Cours 2020-2021:

L'influence du langage et des symboles sur la perception et la cognition

Stanislas Dehaene
Chaire de Psychologie Cognitive Expérimentale

Cours n°6

L'influence du langage en mathématiques

Quelles sont les conclusions générales des cours précédents et comment s'appliquent-elles aux mathématiques?

1. Il existe une vaste **pensée sans langage** – chez l'animal comme chez l'homme

   Existence d'au moins deux systèmes de représentation non-verbale des nombres: *subitizing* et approximation
   Chez l'animal, chez le bébé, chez l'homme adulte en l'absence d'éducation
   Les circuits du « langage mathématique » sont radicalement différents de ceux du langage parlé ou écrit.

2. Au cours du développement, le langage sert d'**échafaudage (temporaire) à l'acquisition des concepts**

   Acquisition du **concept de nombre exact**

3. Chez l'adulte, un **recodage linguistique de l'information** peut servir d'outil mental dans certaines tâches

   Mémoire de chiffres, table de multiplication stockée sous forme verbale

4. Les **variations inter-langues** n'ont qu'un impact modeste sur les capacités perceptives et cognitives

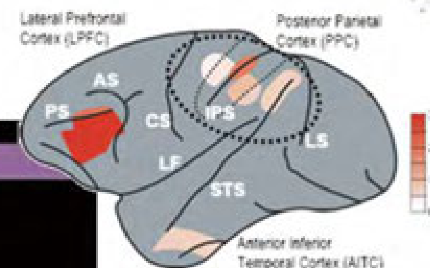
   Différences entre français et langues germaniques ; Effet de la simplicité de la représentation en base 10.

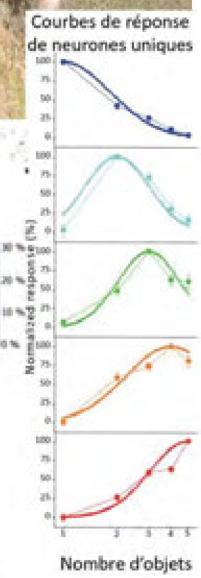
Pensée sans langage:
L’existence d’une cognition numérique non-verbale

De nombreuses espèces animales représentent spontanément le nombre:
- estimation du nombre de congénères
- estimation de la quantité de nourriture

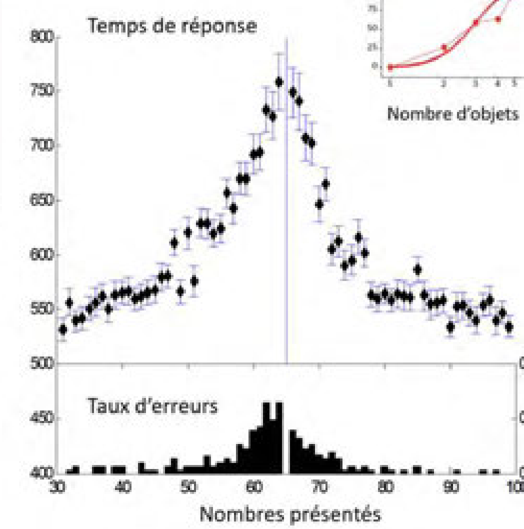
Les bébés de quelques mois, voire quelques jours, sont capables
De représenter le nombre d’un ensemble d’objets
- Soit de façon exacte (1, 2 ou 3)
- Soit de façon approximative (au-delà de 3)

indépendamment de la modalité (auditive ou visuelle)
Et de combiner ces nombres pour anticiper
sur le résultat d’une opération arithmétique.



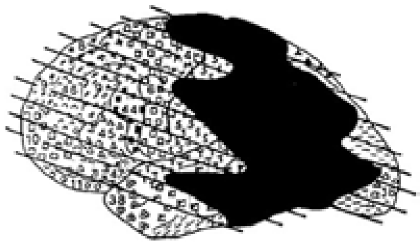


La pensée arithmétique, au moins approximative, précède donc l’acquisition du langage.

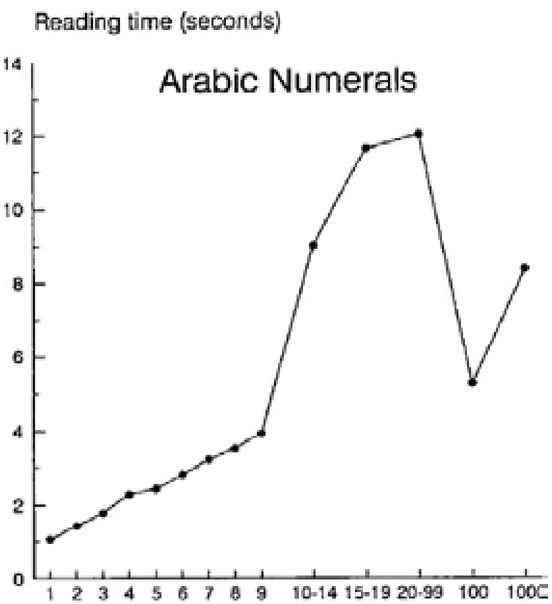


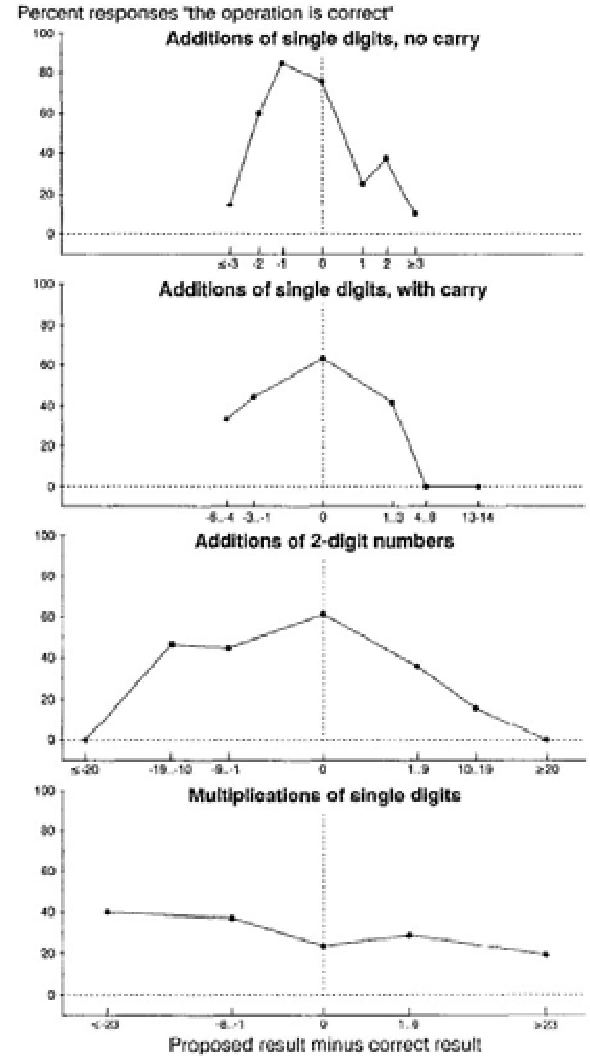
Le système préverbal de représentation de la quantité numérique continue d’être utilisé lorsque nous apprenons les chiffres arabes et que nous faisons des calculs:
Effets de distance en comparaison numérique et en calcul approximatif.

Aphasie, alexie… et préservation du sens des nombres



- Patient Nau…: aphasie, alexie et acalculie sévères
- Enorme ralentissement du temps de lecture des nombres arabes
- Mais….
    - Parvient à lire en comptant sur les doigts
    - Parvient à approximer des additions, mais pas des multiplications





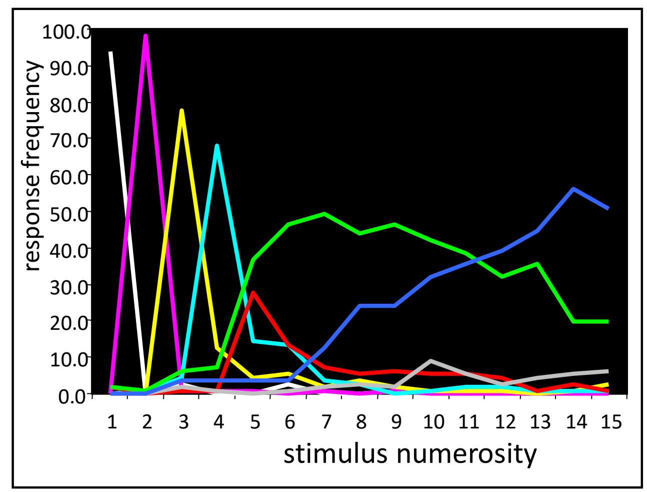
Dehaene, S. and L. Cohen (1991). Two mental calculation systems: A case study of severe acalculia with preserved approximation. Neuropsychologia **29**: 1045-1074.

Pierre Pica
Véronique Izard
Elizabeth Spelke

Cognition numérique en l’absence de mots pour les nombres

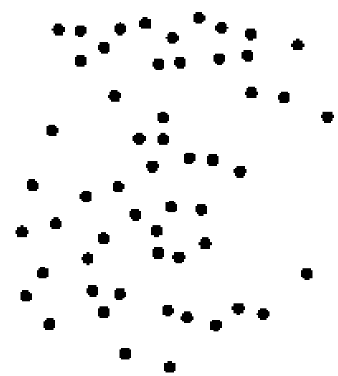
Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, Science, 2004

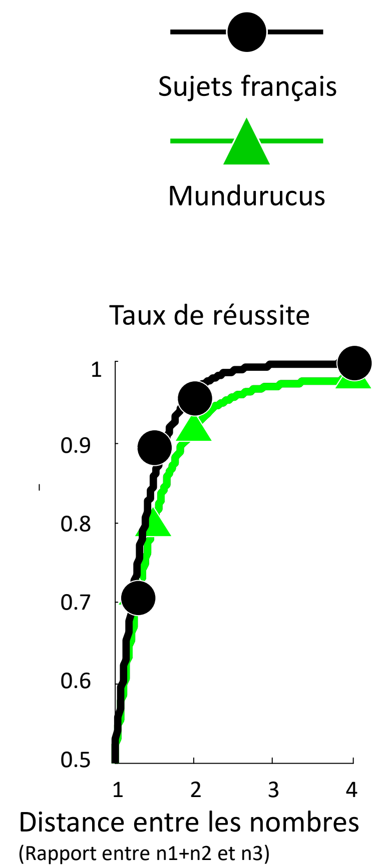
- pug ma = un
- xep xep = deux
- ebapug = trois
- ebadipdip = quatre
- pug põgbi = cinq, une main
- xep xep põgbi = deux mains
- adesu/ade gu = quelques, peu
- ade/ade ma = beaucoup



Les Mundurucus comprennent les grands nombres, la comparaison, l'addition approximative

La représentation des grands nombres existe en l'absence d'éducation – mais sa précision s'améliore significativement avec l'apprentissage des symboles pour les nombres.
(Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., & Dehaene, S., Psychological Science, 2013)





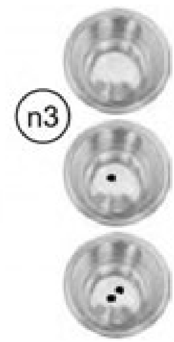
Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, Science, 2004

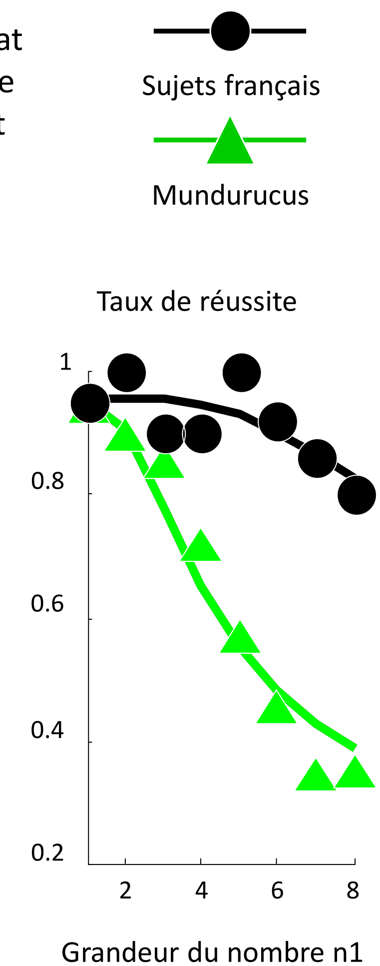
Incapacité de realiser
des calculs exacts,
dès que les nombres
sont suffisament
grands

Les mundurucus ne possèdent-ils pas le **concept** de nombre exact? (interprétation Whorfienne)

Ou bien, les noms de nombres sont-ils un **outil** essentiel pour cette tâche?

Nommer le résultat (rien, 1 ou 2) ou le montrer du doigt





“We conclude that **sophisticated numerical competence can be present in the absence of a well-developed lexicon of number words**. This provides an important qualification of Gordon’s version of Whorf’s hypothesis according to which the lexicon of number words drastically limits the ability to entertain abstract number concepts.
What the Munduruku appear to lack is **a procedure for fast apprehension** of exact numbers beyond 3 or 4.”

Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, Science, 2004

Pauvreté extrême du lexique des nombres: le cas de la culture Pirahã

Frank, M. C., Everett, D. L., Fedorenko, E., & Gibson, E. (2008). Number as a cognitive technology: Evidence from Piraha language and cognition. Cognition, 108(3), 819–824. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.04.007

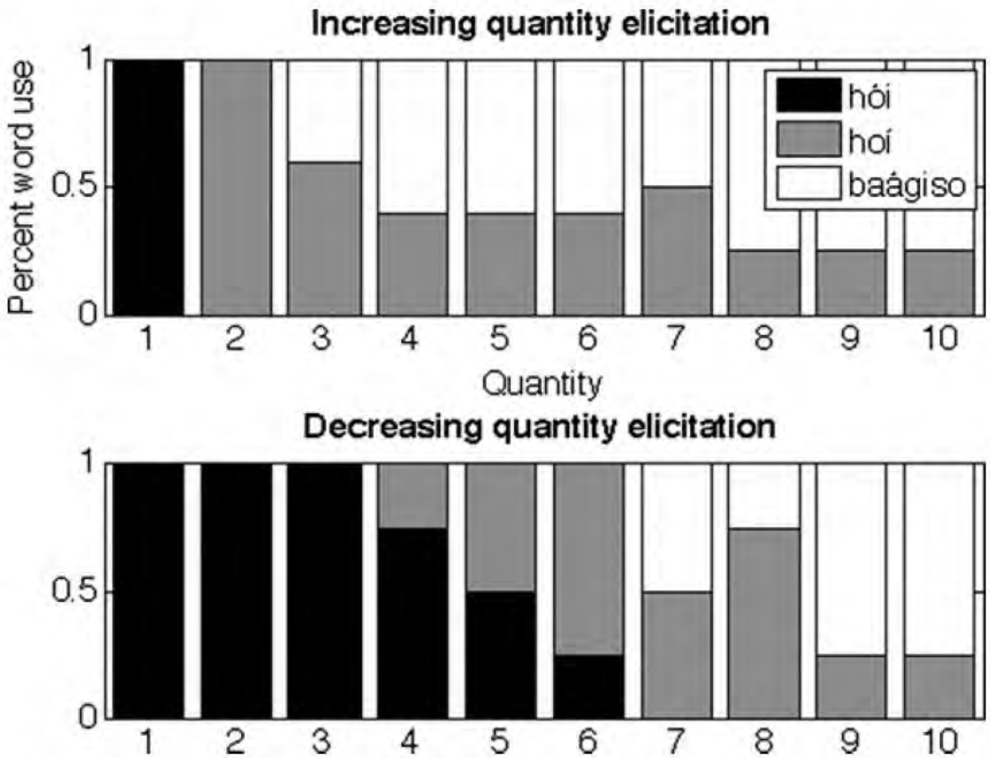
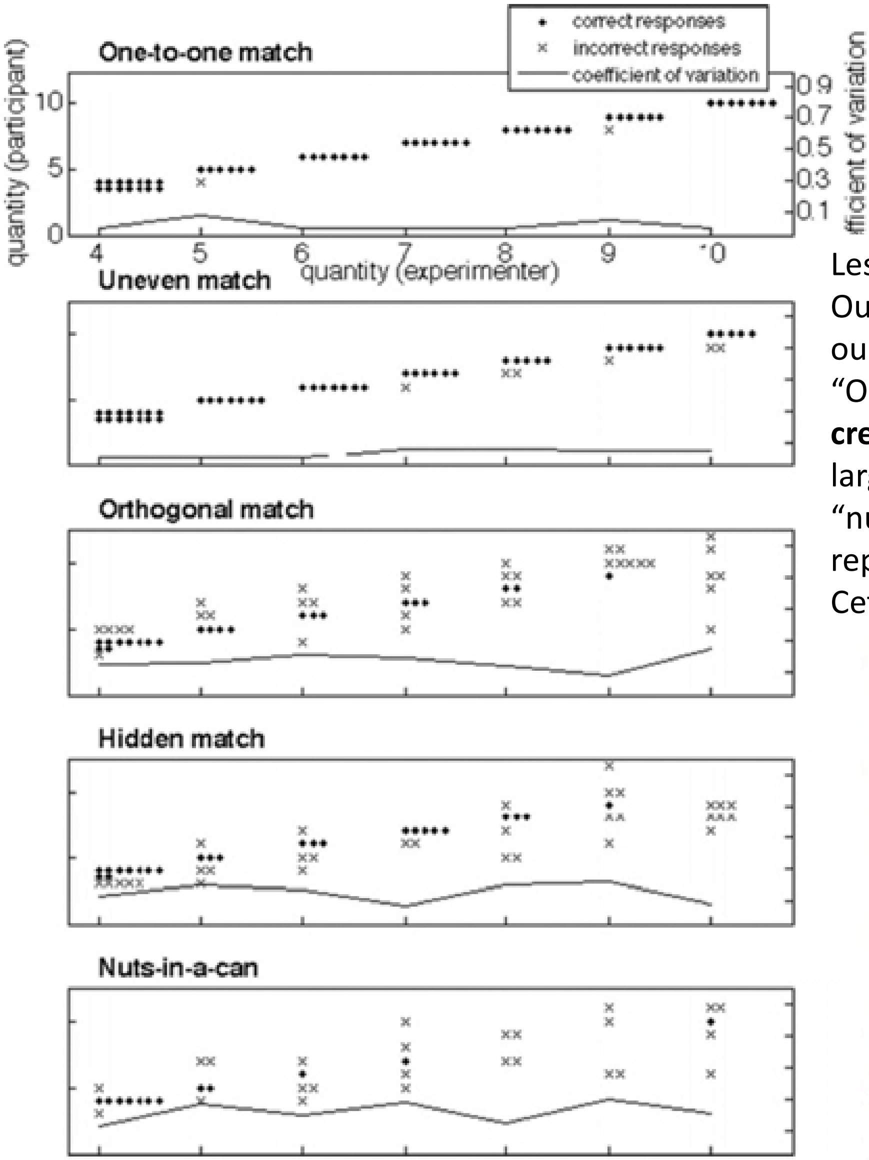


