

Imagerie Sismique de la Terre Profonde

1- Introduction

Barbara Romanowicz
Chaire de Physique de l'Intérieur de la Terre
Collège de France, Paris

29 Octobre 2019

Calendrier:

- Mardi 29 Octobre 2019: Introduction
- Mardi 5 Novembre 2019: Tomographie de “temps de parcours”
- Mardi 12 Novembre 2019: Tomographie de “forme d’onde” - 1
- Mardi 19 Novembre 2019: Tomographie de “forme d’onde” – fin-
Tomographie de bruit sismique (ANT)
- Mardi 26 Novembre 2019: Méthodes directes de modélisation

- *Jeudi 26 et vendredi 27 Mars: Colloque international en Anglais:*
 - *Imagerie sismique globale et dynamique interne de la Terre*

 - *Inscriptions au Colloque et session poster:*
- <https://www.college-de-france.fr/site/barbara-romanowicz/symposium-2019-2020.htm>

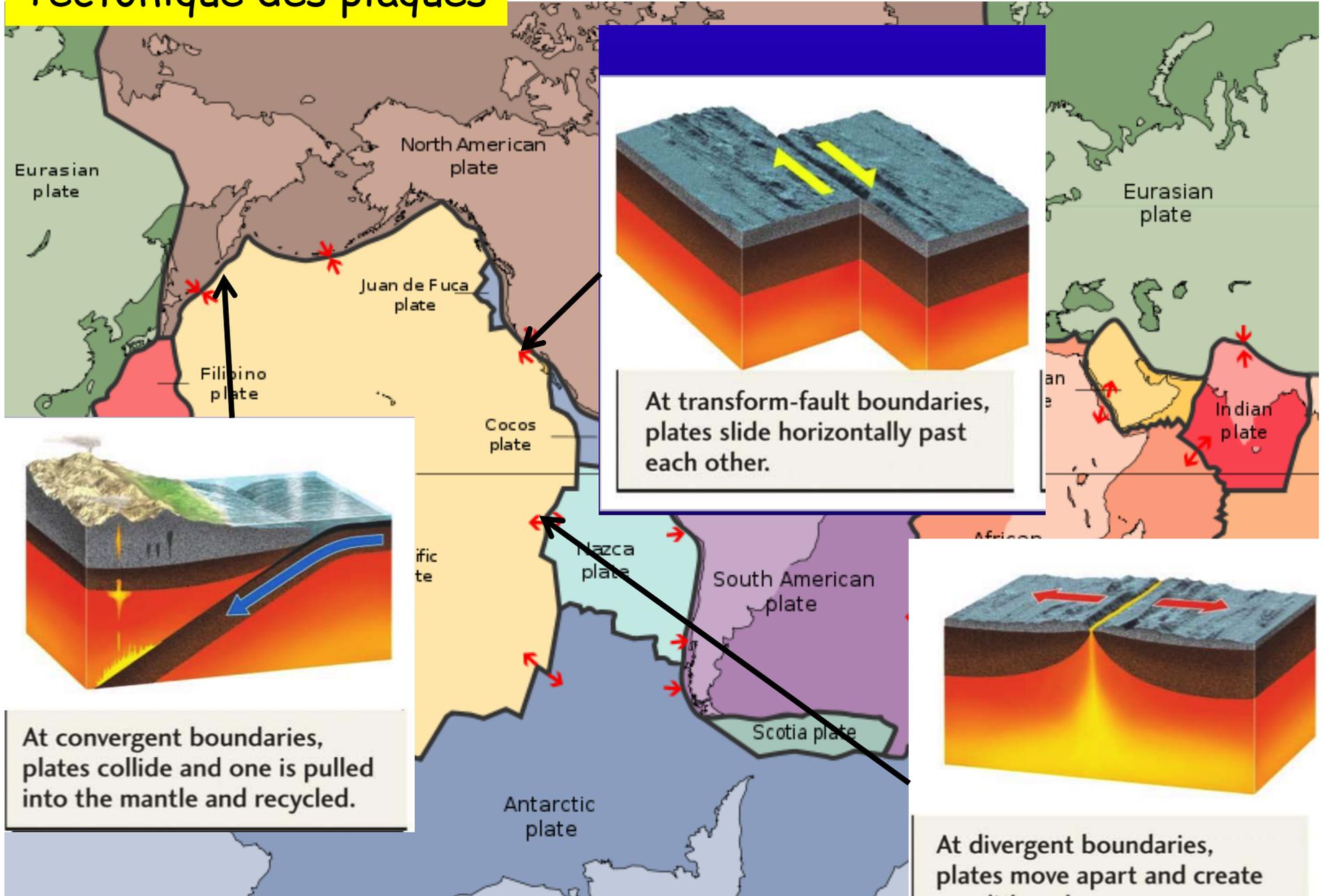
Les cours ont lieu les mardis de 16h à 18h

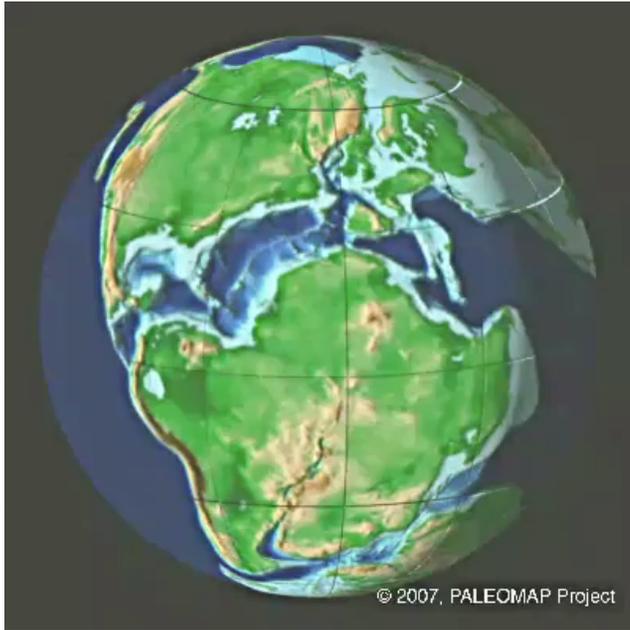
Motivation scientifique



Athanasius Kircher – (1664) *Mundus subterraneus*

Tectonique des plaques

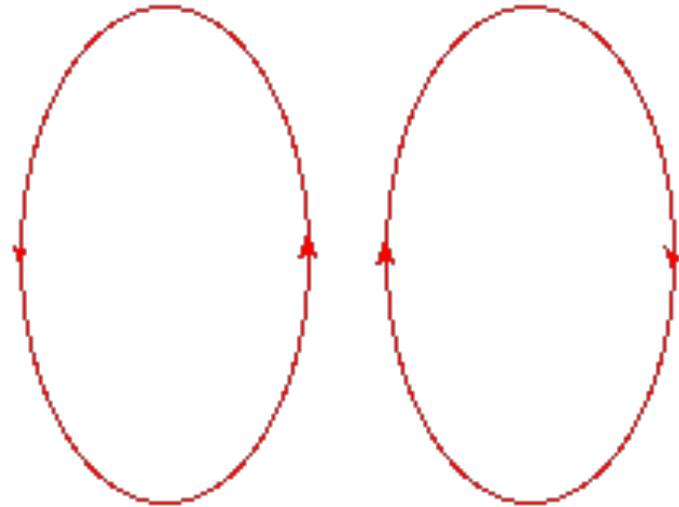




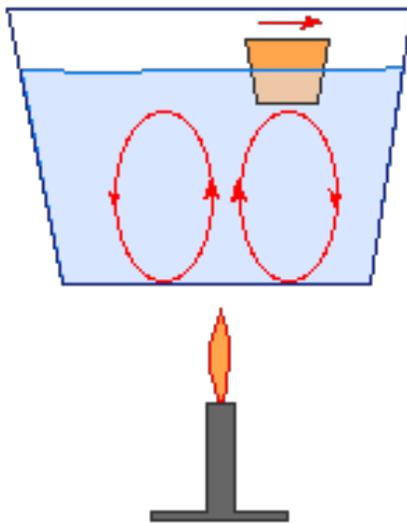
2015: 100e anniversaire de la théorie de la dérive des continents, Alfred Wegener (1915)

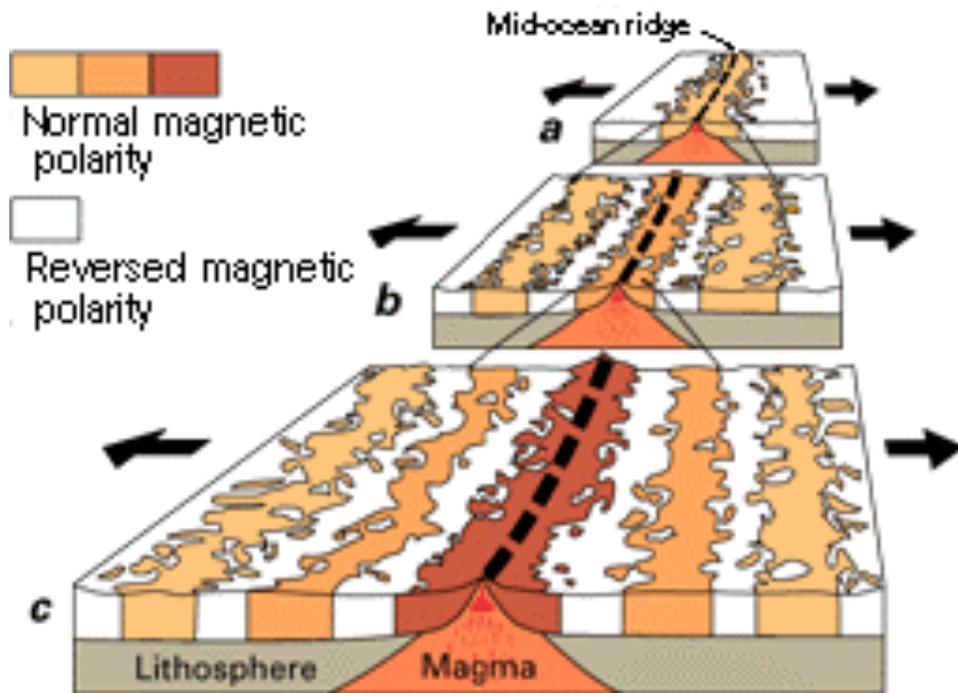
2018: 50e anniversaire de la “révolution” de la tectonique des plaques

Plaques tectoniques

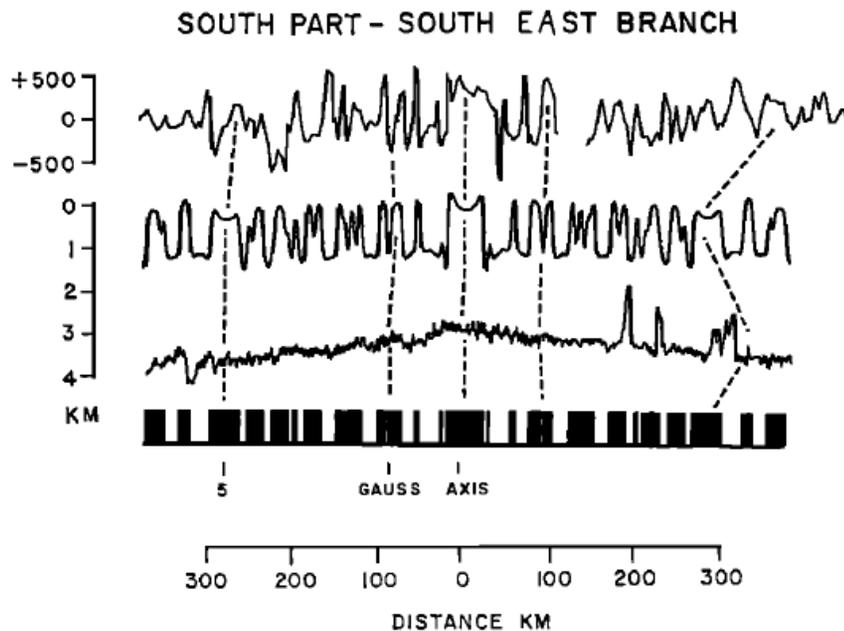


Courants de convection dans le manteau terrestre



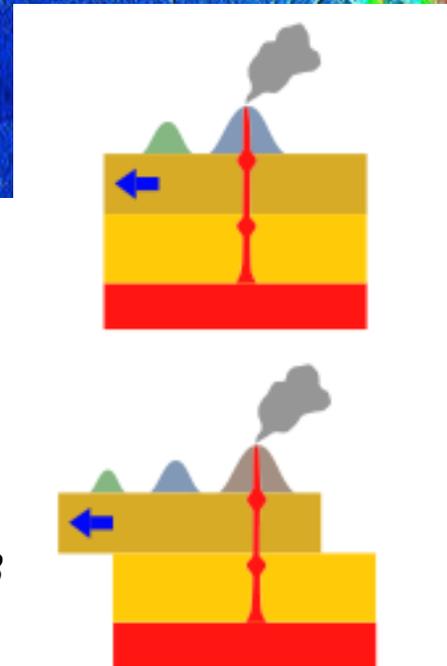
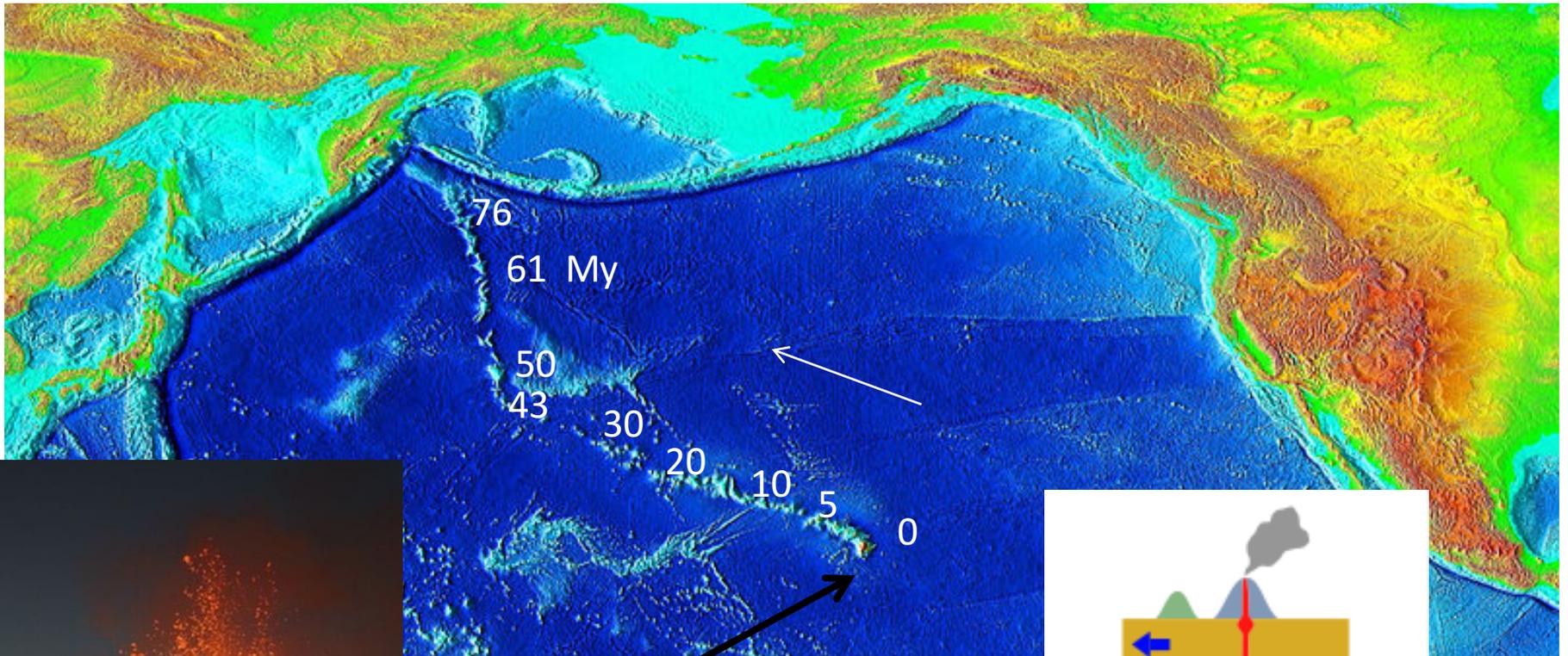


Les “anomalies magnétiques” enregistrent les inversions du champ magnétique terrestre sur les fonds marins.

