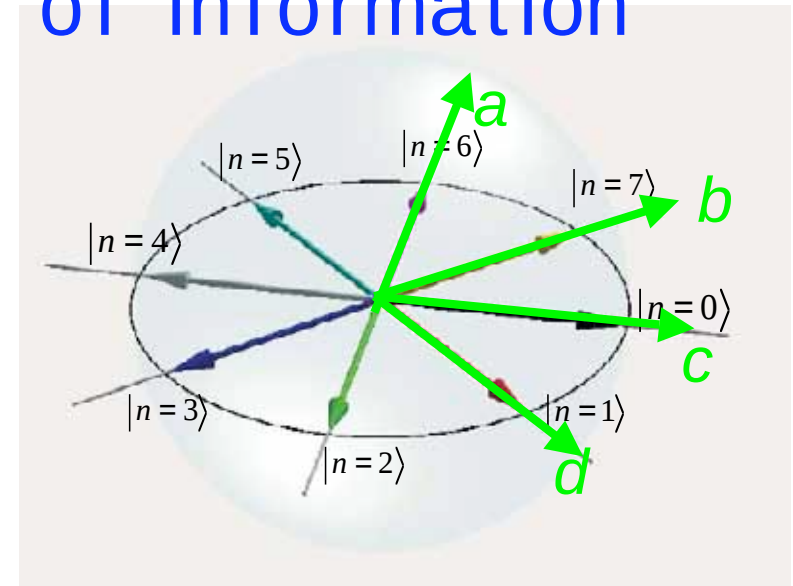


2nd Ramsey pulse maps a direction in equatorial plane back into e/g « axis » before detection



phase shift
per photon

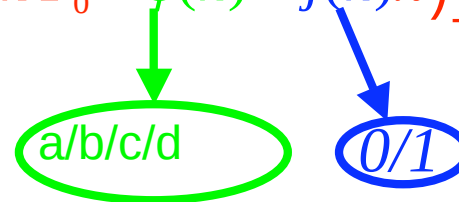
A step-by-step acquisition of information



To pin down photon number, send a sequence of atoms one by one....

...and change direction of spin detection to decimate different numbers

$$P^{(N)}(n) = \frac{P^{(0)}(n)}{2Z} \prod_{k=1}^N [1 + \cos(n\Phi_0 - \phi(k) - j(k)\pi)] / 2$$



Spin
reading

000101101010001011001...

Direction

abdcadbcbadcaabcbacd b...

$$P^{(N)}(n) \longrightarrow \delta(n - n_0)$$

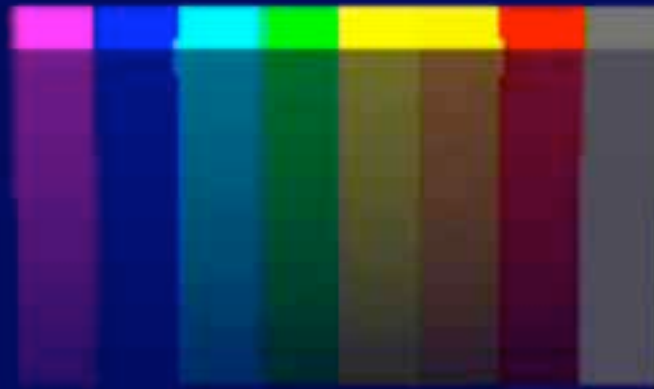
Progressive collapse!

Une projection progressive sur une réalisation unique:

Qui va gagner la course?

La loi de Bayes
en action...