Fig. 1. Proportion of Pirahã speakers using each of the three proposed quantity words in Pirahã. Sets with different quantities were presented in increasing order and participants were asked to describe their quantity.

Les Pirahã ont très peu de noms de nombres: 1, 2, beaucoup… et encore, l'usage de ces nombres semble relatif et non absolu.



Un extrême: le cas de la culture Pirahã

Frank, M. C., Everett, D. L., Fedorenko, E., & Gibson, E. (2008). Number as a cognitive technology: Evidence from Piraha language and cognition. Cognition, 108(3), 819–824. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.04.007

Les Pirahã comprennent-ils la notion de correspondance terme-à-terme?
Oui… mais n'y parviennent pas bien dès que les items ne sont pas alignés *(orthogonal),* ou doivent être retenus en mémoire (*hidden match* ou présentation sérielle).
"Our experiments support the hypothesis that the concept of exact quantity **is not created by language**, while suggesting that the ability to remember the cardinalities of large sets is enabled by learning number words."
"numbers may be better thought of as an invention: **A cognitive technology** for representing, storing, and manipulating the exact cardinalities of sets."
Cette technologie n'est sans doute pas la seule: l'abaque, un outil non-verbal.

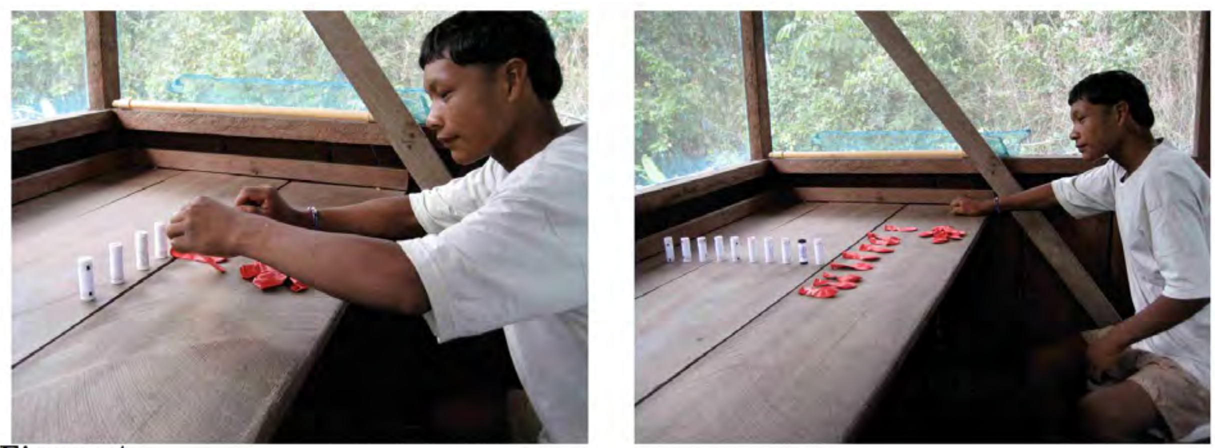


Figure 4

Parallel (left) and orthogonal (right) line-match tasks used by Frank et al. (2008).

L’interférence verbale affecte spécifiquement la représentation exacte des nombres

Frank, M. C., Fedorenko, E., Lai, P., Saxe, R., & Gibson, E. (2012). Verbal interference suppresses exact numerical representation. *Cognitive Psychology*, *64*(1), 74-92. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.10.004

Réplication de ces expériences chez des sujets américains, avec interférence verbale (*shadowing* d’une radio)
Réplication partielle des résultats des Pirahã: le langage est un outil essentiel, sans quoi nous devons retourner à la stratégie approximative.
L’interférence agit durant l’encodage.

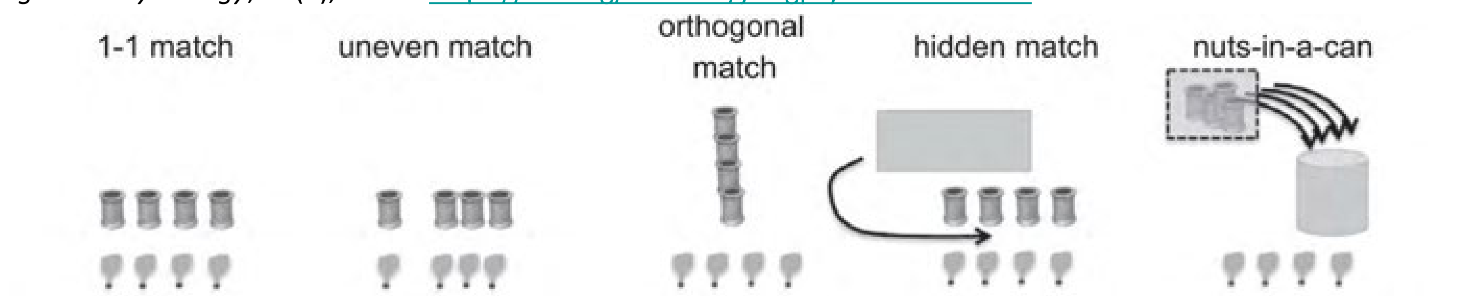
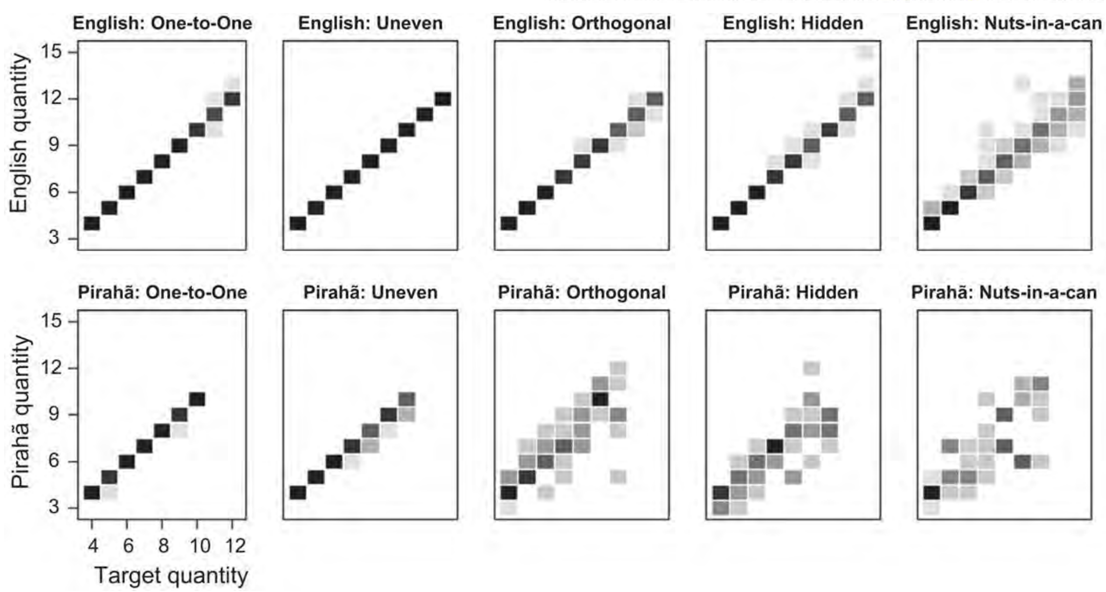
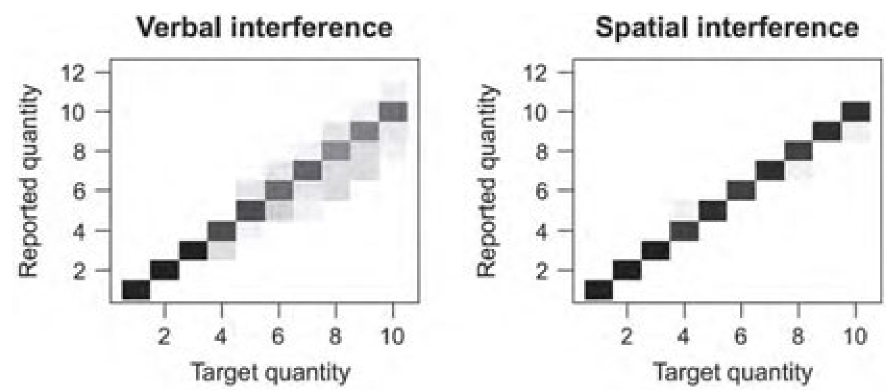


Fig. 1. Schematic of each of the tasks used in Experiment 1. Participant begins verbal shadowing, experimenter places spools of thread from a larger set, and participant attempts to place the same quantity of balloons from their own set.



Réplication avec interférence verbale (mémorisation d’une chaîne de consonnes) ou spatiale (mémorisation de la configuration d’une matrice 4x4)



Le langage joue-t-il un rôle dans l’acquisition du nombre exact ?

Elizabeth S. Spelke (2017) Core Knowledge, Language, and Number. Language Learning and Development, 13:2, 147-170, DOI: 10.1080/15475441.2016.1263572

Diverses théories ont été proposées pour expliquer l’origine des concepts de nombre exact.
1. Nativisme: L’approximation, les nombres 1,2, 3, et les principes du comptage sont innés (Gelman & Gallistel)
2. Constructivisme: Les entiers naturels sont une invention culturelle, le résultat du comptage (Susan Carey). Les enfants apprendraient que l’ordre du comptage correspond à l’ajout d’un objet à un ensemble, et ils en infèrent l’existence de nombres exacts au-delà de 3 (et découvrent qu’il y en a une infinité!).

Elizabeth Spelke argumente que ces deux théories ne sont pas compatibles avec les connaissances actuelles.

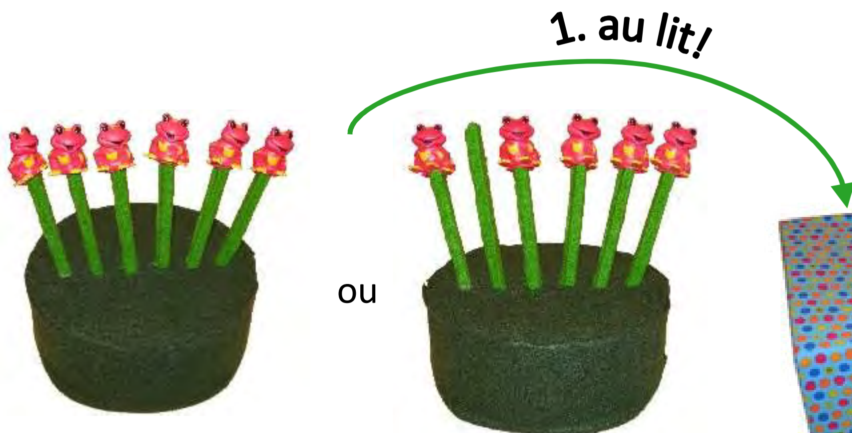
- Contra 1:
    - L’apprentissage des noms de nombres est lent (mais ce n’est pas totalement conclusif, les enfants pourraient simplement avoir des difficultés à identifier à quel concept inné correspond chaque nom de nombre).
    - les expériences de Véronique Izard montrent qu’avant de compter (avant 3 ans), les enfants ne maîtrisent pas le concept d’égalité exacte, ni la chaîne des concepts de nombres: ils ne savent pas, par exemple, qu’enlever un objet puis en ajouter un autre mène au même nombre.

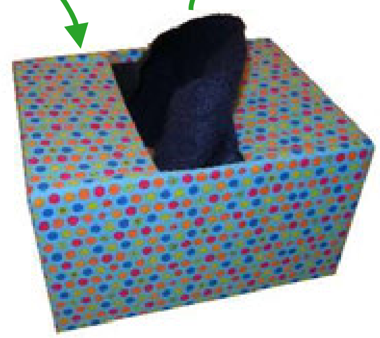
La conception de l’égalité exacte chez l’enfant

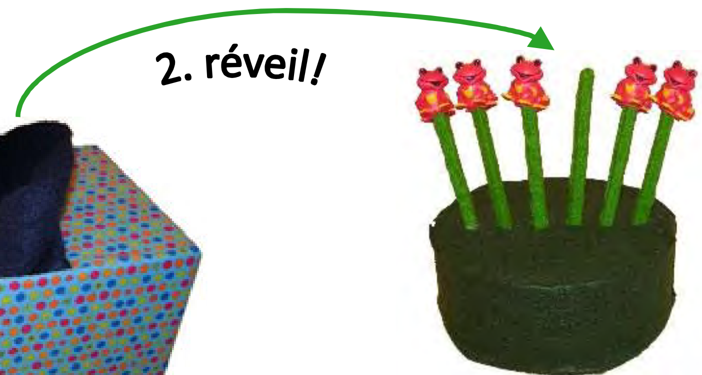
Les enfants comprennent-ils les principes de l’égalité exacte?

L’addition ou la soustraction, ne serait-ce que d’une unité (±1), modifie le cardinal d’un ensemble.

La substitution d’un objet ne change pas le cardinal d’un ensemble.







Remerciements à Véronique Izard

Izard, V., Streri, A., & Spelke, E. S. (2014). Towards exact numbers: Understanding exact equality. Cognitive Psychology, 72, 27–53.