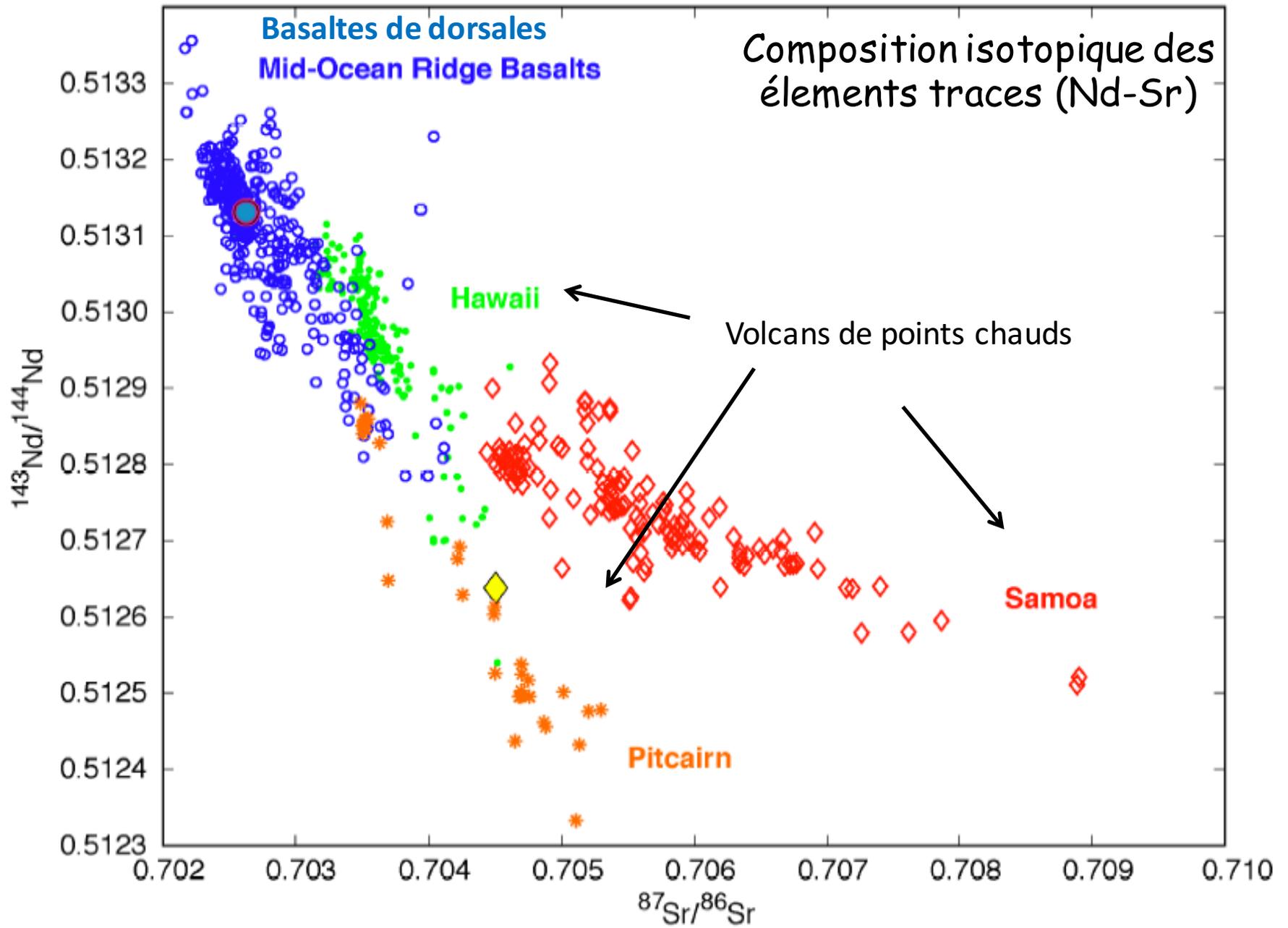


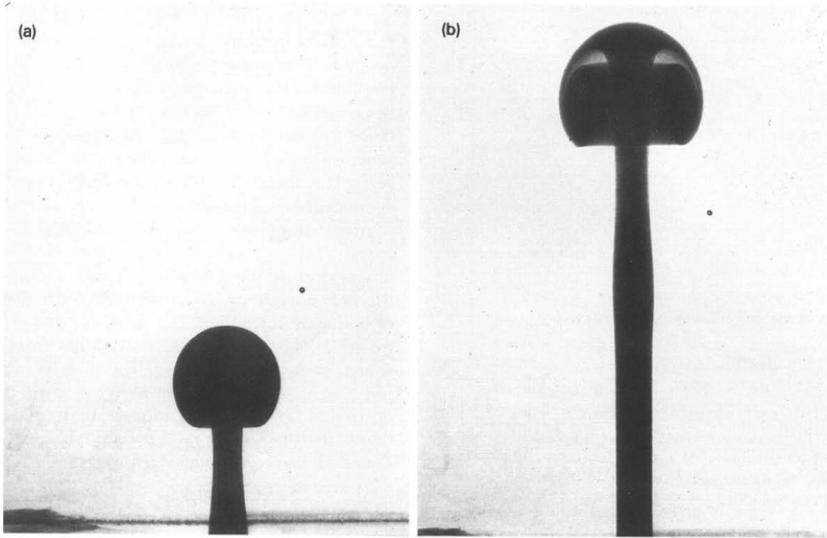
Le Pichon and Heirtzler, 1968

Volcans de “points chauds” et panaches mantelliques



T. Wilson, 1963
Morgan, 1971





Griffiths and Campbell, 1990

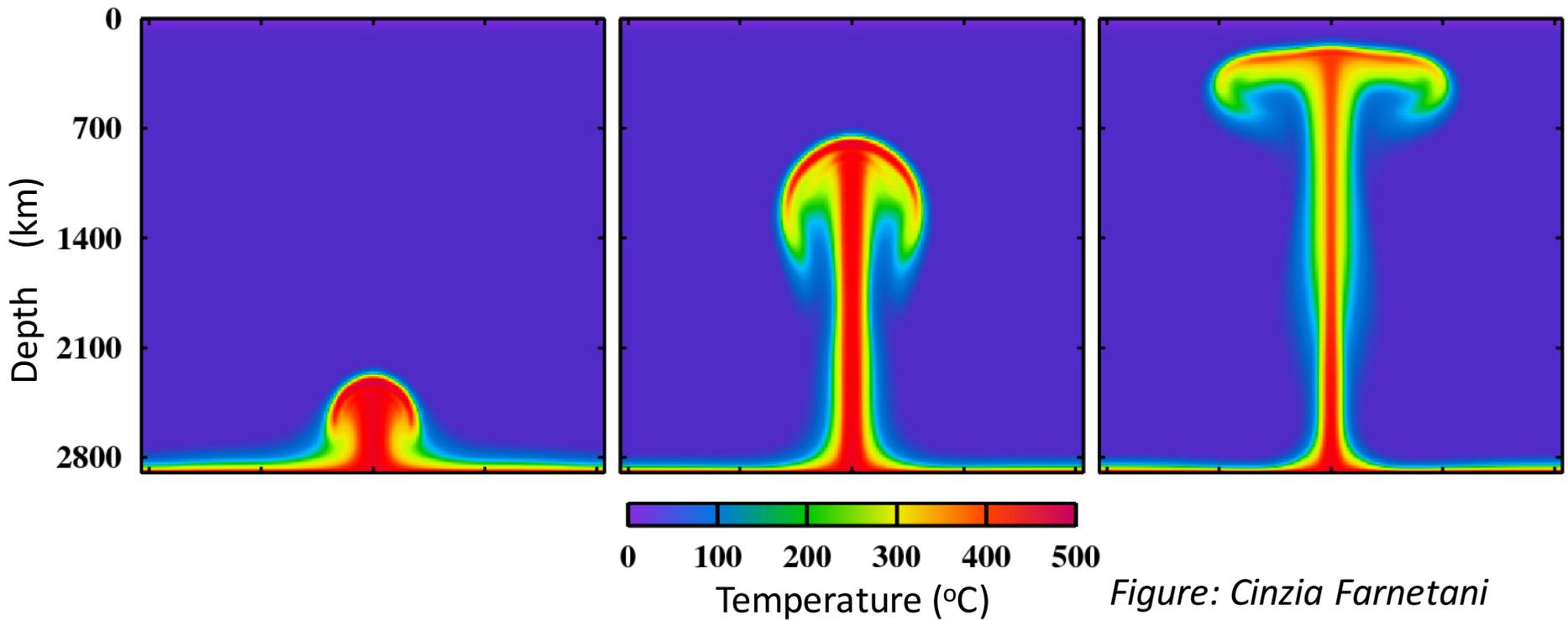
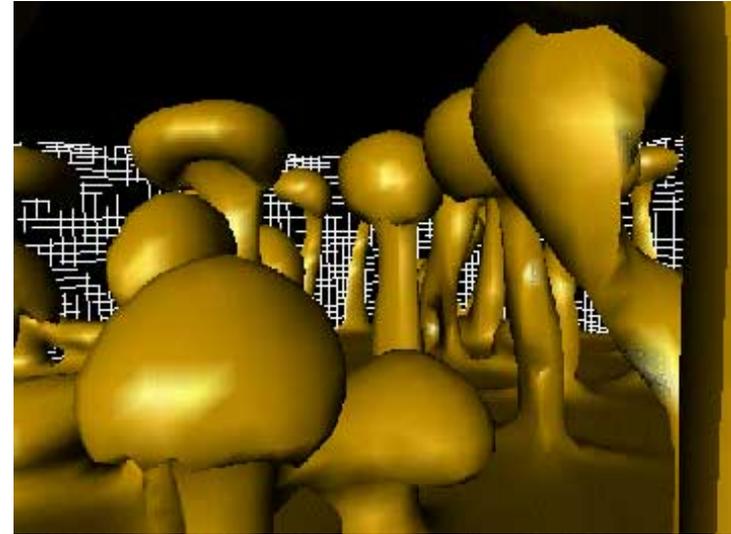
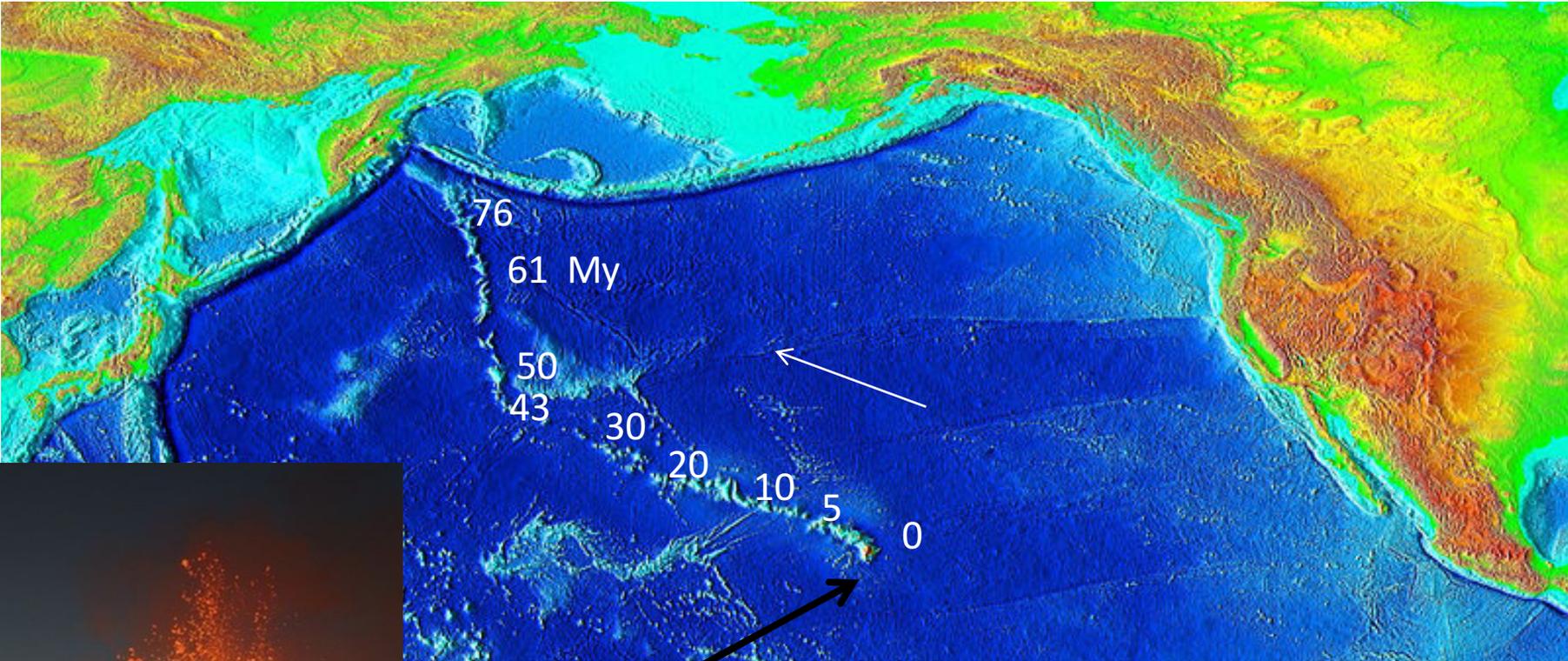


Figure: Cinzia Farnetani

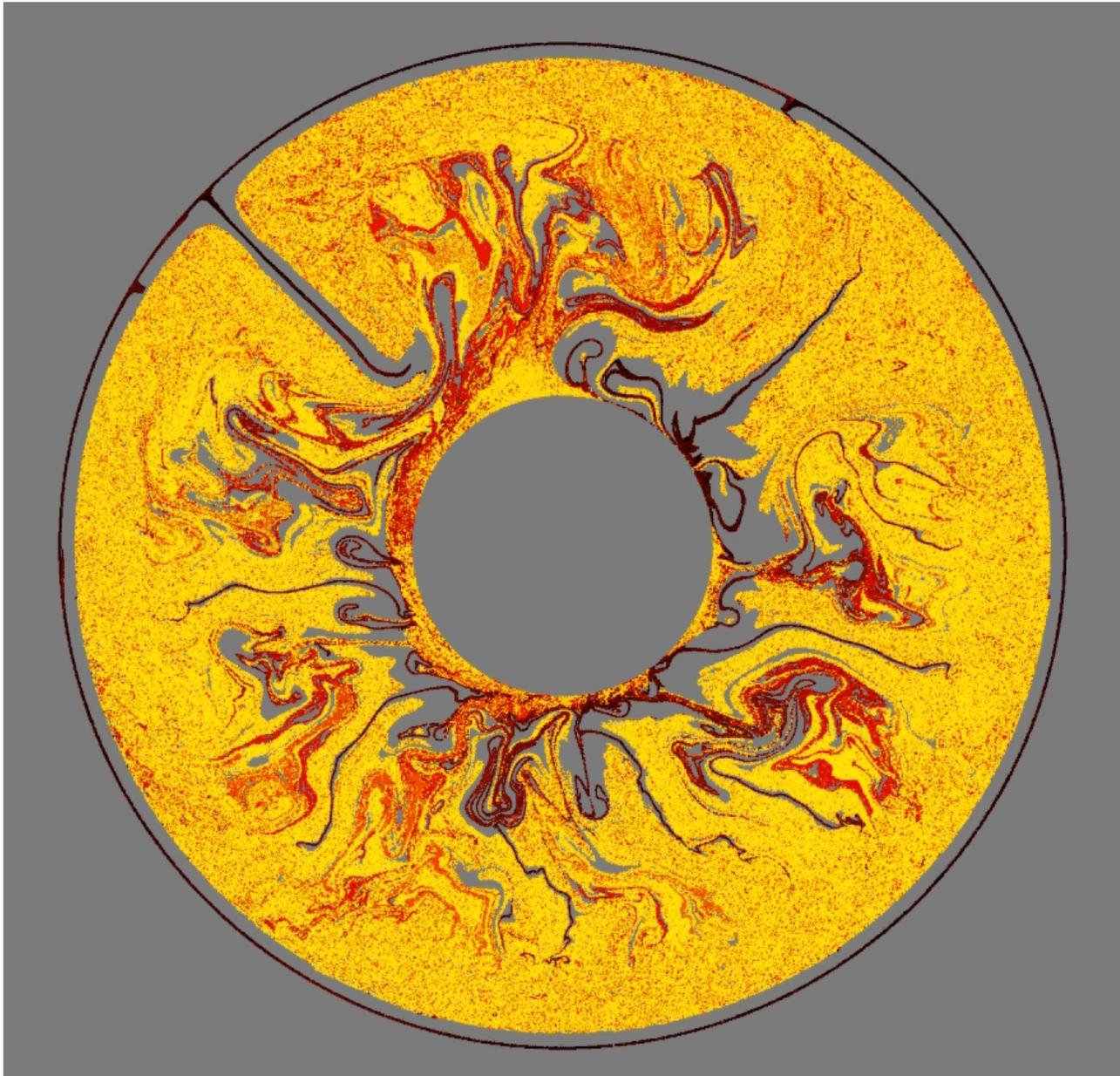
Volcans de “points chauds” et panaches mantelliques



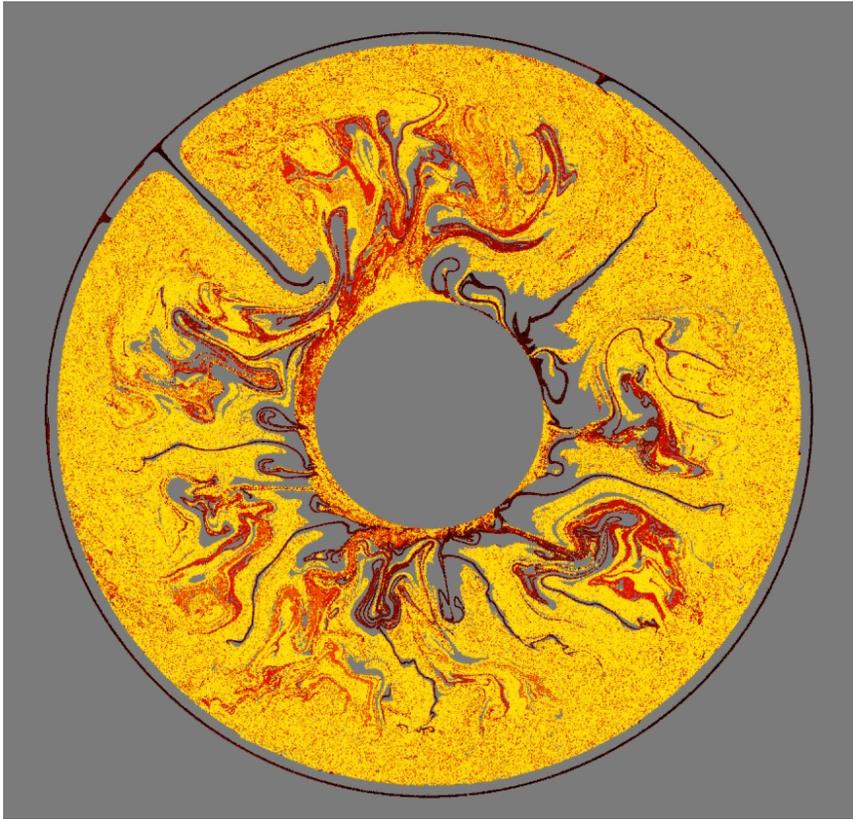
Kola 1970-1989 – profondeur: 12.3 km
Photographié en 2007



Rayon de la terre: 6,371 km



*Brandenburg and van Keken, 2007;
Brandenburg et al. 2008*



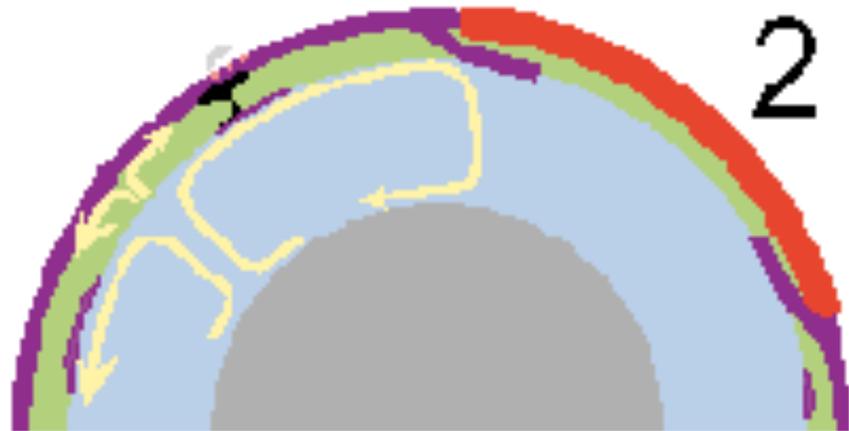
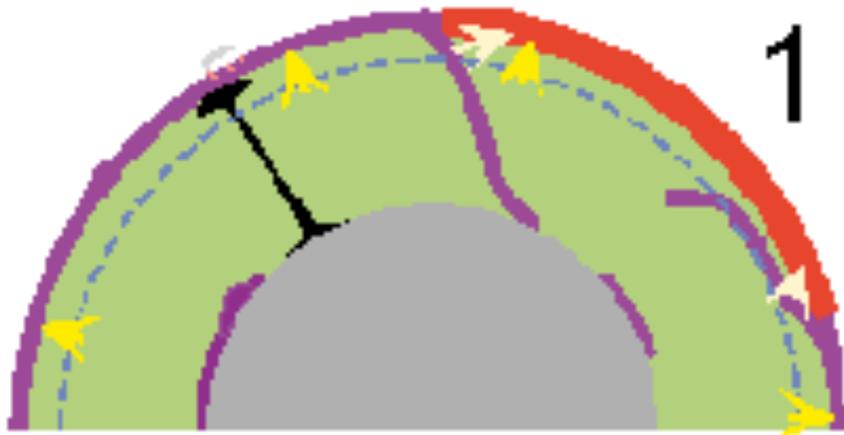
Brandenburg and van Keken, 2007;
Brandenburg et al. 2008

Quelques questions fondamentales

- Couplage des plaques avec la circulation mantellique
 - Quel est le moteur (les plaques ou le manteau)?
- Destin des plaques en subduction
 - Convection à une ou deux couches
 - Rôle de la discontinuité à 660 km
- Existence et morphologie des panaches mantelliques
 - Purement thermiques?
 - Où se trouvent leur racines?
- Nature et rôle des structures complexes à la base du manteau
 - LLSVPs, ULVZs
- Structure et dynamique de la graine solide

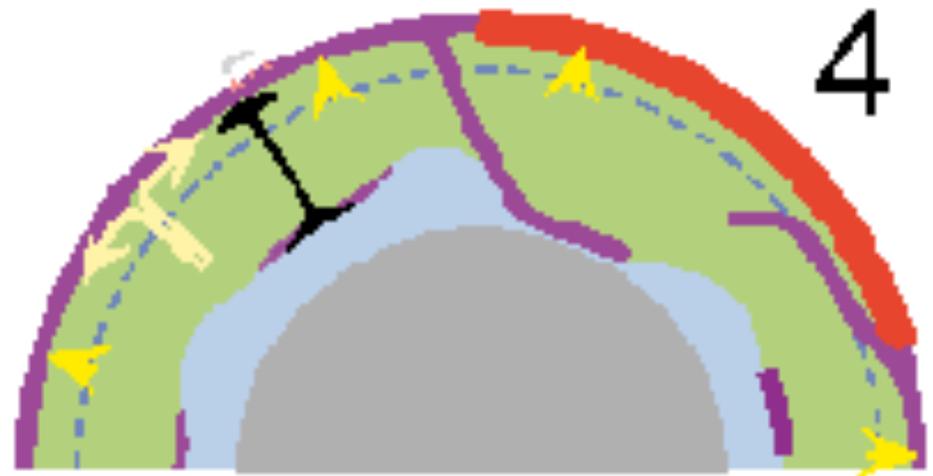
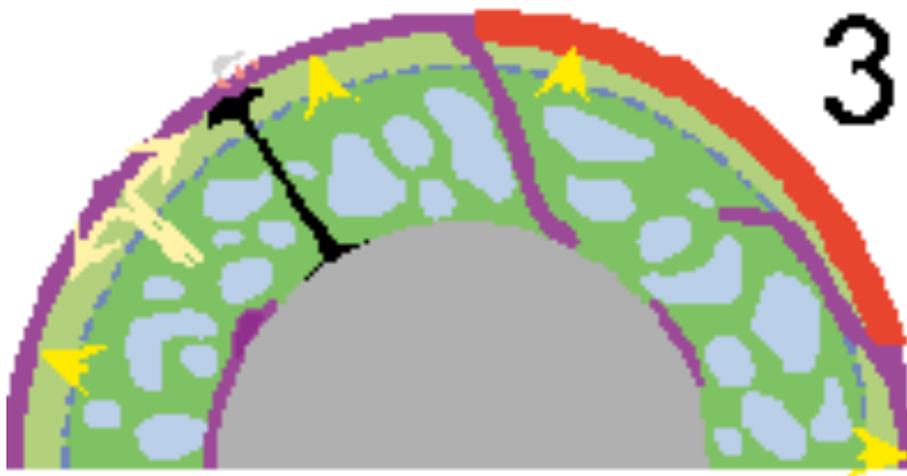
Convection "à une couche"

Convection à deux couches

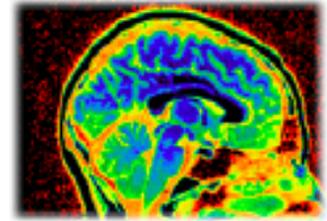
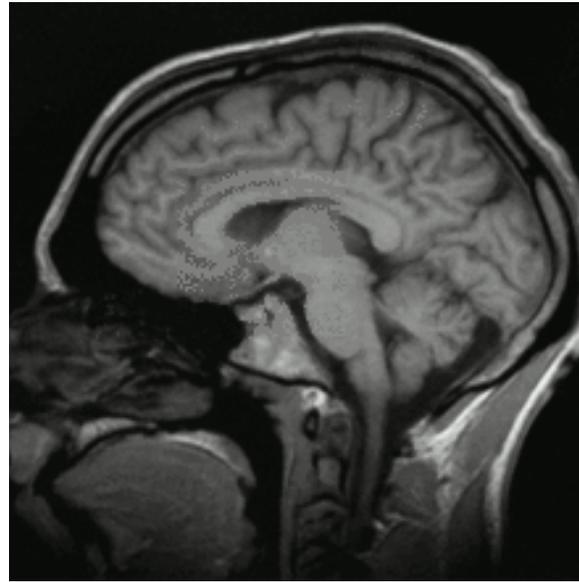


"Gâteau marbré"

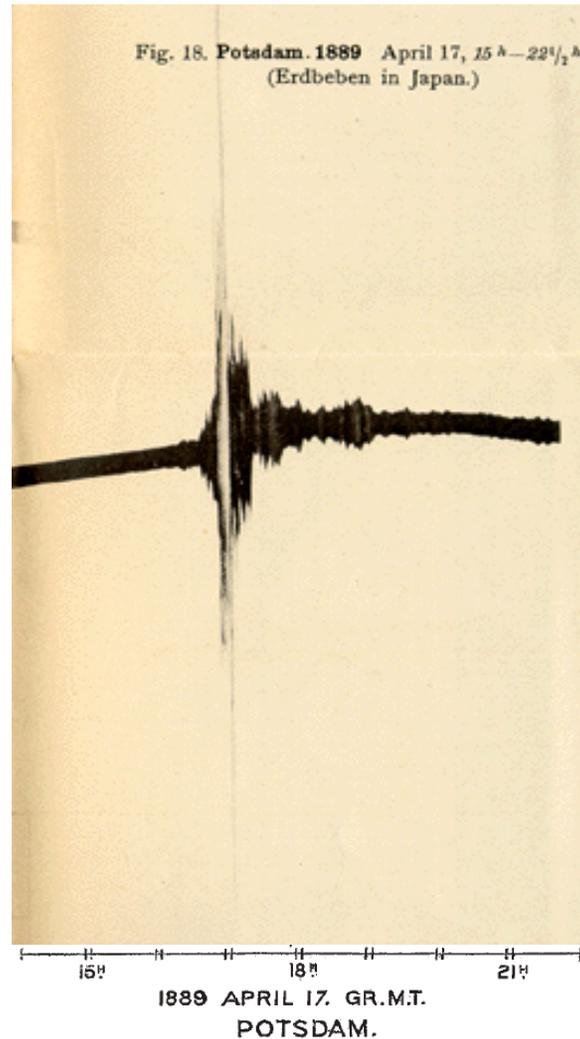
"Couche abyssale"



