

Thermodynamique des trous noirs et effet Hawking

Aurélien Barrau

Université Grenoble-Alpes

Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie

Centre de Physique Théorique Grenoble-Alpes

Institut Universitaire de France

J'utiliserai, dans l'exposé, quelques équations afin de clarifier le propos pour les scientifiques, mais je ferai en sorte, par les commentaires et le discours, que le fil conducteur puisse être suivi sans connaissances mathématiques.

Nous aborderons quelques éléments de

- Relativité générale
- Physique générale des trous noirs
- Thermodynamique générale
- Thermodynamique des trous noirs
- Effet Hawking
- Questions ouvertes
- Gravitation quantique

Quelques mots sur la relativité générale

Les corps chutent de la même manière.

$mg=ma$ ☺

La gravitation est démocratique. Pas besoin du concept étrange de force, un mouvement du référentiel est suffisant.

Mais le mouvement doit être accéléré. Qu'en découle-t-il ?

La relativité restreinte nous apprend que $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ est invariant sous l'effet de changement de référentiel galiléen – c-à-d à vitesse constante. Cela provient des *symétries*.

Mais cette forme n'est pas invariante quand on passe à un référentiel accéléré!

$$\rightarrow ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

Ceci définit la métrique qui encode la géométrie.

Le monde n'est pas euclidien. Il y a de la courbure. De la courbure spatiale ?

Que faut-il faire? Juste

- 1) Déterminer comment s'écrit la physique en espace courbe
- 2) Déterminer comment le contenu crée la courbure

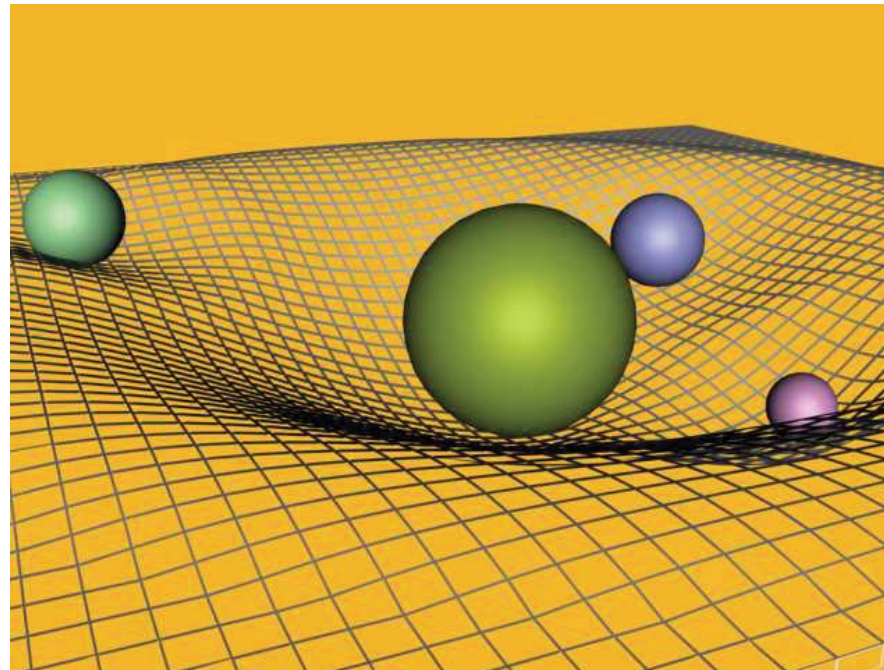
Le point 1) :

Les lois de la physique dans le référentiel en chute libre sont celles bien connues en relativité restreinte. Les lois tensorielles restent justes → principe de covariance généralisée

Mais il faut redéfinir la dérivation → dérivation covariante.

Le point 2) :

Soit $T_{\mu\nu}$ l'objet qui définit le contenu de l'espace temps.



On pose un certain nombre de contraintes « naturelles » et on construit un unique objet qui décrit la géométrie!