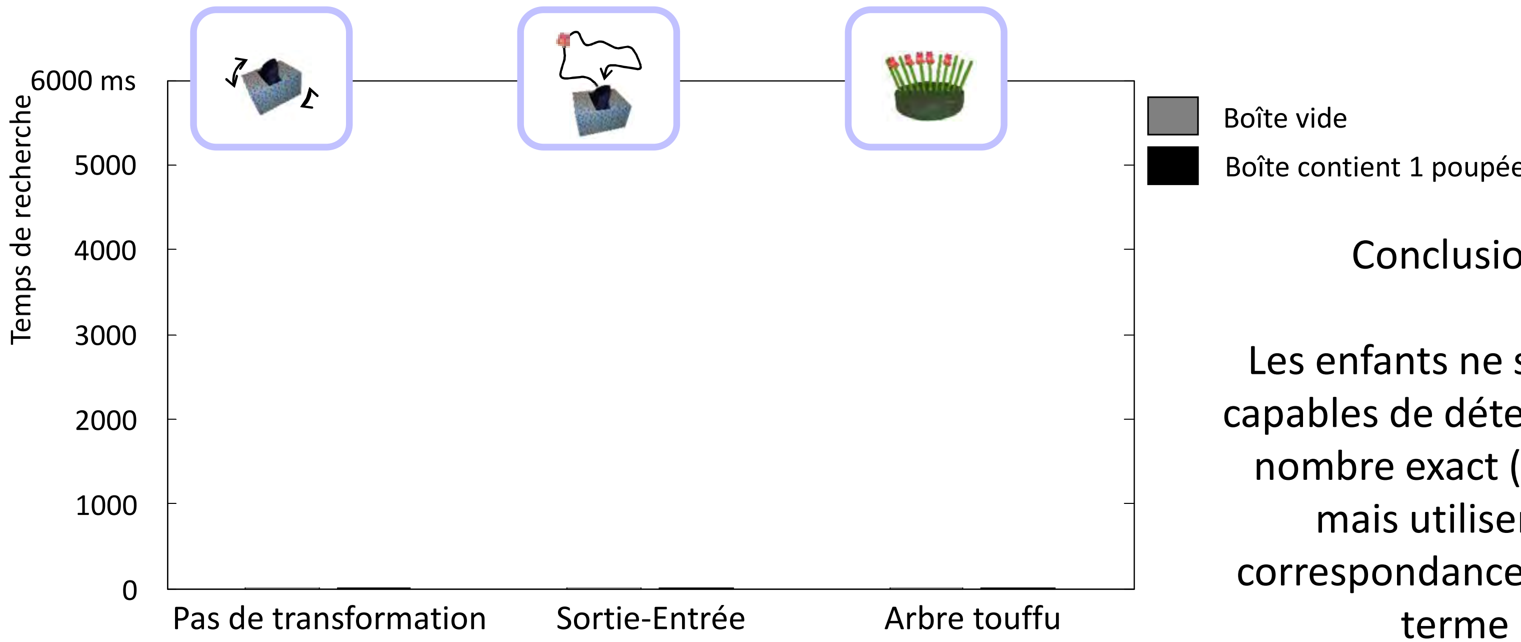
Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2008). Exact Equality and Successor Function: Two Key Concepts on the Path towards Understanding Exact Numbers. Philosophical Psychology, 21(4), 491–505

En fonction de la condition, différents scénarios se passent pendant que les poupées sont dans la boîte

Mesure:
Temps de recherche sur une fenêtre temporelle de 8s après que la 5eme poupée a été placée sur l’arbre

La conception de l’égalité exacte chez l’enfant

12-36 enfants par condition, age 2:8 à 2:11, non-compteurs



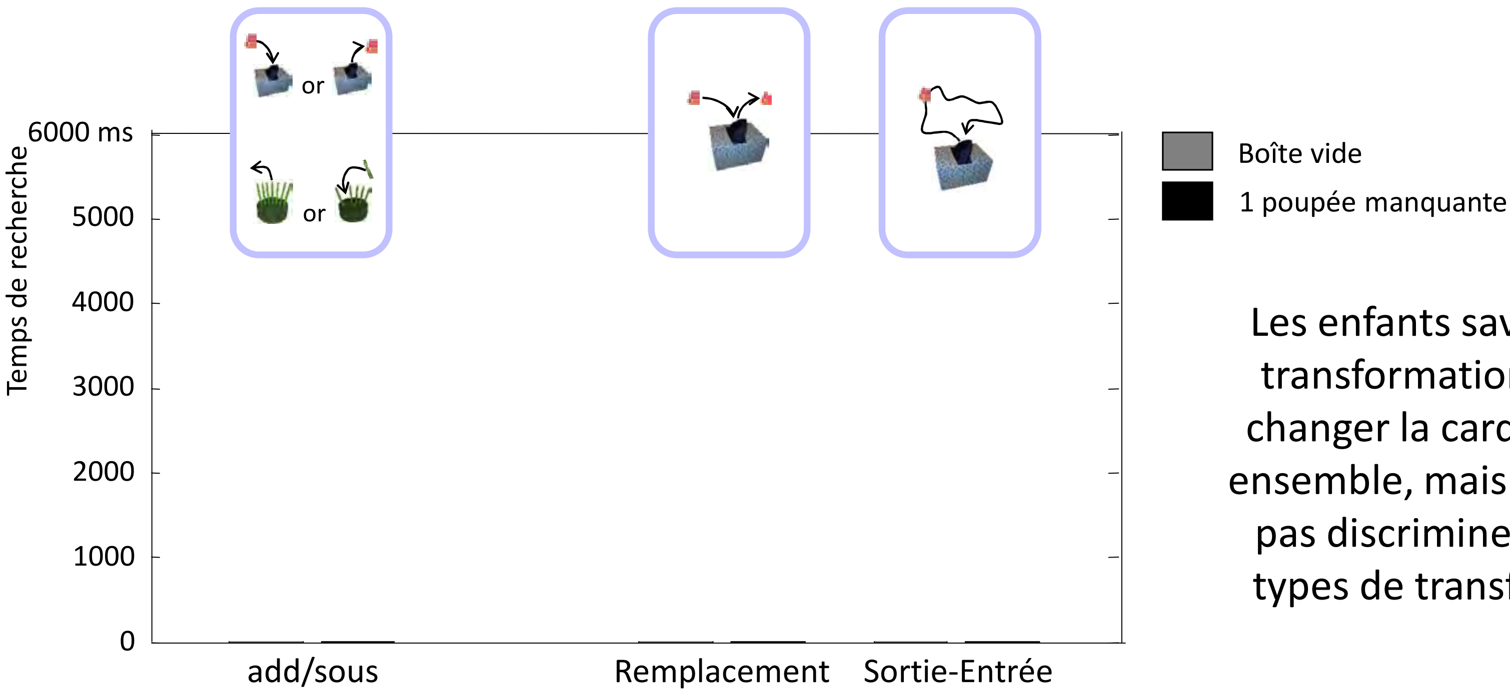
Conclusion:

Les enfants ne sont pas capables de déterminer le nombre exact (5 ou 6), mais utilisent la correspondance terme à terme (*one-to-one correspondence)*

Les enfants se souviennent des conditions initiales.

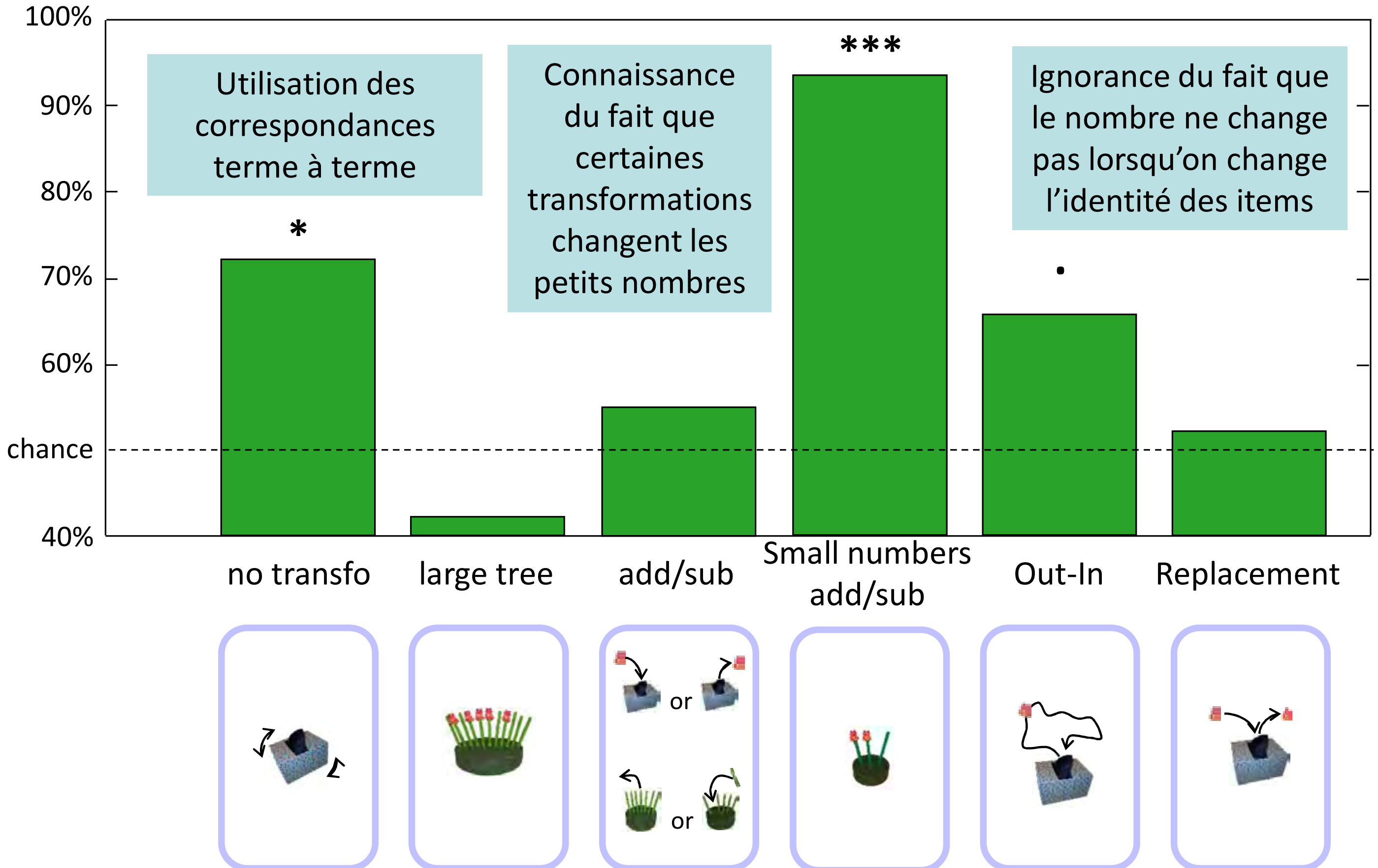
Leur mémoire résiste à une distraction.

La conception de l'égalité exacte chez l'enfant



Les enfants savent que les transformations peuvent changer la cardinalité d'un ensemble, mais ils ne savent pas discriminer différents types de transformations.

La conception de l’égalité exacte chez l’enfant



Conclusion:
Les enfants qui ne savent pas encore compter comprennent-ils les principes de l’égalité exacte?

Non – pas tous!

Ils ne savent pas *comment* l’addition et la soustraction, modifient le cardinal d’un ensemble.

Ils ne comprennent pas que la substitution d’un objet ne change pas le cardinal d’un ensemble.

Le langage joue-t-il un rôle dans l'acquisition du nombre exact ?

Elizabeth S. Spelke (2017) Core Knowledge, Language, and Number. Language Learning and Development, 13:2, 147-170, DOI: 10.1080/15475441.2016.1263572

Diverses théories ont été proposées pour expliquer l'origine des concepts de nombre.
1. **Nativisme**: L'approximation, les nombres 1,2, 3, mais aussi les principes du comptage sont innés (Gelman & Gallistel)
2. **Constructivisme**: Les entiers naturels sont **une invention culturelle, le résultat du comptage** (Susan Carey). Les enfants apprendraient qu'avancer d'une position ordinale dans la série du comptage correspond à ajouter un objet à un ensemble, et ils en infèrent l'existence de nombres exacts au-delà de 3 (et découvrent qu'il y en a une infinité!).

Elizabeth Spelke argumente que ces deux théories ne sont pas compatibles avec les connaissances actuelles.

- Contra 1:
  - L'apprentissage des noms de nombres est lent (mais ce n'est pas totalement conclusif, les enfants pourraient simplement avoir des difficultés à identifier à quel concept inné correspond chaque nom de nombre).
  - les expériences de Véronique Izard montrent qu'avant de compter (avant 3 ans), les enfants ne maîtrisent pas le concept d'égalité exacte, ni la chaîne des concepts de nombres: ils ne savent pas, par exemple, qu'enlever un objet puis en ajouter un autre mène au même nombre.
- Contra 2:
  - Les enfants connaissent la valeur approximative de certains grands nombres avant de savoir compter (Snedecker)
  - Il existe des enfants qui savent « donner un nombre » jusqu'à 5 sans pour autant comprendre le comptage
  - L'ordre des noms de nombres ne va pas de soi pour les enfants. Par exemple, même s'ils savent réciter, ils ne savent pas commencer avec un nombre quelconque, ni qu'un nombre plus loin dans la liste est nécessairement plus grand (David Barner).

Le langage joue-t-il un rôle dans l'acquisition du nombre exact ?

Elizabeth S. Spelke (2017) Core Knowledge, Language, and Number. Language Learning and Development, 13:2, 147-170, DOI: 10.1080/15475441.2016.1263572

Selon Spelke, la découverte des entiers naturels dépend de la maîtrise des **règles de la grammaire générative** de leur langue.

- Les enfants commencent par découvrir les phrases nominales: « une tasse, le chien, ton sac… »
- Puis ils apprennent le sens des expressions qui expriment des ensembles d'entités (par ex. « Jacques et Jean »), et découvrent que le sens réfère aux ensembles de 2 entités distinctes (ou 3)
- Puis ils découvrent comment ces ensembles peuvent également être étiquetés par des noms de nombres: « deux personnes »
- Enfin, crucialement, les enfants découvrent comment les règles de la syntaxe permettent de faire référence à des ensembles plus grands « trois canards et une oie », « deux groupes de cinq jouets », et associent à ces expressions de nouveaux noms de nombres (quatre, dix).

Pour ce faire, ils se reposent donc à la fois sur le noyau de connaissances innées (concepts de petit nombre, d'ensemble, d'addition, de soustraction…) et sur les capacités combinatoires du langage.

Selon cette hypothèse, les locuteurs des langues différentes -- par exemple avec des nombres différents (*vingt* vs *deux* dix), une base différente, ou un ordre différent des mots (*drei und zwanzig*) – devraient possèder des représentations mentales distinctes. C'est donc bien une théorie Whorfienne !

A son appui: les enfants dont la langue distingue le singulier du pluriel apprennent plus vite le sens du mot « un » (Sarnecka et al., 2007), et ceux dont la langue possède le duel apprennent plus vite le mot "deux" (Almoammer et al., 2013).

Ma version, retournement complet de l'hypothèse :

- **Les concepts mathématiques sont codés dans un langage dans la pensée non-verbal**. C'est parce que nous possédons un tel langage interne que nos langues expriment le nombre et des phrases comme « deux chiens et un chat ».
- Au cours du développement, un environnement linguistique riche et stimulant aide, non pas parce qu'il « code les nombres », mais parce qu'il attire l'attention sur une construction non-verbale. Le langage comme **catalyseur.**

Et si nous n’avions pas de langue du tout? Le cas des enfants sourds

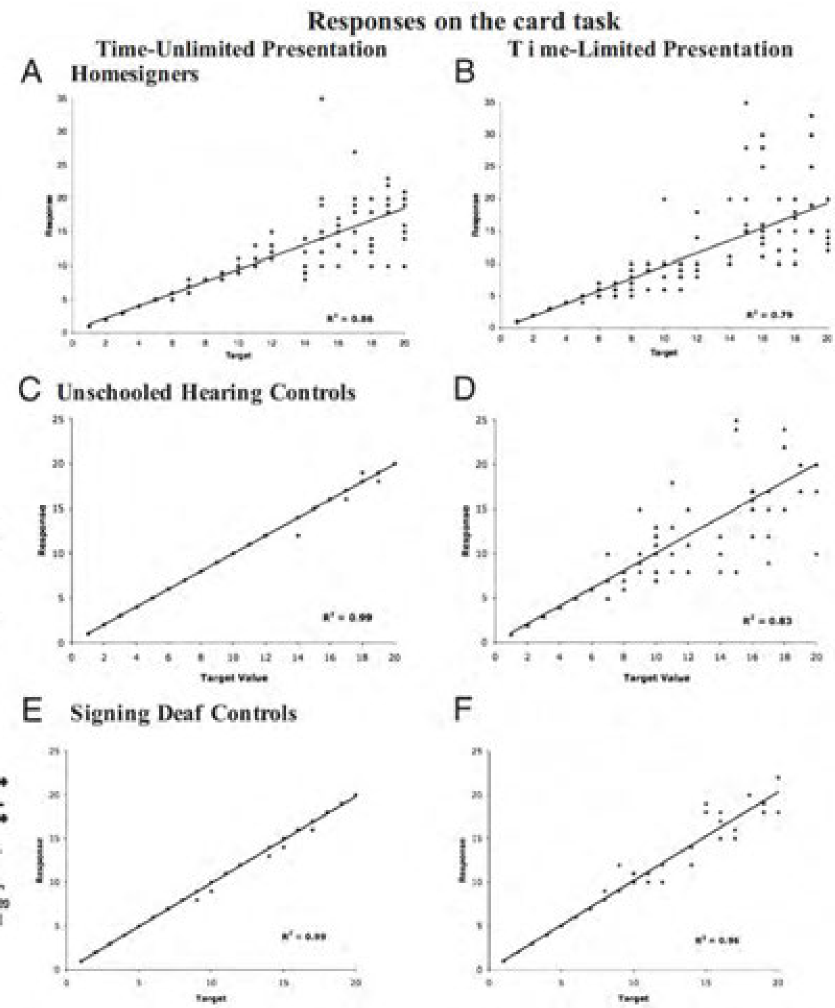
Spaepen, E., Coppola, M., Spelke, E. S., Carey, S. E., & Goldin-Meadow, S. (2011). Number without a language model. PNAS, 108, 3163–3168.