Imagerie Médicale

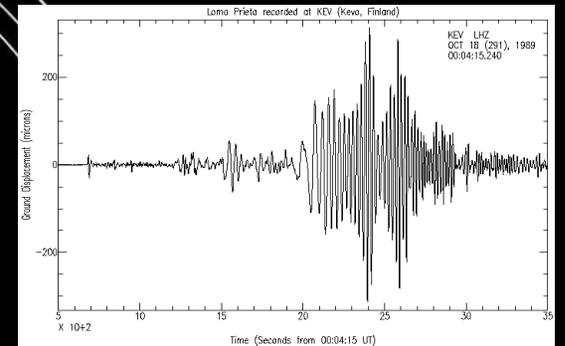
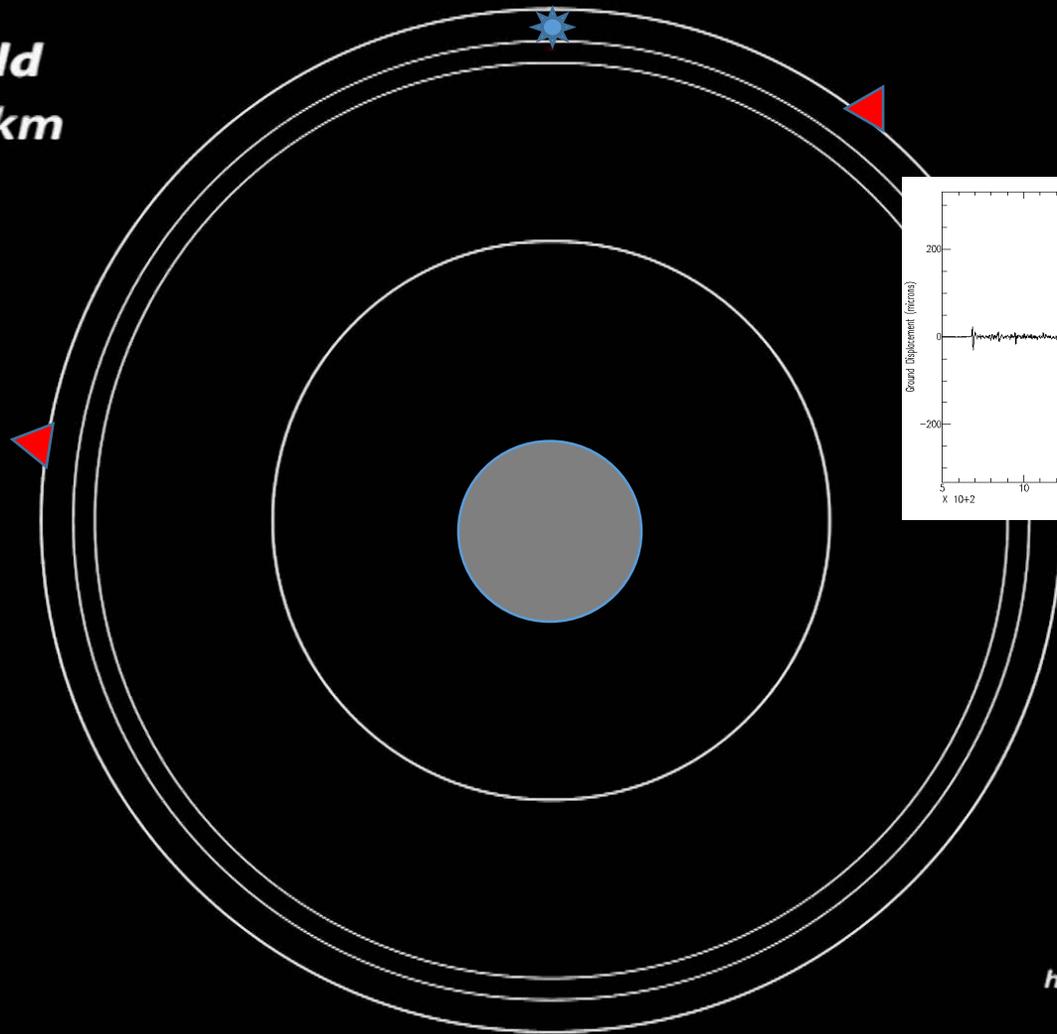


VonReubeur Paschwitz
1889



“Reading the report on this earthquake in NATURE (June 13, p. 162), I was struck by its coincidence in time with a very singular perturbation registered by two delicate horizontal pendulums at the Observatories of Potsdam and Wilhelmshaven.”
VonReubeur Paschwitz, E., Nature, 40, July 25, 1889

SH-wavefield
Depth: 500 km
T = 15 s



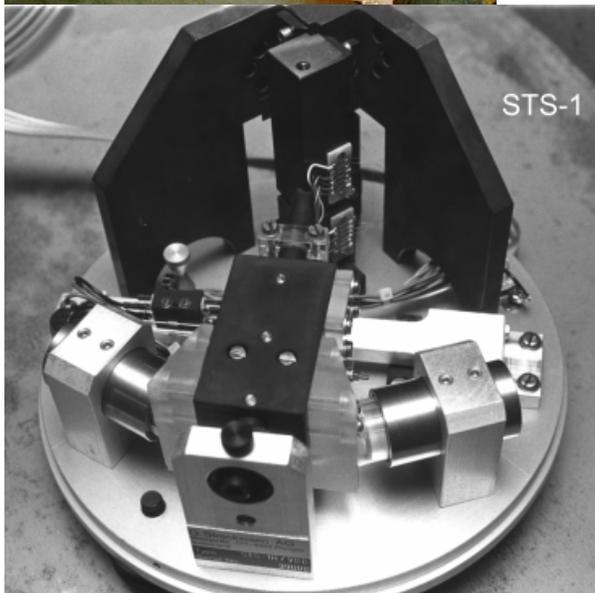
- Progrès en imagerie globale depuis 40 ans:
 - Ordinateurs
 - Instrumentation large bande
 - Enregistrement digital

Sismomètres très large bande (VBB)



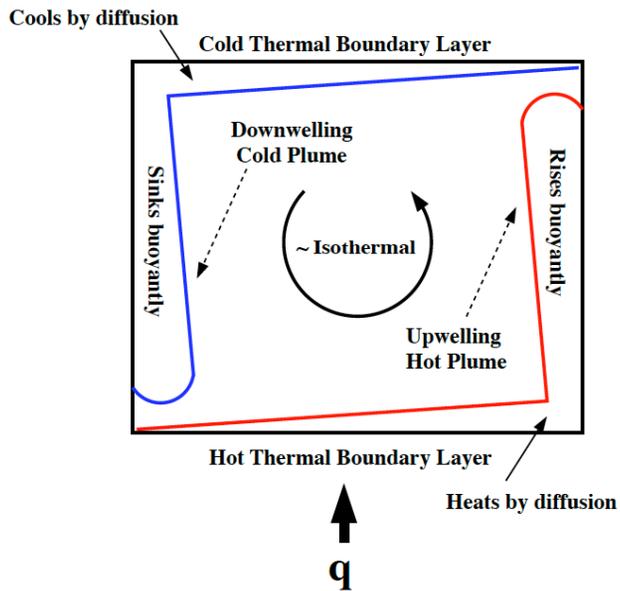
Sismomètre VBB +
accéléromètre

->des plus petites aux
Plus grandes vibrations

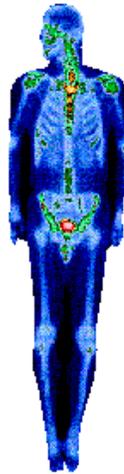


BDM

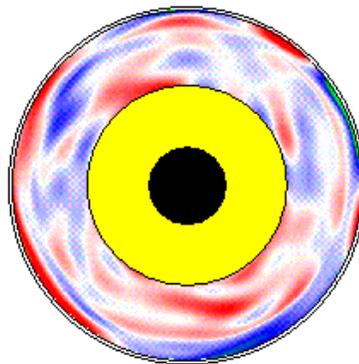
Enregistreur + horloge,
alimentation électrique,
télémetrie etc



Imagerie Médicale



Vitesses de propagation
plus lentes
(milieu chaud)



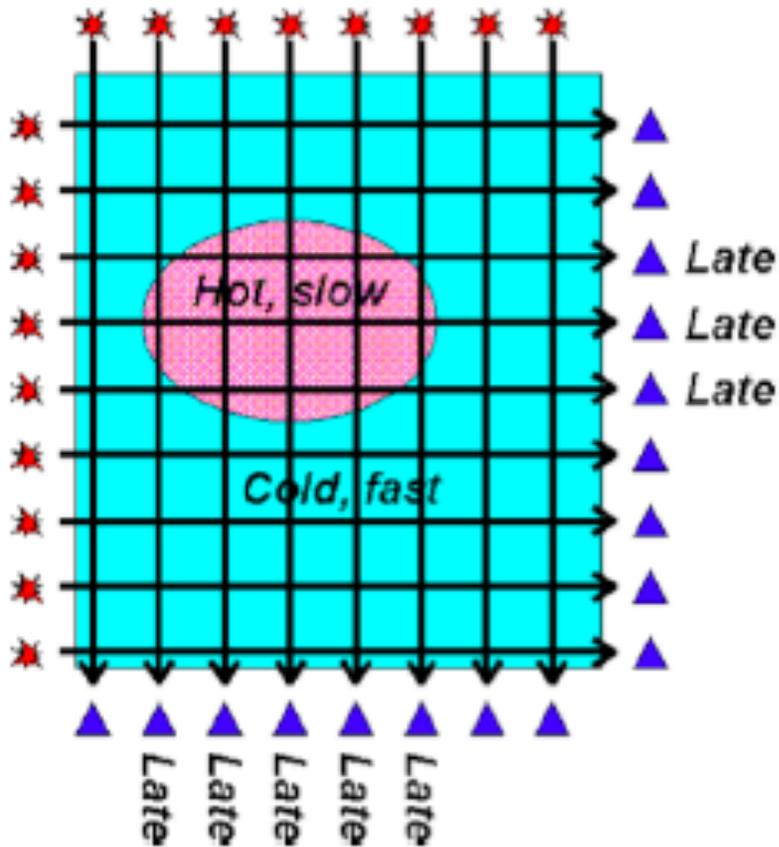
Vitesses de propagation
plus rapides
(milieu froid)



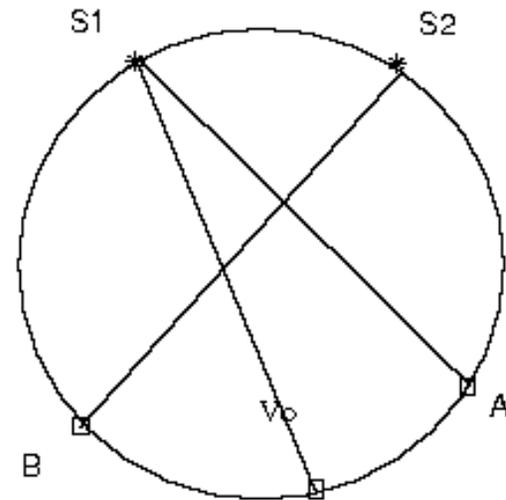
Tomographie sismique

On mesure les temps de propagation et les amplitudes des ondes sismiques pour en déduire les propriétés élastiques des matériaux traversés et leur distribution spatiale (en 3D)

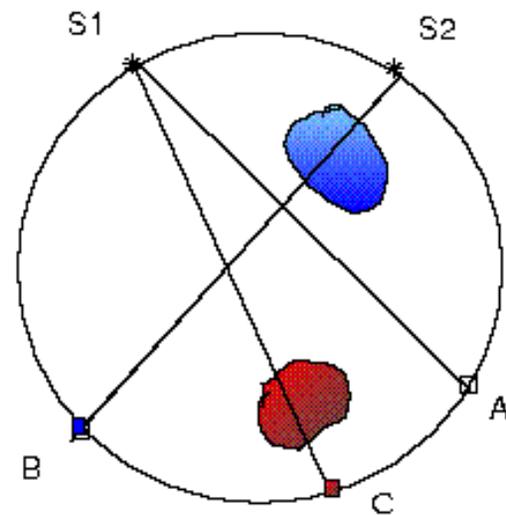
Principe de la tomographie sismique classique
(temps de parcours des ondes sismiques)



Milieu homogène



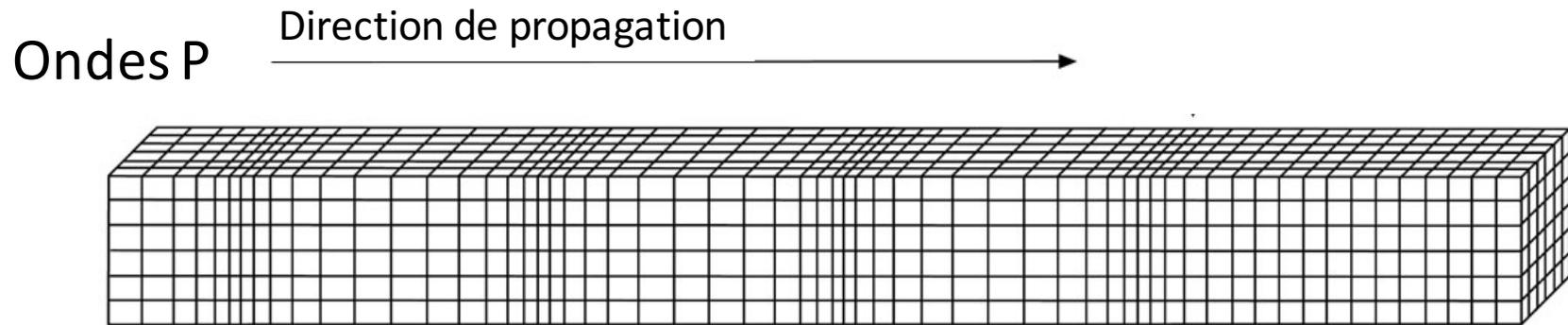
Milieu avec anomalies de structure



Propriétés des ondes sismiques

- **Milieu élastique:**
 - Relation linéaire entre les contraintes et les déformations
- Deux types d'ondes se propagent dans un milieu élastique:
 - P: ondes de compression
 - S: ondes de cisaillement

Polarisation des ondes P et S



Mouvement des particules est parallèle à la direction de propagation

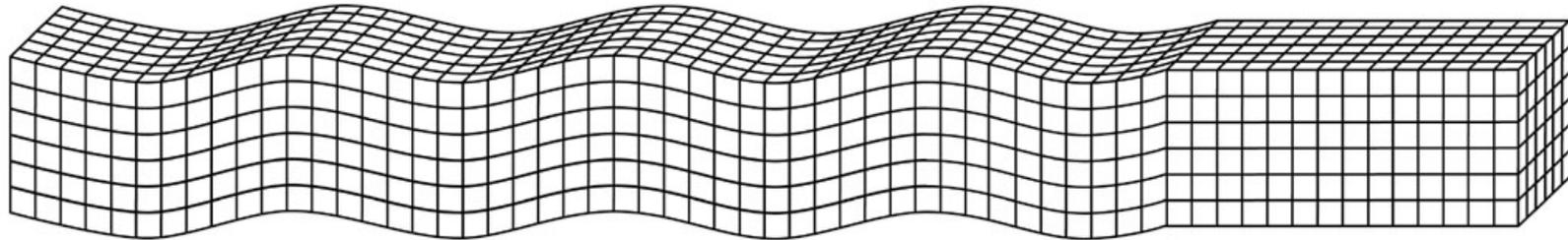
Ondes de compression:
Chgt de volume – compression
et raréfaction
Pas de rotation
~ ondes sonores dans l'air

Polarisation des ondes P et S

Ondes S

Mouvement des particules est perpendiculaire
à la direction de propagation

Ondes de cisaillement:
Pas de changement de volume
Cisaillement et rotation



Direction de propagation

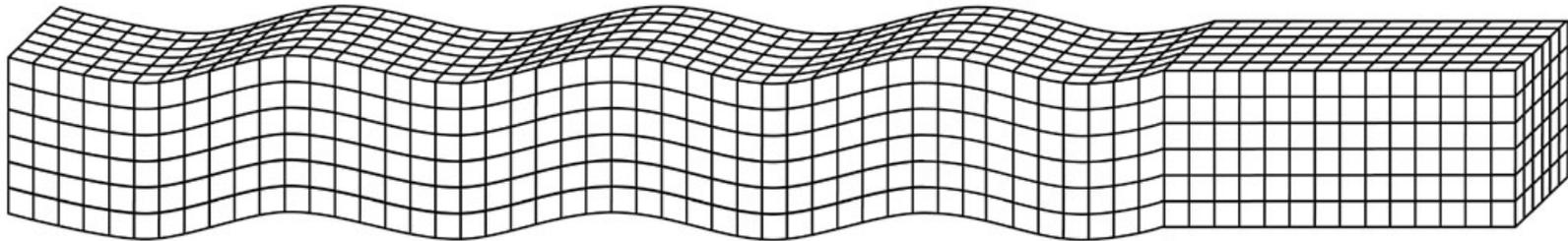


Polarisation des ondes P et S

Ondes S

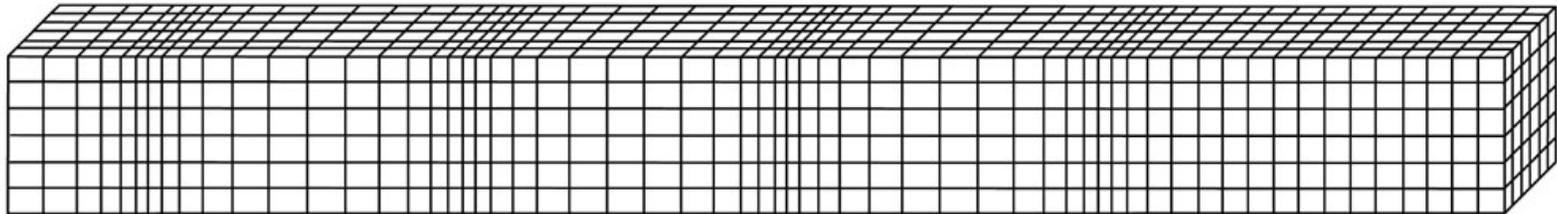
Mouvement des particules est perpendiculaire à la direction de propagation

Ondes de cisaillement:
Pas de changement de volume
Cisaillement et rotation



Ondes P

Direction de propagation



Mouvement des particules est parallèle à la direction de propagation

Ondes de compression:
Chgt de volume – compression
et raréfaction
Pas de rotation
~ ondes sonores dans l'air

Les ondes P et S ont des vitesses de propagation différentes

-Module d'incompressibilité:

$$\kappa = - \frac{P}{dV/V}$$

Quand la pression augmente, le volume diminue

$$\kappa = - \frac{\textit{pression (contrainte)}}{\textit{compression (déformation)}}$$

== Force par unité de volume nécessaire pour changer le volume sans changer la forme

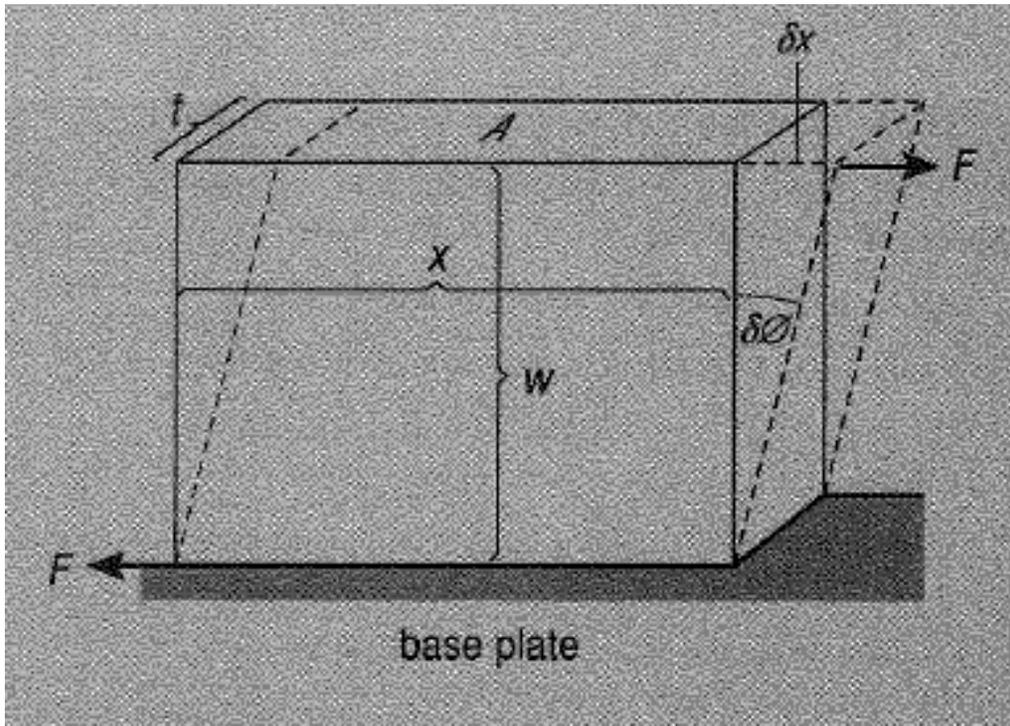
Vitesse du son:

$$V_{\phi} = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$$

ρ = densité du milieu

Module de cisaillement

- Rigidité
- Mesure la force nécessaire pour changer la forme de la roche traversée sans changer le volume



$$\mu = \frac{F / A}{d\theta} = \frac{F}{Ad\theta}$$

$\mu=0$ pour les liquides

Vitesse des ondes de Cisaillement:

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Elasticité:

Relation linéaire entre les contraintes et les déformations

$$\text{contraintes } \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \text{ Déformations}$$

“Loi de Hooke”
Déformations $< 10^{-4}$

- C_{ijkl} est le tenseur élastique
 - Réduction de 81 à 21 éléments *indépendants* (symétries)
- *Matériau isotrope*: propriétés ne dépendent pas de la direction:
 - Il n’y a que 2 éléments indépendants, λ et μ (paramètres de Lamé)

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

Milieu élastique isotrope:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \\ \mu \\ \lambda \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho \\ \mu \\ \kappa = \lambda + \frac{2}{3}\mu \end{array} \right.$$

Equation du mouvement

Accélération

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sigma_{ij,j} + f$$

contraintes

Forces volumiques

Loi de Hooke (milieu élastique isotrope)

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

Dans un espace

1D:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sigma_{xx,x} + f$$

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x}$$

D'où:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f$$

Milieu élastique isotrope

Décrit par 3 paramètres du milieu:

$$(\rho, \lambda, \mu)$$

$$(\rho, \kappa, \mu)$$

= “paramètres élastiques”

Densité: ρ

Module de cisaillement: μ

Module d'incompressibilité: κ

ou: (ρ, α, β)

Vitesse des ondes P:

$$V_P = \alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

Vitesse des ondes S:

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$$\beta < \alpha$$

Milieu élastique anisotrope

- ◆ Cas général:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

21 éléments indépendants du tenseur élastique C_{ijkl}

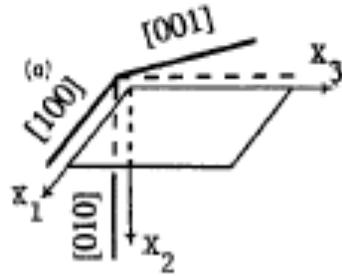
- ◆ Nous ne pouvons pas les résoudre tous – nous devons faire des hypothèses “informées” sur le type d’anisotropie dominant dans différentes parties de l’intérieur de la terre”

-> ceci permet de réduire le nombre de paramètres indépendants grâce aux symétries

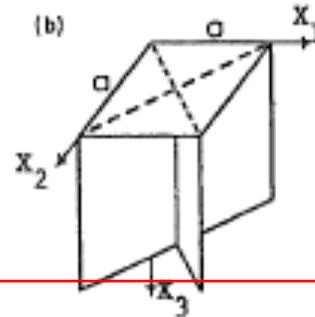
-> chaque type d’anisotropie est décrit par une combinaison spécifique des paramètres élastiques

Exemples de symétries dans les cristaux

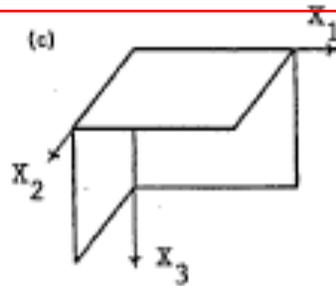
Monoclinic (13)