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

Supposons enfin que G soit proportionnel à T et exigeons de retrouver la limite newtonienne.

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

- L'espace devient une entité dynamique → unification
- Plus de structure fixe ou figée, plus de « fond »
- Une machine pour calculer la métrique
- A noter que G/c^4

Une première solution simple

LA COSMOLOGY.

Symétries + immersion dans un 4-space euclidien $\sigma \equiv r/a(t)$

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{d\sigma^2}{1 - k\sigma^2} + \sigma^2 d\Omega^2 \right)$$

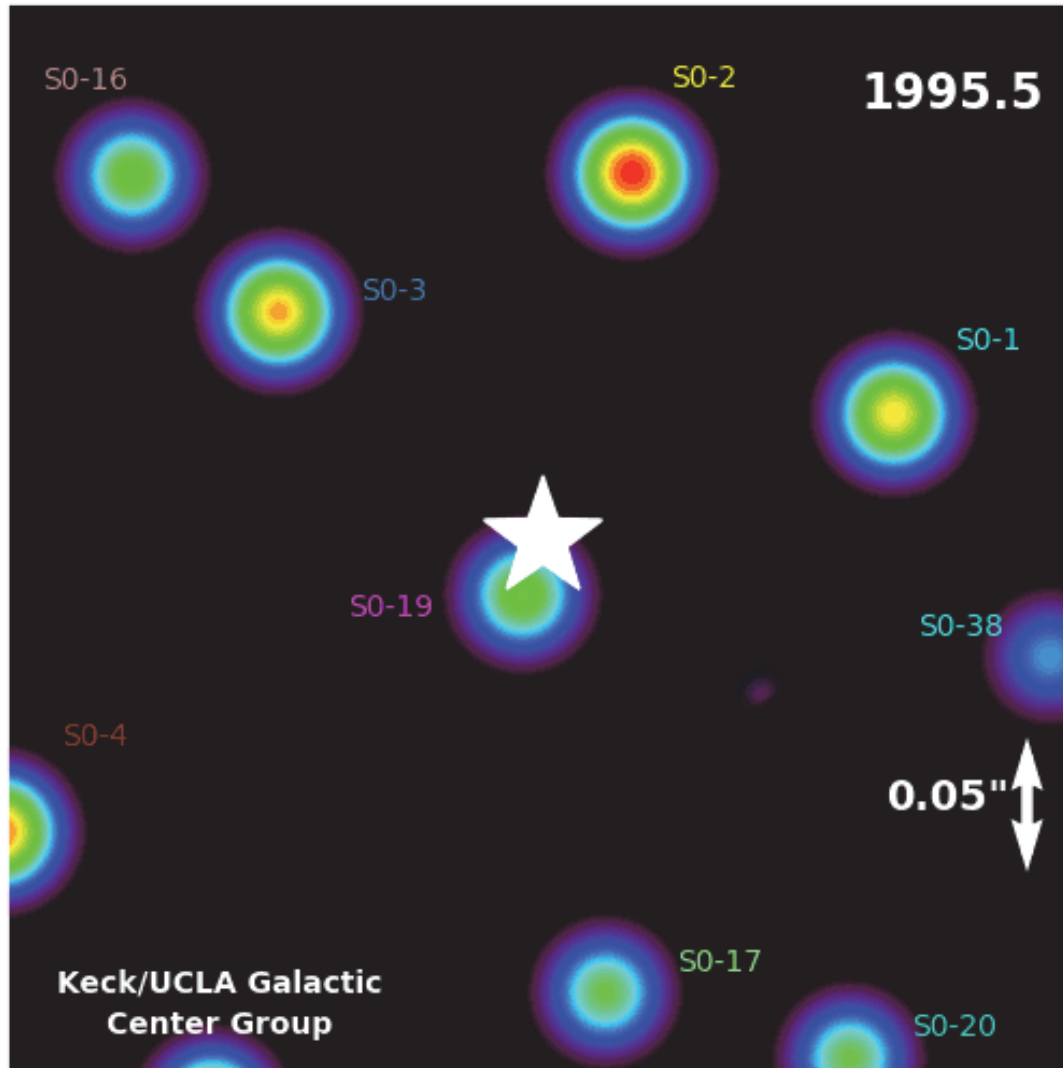
Les eq. d'Einstein conduisent à :

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2}$$

Magnifique détermination de l'histoire de l'Univers

Mais singularité initiale.