Les sourds du Nicaragua, très étudiés, sont souvent des *homesigners* sans accès à une « vraie » langue des signes.

Dans cet article, Spaepen et al. testent 4 adultes sourds de naissance, sans langue des signes, mais tous employés, gagnant de l’argent, socialement intégrés.

Spaepen et al. arguent que leur cas constitue un meilleur test du rôle sélectif du langage, car contrairement aux Pirahã ou aux Mundurucus, ils vivent dans un environnement où les nombres sont utiles et utilisés. Que comprennent-ils?

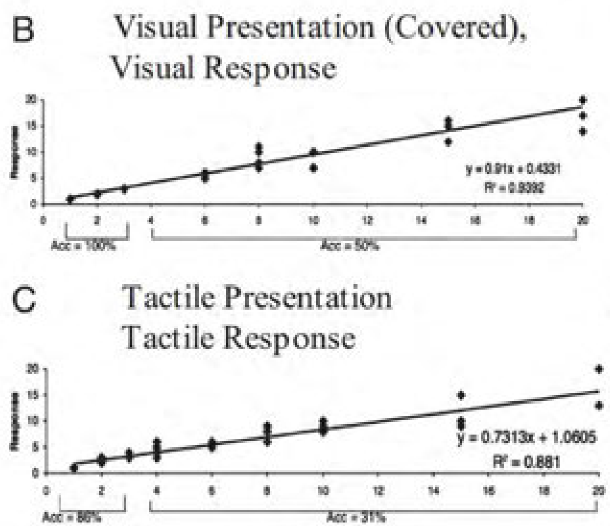
Ils sont comparés à 4 adultes non-éduqués, illettrés, mais entendants et locuteurs fluents de l’espagnol.



Résultats: dans leurs gestes spontanés, comme dans une tâche formelle (rapporter le nombre de points sur une carte), les *homesigners* ne parviennent pas à exprimer le nombre exact au-delà de 4 (même en présence de feedback).

Ils réalisent les tâches de correspondance terme-à terme, mais avec le même type d’erreurs que les Pirahã.

Ils comprennent que le nombre change quand on ajoute un objet, mais manquent de l’outil pour trouver le nombre exact.

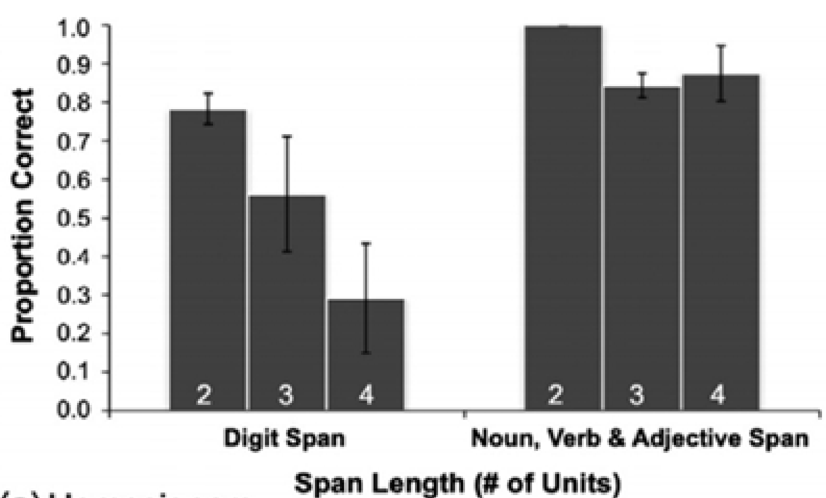


Et si nous n'avions pas de langue du tout? Le cas des enfants sourds

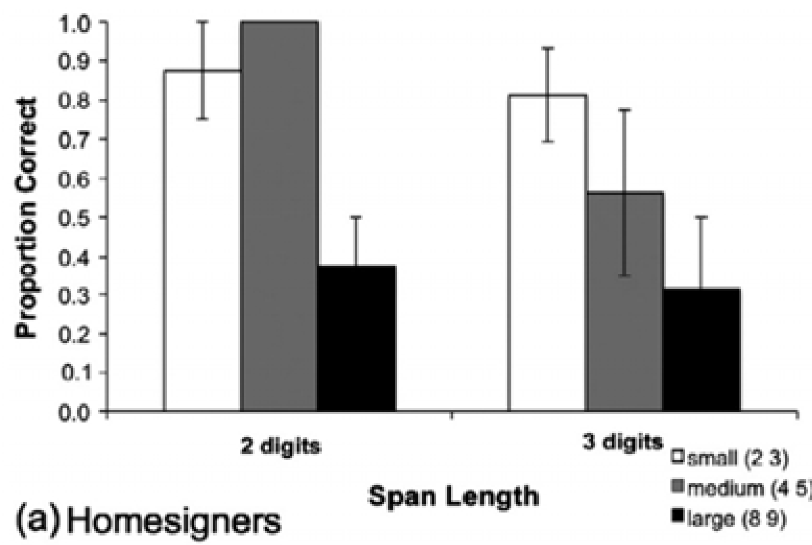
Spaepen, E., Flaherty, M., Coppola, M., Spelke, E. S., & Goldin-Meadow, S. (2013). Generating a lexicon without a language model: Do words for number count? Journal of Memory & Language, 69(4), 496–505. doi:10.1016/j.jml.2013.05.004

Même la mémoire de travail des *homesigners* est réduite, très spécifiquement pour les chiffres (ce qui n'est pas le cas, bien sûr, chez les sourds qui ont appris la langue des signes).

Tout se passe comme si, chez eux, le geste numérique ne fonctionnait pas comme un symbole du cardinal de l'ensemble (*quatre*), mais comme un ensemble d'unités (*un+un+un+un*).



(a) Homesigners



(a) Homesigners

153 Participants:
57 hearing and 96 deaf/hard of hearing (DHH) children aged 3–7 years

Même la manipulation des tout petits nombres pourrait dépendre du langage

Travaux en cours, University of Connecticut. Remerciements à Madeline Quam et Marie Coppola

Children categorized by two variables:

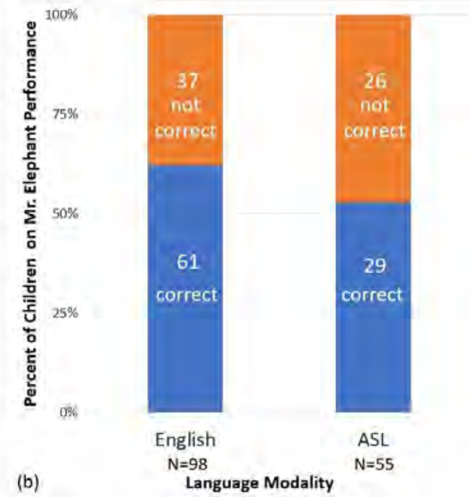
Modality	Timing
Signed **ASL**	**Early** Language (full access from birth)
Spoken **English**	**Later** Language (delayed or inadequate access)

"Mr. Elephant" Nonverbal Object Tracking Game

Two small number trials analyzed:

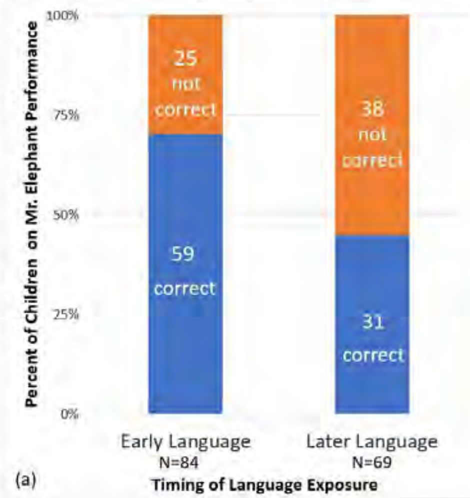
In	Out
3	2
2	2

Child must say if all balls exited or if one ball is still stuck inside



(b)

Spoken = Signed



(a)

Later Language
Worse performance

Chez l'adulte éduqué, 3 grands systèmes de représentation mentale des nombres :

- Le code analogique des quantités numériques

- Le code linguistique

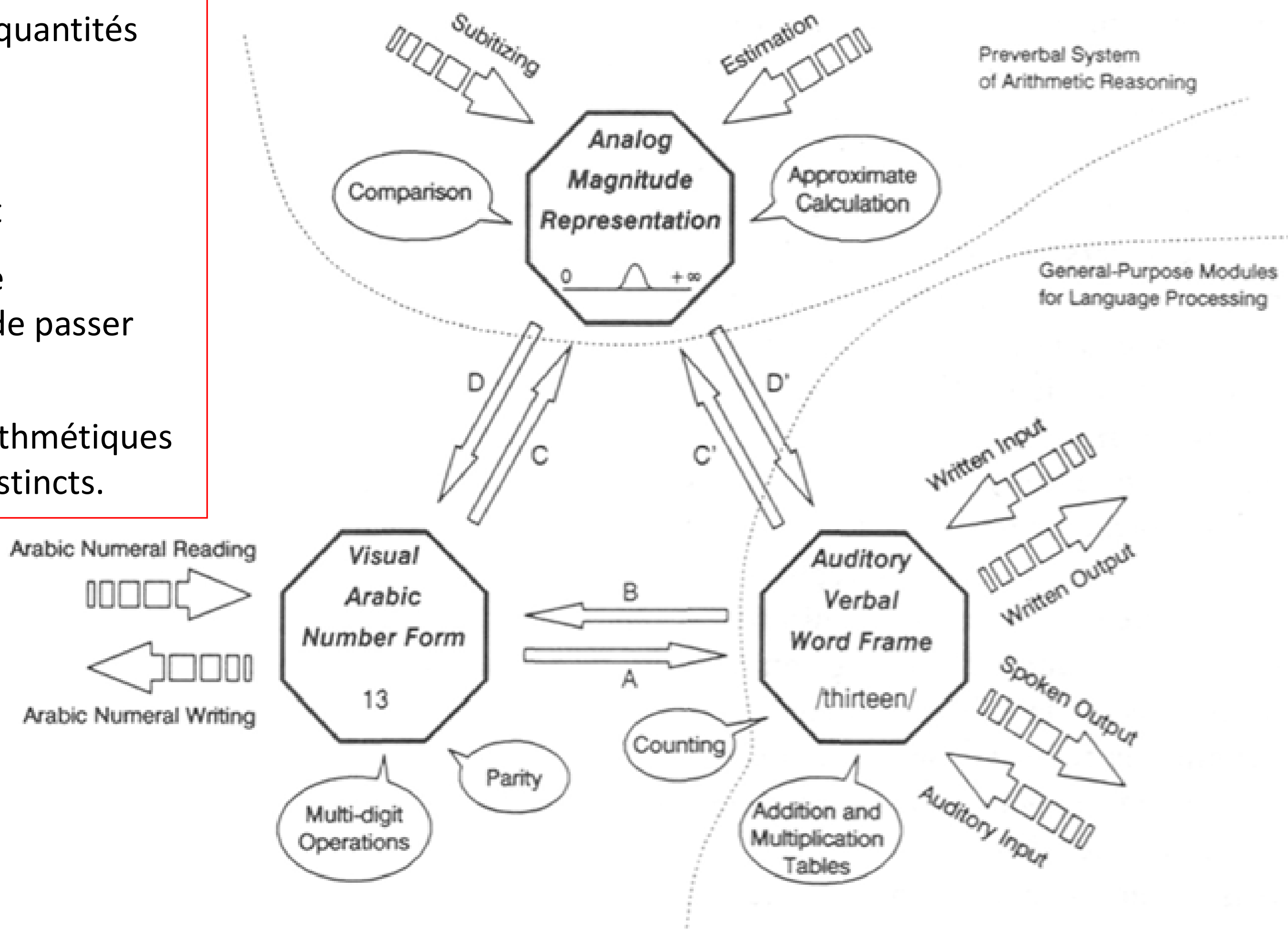
- Le code Indo-Arabe écrit

Différentes procédures de transcodage permettent de passer d'un code à l'autre.

Différentes opérations arithmétiques reposent sur des codes distincts.

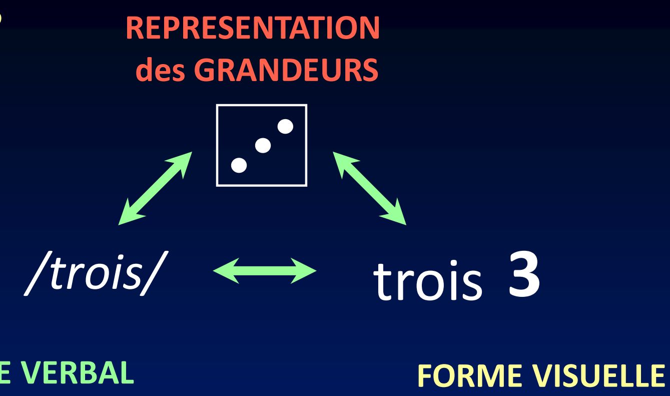
Le langage comme outil mental: modèle du triple code

Dehaene, *Cognition* 1992



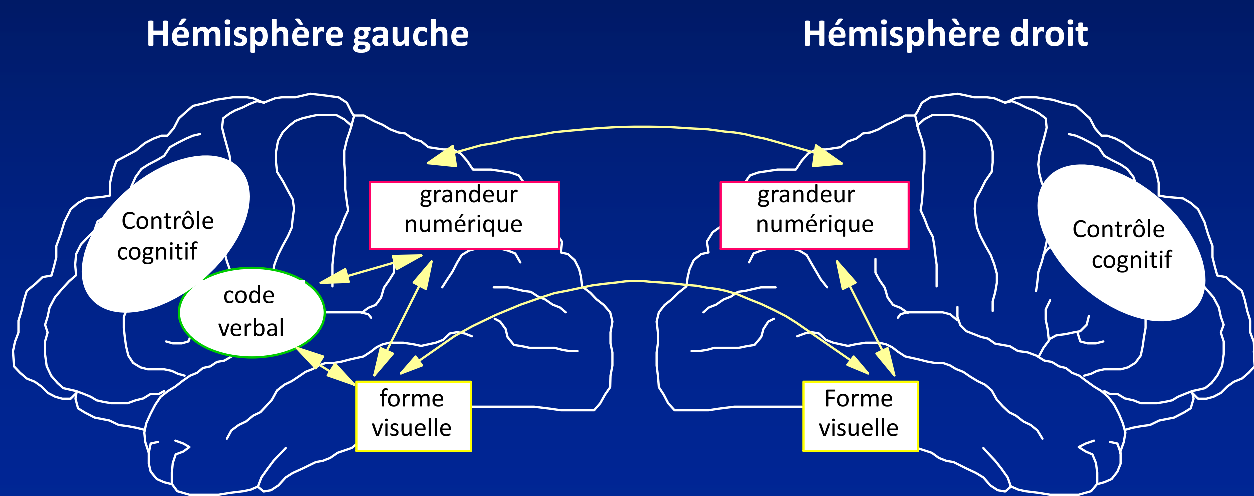
Représentations non-symboliques et symboliques du nombre: Le modèle du triple code

(Dehaene & Cohen, 1995)



Mise à jour en 2020:

Il faudrait ajouter au modèle la transformation progressive des grandeurs analogiques en concepts de nombres exacts et en représentations mathématiques de plus haut niveau, sous l'influence des mots et des symboles.