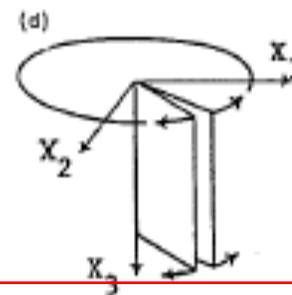
Tetragonal (6)



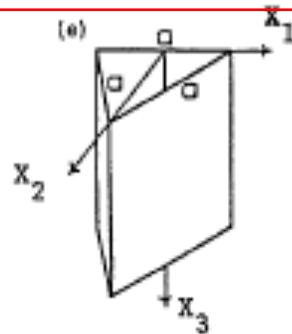
Orthorombic (9)
-> olivine



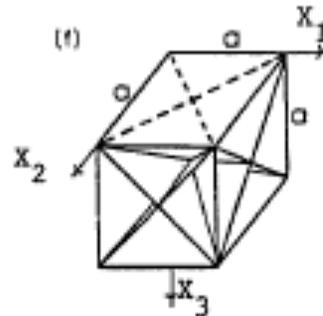
Hexagonal (5)
ice



Trigonal (7)

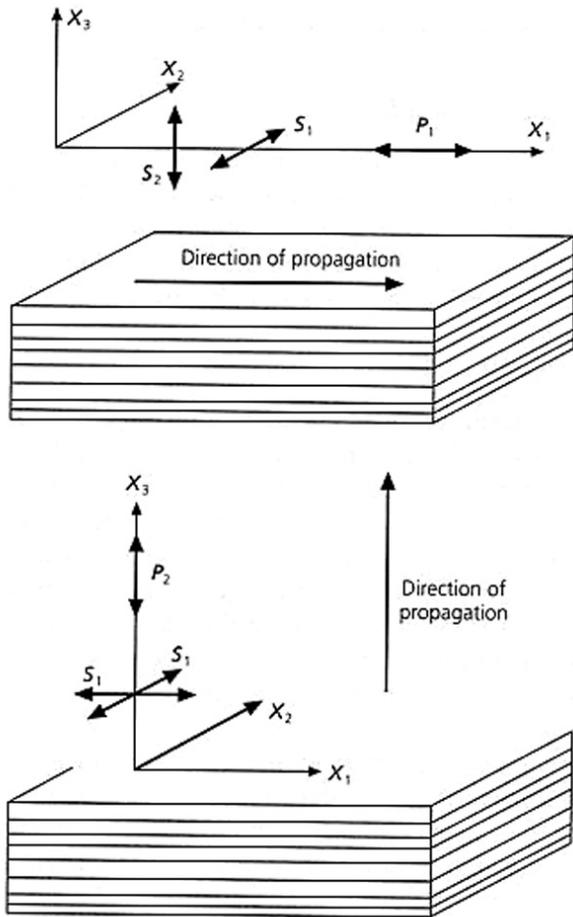


Cubic (3)
garnet



After Babuska and Cara (1991)

Anisotropie due à la structure en couches (SPO) –symétrie hexagonale à axe vertical

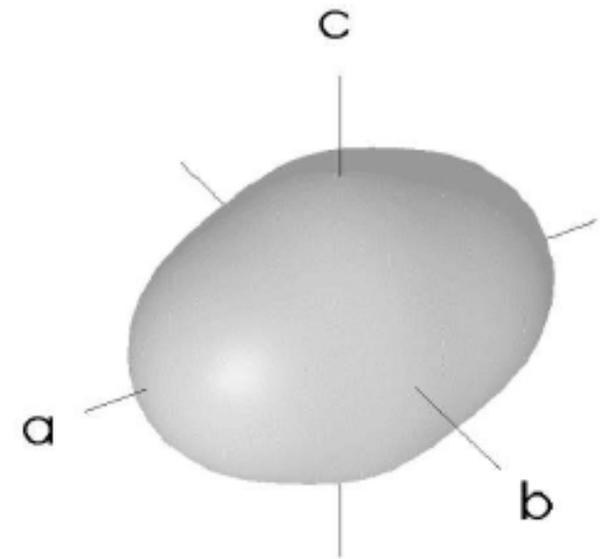


- SPO= “Shape preferred Anisotropy”

Le tenseur élastique comprend 5 éléments indépendants A,C,F,L,N (Love, 1911)



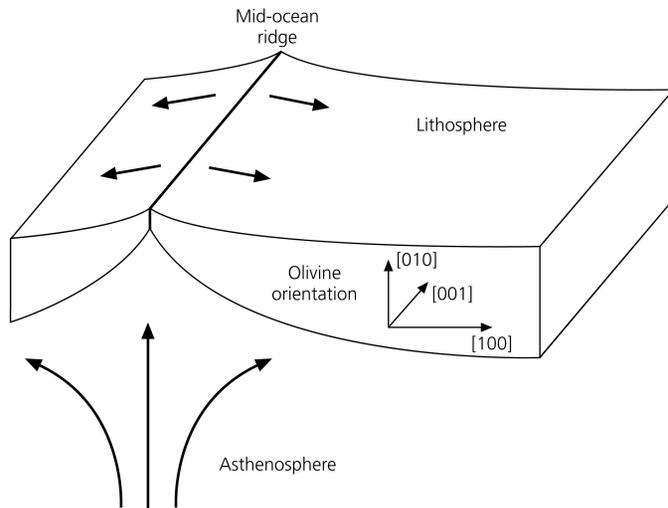
Cristal d'olivine



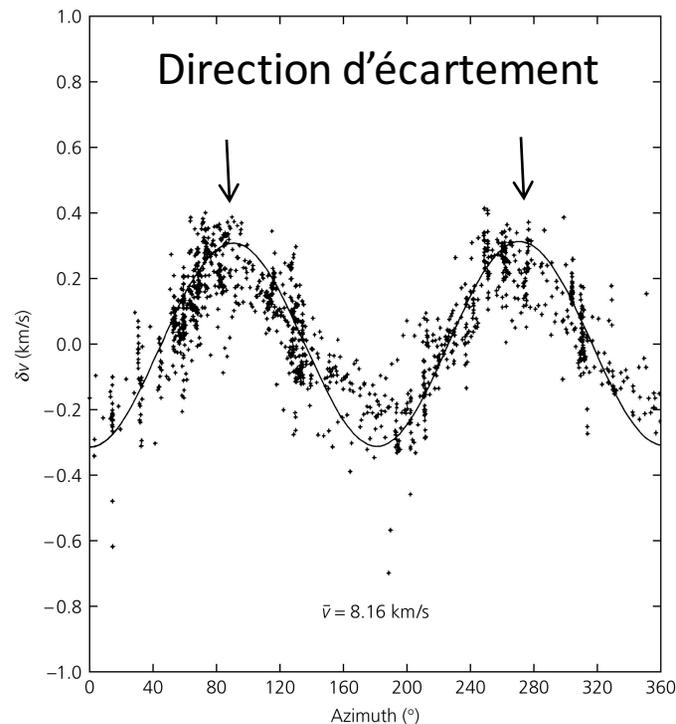
Young's Modulus

Symétrie orthorombique (9)
Approximée souvent en
pratique par une symétrie
hexagonale (5)

Anisotropie dans le manteau supérieur



La variation azimuthale des vitesses sismiques est en accord avec l'hypothèse d'orientation préférentielle dans la lithosphère Pacifique due aux mouvements des plaques



Direction rapide de l'olivine : [100]
Alignée avec la direction d'écartement des plaques

Vitesses des ondes P_n à Hawaii,
Azimuth zero est à 90° de la direction d'écartement

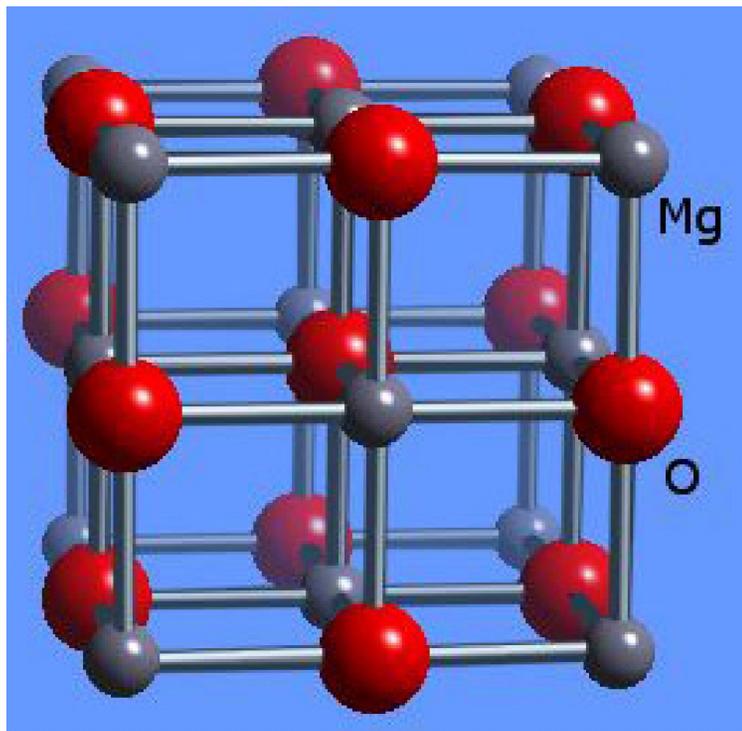
P_n est une onde P qui se propage juste en dessous du Moho (base de la croûte)

Hess, 1964

Anisotropie à la base du manteau: présence de post-perovskite

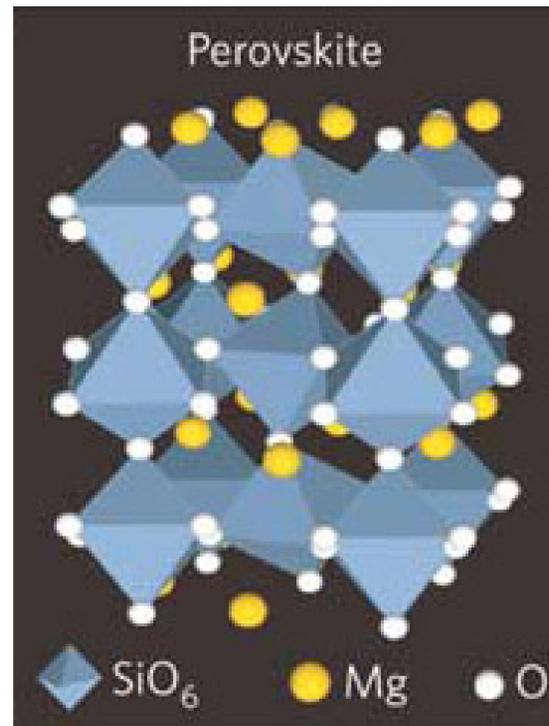
Periclase: structure cubique (cf NaCl)

Bridgmanite and post-perovskite: structure orthorombique



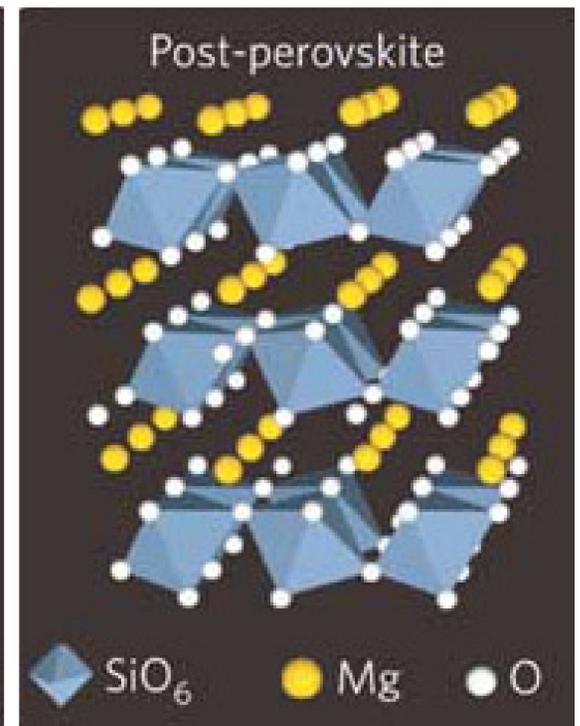
(a)

MgO



(b)

MgSiO₃ perovskite

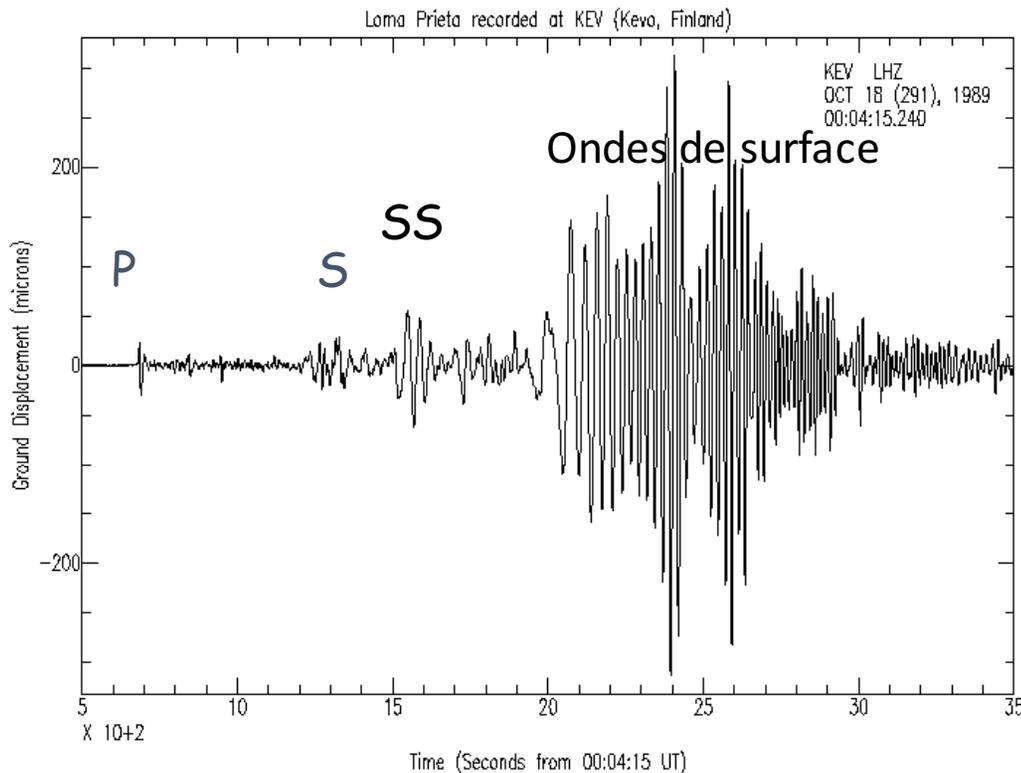
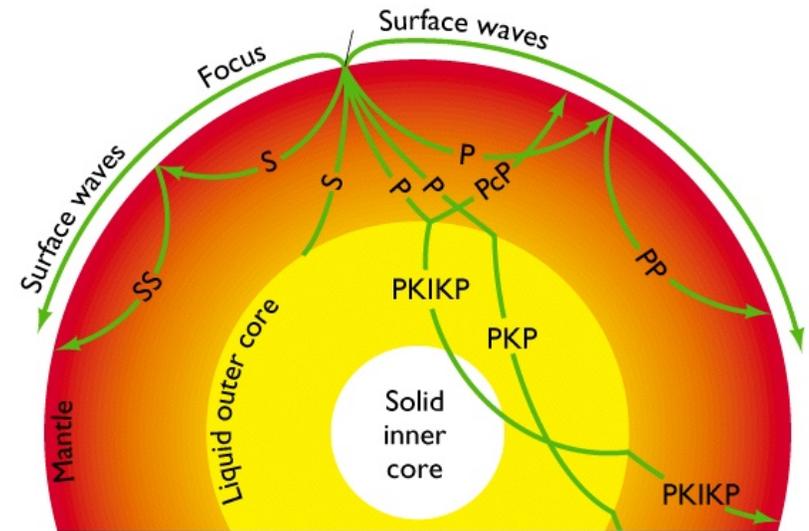


(c)

MgSiO₃ post-perovskite

Ondes de volume

- Propagation dans le volume de la terre
- Décrites par des rais dont le chemin dépend des propriétés élastiques de l'intérieur de la Terre
 - > *Loi de Descartes*
- Deux types: ondes P et ondes S
 - $V_p > V_s$
 - Ondes S ne se propagent pas dans les liquides
 - Polarisation différentes

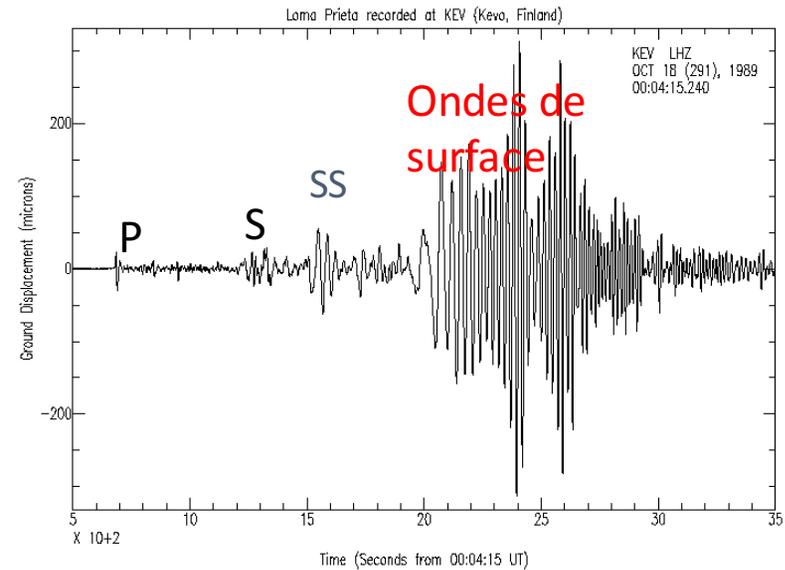


Ondes de surface

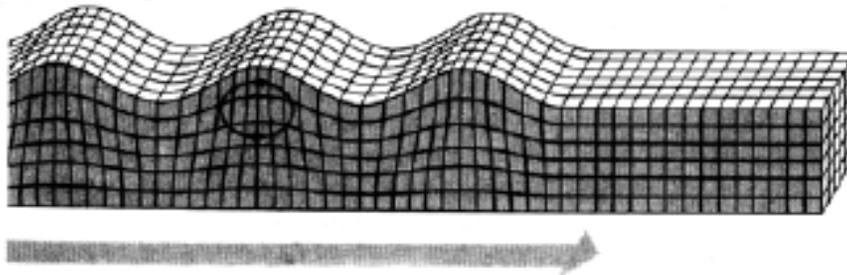
- Propagation le long de la surface de la terre – l'énergie diminue en profondeur
- Arrivent après les ondes de volume
- Contiennent l'essentiel de l'énergie longue période engendrée par un séisme
- Grandes amplitudes dominent les sismogrammes
- Ondes de Love / ondes de Rayleigh
- Ondes dispersives: vitesse varie avec la fréquences

Ondes de surface

- Deux types
 - Ondes de Rayleigh (R)
 - Ondes de Love (G)

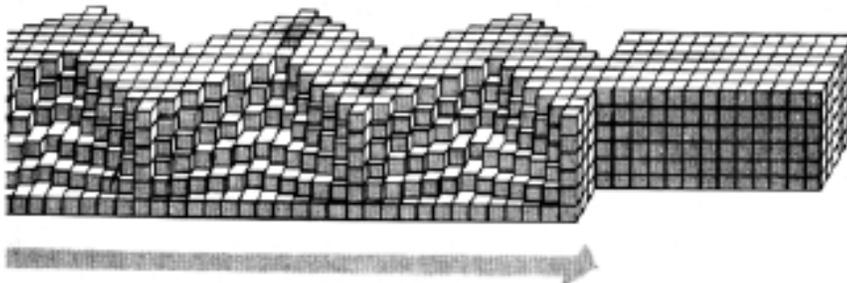


(a) Rayleigh wave



Mouvement elliptique
rértograde dans le plan
vertical contenant la
direction de propagation