LES TROUS NOIRS. (De Laplace et Mitchell à Einstein.)



Par « chance » le calcul classique ($mc^2/2=GmM/R$) fonctionne !

$R=2GM/c^2$
Quelques mm pour la Terre

Dans la suite on prend $c=1$

"These images/animations were created by Prof. Andrea Ghez and her research team at UCLA and are from data sets obtained with the W. M. Keck Telescopes."

Aurélien Barrau LPSC-
Grenoble (CNRS / UJF)

Les trous noirs, êtres sans échelle ...

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

Un trou noir est une région telle que $r < 2GM$ est accessible. (Pour une étoile, $2GM$ est à l'intérieur !)

$R = 2GM$ est l'horizon. Immatériel.

A l'intérieur : Espace \leftrightarrow Temps (Rappel en espace euclidien : $ds^2 = dt^2 - dx^2$)

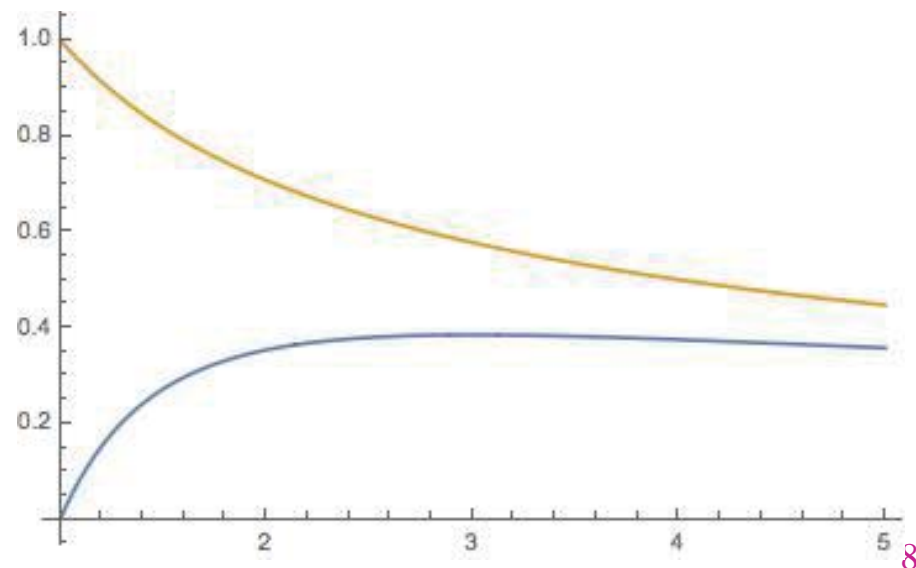
Différentes coordonnées sont possibles :

- Observateur en chute libre
- Observateur « coquille »

→

$$\frac{dr}{dt} = - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) \left(\frac{2GM}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dr_{\text{coq}}}{dt_{\text{coq}}} = - \left(\frac{2GM}{r}\right)^{\frac{1}{2}}$$



Dans le trou noir ...

$$dt_{\text{chute}} = -\gamma V_{\text{rel}} \times dr_{\text{coq}} + \gamma \times dt_{\text{coq}} \quad \text{Juste de la RR}$$

En substituant et remplaçant dans la métrique. On trouve le mouvement de la lumière et écrivant $ds=0$. Et même la lumière émise vers l'extérieur va vers l'intérieur !

