

Evaluation et partage des risques incertains

J.-M. Tallon
Ecole d'Economie de Paris

Collège de France,
16 février 2022

- Traditionnel depuis Keynes (1921) et Knight (1921) de distinguer risque & incertitude.
- Risque: connaît les probabilités (pile ou face, loto, accidents...)
- Incertitude: probabilités inconnues. Particulièrement pertinent dans le cas du risque climatique: changement de régime, long terme, etc.
- Exemple simple pour comprendre la différence: *D. Ellsberg* (1961)

Si l'incertitude n'est pas assimilable au simple risque, comment cela se traduit-il dans les règles de décision?

- Modélisation traditionnelle en économie: espérance d'utilité –même quand les probabilités ne sont pas connues (von Neumann & Morgenstern (1947) et Savage (1954)).

$$\sum_{s=1}^S p(s)U(C(s))$$

- s : aléa
- $C(s)$: consommation lorsque l'aléa réalisé est s
- $p(s)$: probabilité de s
- Aversion vis-à-vis du risque: propriété de concavité de U

Une modélisation possible de l'ambiguïté: incertitude sur le modèle probabiliste sous-jacent.

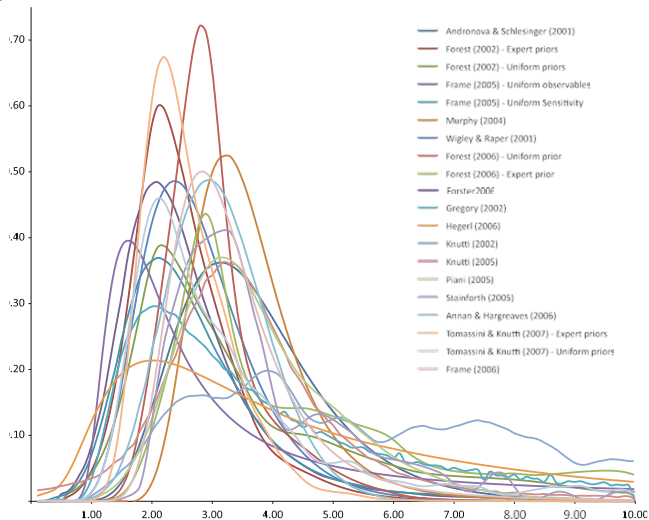
Décideur a plusieurs modèles statistiques possibles en tête:
 P_1, P_2, \dots, P_N .

$$\sum_{i=1}^N \mu(P_i) \phi \left(\sum_{s=1}^S P_i(s) U(C(s)) \right)$$

- P_i : modèles jugés recevables
- μ : probabilité de second ordre (sur les modèles)
- $\phi(\cdot)$: représente aversion vis-à-vis de l'incertitude (sur les modèles). Préfère les investissements "robustes" à l'incertitude. Liens avec le *contrôle robuste*.

Sous certaines hypothèses, tend à mettre un poids plus élevé sur les scénarios où l'utilité marginale de la consommation est élevée –i.e. les "mauvais aléas".

Exemple climatique: estimations du paramètre de sensibilité de la température à la concentration de CO2 [Source: Millner, Dietz, Heal (2013); voir aussi Barnett, Brock, Hansen (2020)]

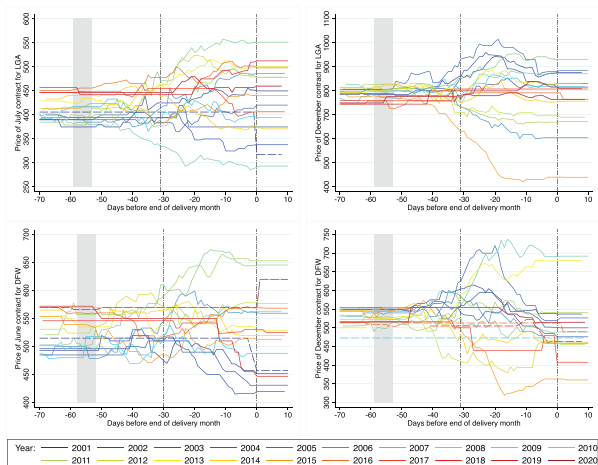


- Agréger ces modèles a peu de sens –e.g. les estimations ne sont pas indépendantes– et toute moyenne pondérée serait largement arbitraire.
- Trouver le “meilleur modèle” impossible –modèles sont basés sur des représentations différentes de processus physiques, avec des choix de paramètres spécifiques etc.
- Données déjà utilisées pour arriver à ces estimations.
- Discussion dans Tebaldi et Knutti (2007) par exemple.

Les investisseurs sont au fait des modèles climatiques et réagissent même à des avancées scientifiques très récentes (N.B.: peu de désaccords entre les modèles sur horizon court, i.e., pas vraiment d'incertitude)

W. Schlenker and C.A. Taylor

Journal of Financial Economics 142 (2021) 627–640



Incertitude sur la croissance – un exemple simple: pense que la croissance suit un processus stochastique de variance connue (bien estimé) mais de moyenne inconnue.

$$g_t = \bar{g} + m_t + \varepsilon_t$$

$$m_t = \rho m_{t-1} + \zeta_t$$

m_t est un paramètre incertain non observé (variable latente) sur lequel les investisseurs ont une croyance. Chaque réalisation de m_t correspond à un modèle statistique différent pour g_t .