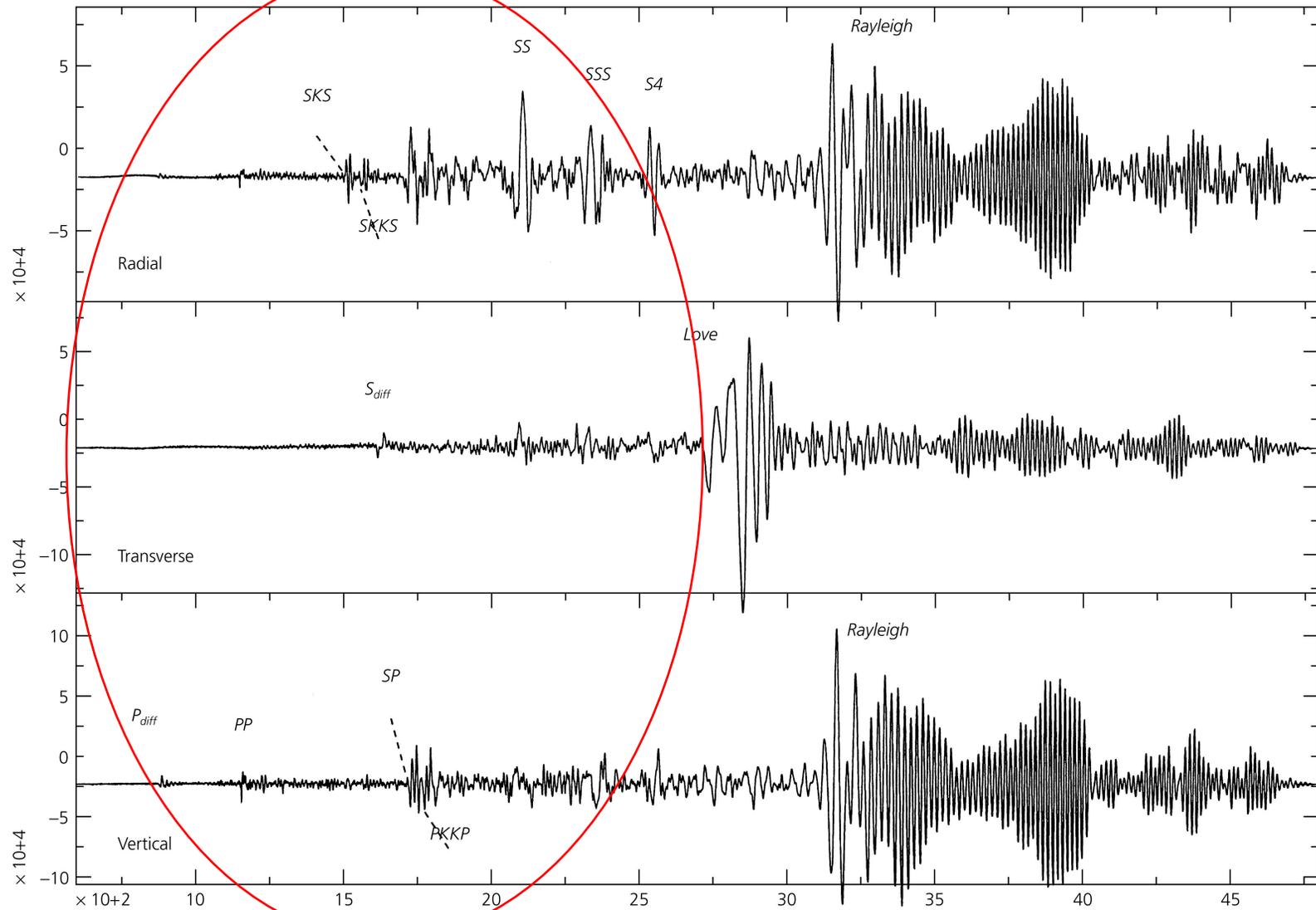
(b) Love wave



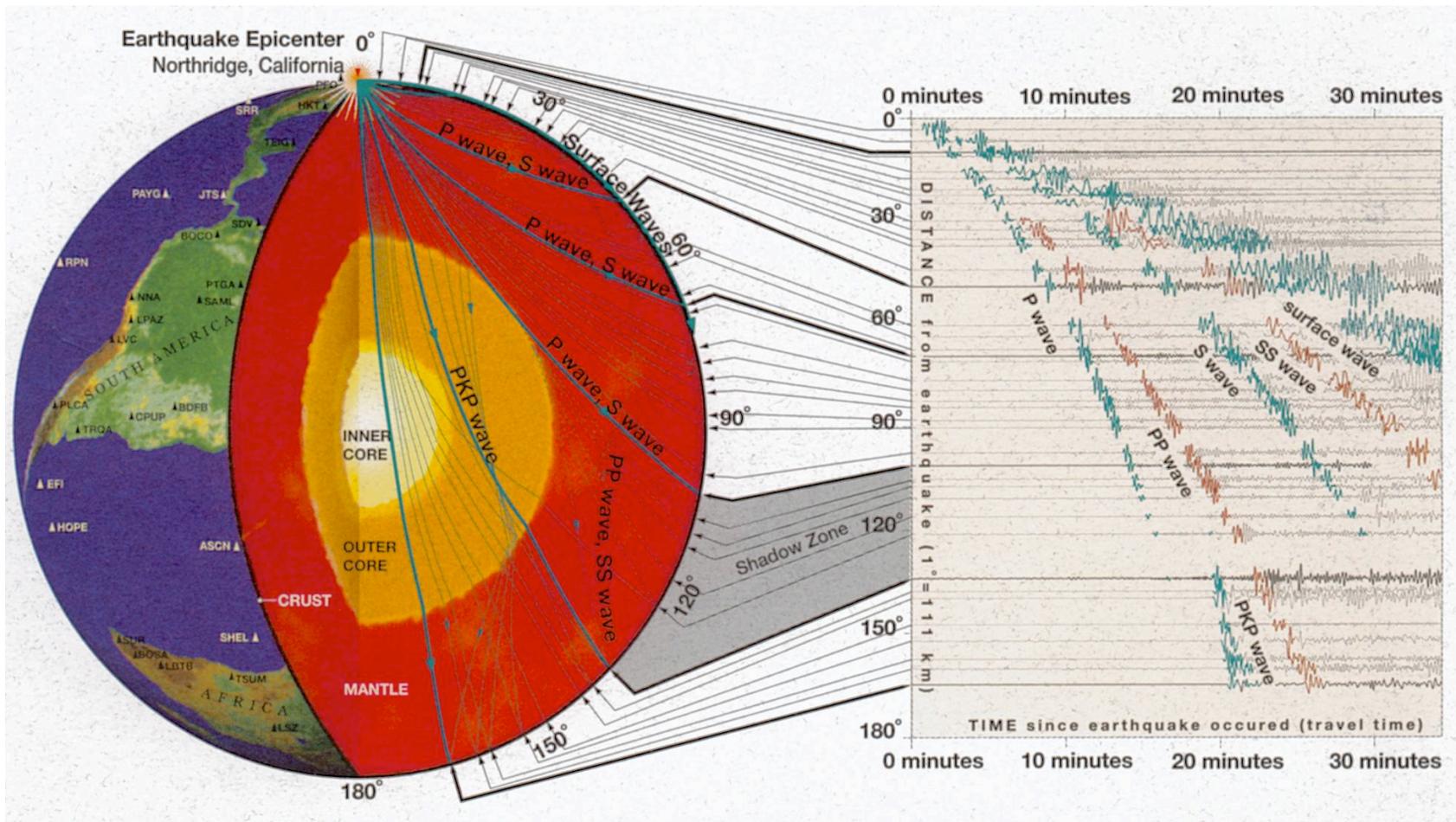
Mouvement linéaire
horizontal perpendiculaire
à la direction de
propagation

On les observe sur différentes
composantes des sismomètres

Sismogrammes enregistrés à une distance de 110° cas d'un séisme superficiel

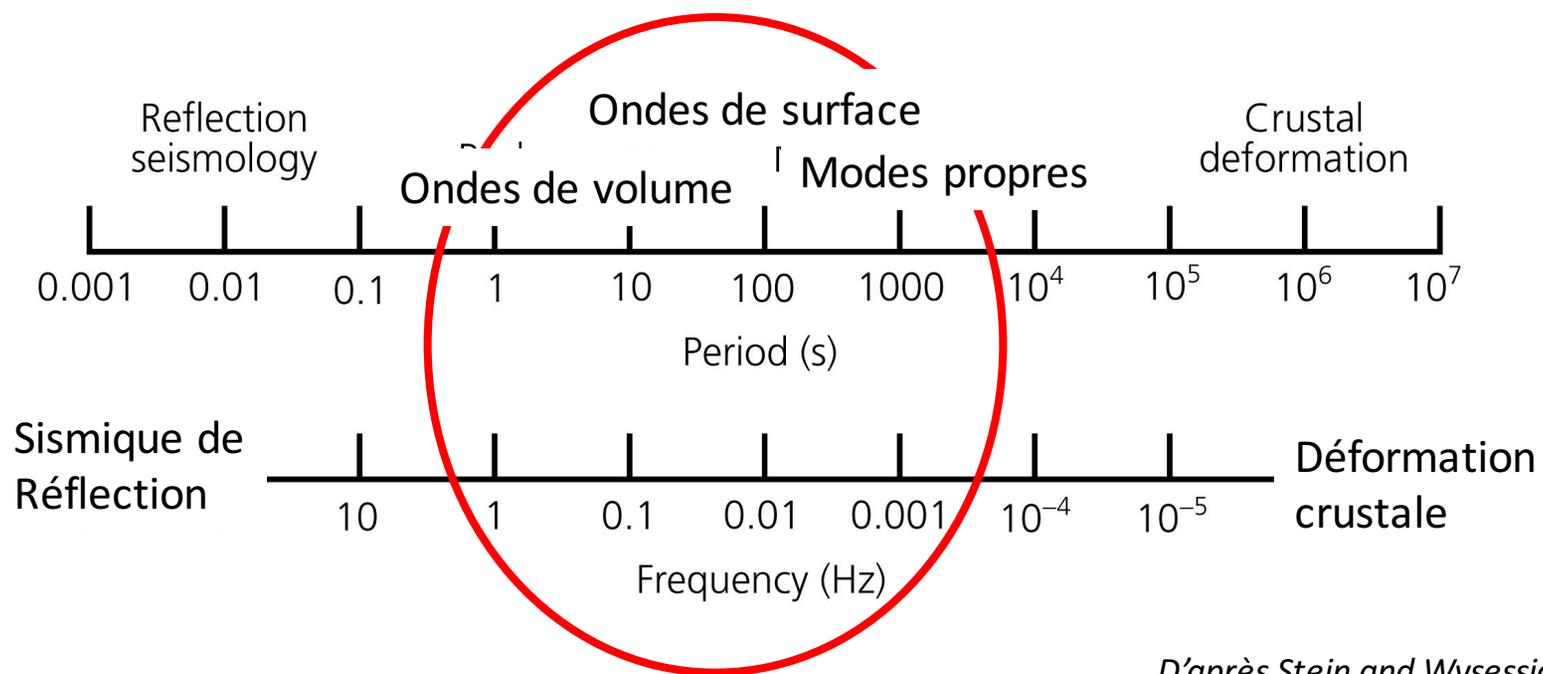


D'après Stein and Wysession, 2003

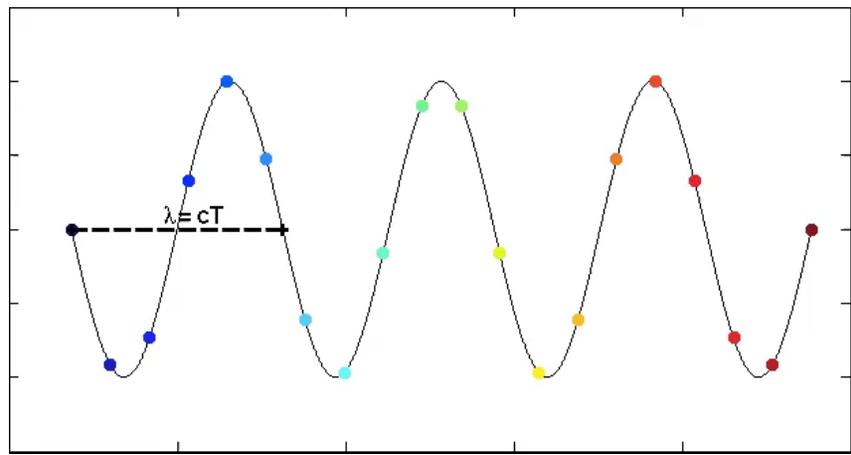


->Les ondes sismiques se propagent à des vitesses différentes suivant la nature du milieu et la température

->Elles se réfléchissent et se réfractent sur les discontinuités de structure, telle la limite noyau-manteau, la surface de la terre, les discontinuités du manteau supérieur



D'après Stein and Wysession, 2003



Onde monochromatique : $\cos 2\pi(kx - ft)$

Période = Fréquence⁻¹
 $T = 1/f$

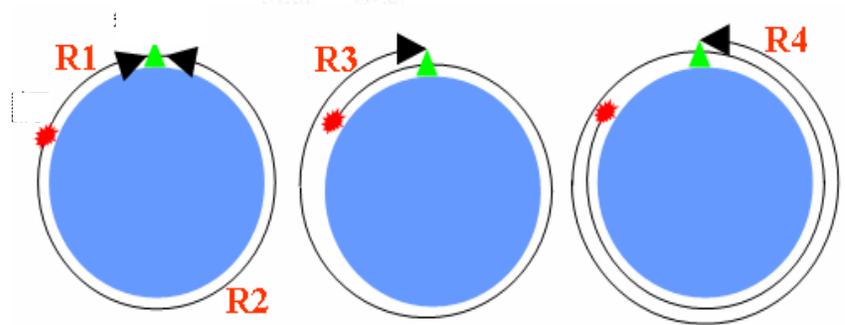
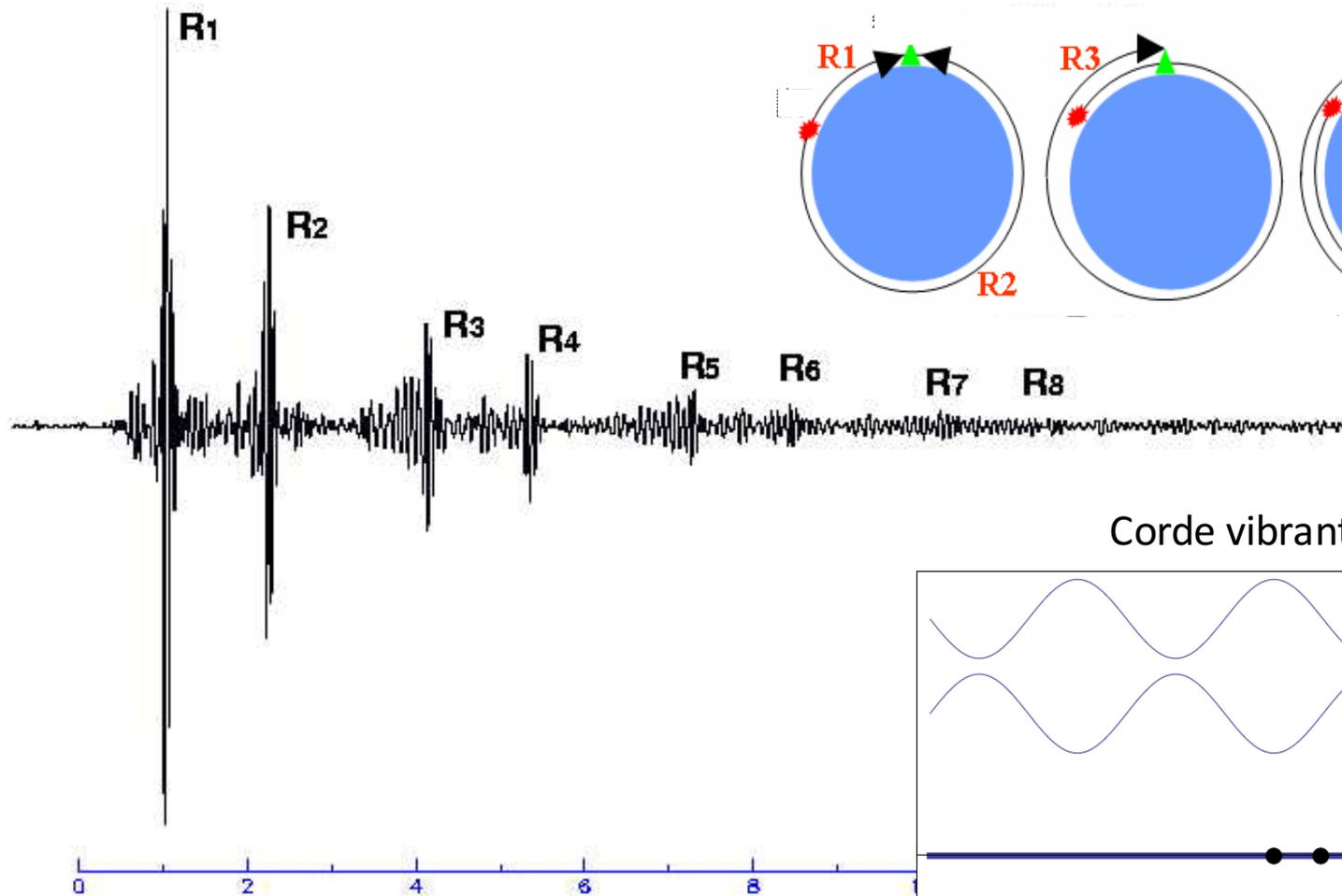
Longueur d'onde = nombre d'onde⁻¹
 $\lambda = 1/k$

vitesse (c):
 $c = \lambda f = f/k = \lambda/T$

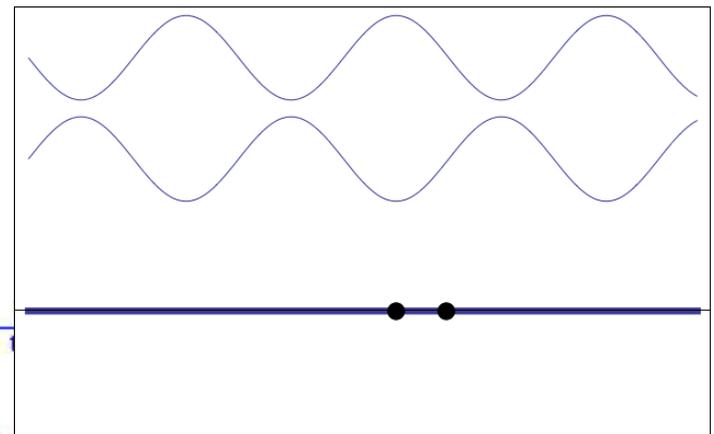
Animation: Ved Lekic

station: CMB
channel: LHZ

1996/07/11 21:46:39.7 $h=15.0\text{km}$ $\Delta=109.7^\circ$ $\phi=32.3^\circ$
Burma-China Border Region $M_w=6.8$

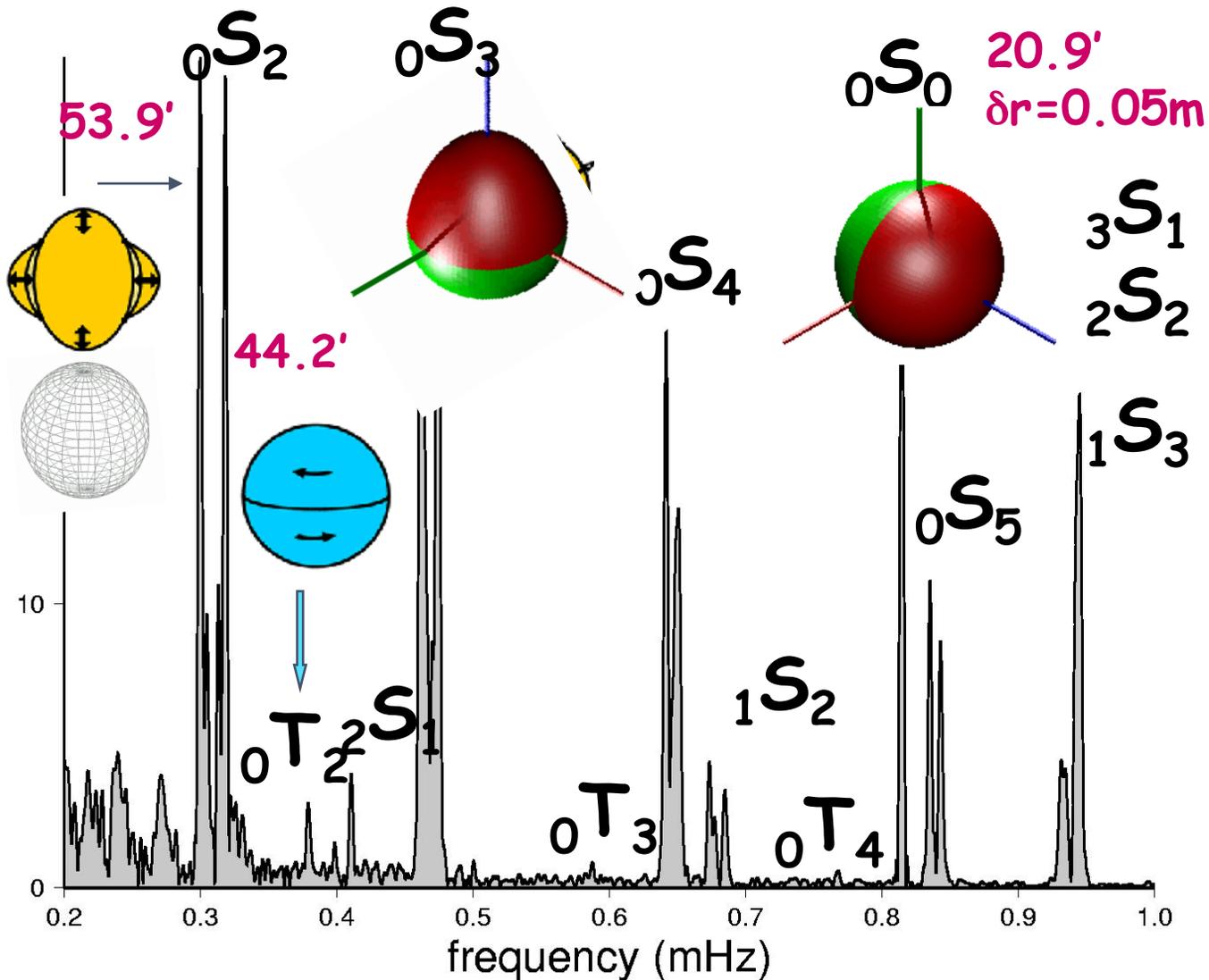


Corde vibrante



HOURS

Oscillations propres de la terre engendrées par le séisme de Sumatra du 26 Décembre 2004, M_w 9.2

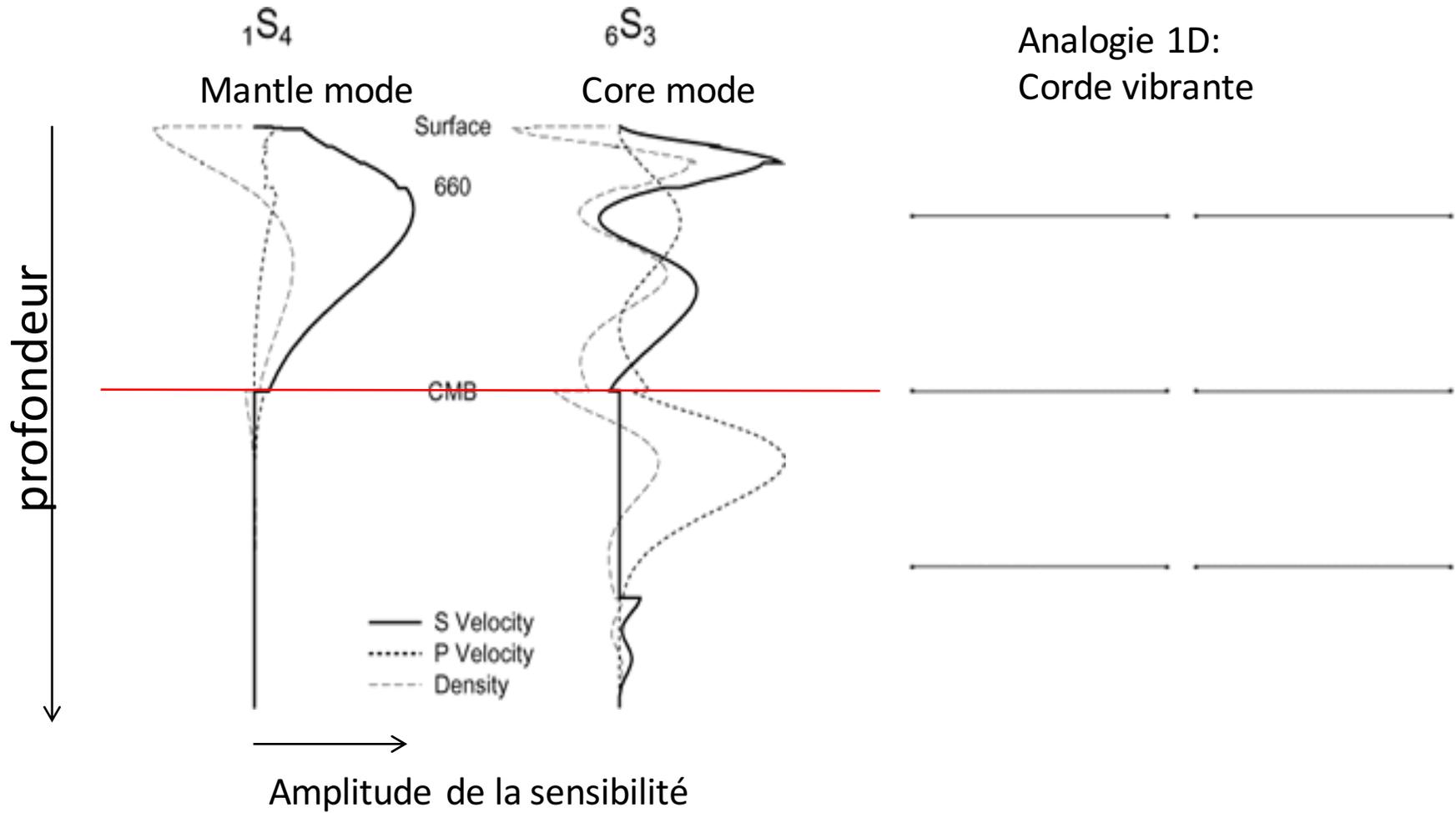


Animation ${}_0S_{0/3}$ from Lucien Saviot
<http://www.u-bourgogne.fr/REACTIVITE/manapi/saviot/deform/>