$$\frac{dr}{dt_{\text{chute}}} = - \left(\frac{2GM}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \pm 1 \quad \text{Toujours } < 0 \text{ dans le trou noir !}$$

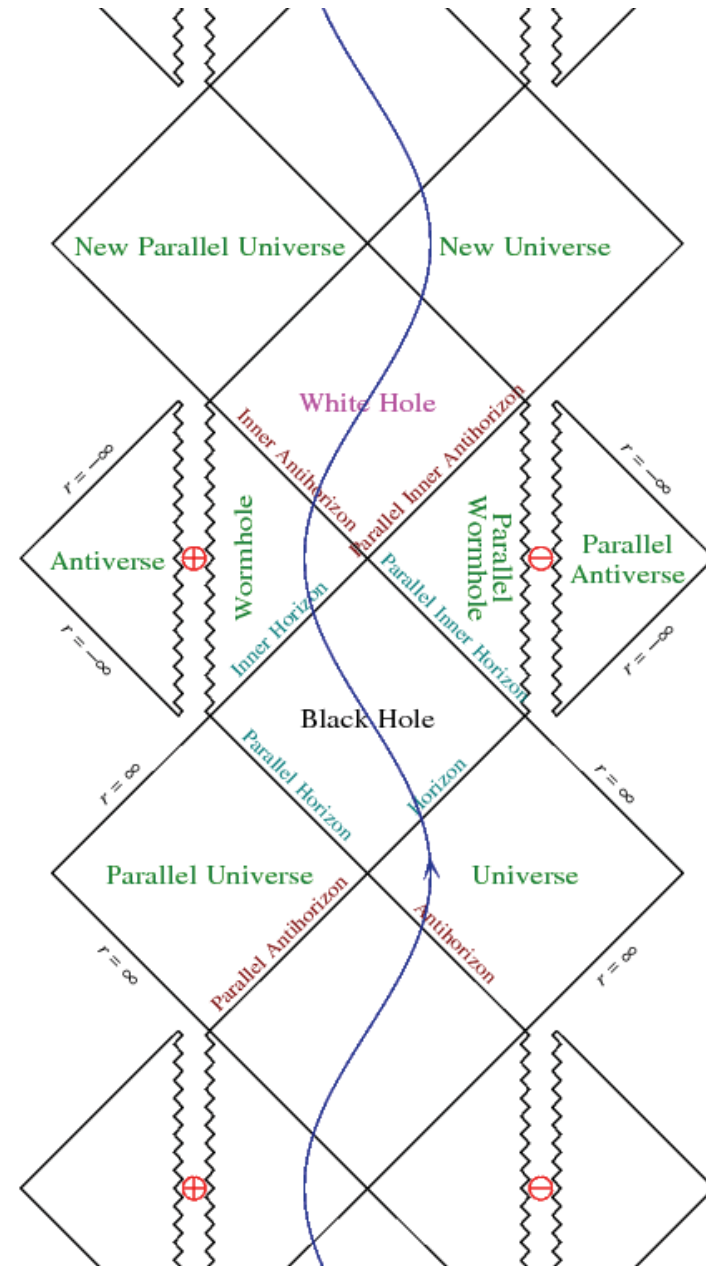
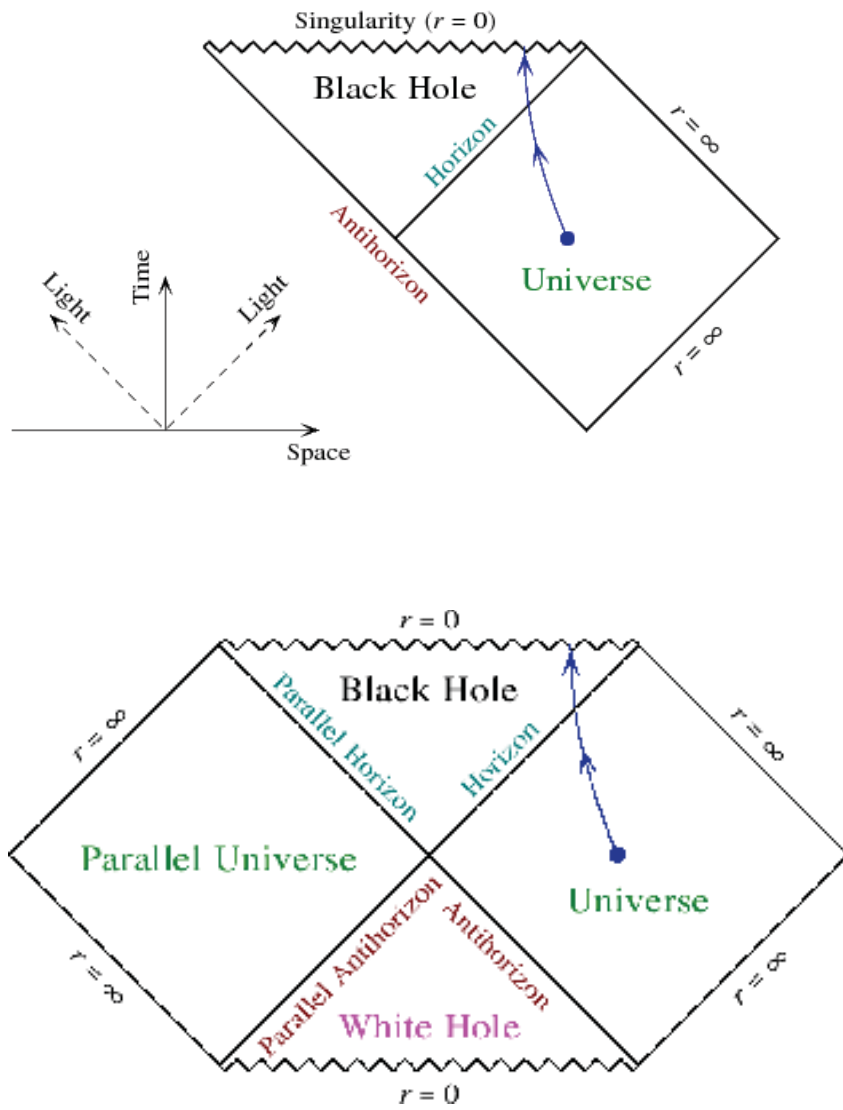
$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