Quelles conséquences la prise en compte de l'ambiguïté a-t-elle sur l'évaluation et partage des risques?

Marchés financiers font apparaître une prime de risque difficile à justifier par un modèle d'optimisation intertemporelle avec stricte aversion pour le risque.

Une incertitude plus fondamentale sur la croissance économique est source d'augmentation de la prime de risque. Gollier (2011,2013).

Collard, Mukerji, Sheppard, Tallon (2018) – modèle où le processus gouvernant la croissance est doublement incertain : variable latente + persistance forte ou faible de la croissance, accompagnée d'une volatilité faible ou forte.

$$g_t^h = \bar{g} + m_t^h + \varepsilon_t^h, \quad \text{avec} \quad m_t^h = \rho^h m_{t-1}^h + \zeta_t^h$$

et

$$g_t^l = \bar{g} + m_t^l + \varepsilon_t^l, \quad \text{avec} \quad m_t^l = \rho^l m_{t-1}^l + \zeta_t^l$$

Modèle dont les paramètres sont estimés sur données US de 1937 à 1977, puis résolu numériquement avec données sur 1978-2010.

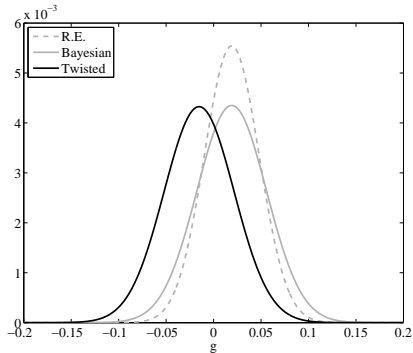
N.B.: même sur l'échantillon complet, n'arrive jamais à mettre probabilité élevée sur persistance élevée ou persistance faible. Les deux modèles sont très difficiles à séparer statistiquement.

Obtient une prime de risque de l'ordre de **6%** !

Quand on prend en compte l'incertitude sur le régime de croissance (au delà du risque présent dans chaque régime), peut "justifier" un dédommagement conséquent pour détenir le risque macroéconomique.

Mécanisme: Investisseur connaît la composante permanente, ne connaît pas la composante transitoire (et son degré de persistance) – cette part n'est jamais apprise (sur l'échantillon).

Aversion vis-à-vis de l'ambiguïté “revient à” adopter une croyance pessimiste (à persistance donnée).



De plus, croyance pessimiste dépend de la situation courante: si croissance élevée, modèle pessimiste est celui avec persistance faible; si croissance faible, modèle pessimiste est celui avec forte persistance.

Génère une dynamique de la prime de risque en phase avec ce qui est observé.

Note: il ne s'agit pas ici nécessairement d'événements extrêmes.

Transformation du taux d'escompte stochastique par rapport au cadre probabiliste/bayésien standard:

$$1/(1+r) = \sum_i \mu(P_i) \left[\xi_i \sum_s P_i(s) \frac{U'(C_s)}{U'(C(0))} \right]$$

$$\xi_i = \frac{\phi'(\sum_s P_i(s)U(C(s)))}{\sum_i \mu(P_i)\phi'(\sum_s P_i(s)U(C(s)))}$$

Barnett, Brock et Hansen (2020). Mécanisme similaire, cette fois sur paramètre de sensibilité de la température au CO₂

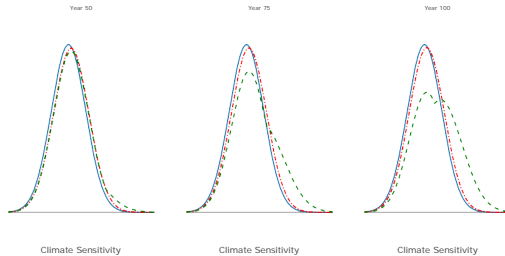


Figure 5

Probability densities for the climate sensitivity parameter. The blue solid curves represent the baseline probability density, the red dot-dashed curves represent the ambiguity-adjusted density conditioned on the low damage model, and the green dashed curves represent the ambiguity-adjusted densities conditioned on the high damage model.

The Review of Financial Studies / v 33 n 3 2020

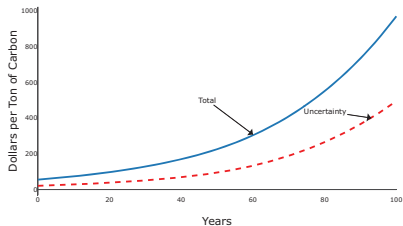


Figure 6

Social cost of carbon decomposition. The units are 2010 U.S. dollars per ton of carbon. The costs are computed at the socially efficient allocation. The blue solid curve represents the total social cost of carbon. The private contribution is negligible relative to the other components and is not plotted. The red dashed curve represents the uncertainty contribution.