Animation ${}_0S_2$ from Hein Haak
<http://www.knmi.nl/kenniscentrum/eigentruillingen-sumatra.html>

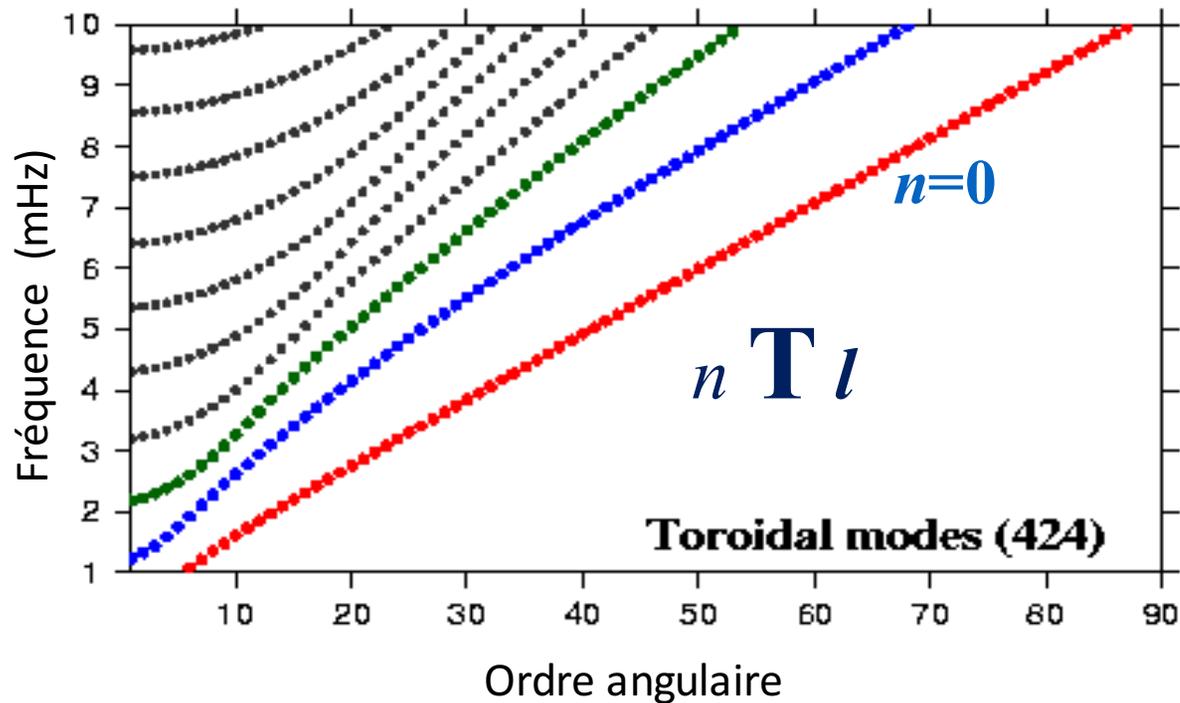
Courtesy of G. Roult

Noyaux de sensibilité en fonction de la profondeur



Modes sphéroïdaux: composantes radiale et verticale

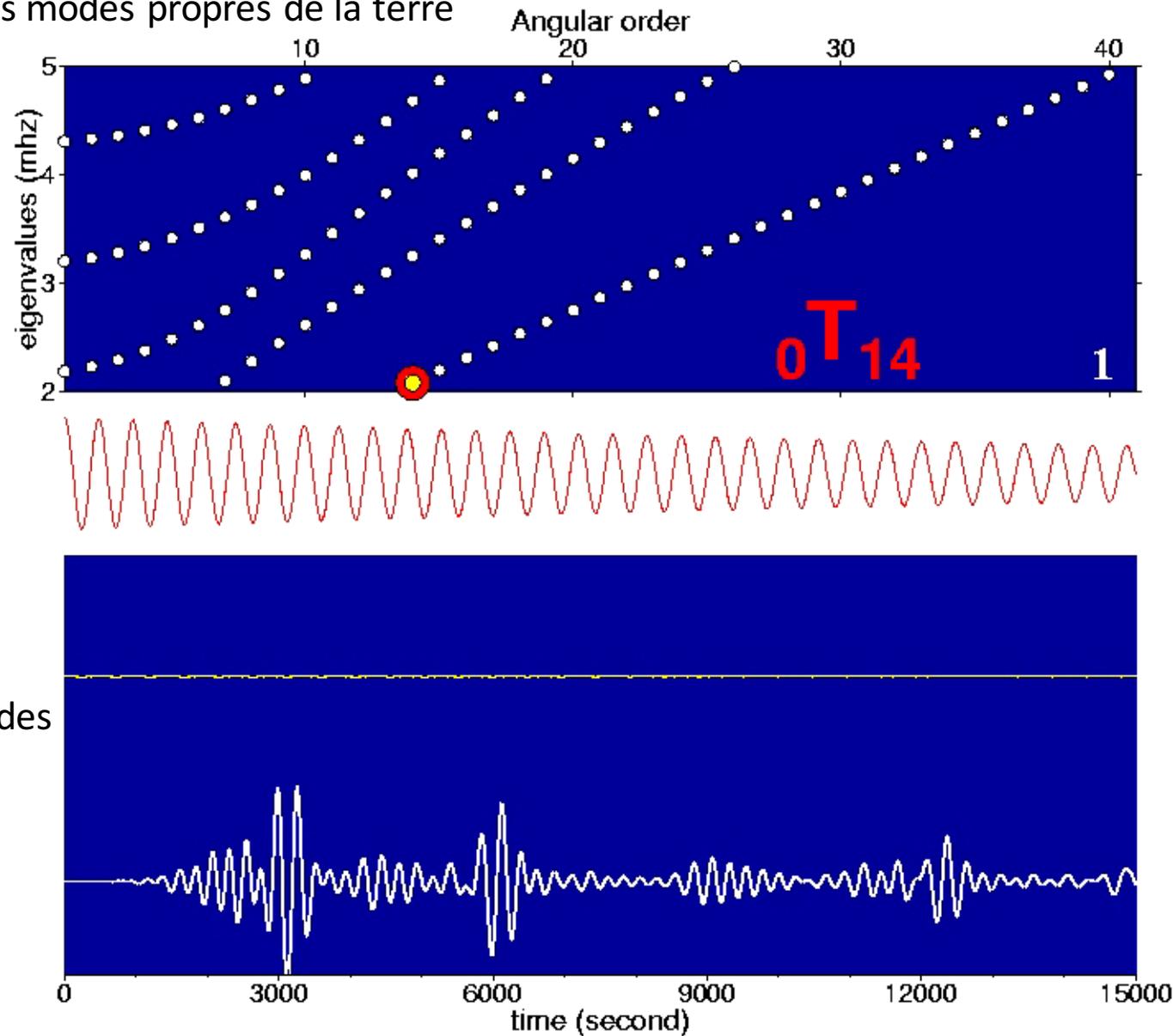
Modes toroïdaux: composante transversale



l : ordre angulaire, nombre de noeuds dans le plan horizontal

n : nombre de noeuds dans la direction verticale (harmoniques)

Un sismogramme ($u(x, t)$) peut être décrit par
sommation sur les modes propres de la terre



Somme sur les modes
successifs

Sismogramme
"longue période"
complet

Attenuation des ondes sismiques

- Dans un milieu parfaitement élastique, pas de perte d'énergie au passage d'une onde sismique.
- La terre n'est pas parfaitement élastique: une partie de l'énergie est transformée en chaleur
- Le facteur de qualité Q du milieu représente la quantité d'énergie dissipée:

$$Q^{-1} = \frac{\Delta E}{2\pi \times E}$$

E est l'énergie élastique de l'onde
 ΔE est l'énergie dissipée au cours d'un cycle

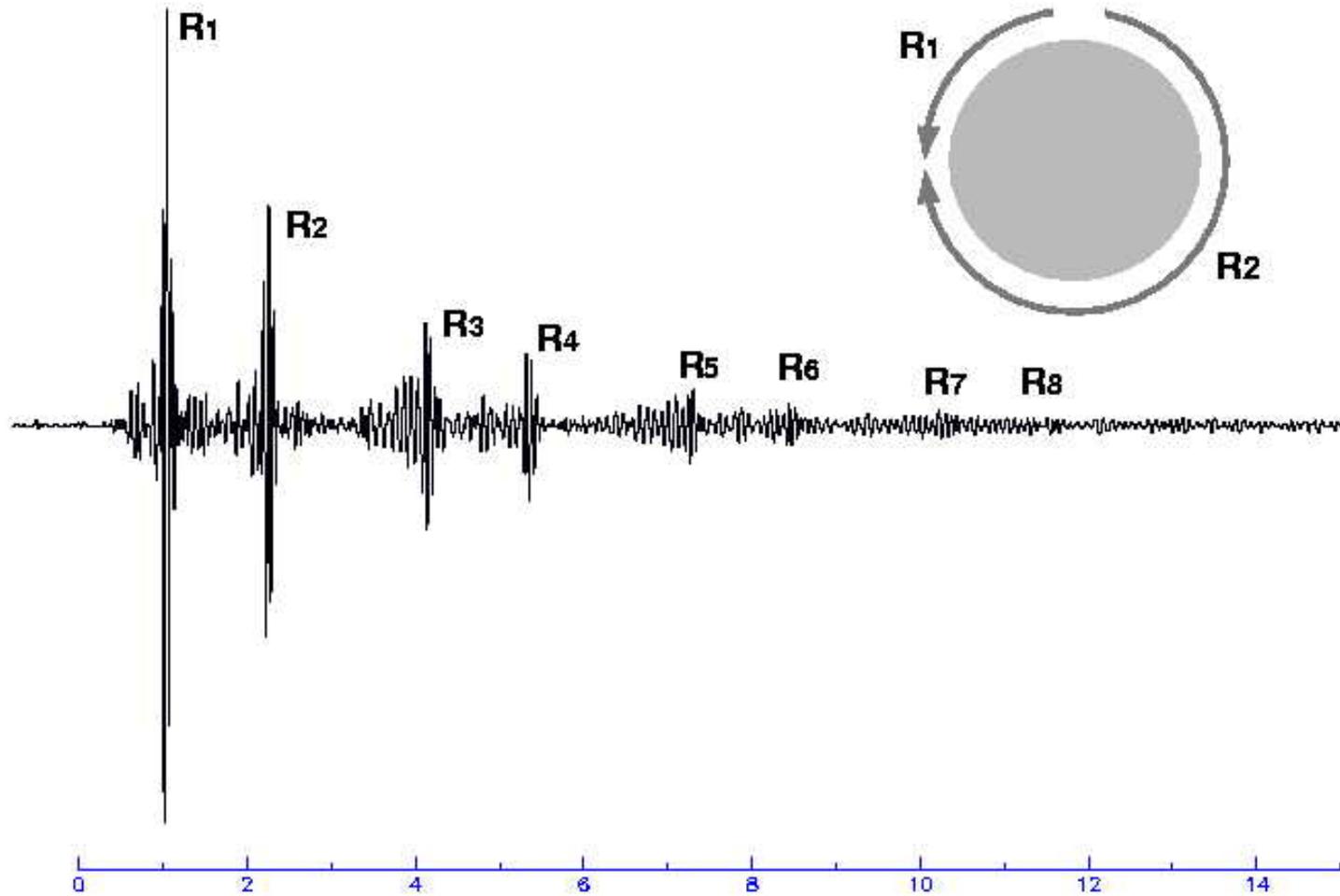
La perte d'énergie d'une onde sismique de période T en fonction du temps s'écrit:

$$E = E_0 e^{-2\pi t/TQ}$$

Amplitudes: $A = A_0 e^{-\pi t/TQ}$

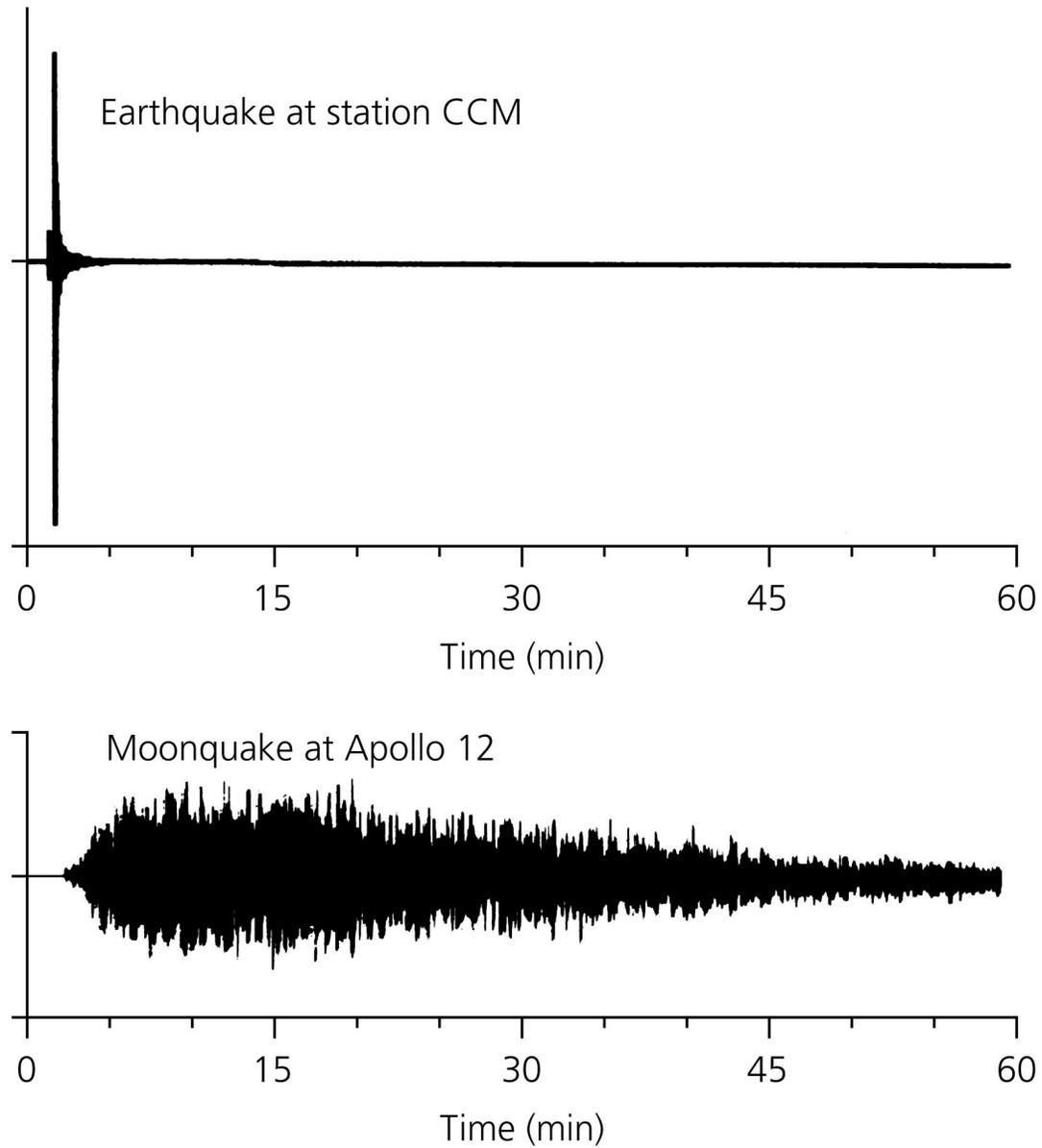
station: CMB
channel: LHZ

1996/07/11 21:46:39.7 $h=15.0\text{km}$ $\Delta=109.7^\circ$ $\phi=32.3^\circ$
Burma-China Border Region $M_w=6.8$

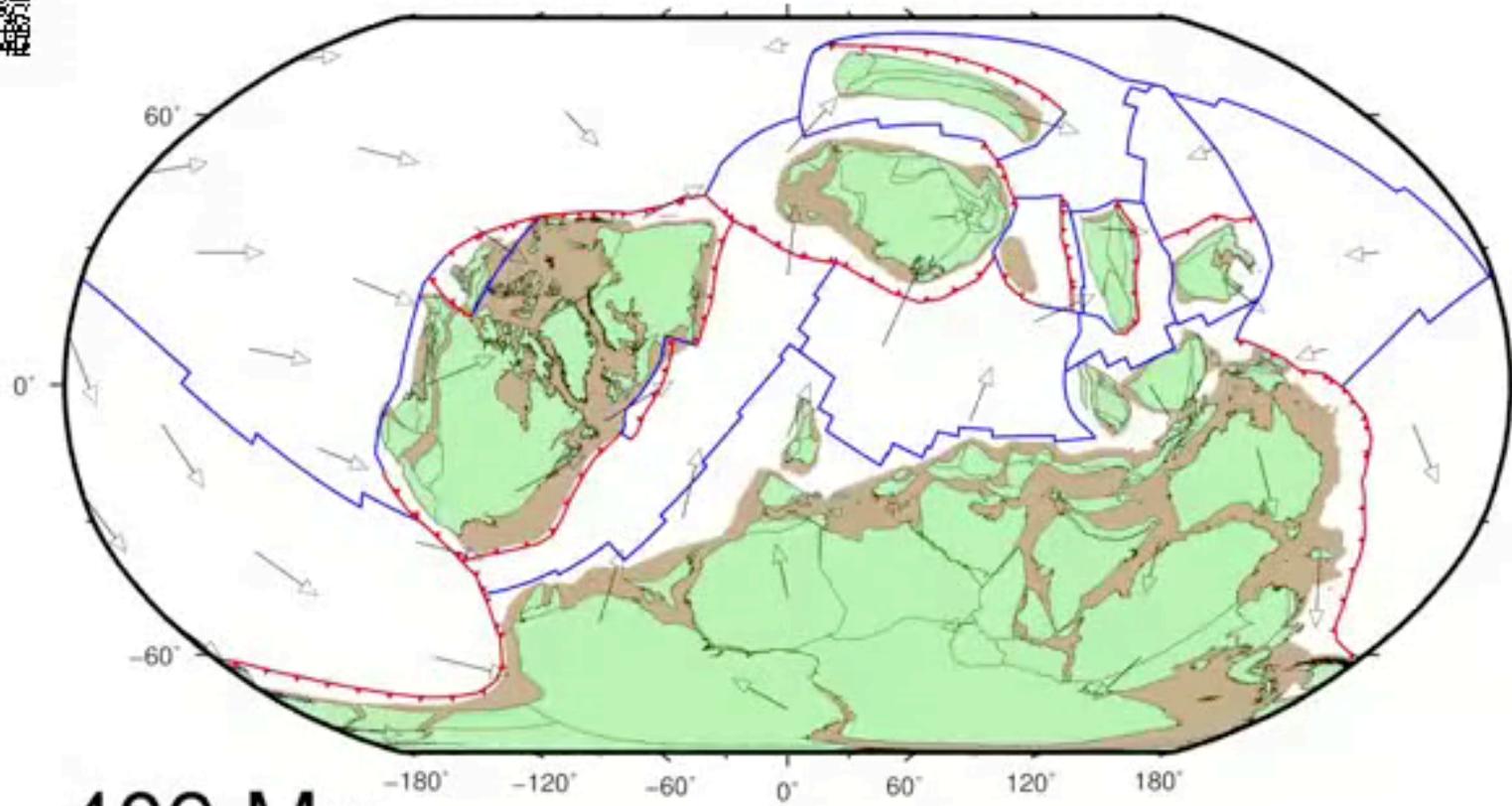


HOURS

Figure 3.7-10: Comparison of seismograms on the earth and moon.