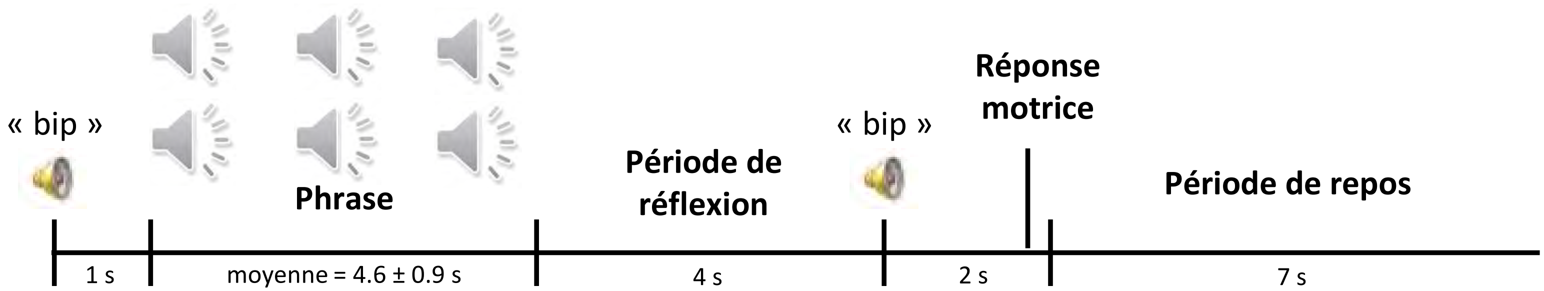


Dehaene, S. (1992). *Cognition, 44*, 1-42.
Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). *Mathematical Cognition, 1*, 83-120.

Quelles sont les relations entre les aires cérébrales impliquées dans les mathématiques et dans le langage? Rappel du cours 2016-2017

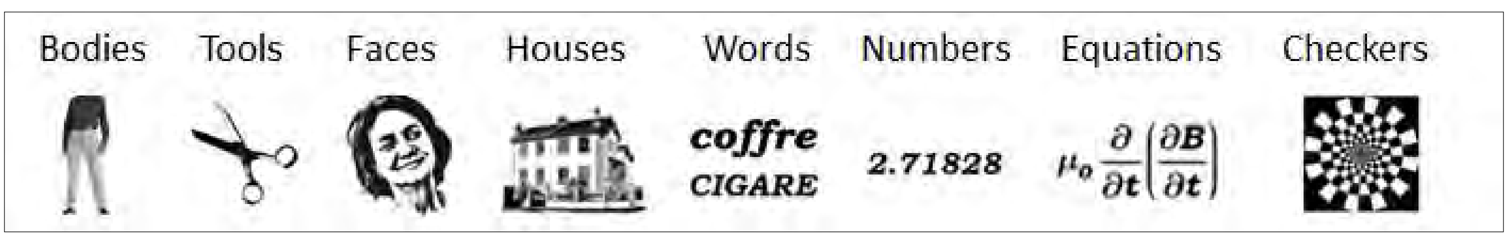
Amalric, M., & Dehaene, S. (2016). Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians. *PNAS*, 201603205. Amalric, M., & Dehaene, S. (2017). Cortical circuits for mathematical knowledge: Evidence for a major subdivision within the brain's semantic networks. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, *373*(1740). https://doi.org/10.1098/rstb.2016.0515
Amalric, M., & Dehaene, S. (2019). A distinct cortical network for mathematical knowledge in the human brain. *NeuroImage*, *189*, 19–31.

15 mathématiciens ont été scannés en IRM fonctionnelle (plus de nombreuses réplications: mathématiciens aveugles, étudiants en sciences…)
Tâche principale = jugement rapide, intuitif de la véracité de phrases parlées



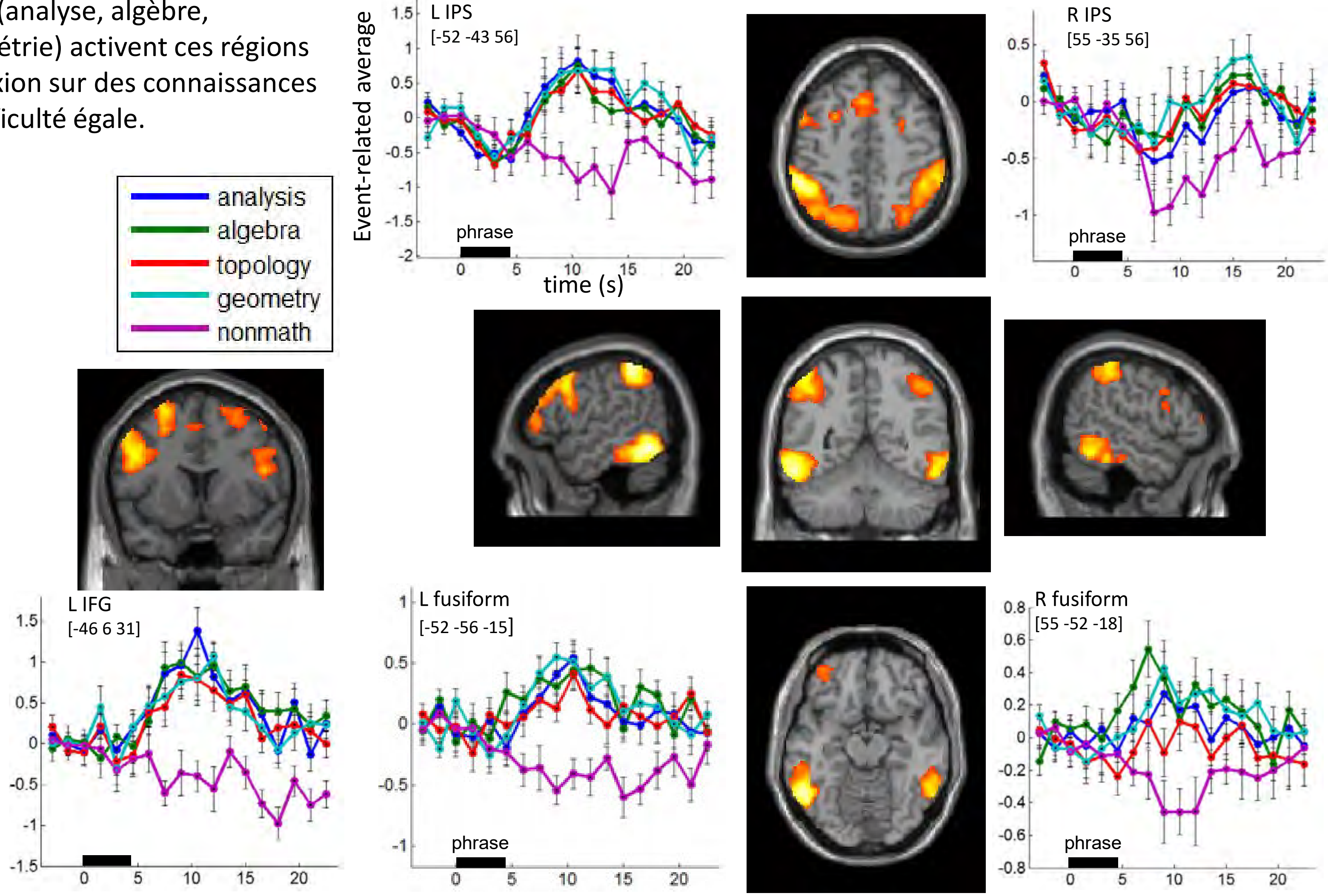
Calcul : « Calculez sept moins trois » (comparé à l'écoute de phrases non-mathématiques).

Localisation des aires visuelles :

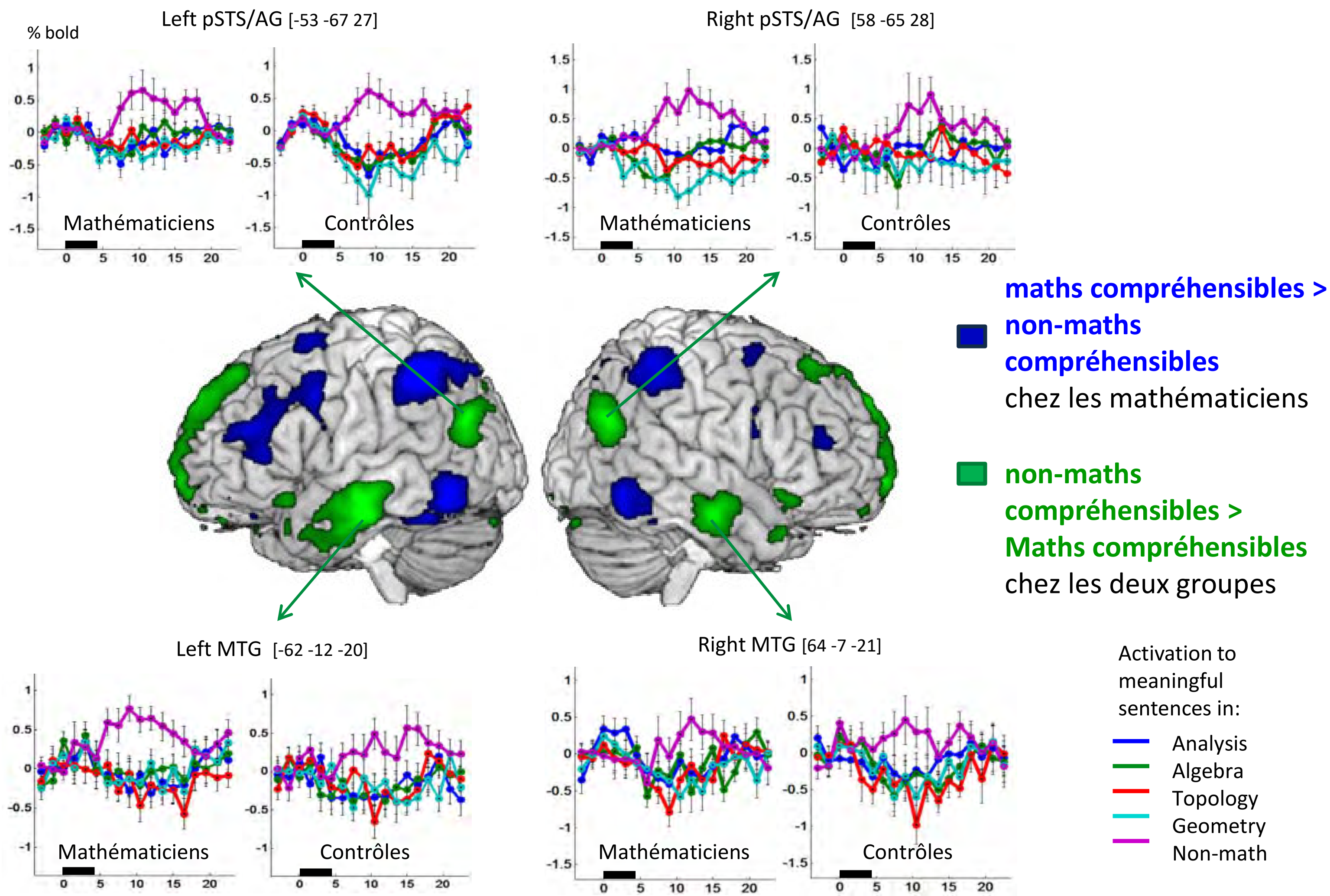


La réflexion mathématique active les aires pariétales et temporales ventrales

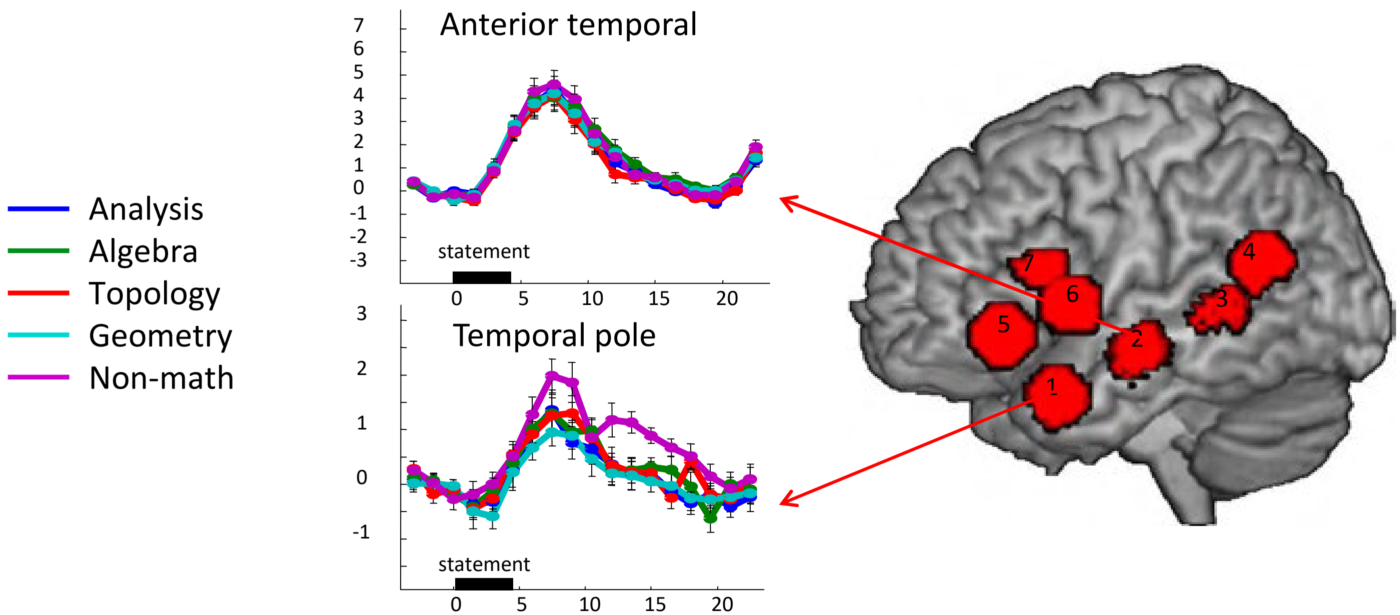
Tous les grands domaines des mathématiques (analyse, algèbre, topologie, géométrie) activent ces régions plus que la réflexion sur des connaissances générales de difficulté égale.



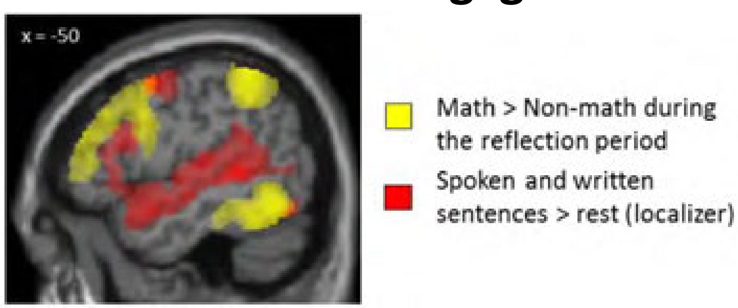
Les connaissances sémantiques générales activent des aires distinctes de celles impliquées dans la réflexion mathématique

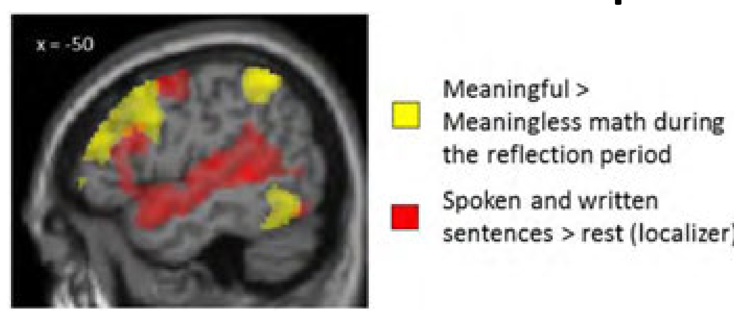


Les aires du langage ne sont activées que de façon transitoire, pendant l'écoute de la phrase.