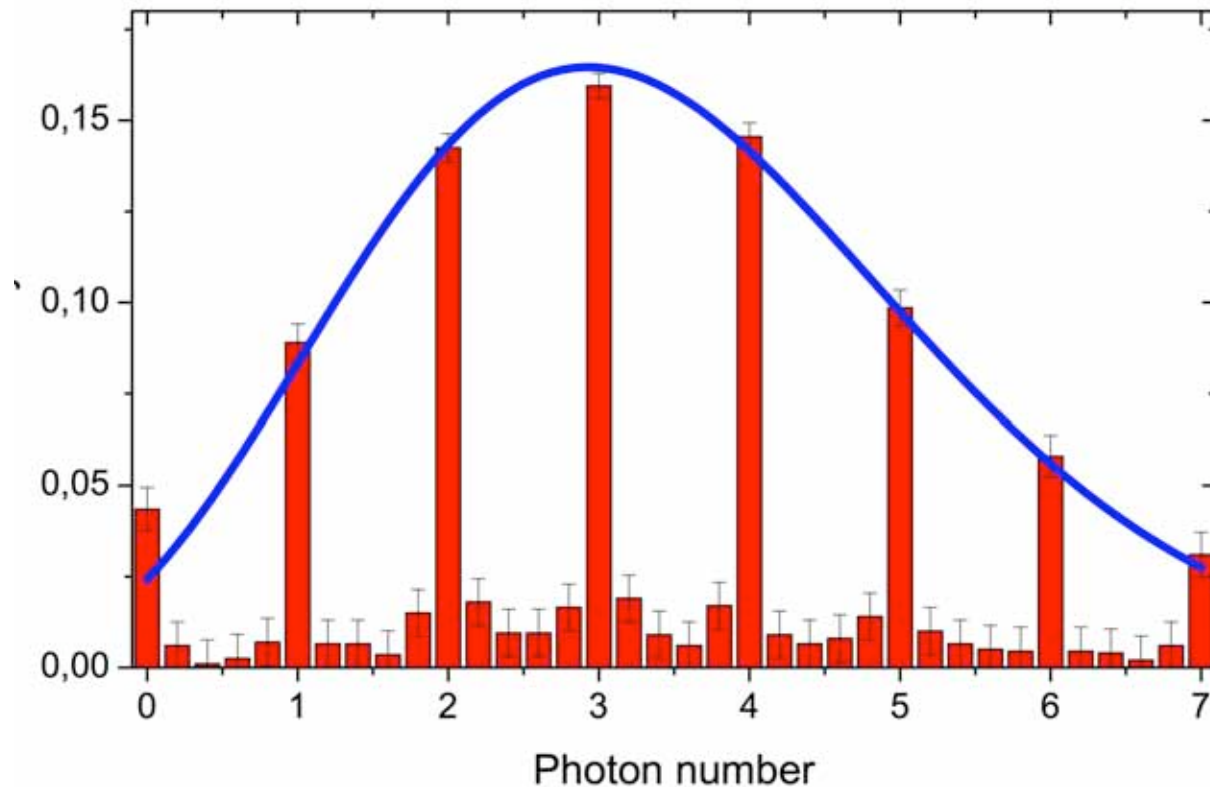
$n = 7 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$



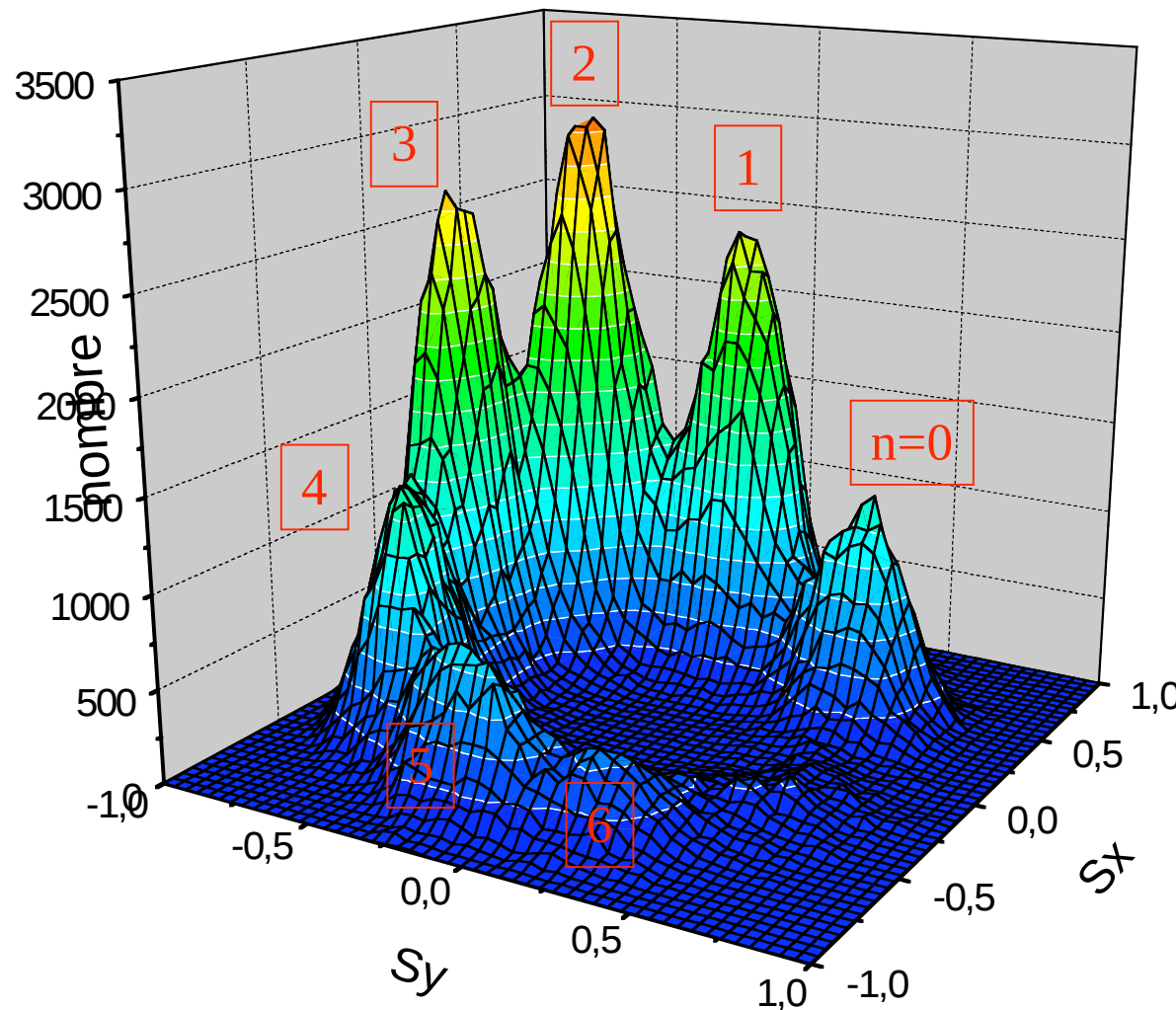
Analyse statistique de 2000 séquences: histogramme des nombres de photons obtenus