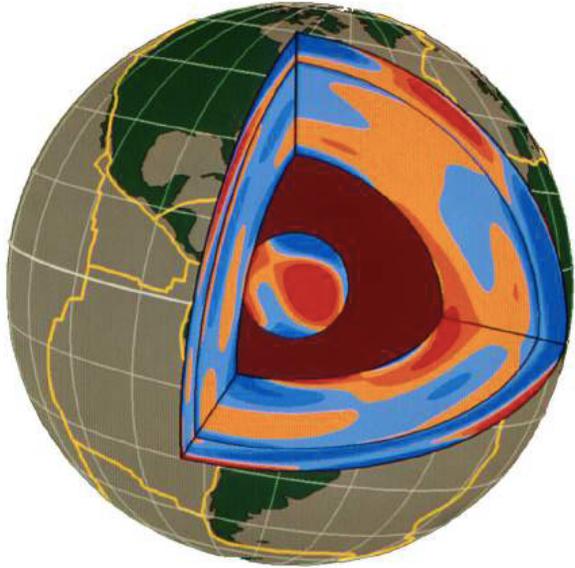
Stein and Wysession, 2003



409 Ma

Animation: Young et al. 2018 "Global kinematics of tectonic plates and subduction zones since the late Paleozoic Period"

<https://binged.it/2LxhJh6>



Imagerie Sismique de la Terre Profonde

1- Introduction - fin

Barbara Romanowicz
Chaire de Physique de l'Intérieur de la Terre
Collège de France, Paris

29 Octobre 2019

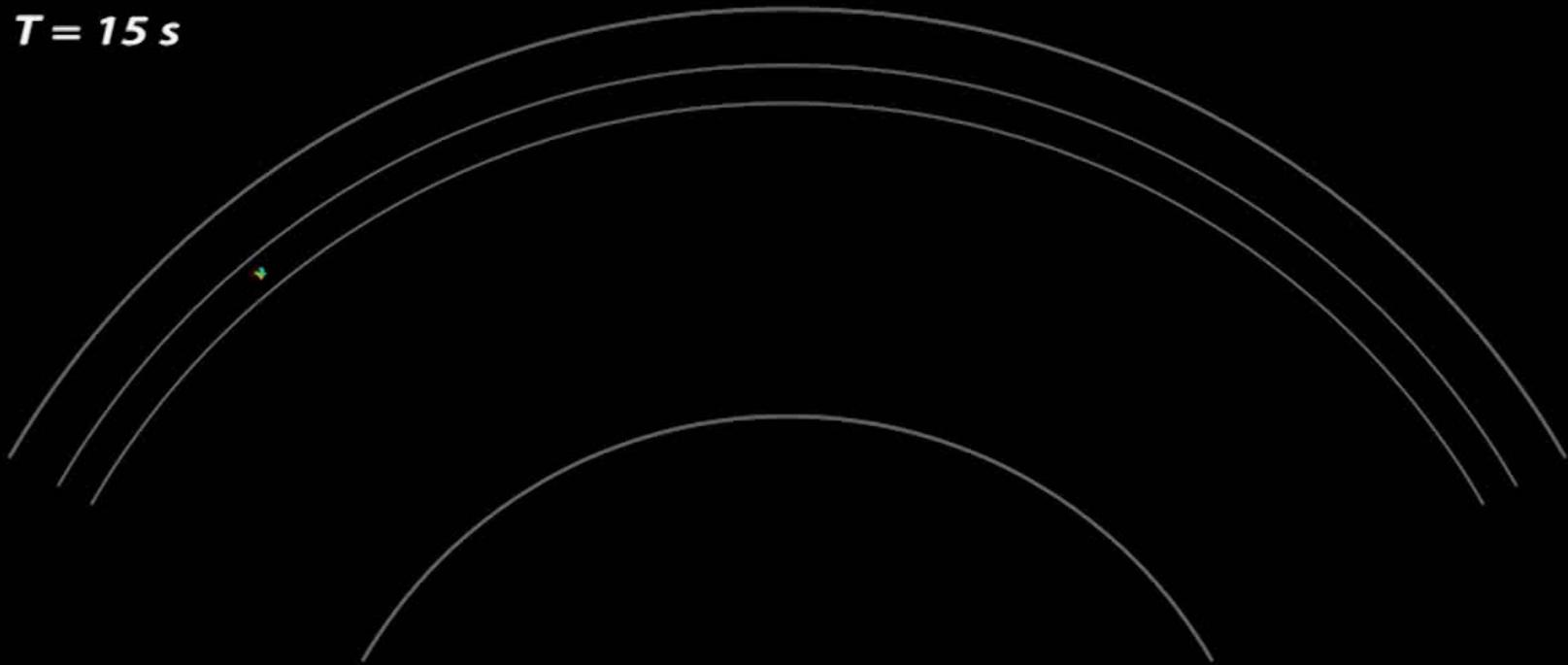
Ondes de volume et théorie des rais

Fronts d'onde et rais sismiques

Phases: S , ScS (60°)

Depth: 500 km

$T = 15$ s

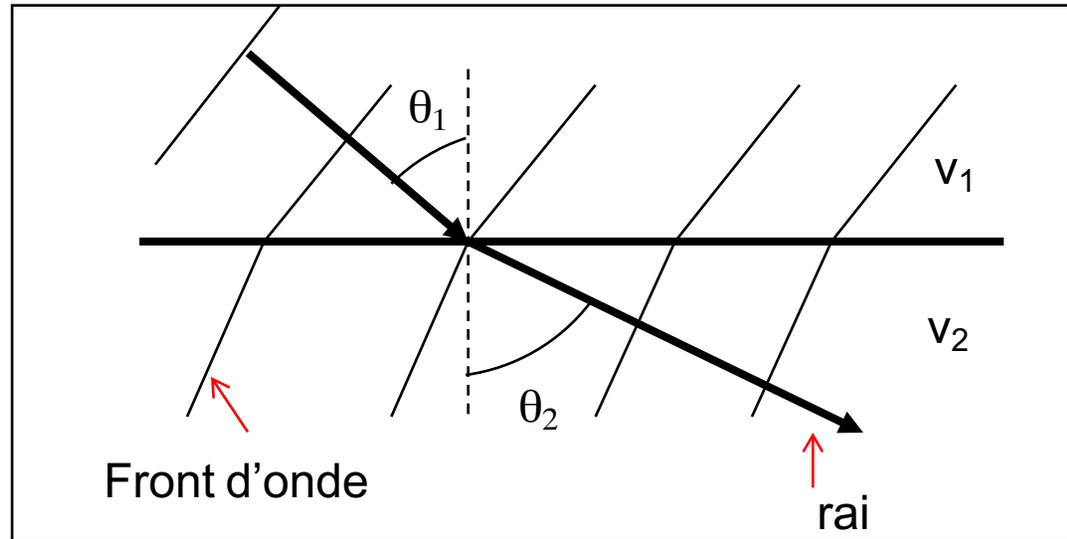


<http://web.utah.edu/thorne>

A l'interface entre 2 milieux élastiques

Loi de Descartes

En géométrie cartésienne



$$v_1 < v_2$$

L'angle du rai doit changer à l'interface pour assurer la continuité du front d'onde à travers cet interface:

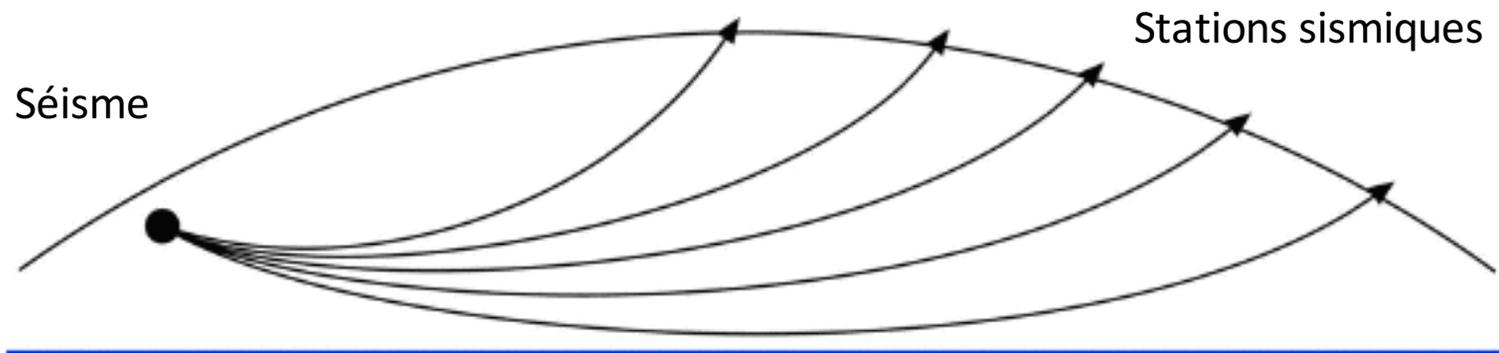
$$p = \sin \theta_1 / v_1 = \sin \theta_2 / v_2$$

→ Paramètre du rai constant le long du rai

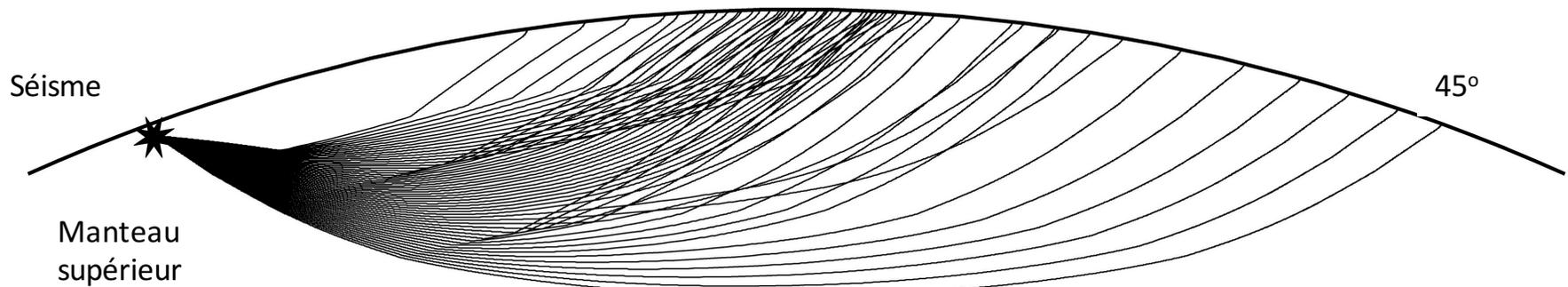
→ Le rai "tourne" pour un angle d'incidence "critique" θ_c : pas d'onde transmise au delà de cet endroit (réflexion totale)

$$p = \sin \theta_c / v_1 = 1 / v_2$$

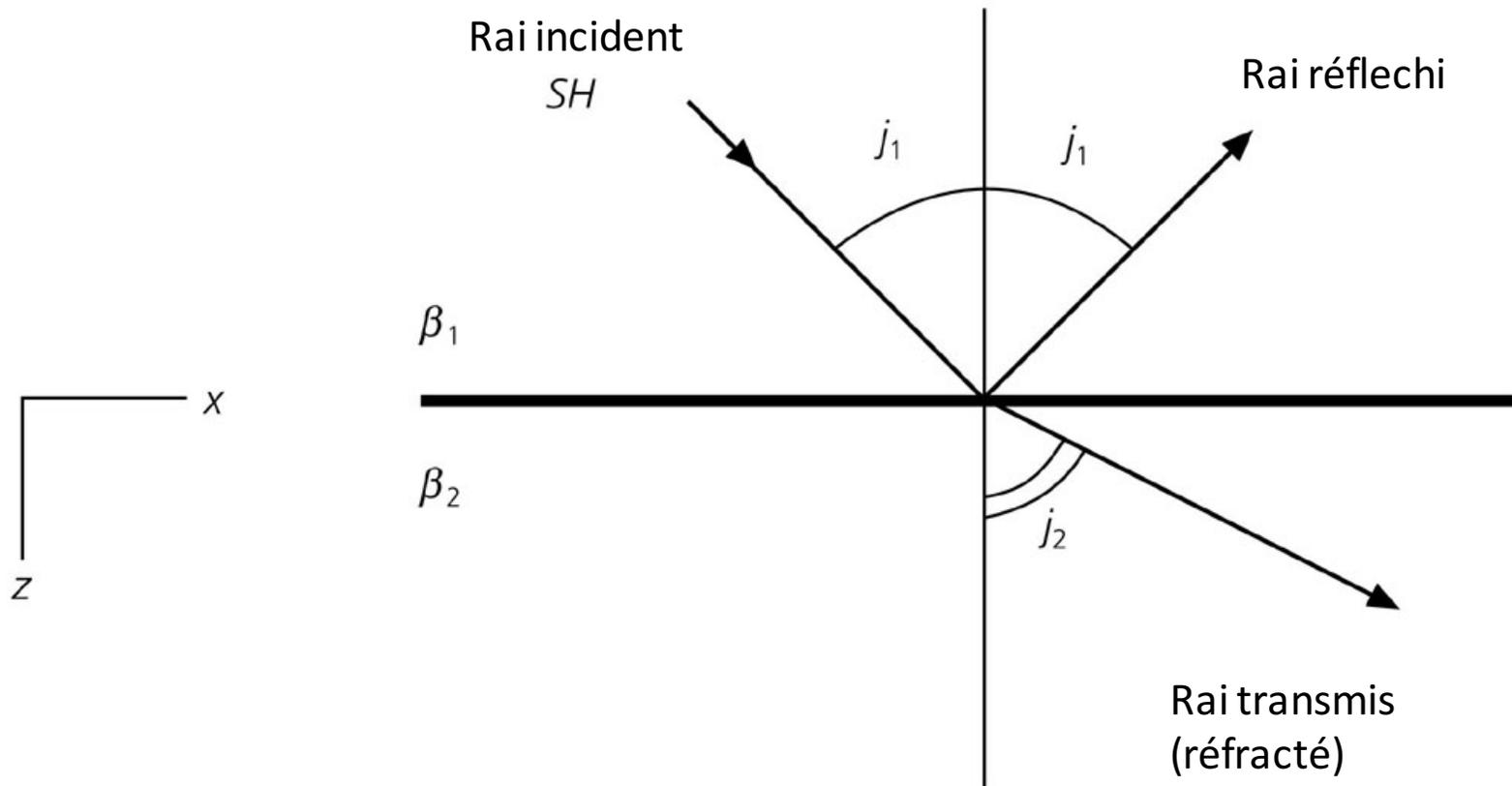
Trajets des rais lorsque la vitesse augmente avec la profondeur



Triplifications: Lorsque la structure présente de forts gradients, ou discontinuités, telles dans le manteau supérieur



Ondes réfléchies et transmises à un interface



Ondes converties

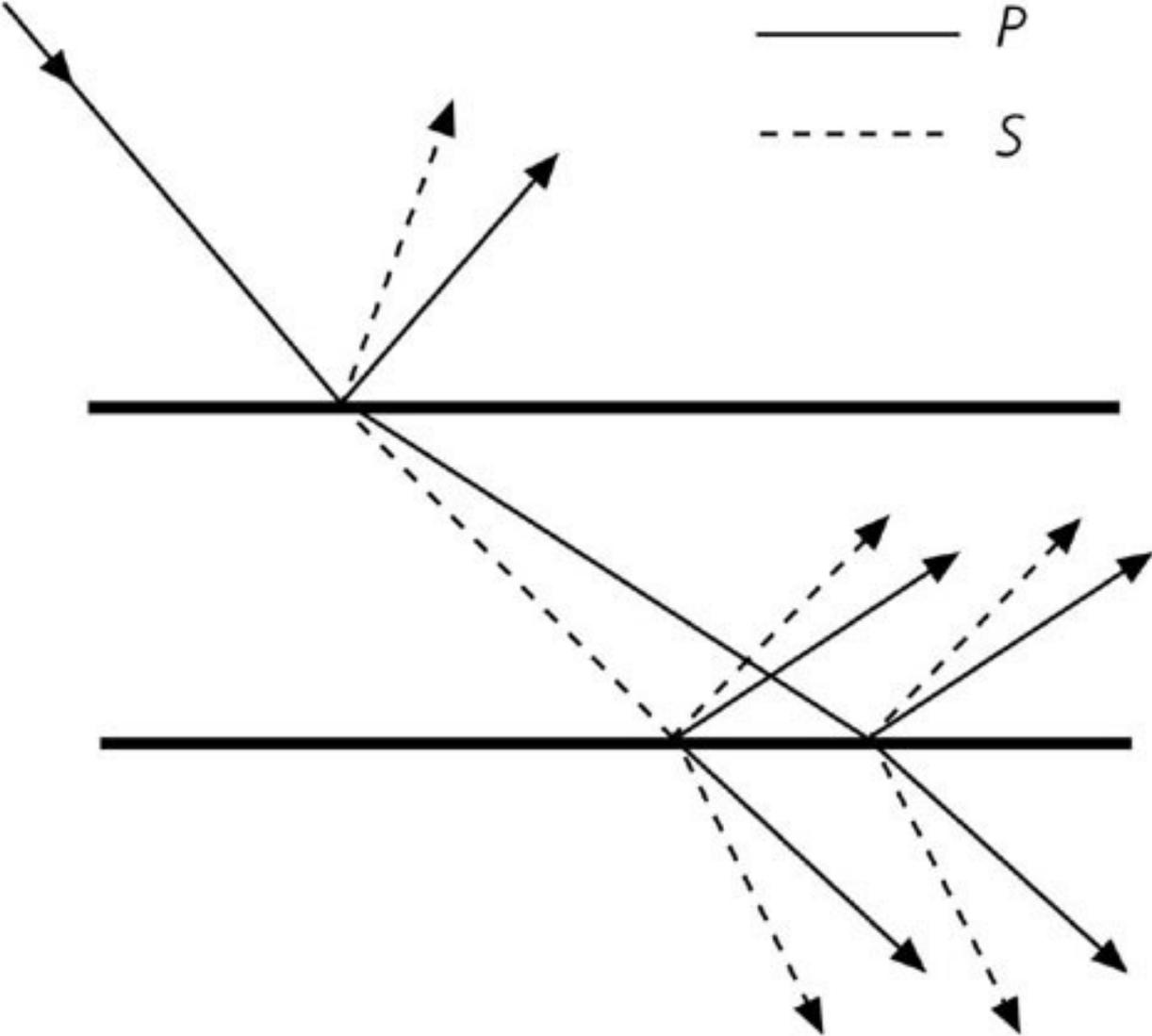
$\alpha \rightarrow V_p$
 $\beta \rightarrow V_s$

— *P*
- - - *S*

α_1, β_1

α_2, β_2

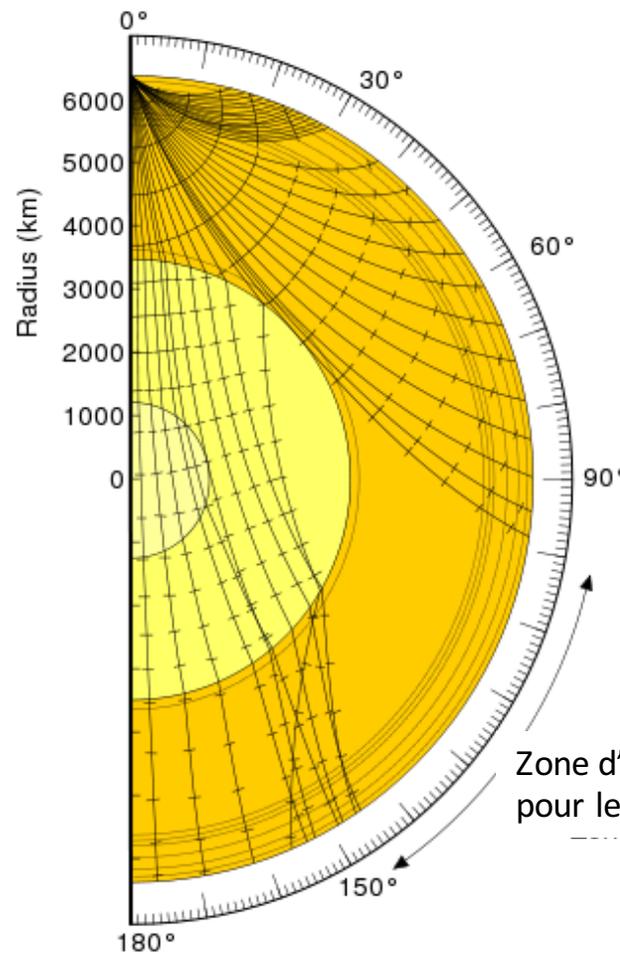
α_3, β_3



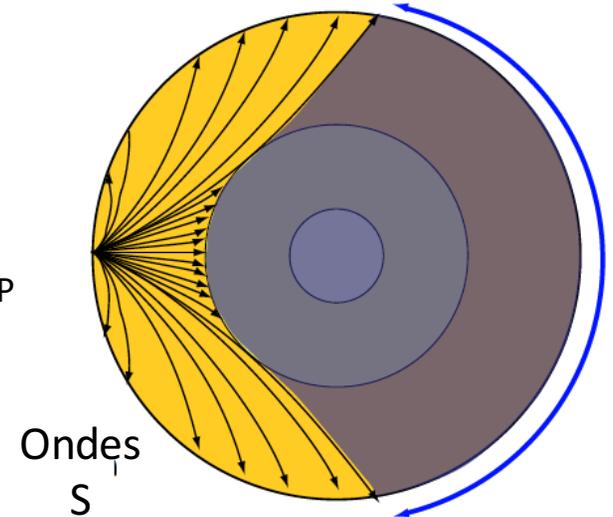
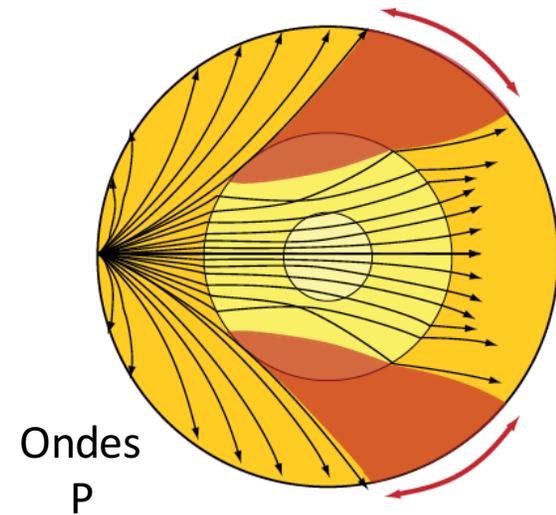
Zones d'ombre

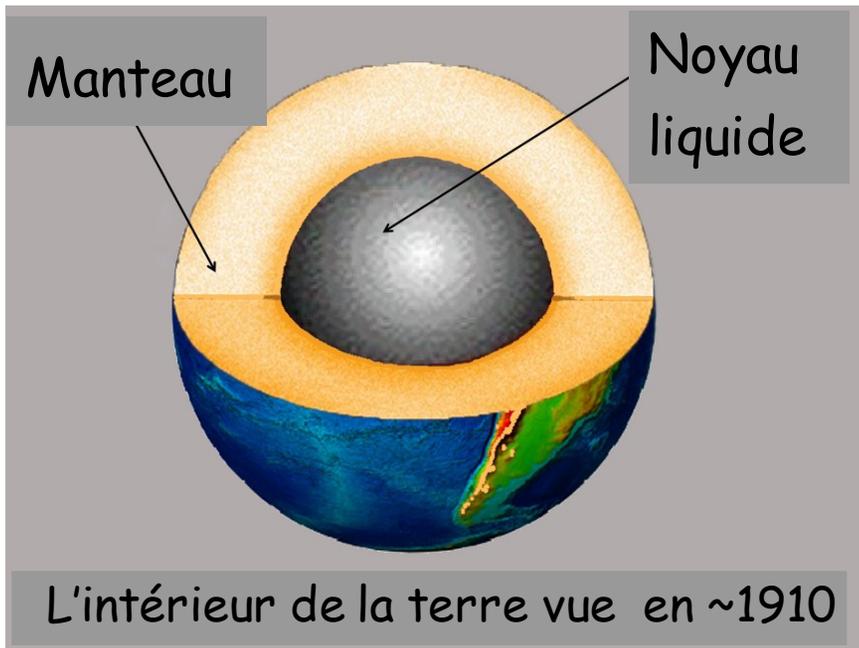
Les zones à faible vitesse produisent des zones d'ombre

Les plus importantes sont dues à la présence du noyau liquide



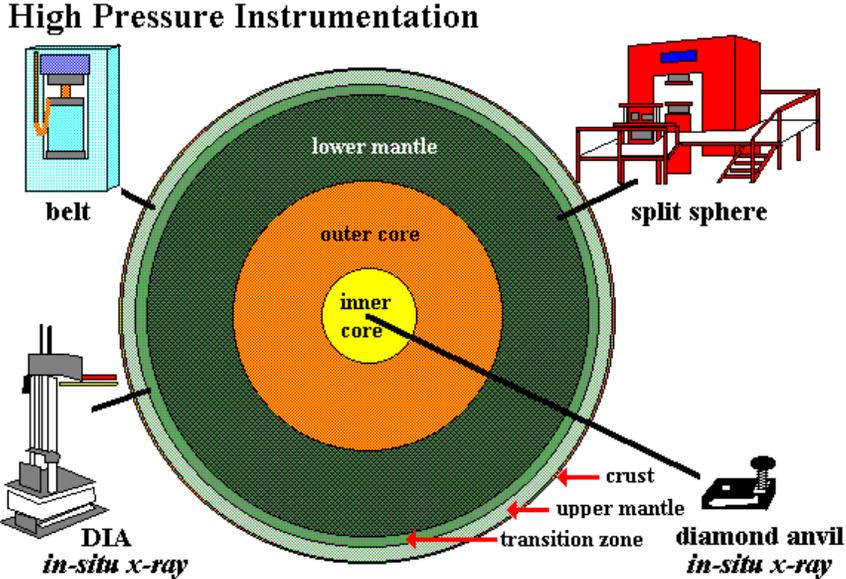
Zone d'ombre pour les ondes P





Densité moyenne de la terre:
 $\rho = 5515 \text{ kg/m}^3$
 Densité des roches en surface:
 $\sim 2600 \text{ kg/m}^3$ (granite)