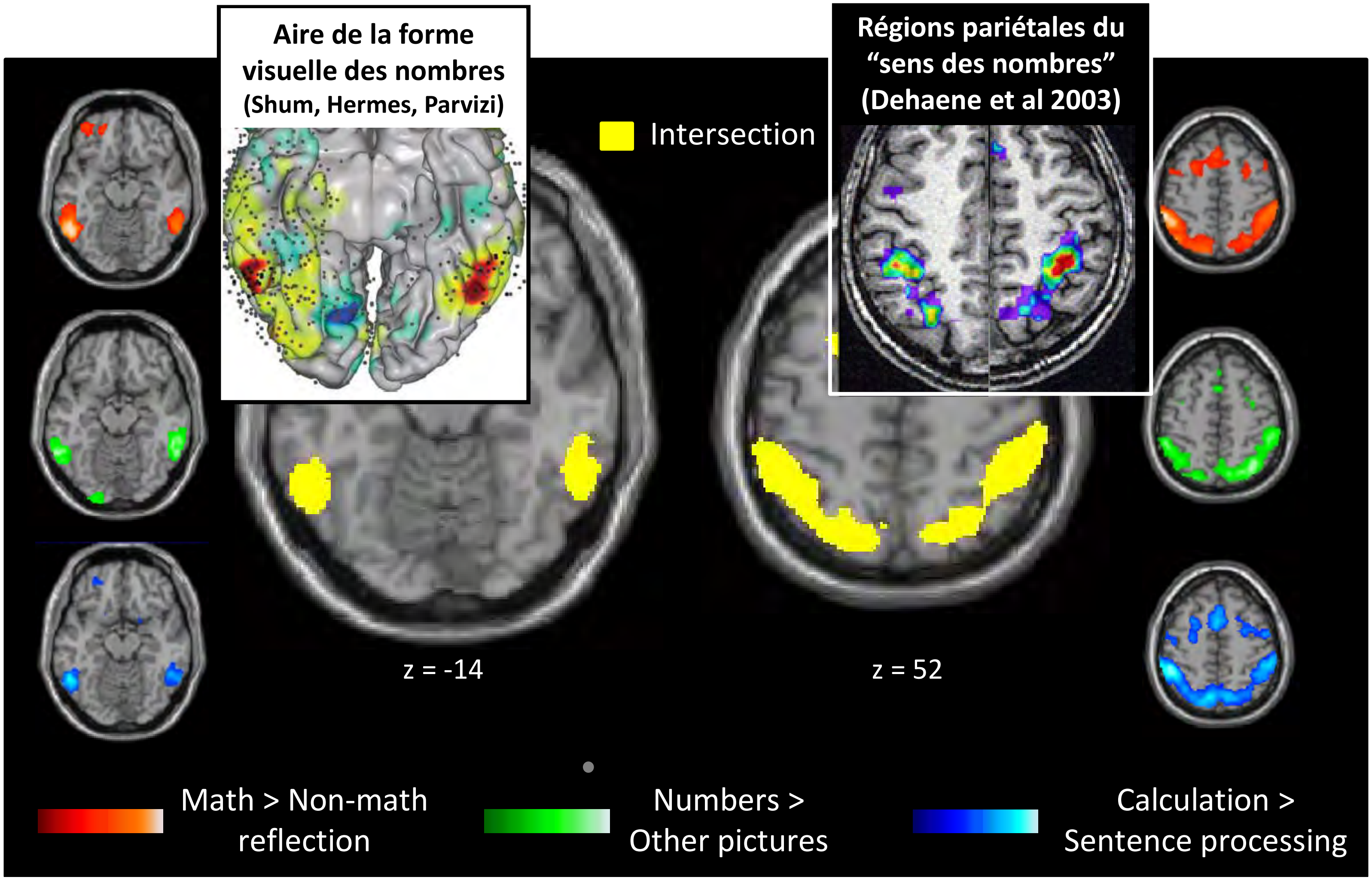


Les aires du langage sont distinctes du réseau mathématique



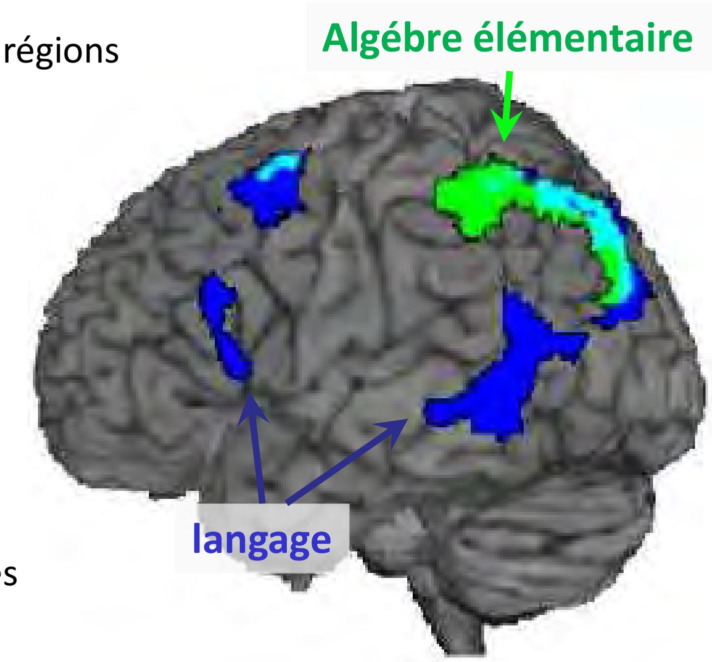


Les mathématiques de haut niveau "recyclent" les réseaux corticaux impliqués dans le calcul et le traitement des nombres.



Langage et calcul algébrique sont dissociables

La manipulation de structures algébriques élémentaires fait appel à des régions complètement différentes de celles du langage:
- Langage: “Y a donné X à Z” et “C’était X que Y a donné à Z”
- Algèbre: “Y est plus grand que Z divisé par X” et “X fois Y est plus grand que Z”



Monti, M. M., Parsons, L. M., & Osherson, D. N. (2012). Thought beyond language: neural dissociation of algebra and natural language. *Psychological Science*, *23*(8), 914–922.
Voir aussi Maruyama, M., Pallier, C., Jobert, A., Sigman, M., & Dehaene, S. (2012). The cortical representation of simple mathematical expressions. NeuroImage, 61(4), 1444-1460.

Certains patients profondément aphasiques avec agrammatisme peuvent très bien demeurer capables de comprendre et de manipuler des expressions algébriques complexes

Varley, R. A., Klessinger, N. J., Romanowski, C. A., & Siegal, M. (2005). Agrammatic but numerate. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *102*(9), 3519–24.
Klessinger, N., Szczerbinski, M., & Varley, R. (2007). Algebra in a man with severe aphasia. *Neuropsychologia* 45, 1642–1648.

Conclusion: la majorité des opérations mathématiques sont réalisées en dehors des aires du langage.

Néanmoins, le langage sert (1) d’interface d’entrée-sortie (2) d’outil pour soutenir la mémoire.

Le calcul exact, notamment la multiplication, s’appuie sur le langage

Le code linguistique sert d’appui à la mémoire.

Exemple: les tables de multiplications!

Double dissociation entre multiplication et soustraction (l’addition étant souvent entre les deux)

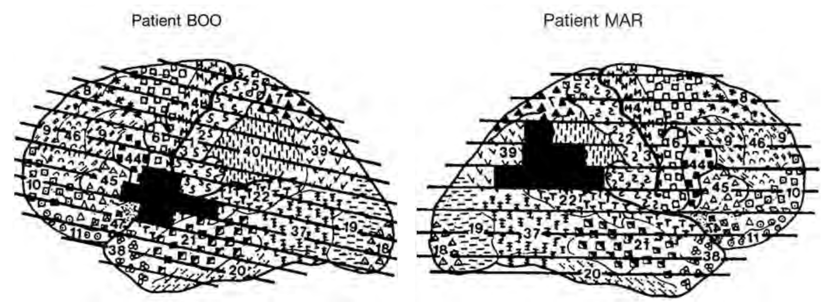
Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation : Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, *33*, 219-250.

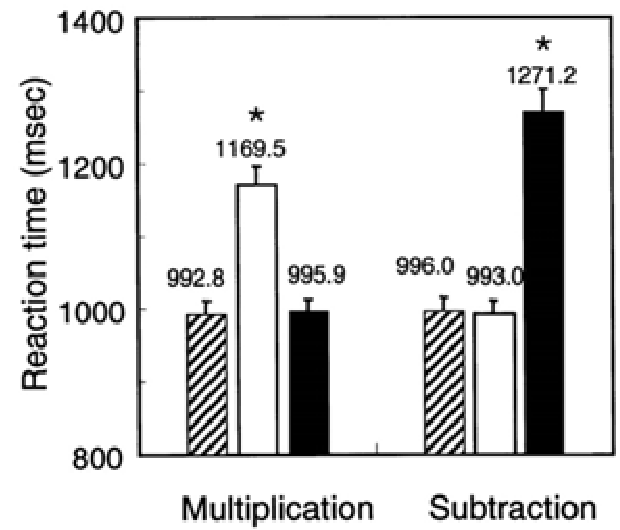
Dehaene, S., & Cohen, L. (1999). Language and elementary arithmetic : Dissociations between operations. *Brain and Language*, *69*, 492-494.

- La multiplication est souvent affectée chez les patients aphasiques, notamment en cas de lésion sous-corticale gauche – alors que la soustraction reste préservée
- Inversement, la soustraction est souvent affectée dans l’acalculie du syndrome de Gerstmann (lésions pariétales gauches, parfois droites), avec des troubles parfois profonds de la compréhension des quantités (comparaison, bisection, approximation) – et les tables de multiplication peuvent être préservées!

Chez le sujet normal: l’interférence verbale affecte sélectivement la multiplication, l’interférence visuospatiale la multiplication.

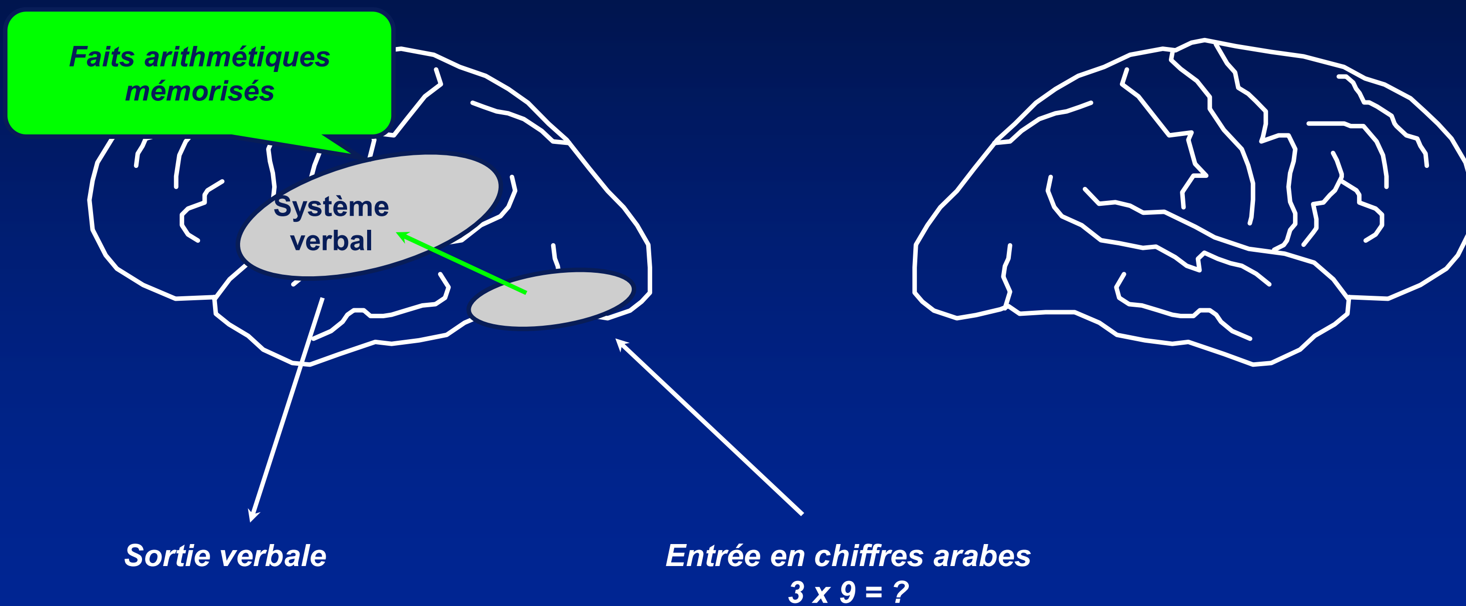
Lee, K. M., & Kang, S. Y. (2002). Arithmetic operation and working memory : Differential suppression in dual tasks. *Cognition*, *83*(3), B63-8.



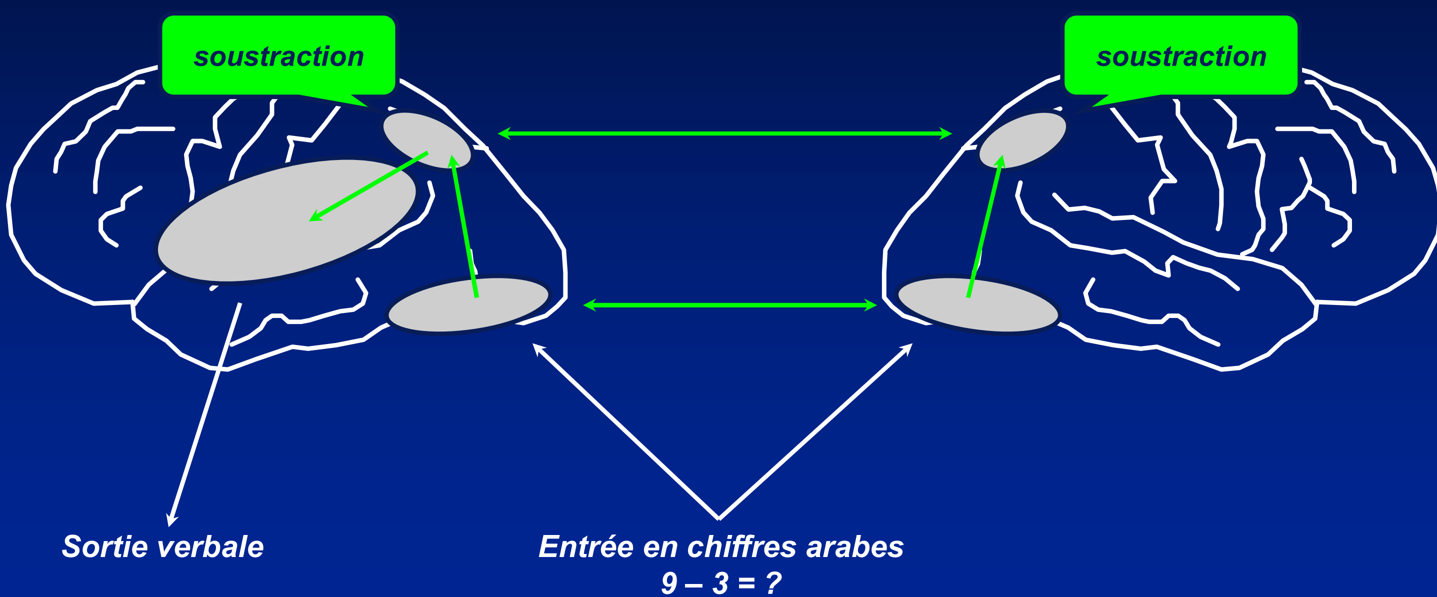


Temps pour taper le résultat d’une opération
- Sans interférence
- En répétant un pseudo-mot
- En souvenant de la forme et de la position d’une figure

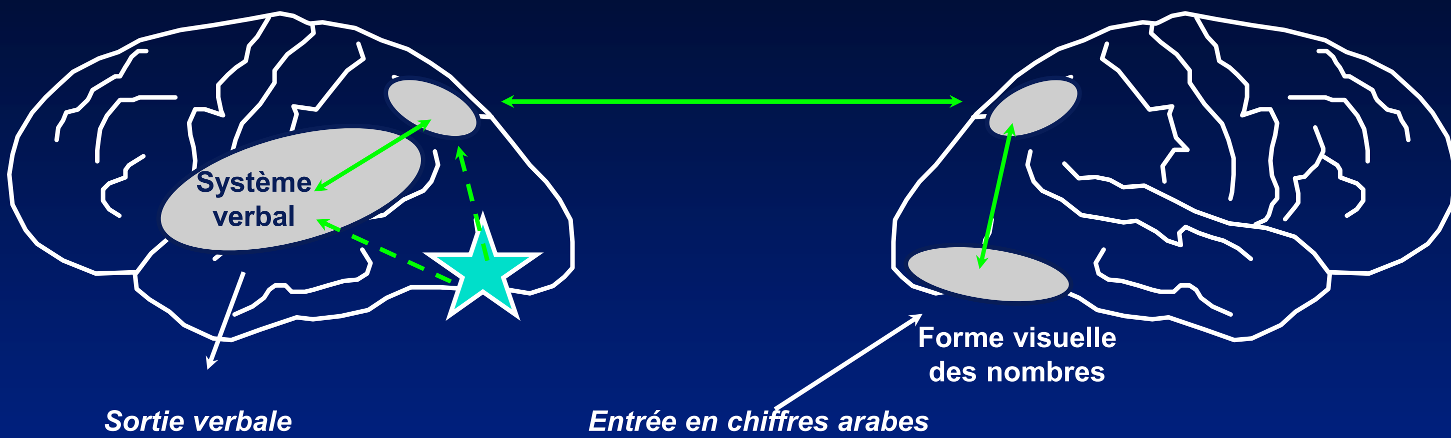
Circuit principale pour accéder à la table de multiplication
(selon le modèle du Triple Code)