Un champ
cohérent a une
distribution de
Poisson du
nombre de
photons.

La mesure de n
ne dit rien des
cohérences
quantiques entre
états n et n' , qui
décrivent la
phase du champ
(voir plus loin)



Histogramme des directions de l'aiguille atomique après accumulation d'assez de mesures



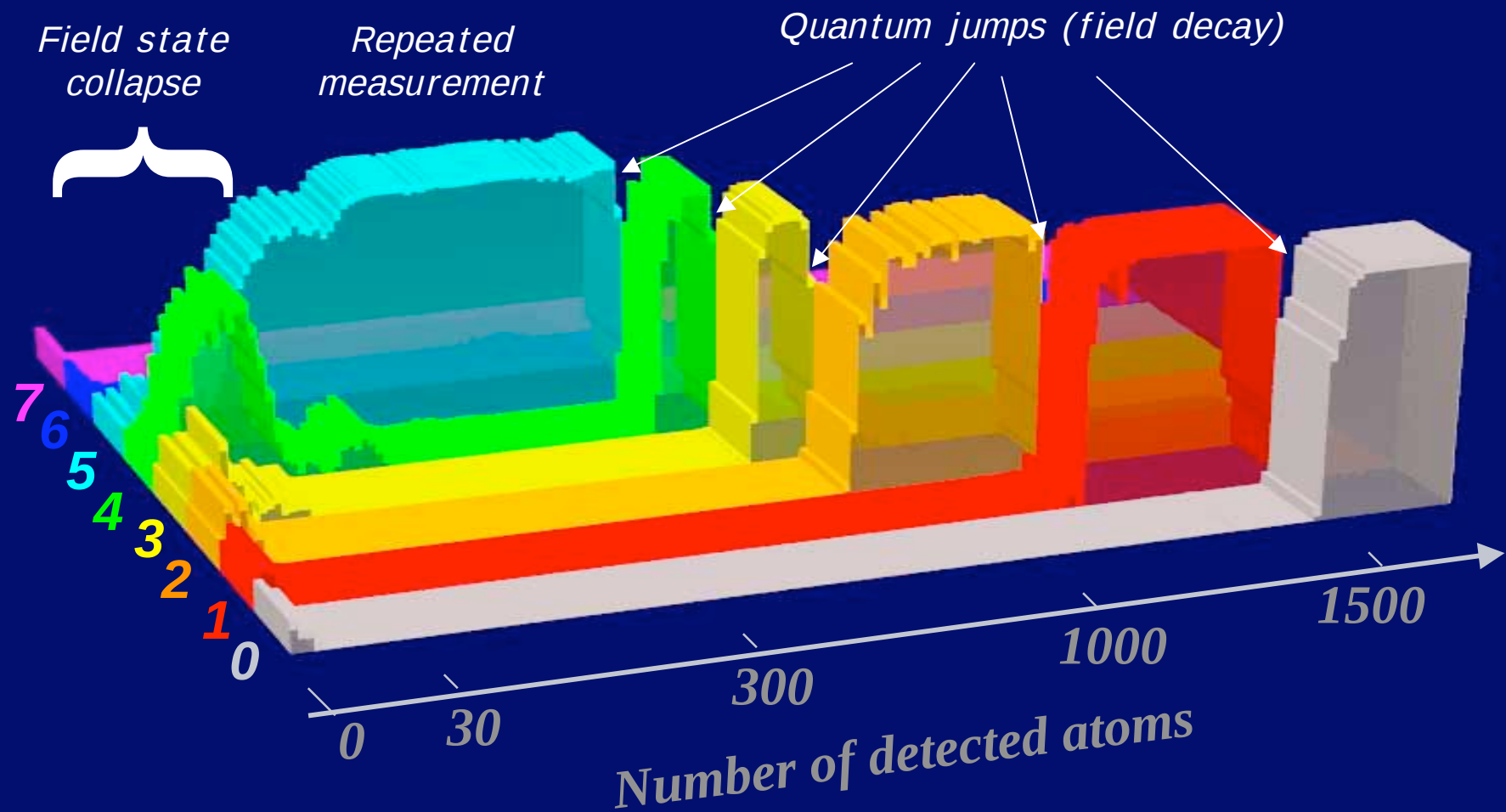
Les qubits pointent dans des directions discrètes:

Chaque pic correspond à un nombre de photons

$\langle n \rangle = 2.4$ photons

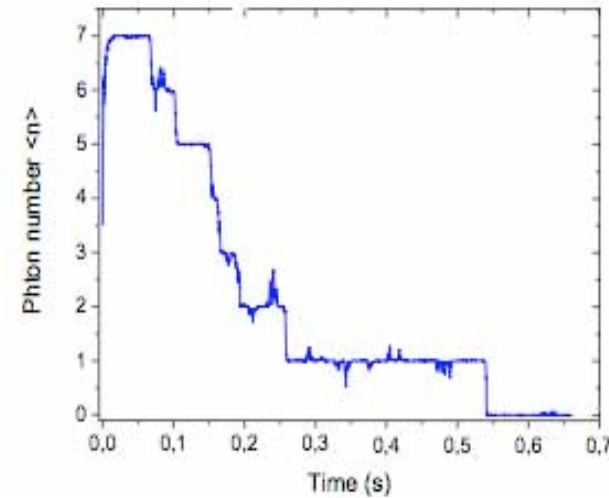
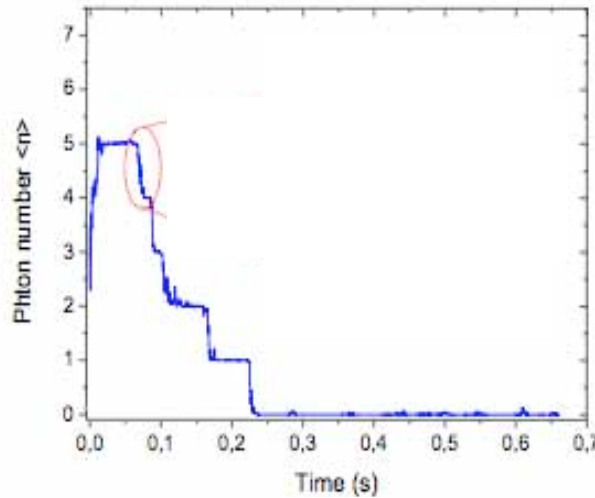
⇒ Une sorte d'expérience de Stern-Gerlach donnant une preuve directe de la quantification du champ

Evolution of the photon number probability distribution in a single measuring sequence over a long time interval



Single realization of field trajectory: real Monte Carlo

Trajectoires de nombres de photons



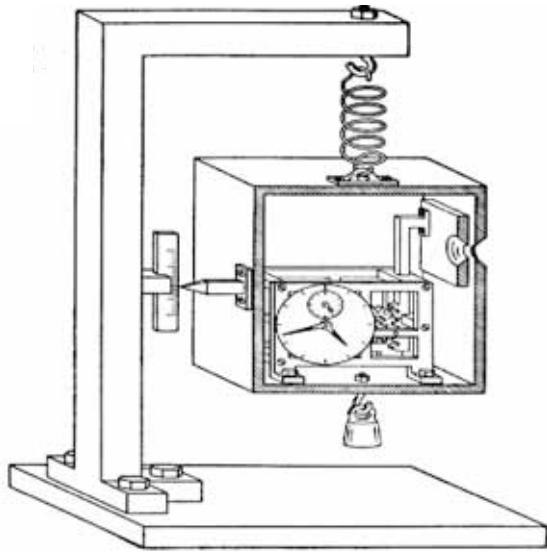
$$\Delta E_n = n\hbar\Delta\nu_{cav} = \frac{n\hbar}{T_{cav}}$$

$$\Delta T_n = \frac{T_{cav}}{n}$$

$$\Delta E_n \Delta T_n = \hbar$$

*Relation
d'incertitude
de
Heisenberg*

Un processus aléatoire (la durée des marches fluctue et seule leur statistique est prédictible). L'incertitude sur la durée de vie des photons est liée à celle sur la fréquence du champ (Heisenberg). Voir Brune, Bernu, Deléglise, Sayrin, Guerlin, Dotsenko, Raimond & Haroche, Phys.Rev.Lett. 101, 240402 (2008))



Cet après midi:

Reconstruction d'états non-classiques du
champ dans la boîte à photons