..et en 1970:

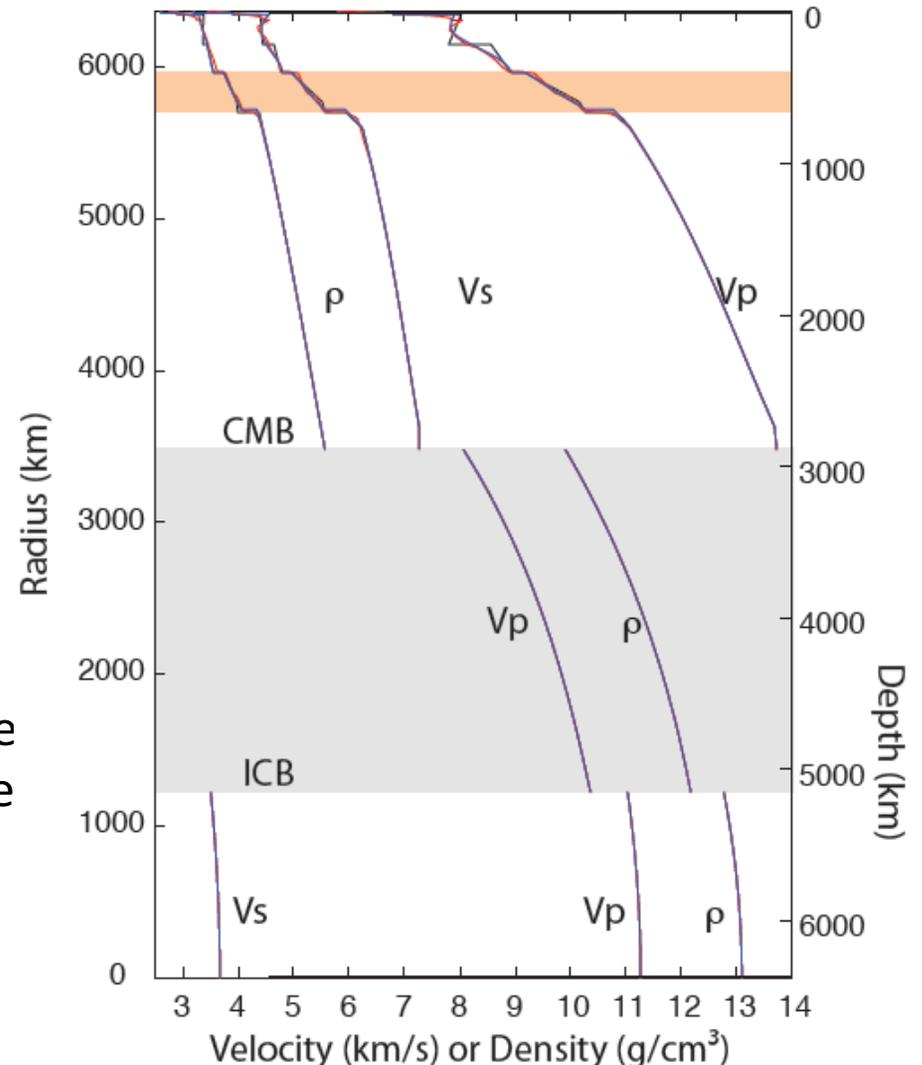


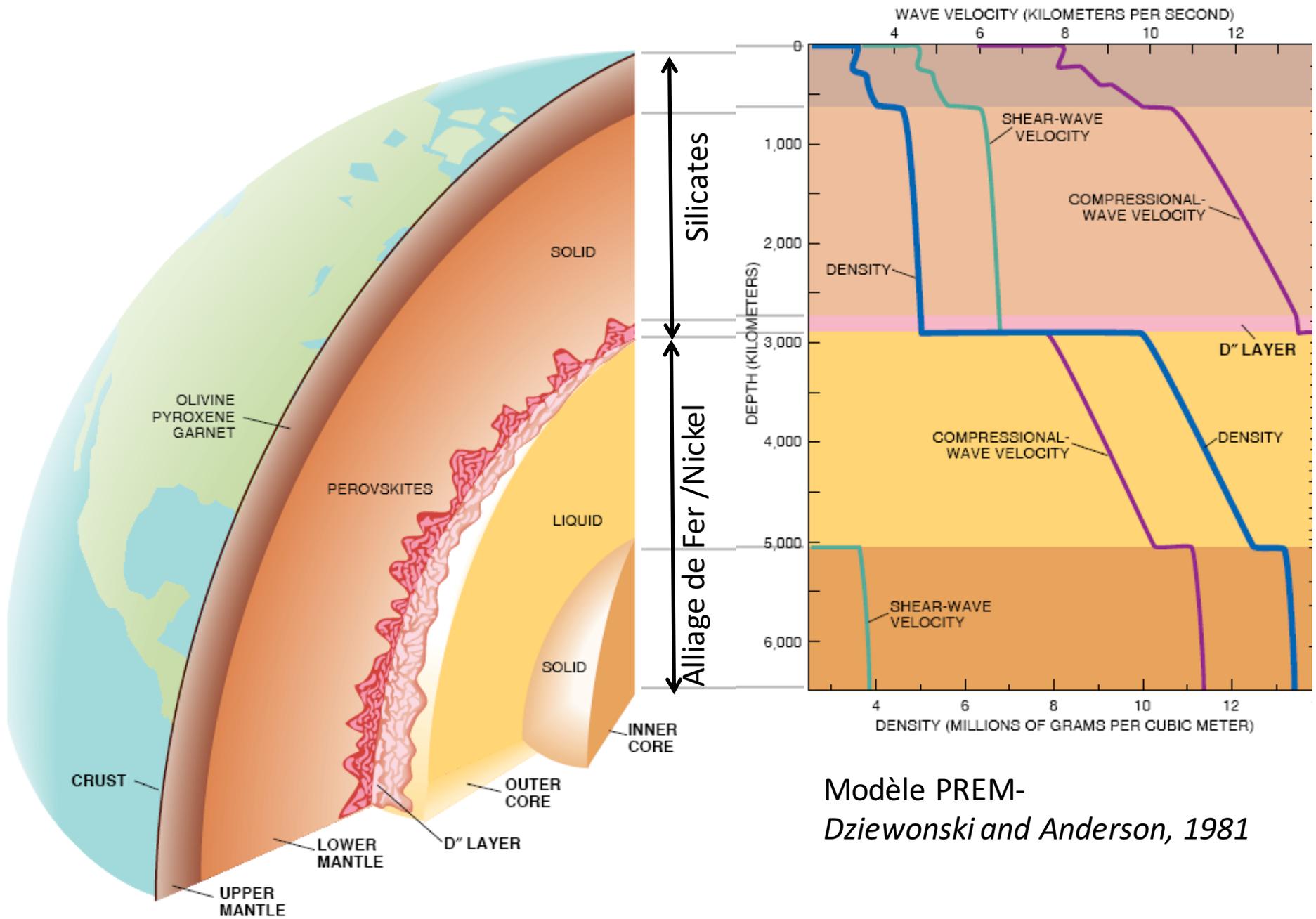
Modèles moyens de la Terre
(“1D” *structure varie seulement en fonction de la
profondeur*)

- Modèles moyens (1D) de Terre
 - PREM (Dziewonski and Anderson, 1981)
 - ak135 (Kennett et al., 1995)
 - IASP91 (Kennett and Engdahl, 1991).
- Utilisés comme modèles de référence, en particulier pour:
 - Physique des matériaux
 - Modèles géodynamiques
 - Tomographie globale

Modèles de référence "1D"

- PREM (*Dziewonski and Anderson, 1981*)
 - Preliminary Reference Earth Model
 - Données
 - Temps de parcours P, S (en majorité bulletins ISC)
 - Fréquences des modes propres ~ 1000
 - Le premier modèle 1D incluant atténuation (Q_u, Q_s) et anisotropie radiale (5 paramètres élastiques)
 - Profil de densité: fréquences des mode propres, masse et moment d'inertie de la terre, et équation d' Adams-Williamson (terre hydrostatique)





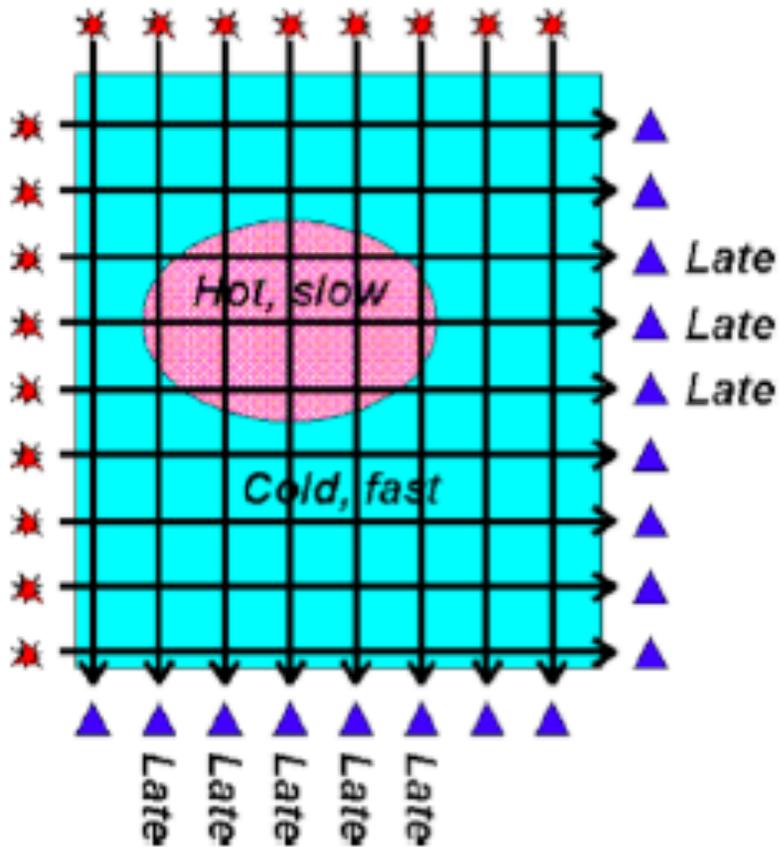
Modèle PREM-
Dziewonski and Anderson, 1981

Jeanloz and Lay, Sci. Amer., 1993

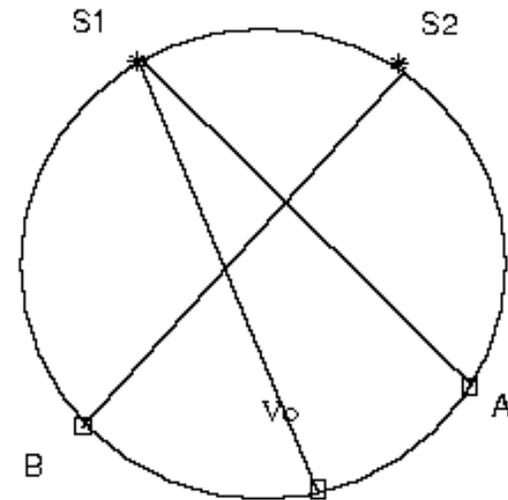
Imagerie Sismique

- 1 - Tomographie basée sur les temps de parcours des ondes P et S téléseismiques

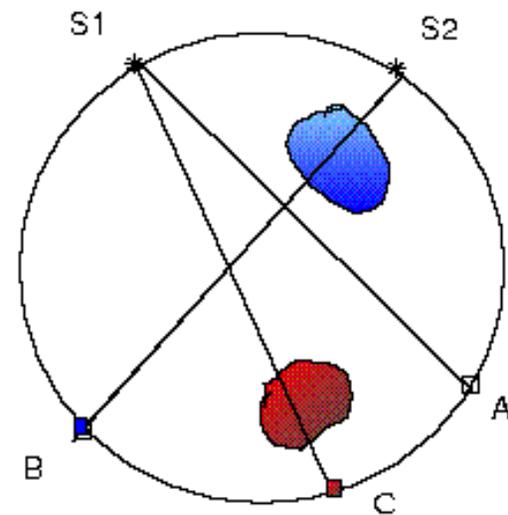
Principe de la tomographie sismique classique
(temps de parcours des ondes sismiques)



Homogeneous Body



Body with inhomogeneities

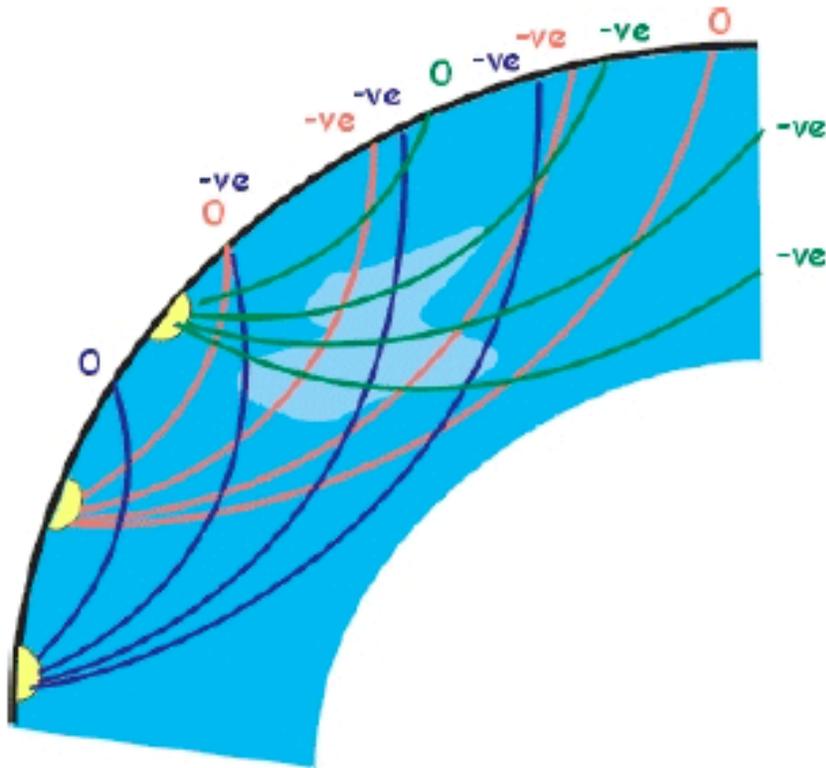


Nécessite de partir d'un modèle de référence moyen

“Travel time tomography”

- Temps de parcours P et S “faciles” à mesurer
 - Bulletins de l’ISC depuis 1967....
 - (enregistrement analogique jusque fin années ‘70)
- Théorie des rais simple à mettre en place et calculs rapides
- Premiers modèles:
 - *Régional*: Aki, Christofferson and Husebye, 1977
 - *Global*: Dziewonski, Hager and O’Connell, 1977

Principe de la tomographie de temps de parcours



Temps de parcours T le long du rai γ :

$$T = \int_{\gamma} \frac{1}{v_0(s)} ds = \int_{\gamma} u_0(s) ds$$

$v_0(s)$ vitesse au point s sur le rai
 $u_0 = 1/v_0$ est la "lenteur"

Le trajet du rai γ est déterminé à partir de la structure en vitesse v_0 , dans le modèle de référence (loi de Descartes).

Si δu est l'écart de la lenteur u dans la terre réelle et si δu est suffisamment petit (perturbation) pour que le rai reste inchangé,

La perturbation du temps de parcours correspondante est δT

$$\delta T = \int_{\gamma} \delta u ds = - \int_{\gamma} \frac{1}{v_0^2} \delta v ds = - \int_{\gamma} \frac{1}{v_0} \frac{\delta v}{v_0} ds$$

$$\delta u = -\delta v / v_0^2$$

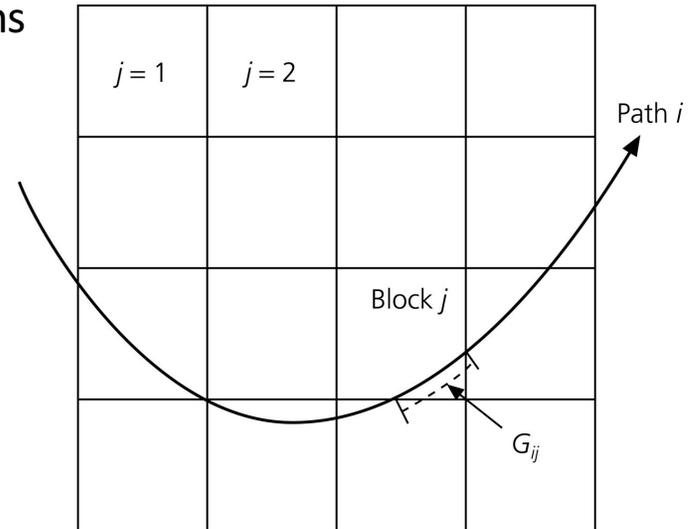
Paramétrisation en “blocs”

Soit $\left(\frac{\delta v}{v_0}\right)_j$ la perturbation relative de la vitesse dans le bloc j

$$\delta T_i = - \int_{\gamma} \frac{1}{v_0(s)} \frac{\delta v}{v_0}(s) ds = \sum_{j=1}^{j=M} G_{ij} \left(\frac{\delta v}{v_0}\right)_j$$

Où:

$$-\frac{1}{v_0(s)} ds \rightarrow G_{ij} = -\frac{l_{ij}}{v_0^j} \quad (\text{quantité connue})$$



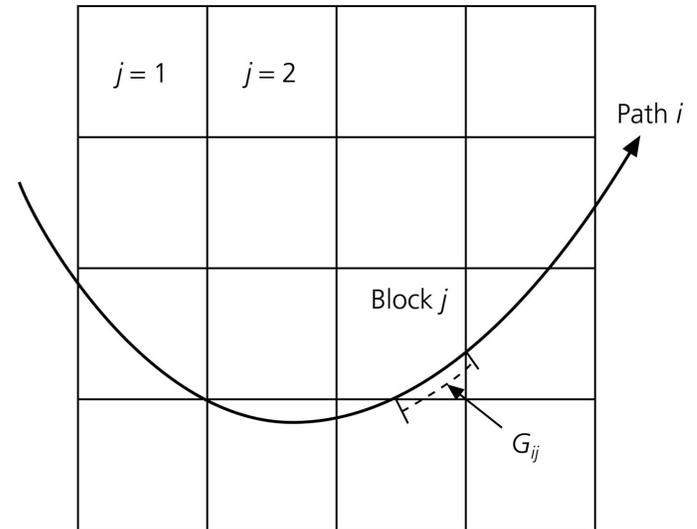
l_{ij} est la distance parcourue par le rai i dans le bloc j

v_0^j est la vitesse de référence dans le bloc j

$$\delta T_i = - \int_{\gamma} \frac{1}{v_0(s)} \frac{\delta v}{v_0}(s) ds = \sum_{j=1}^{j=M} G_{ij} \left(\frac{\delta v}{v_0} \right)_j$$

Où:

$$G_{ij} = - \frac{l_{ij}}{v_0^j} \quad (\text{quantité connue})$$



$$\vec{\delta d} = G \vec{\delta m}$$

$\vec{\delta d}$ = Vecteur des données = perturbations δT_i

$\vec{\delta m}$ = vecteur du modèle = perturbations en vitesse

soit:

$$\delta d_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} \delta m_j \quad \text{for } i = 1, N$$

On cherche à résoudre le *problème inverse* suivant:

“Etant donné un ensemble de mesures de perturbations de temps de parcours δT_i $\{i=1...N\}$, déterminer les perturbations de vitesse $(\delta v/v_0)_j$ dans un modèle 3D paramétrisé en blocs $\{j=1...M\}$ ”

$$\delta \vec{d} = G \delta \vec{m}$$

G a pour dimensions $M \times N$

soit:

En général N (number de rais) $>$ M (nombre de blocs):
"système sur-déterminé"

$$\delta d_i = \sum_{j=1}^N G_{ij} \delta m_j$$

$$G_{ij} = -\frac{l_{ij}}{v_0^j}$$

Solution par "moindres carrés" :

On écrit: $G^T \delta \vec{d} = G^T G \delta \vec{m}$

$G^T G$ est une matrice carrée de dimensions $M \times M$

Si elle est inversible, la solution s'écrit:

$$\delta \vec{m} = (G^T G)^{-1} G^T \delta \vec{d} \quad \text{Où } (G^T G)^{-1} \text{ est l'inverse de } G^T G$$

"Solution par moindres carrés" - équivalent à minimiser $\|d - Gm\|_2$

En pratique, c'est un peu plus compliqué.....

$$\delta \hat{m} = (G^T G)^{-1} G^T \delta d$$

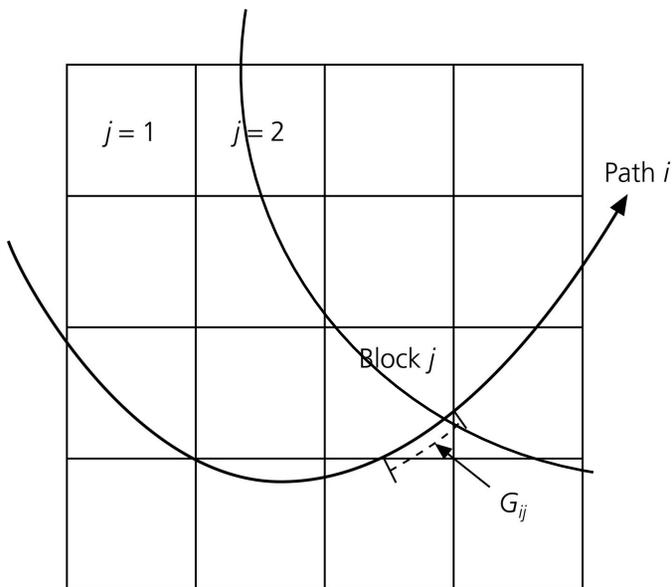
"Solution par moindres carrés"

- Calcul de G contient des hypothèses et choix sous-jacents:

- Théorie de la propagation des ondes (ici: "théorie des rais"):
- Paramétrisation (blocs d'une certaine taille)

$$G_{ij} = -\frac{l_{ij}}{v_0^j}$$

$G^T G$, en général, est singulière:



$$\delta d_i = \sum_{j=1}^M G_{ij} \delta m_j \quad i = 1, N$$

Certains éléments de G_{ij} sont nuls ($l_{ij}=0$)->

La vitesse dans ces blocs ne peut pas être déterminée de manière unique

(Cela résulte en des valeurs propres nulles dans la matrice $G^T G$)

- $G^T G$, en général, est singulière
 - Comment s'en sortir?
- On utilise un processus de "régularisation".
 - Par exemple, on ajoute un terme " ε^2 " à la diagonale de $G^T G$, suffisamment grand pour que la matrice $(G^T G + \varepsilon^2 I)$, où I est la matrice identité $M \times M$, soit inversible.
 - La solution est alors la solution "Par moindres carrés atténués"

$$\hat{m} = \left[G^T G + \varepsilon^2 I \right]^{-1} G^T d$$

Régularisation
de Tikhonov

- Le prix à payer est une dégradation de l'image (distribution des vitesses obtenue)

Problème *direct* / Problème *inverse*

- Données (observations) en temps et ou en espace:
-> vecteur données (**d**)
- Paramètres physiques du modèle:
-> vecteur modèle (**m**)