Circuit principal pour réaliser une soustraction (selon le modèle du Triple Code)



Le traitement de nombres dans l'alexie pure
(Cohen & Dehaene, 2000)



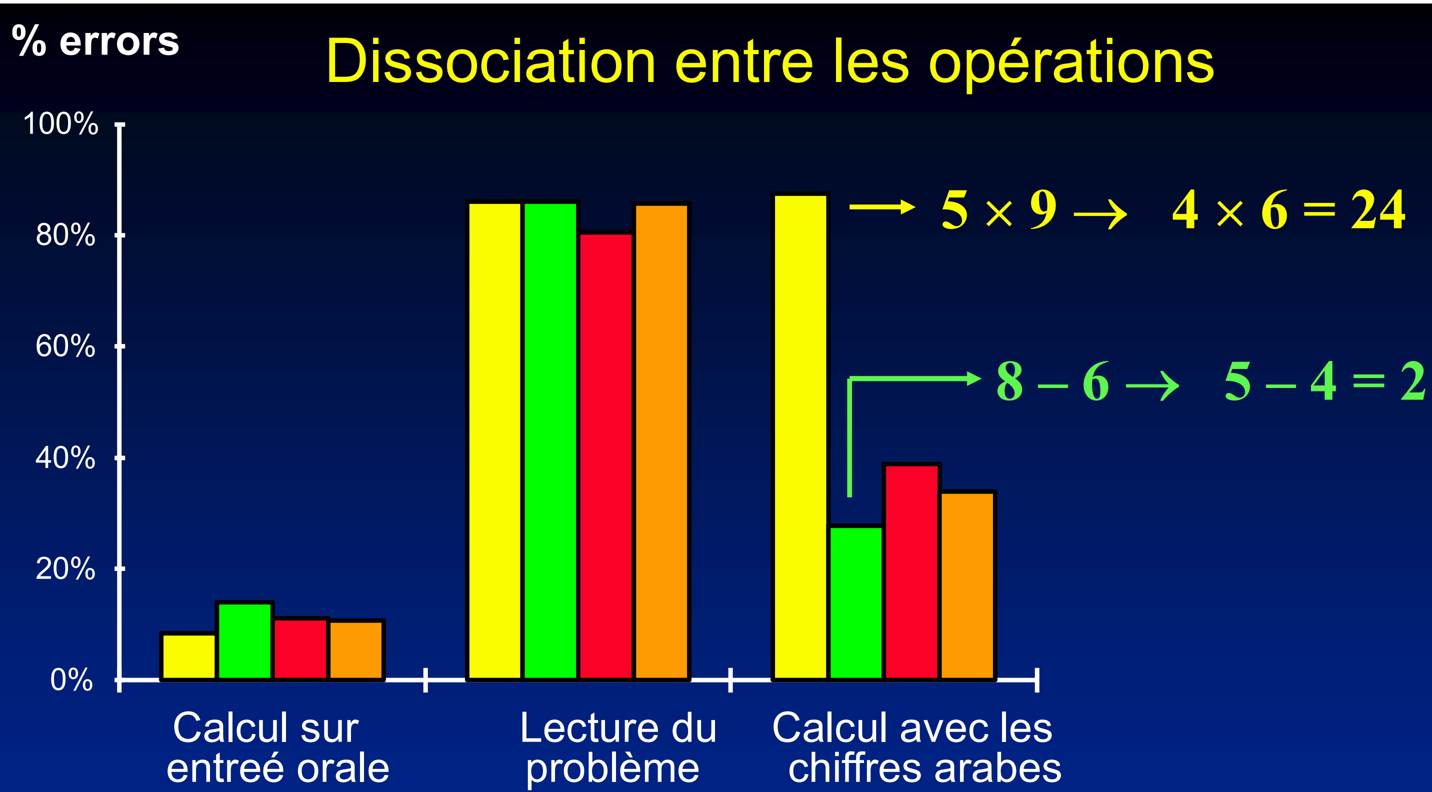
Patiente V.O.L. (Cohen & Dehaene, *Cog. Neuropsychol.* 2000)

- Lecture de mots : impossible
- Lecture de chiffres : 41% errors
- Lecture de nombres à deux chiffres : 89% d'erreurs
- Comparaison de nombres à deux chiffres: 1% d'erreurs
- Calcul mental?

Quelques exemples de soustractions dans l'alexie pure

stimulus	Réponse de la patiente	
	Lecture du problème	Énoncé du résultat
4 – 2	4 – 3	2
8 – 7	6 – 4	1
9 – 2	4 – 3	7
5 – 3	4 – 3	2
7 – 1	4 – 3	6

Dissociation entre les opérations



Conclusion: différentes opérations s'appuient sur des codes distincts:

- L'apprentissage du langage des mathématiques donne accès à des « outils mentaux » supplémentaires tels que la table de multiplication.

- Les opérations qui exigent de « comprendre ce qu'on fait », comme la comparaison, l'approximation, la soustraction font appel à une manipulation interne des quantités, largement indépendante du langage chez l'adulte.

Le bilinguisme:
une autre manière de tester les liens entre langage et mathématiques

Des sujets bilingues ont été exposés à des faits arithmétiques nouveaux dans l'une de leurs deux langues.

- Test de calcul exact:

Combien font vingt-quatre plus trente-sept?

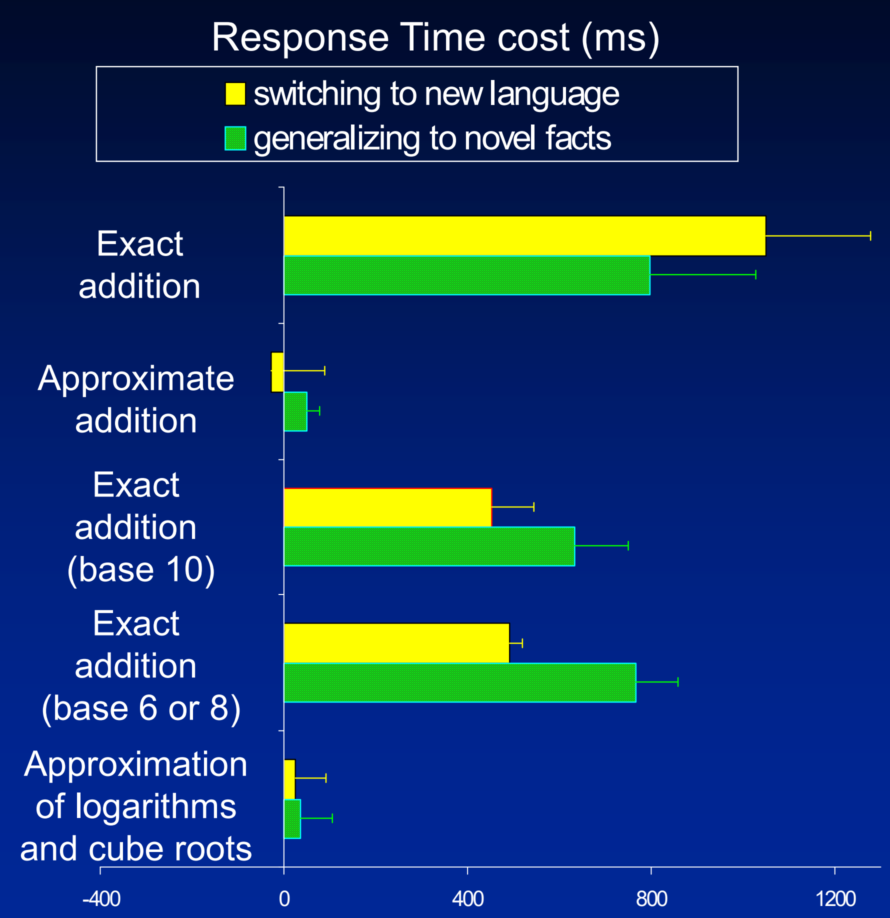
soixante-et-un ou cinquante-et-un

- Test de calcul approché:

vingt-quatre plus trente-sept font environ…

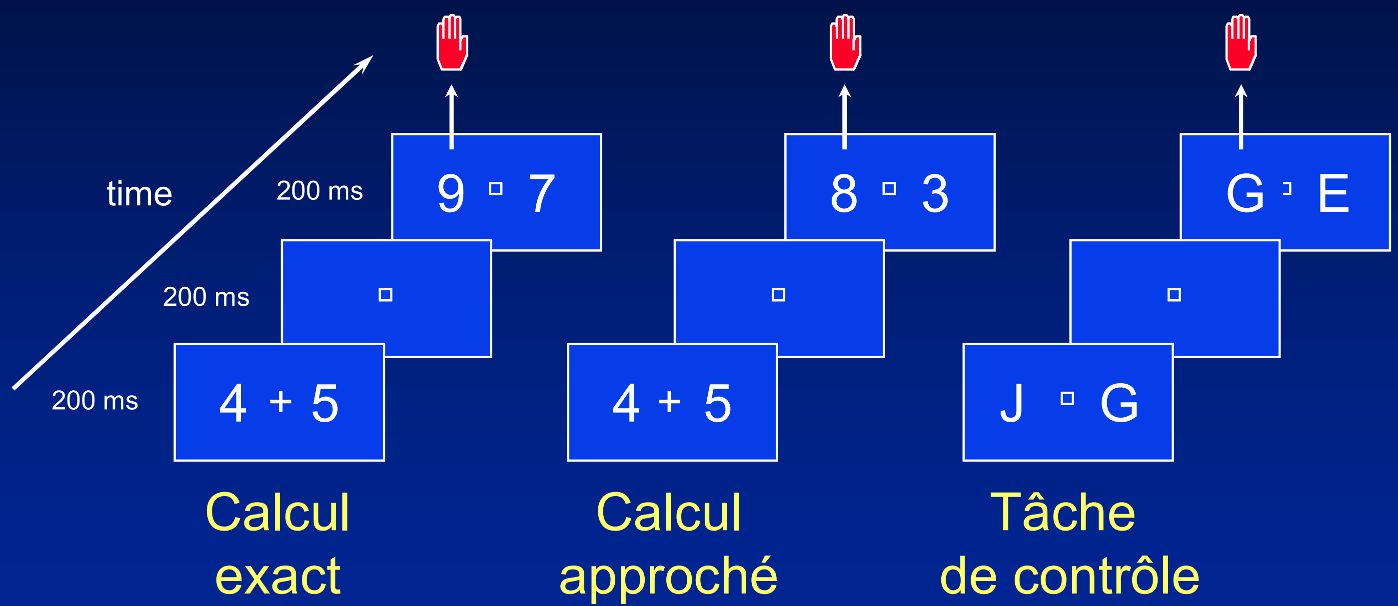
soixante ou trente

Après apprentissage, on testait la généralisation à
- l'autre langue
- des faits voisins



Spelke, E. S., & Tsivkin, S. (2001). Language and number : A bilingual training study. *Cognition*, *78*(1), 45-88.

Approximation et calcul exact font appel à des réseaux partiellement dissociables



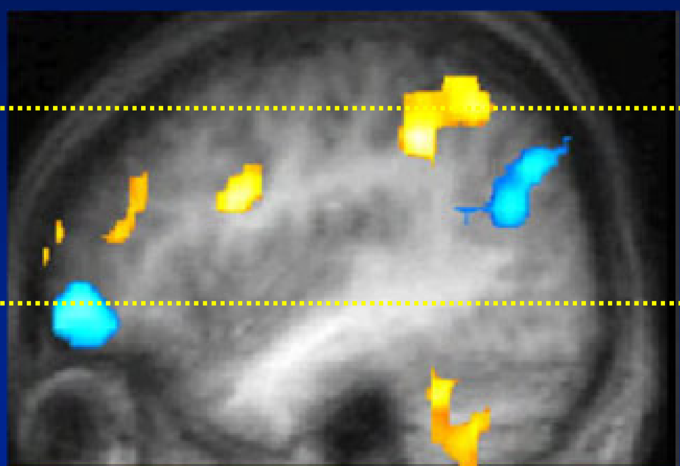
Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science, 284*(5416), 970-974.

Dissociation du calcul exact et de l'approximation

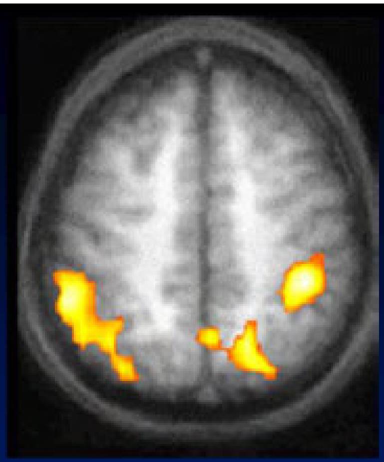
Activation plus grande pour le calcul exact ⟵ | ⟶ Activation plus grande L'approximation

Z score

-6 -3 0 3 6



Hémisphère gauche (x=-44)



z=52

z=0

Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science, 284*(5416), 970-974.

Les variations inter-langues ont-elles un impact sur l'acquisition des mathématiques?

Miller, K. F., & Stigler, J. W. (1987). Counting in Chinese: Cultural variation in a basic cognitive skill. *Cognitive Development*, *2*(3), 279–305.

Les règles de formation des nombres sont bien plus simples en Chinois qu'en Anglais.

Etude de 48 enfants de 4, 5 ou 6 ans à Taiwan et aux USA.

Tâches de
- Récitation sérielle des noms de nombres (« comptage abstrait »)
- Comptage de divers ensembles d'objets, organisés en ligne ou au hasard (« comptage d'objets »)

Number formation in Chinese and English

a) Counting to ten

English:	**one**	**two**	**three**	**four**	**five**	**six**	**seven**	**eight**	**nine**	**ten**
Chinese:	**yī**	**èr**	**sān**	**sì**	**wǔ**	**liù**	**qī**	**bā**	**jiǔ**	**shí**

b) Ten to twenty

English:	**eleven**	**twelve**	**thirteen**	**fourteen...**	**...nineteen**	**twenty**
Chinese:	**shí yī**	**shí èr**	**shí sān**	**shí sì**	**shí jiǔ**	**èr shí**

c) Twenty to one hundred

English:	**Decade name + "–ty" + unit:**	**"twenty–seven"**
Chinese:	**Decade unit + shí + unit:**	**èr shí qī**