Plusieurs autres études montrent le potentiel de l'incorporation de l'incertitude/ambiguïté dans nos modèles pour améliorer notre compréhension du "prix du risque et de l'incertain"
(Hansen & Sargent; Drechsler; Ju & Miao;etc)

Modèles essentiellements agrégés –s'intéressent au prix du risque global.

Caveat: agrégation des préférences individuelles... hétérogénéité des attitudes face à l'ambiguïté a des conséquences sur l'attitude "collective". A des effets intéressants sur le *pricing kernel*/facteur d'escompte stochastique.

Peut aussi vouloir donner un prix à un risque plus microéconomique
– selon notamment sa corrélation au risque macroéconomique, le fameux β .

↔ un autre classique de la finance, le CAPM, augmenté pour prendre en compte l'incertitude.

Capital Asset Pricing Model:

$$E[R_i] - R_f = \frac{\text{cov}(R_{\text{market}}, R_i)}{\text{var}(R_{\text{market}})} (E[R_{\text{market}}] - R_f)$$

$$\beta_i \equiv \frac{\text{cov}(R_{\text{market}}, R_i)}{\text{var}(R_{\text{market}})}$$

Ambiguous Capital Asset Pricing Model:

$$E[R_i] - R_f = \frac{\text{cov}(R_{\text{market}}, R_i) + \eta_{\text{market}} \text{cov}^M(R_{\text{market}}, R_i)}{\text{var}(R_{\text{market}}) + \eta_{\text{market}} \text{var}^M(R_{\text{market}})} (E[R_{\text{market}}] - R_f)$$

Soit

$$E[R_i] - R_f = \alpha_i + \beta_i (E[R_{\text{market}}] - R_f)$$

où

η_{market} est un agrégat de l'aversion à l'ambiguïté des investisseurs.

$$\alpha_i = \frac{\eta_{\text{market}} \text{var}^M(R_{\text{market}})}{\text{var}(R_{\text{market}}) + \eta_{\text{market}} \text{var}^M(R_{\text{market}})} (\beta_i^{\text{Amb}} - \beta_i) (E[R_{\text{market}}] - R_f)$$

| <i>Portfolios sorted on MEU beta - CAPM beta</i> | Panel A: Equal weighted | | | | Panel B: Value weighted | | | |
|--|------------------------------------|-------------------------------|-------------------|-------------------|------------------------------------|-------------------------------|-------------------|-------------------|
| | <i>Excess return</i> | CAPM alpha | <i>FF3 alpha</i> | <i>FF5 alpha</i> | <i>Excess return</i> | CAPM alpha | <i>FF3 alpha</i> | <i>FF5 alpha</i> |
| <i>Low</i> | 0.84% (2.28) | 0.11% (0.58) | -0.17% (-1.18) | 0.07% (0.33) | 0.45% (1.53) | -0.23% (-2.07) | -0.24% (-2.37) | -0.13% (-0.95) |
| <i>2</i> | 0.84% (2.98) | 0.26% (1.85) | -0.01% (-0.14) | -0.02% (-0.15) | 0.45% (2.03) | -0.09% (-1.27) | -0.13% (-1.89) | -0.21% (-2.91) |
| <i>3</i> | 0.85% (3.51) | 0.35% (2.91) | 0.10% (1.58) | 0.05% (0.72) | 0.59% (3.19) | 0.14% (2.76) | 0.10% (2.14) | -0.01% (-0.17) |
| <i>4</i> | 0.83% (3.75) | 0.41% (3.43) | 0.19% (2.92) | 0.16% (2.59) | 0.60% (3.40) | 0.19% (2.66) | 0.14% (2.15) | 0.09% (1.00) |
| <i>High</i> | 0.91% (3.44) | 0.48% (2.79) | 0.29% (2.67) | 0.41% (3.40) | 0.59% (2.93) | 0.18% (1.66) | 0.17% (1.54) | 0.22% (1.43) |
| <i>High - Low</i> | 0.07% (0.38) | 0.37% (2.31) | 0.46% (2.61) | 0.34% (1.30) | 0.14% (0.68) | 0.40% (2.35) | 0.41% (2.26) | 0.35% (1.30) |

Certaines déviations systématiques par rapport au CAPM peuvent être reliées à ambiguïté.

“Climate Risks and Market Efficiency” Hong, Li, Xu (2020) \rightsquigarrow trouvent des déviations par rapport au CAPM dans la manière dont le risque de sécheresse est pris en compte dans le prix des entreprises agricoles. Evoquent l’incertitude entourant l’évaluation des dommages.

Conclusions:

- Distinction risque/incertitude (ou ambiguïté) peut être opérationnelle.
- Introduire de l'ambiguïté dans les modèles de finance permet de donner des éléments de réponse à des problèmes ouverts tels que l'énigme de la prime de risque.
- Peut aussi s'adapter dans des modèles avec incertitude sur les paramètres climatiques
- ↪ susceptible d'augmenter de manière substantielle le prix du carbone selon les calibrations retenues.
Barnett et al. (2020) – dommages élevés: coût social du carbone = 411 \$ (dont 209 liés à l'aversion vis-à-vis de l'ambiguïté)