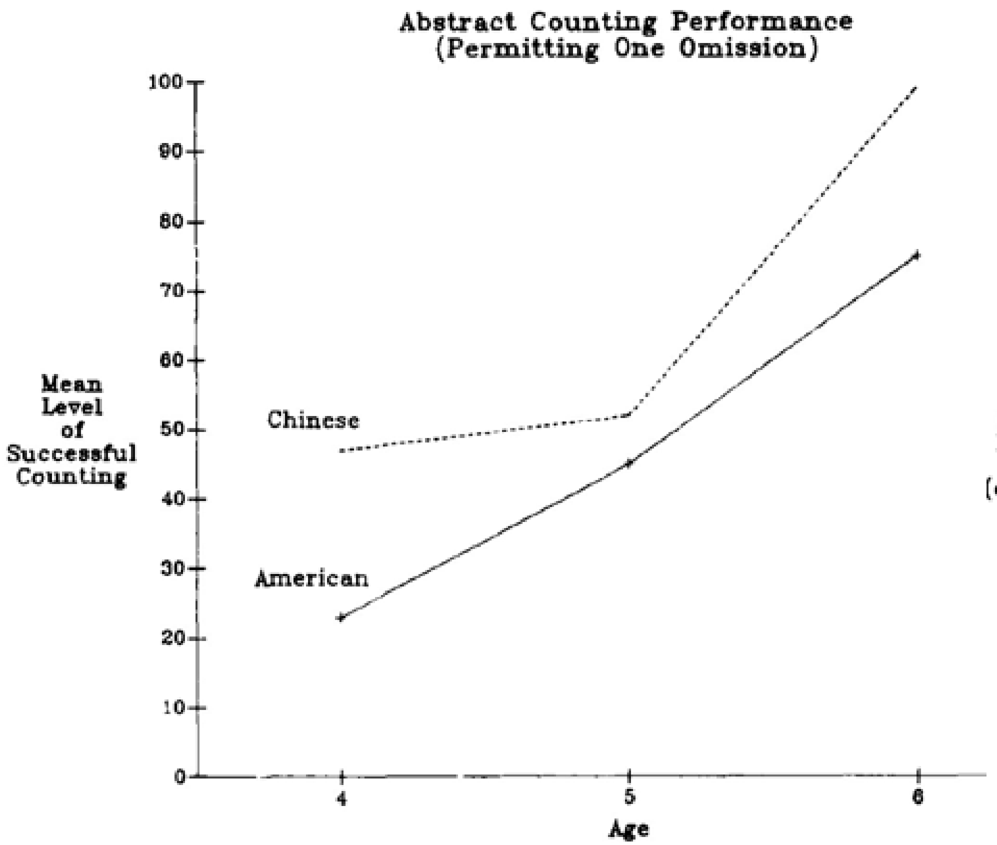
d) Beyond one hundred

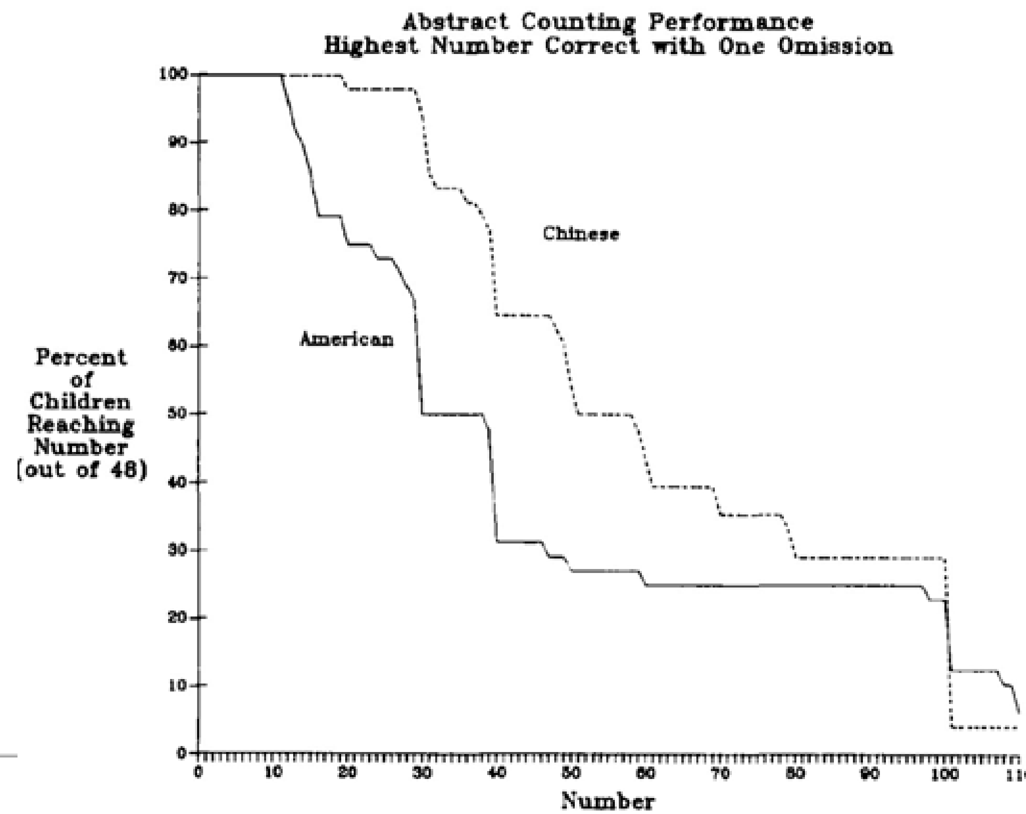
English:	**Hundreds unit + hundred + decade name + "–ty" + unit:**	**"one hundred thirty one"**
Chinese:	**Hundreds unit + bǎi + decade unit + shí + unit:**	**yī bǎi sān shí yī**

Le rôle du langage dans l'acquisition du comptage

Miller, K. F., & Stigler, J. W. (1987). Counting in Chinese: Cultural variation in a basic cognitive skill. *Cognitive Development*, *2*(3), 279–305.

Le comptage abstrait (récitation) est bien plus avancé chez les enfants chinois.



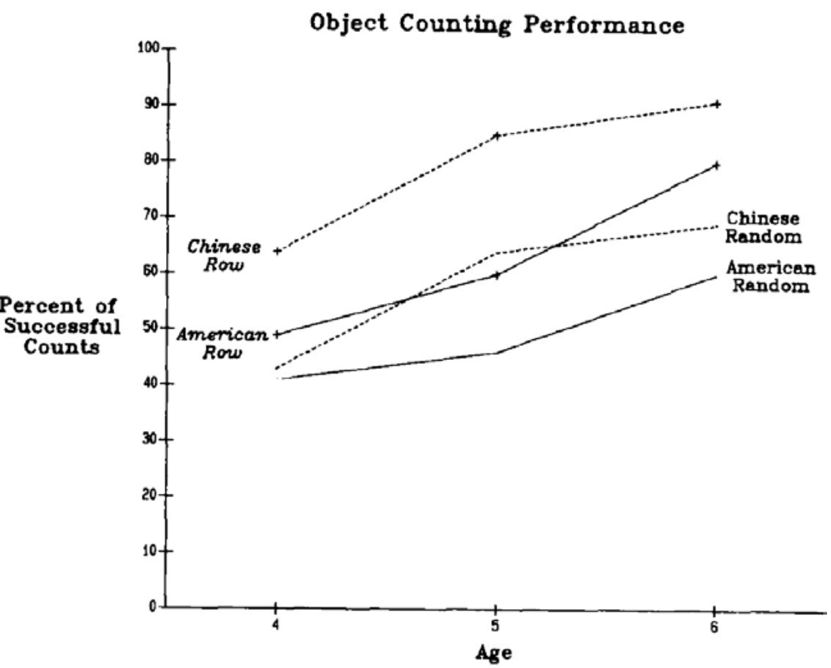


Le rôle du langage dans l’acquisition du comptage

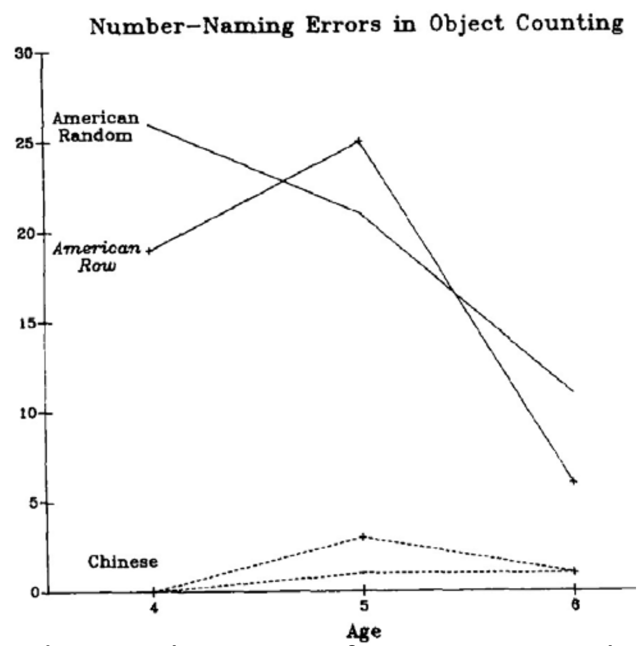
Miller, K. F., & Stigler, J. W. (1987). Counting in Chinese: Cultural variation in a basic cognitive skill. *Cognitive Development*, *2*(3), 279–305.

Résultats similaires pour le comptage d’objets (entre 7 et 19)

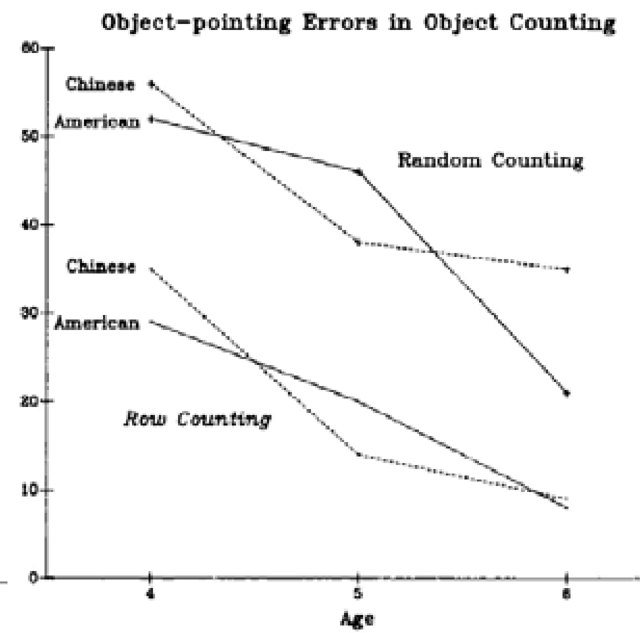
Aux trois âges, les enfants chinois réussissent nettement mieux, que l’arrangement soit en ligne ou au hasard.



Les enfants chinois ne font pratiquement aucune erreur dans les noms de nombres.



Par contre, chinois et américains font exactement le même nombre d’erreurs de correspondance terme-à-terme



Conclusion: la langue n’affecte pas le conception des nombres, mais fournit un « outil mental » plus ou moins efficace.

Attention! D’autres différences culturelles sont peut-être en jeu.

Le rôle de la transparence morphologique dans l'acquisition du comptage et de la fonction « successeur »

Schneider, R. M., Sullivan, J., Marušič, F., Žaucer, R., Biswas, P., Mišmaš, P., Plesničar, V., & Barner, D. (2020). Do children use language structure to discover the recursive rules of counting? *Cognitive Psychology*, *117*, 101263. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2019.101263

Schneider et al. répliquent ces effets à travers 5 langues différentes.

	2	5	10	20	25	50
Cantonese	**yih**	**ńgh**	**sahp**	yihsahp	yihsahpńgh	ńghsahp
Slovenian	**dva**	**pet**	**deset**	**dvajset**	petindva**jset**	petdeset
English	**two**	**five**	**ten**	**twenty**	**twenty**-five	**fifty**
Gujarati	**be**	**pāṅch**	**das**	**vīs**	**panchīs**	**pachās**
Hindi	**do**	**pānch**	**das**	**bīs**	**pachchīs**	**pachās**

Ils retrouvent un effet majeur de la simplicité des noms de nombres

- Sur le comptage (nombre le plus haut atteint en récitant les nombres)
- Mais surtout, sur la capacité de comprendre la notion de successeur *(unit task):*

On montre à l'enfant n objets (en déclarant leur nombre), puis on les cache, on ajoute un item, et on demande à l'enfant de dire combien d'objets il y a (en donnant le choix entre n+1 et n+2).

La structure de la langue, mais surtout la maîtrise du comptage par chaque enfant, prédisent leur réussite.
→ Résultat crucial: quelle que soit la langue, l'entrainement permet de progresser rapidement dans l'apprentissage.

D'autres petits effets Whorfiens en mathématiques… et leurs limites

En calcul : Brysbaert, M., Fias, W., & Noel, M. P. (1998). The Whorfian hypothesis and numerical cognition: Is "twenty-four" processed in the same way as "four-and-twenty"? *Cognition*, *66*(1), 51–77.

L'inversion des unités et des dizaines, dans les langues germaniques, a-t-elle une importance?
En allemand (ou en hollandais), on dit « drei und zwanzig » = « trois et vingt » pour dire vingt-trois
Les hollandais, comparés aux français, présentent un avantage relatif pour les opérations de type Unité+Dizaines (4+20) ou Unité+Nombre à deux chiffres (4+21), par rapport aux mêmes opérations dans l'ordre inverse.
Cependant, cet effet n'est vraiment marqué que si le stimulus et/ou la réponse sont présentés en format verbal… ce qui n'est guère surprenant (Lila Gleitman appelle cela un effet du langage… sur le langage).
La meilleure preuve que ce n'est pas un effet Whorfien, c'est qu'aucun effet n'est observé lorsque le problème est présenté en chiffres arabes et que la réponse est tapée au clavier dans le même format → pas de médiation verbale.

En mémoire : Ellis, N. C., & Hennelly, R. A. (1980). A bilingual word-length effect : Implications for intelligence testing and the relative ease of mental calculation in Welsh and English. *British Journal of Psychology*, *71*(1), 43-51.

Les mots de nombres sont plus ou moins courts, ce qui a un impact sur la mémoire à court terme.
Exemple: comparaison de la mémoire des chiffres en gallois versus en anglais: les anglais ont une mémoire légèrement meilleure. Cela peut aussi expliquer l'avantage du chinois!
Ce sont de petits effets.

Conclusions:
Les relations entre langage et mathématiques

1. Il existe une vaste **pensée sans langage** – chez l'animal, l'enfant, ou l'adulte

   – Chez l'enfant d'âge préverbal: le sens des nombres précède toute éducation mathématique

   – Chez l'adulte: les réseaux des mathématiques sont largement distincts de ceux du langage parlé ou écrit.

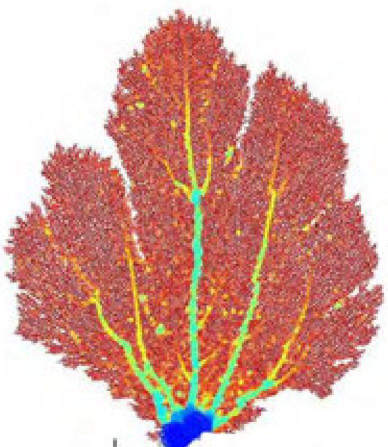
2. Au cours du développement, le langage sert d'**échafaudage à l'acquisition des concepts**

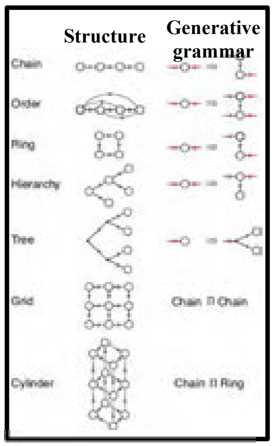
   – L'acquisition du **concept de nombre exact** ne se produit pas spontanément (cas des enfants sourds)

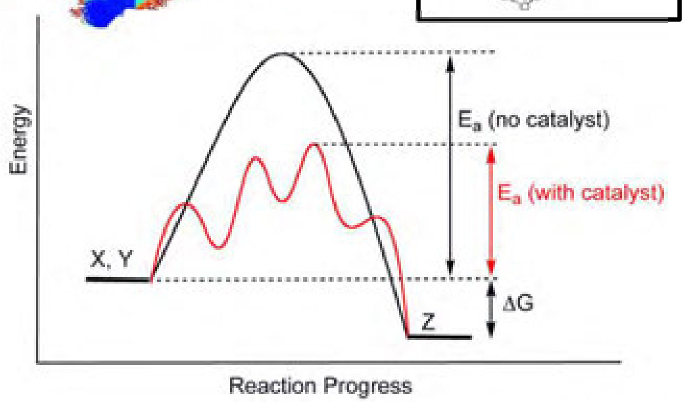
3. Chez l'adulte, un **recodage linguistique de l'information** peut servir d'**outil mental** dans certaines tâches

   – Cas de la multiplication, qui est stockée sur une forme verbale (tables)

4. Les **variations inter-langues** n'ont qu'un impact modeste sur les capacités perceptives et cognitives







Conclusion:
Le langage, catalyseur de la construction des mathématiques

L'esprit humain est capable d'une infinité de combinaisons mentales, dont seule une petite partie est utile.
Même si les mathématiques s'appuient sur un langage de la pensée purement interne, non-verbal, le langage parlé **accélère** l'apprentissage en attirant l'attention sur les combinaisons les plus pertinentes.
Exemples:

- Un enfant dépourvu de langage (par exemple parce qu'il est sourd non-appareillé et sans langue des signes) court de grands risques de ne pas développer une bonne représentation des nombres exacts.
- Bien parler de la base dix, c'est faciliter l'acquisition de ce concept chez l'enfant.

Dès la maternelle, l'enseignement doit absolument combiner:

- La **manipulation** d'objets concrets, proto-mathématiques (collections, constructions, jeux de plateaux, formes, tangrams…)
- La **verbalisation** explicite qui rend évident les processus de pensée, leur donne un nom et un objectif clair.