La lumière ralentit-elle ? La singularité en $r=2GM$ est-elle physique ?

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt_{\text{chute}}^2 - 2 \left(\frac{2GM}{r} \right)^{1/2} dt_{\text{chute}} dr - dr^2$$

→ On peut entrer dans un TN ! Avec un temps de vie éventuellement non-négligeable.

En résumé





Simulation de Alain Riazuello

11
Aurélien Barrau LPSC-
Grenoble (CNRS / UJF)

La thermodynamique

Science des machines à vapeur.

Science qui sait comprendre des aspects essentiels des systèmes macroscopiques sans connaître leurs aspects microscopiques.

Science des systèmes à très grand nombre de corps. MAIS développé avant la connaissance de ces corps élémentaires.

Science qui se fonde avant tout sur un postulat essentiel : Il existe une fonction des variables d'état (énergie interne, nombre de moles, volume, etc.), appelée entropie, qui vérifie :

- Si l'on connaît l'entropie d'un système en fonction de l'ensemble de ses variables d'état, on connaît toute les propriétés macroscopiques du système.
- L'entropie est une fonction croissante de l'énergie.
- Lorsqu'on relâche une contrainte dans un système (isolé) il évolue vers un nouvel état qui maximise l'entropie.

On peut ensuite, à partir de la variation de ces grandeurs définir la température.

→ Une des branches les plus fondamentales de la physique (pauvre Boltzmann). Même pour les équations d'Einstein (principe d'eq + dQ=TdS) !

Mystérieuse entropie

1. Entropie de Clausius – fonction d'état macroscopique

$$dS = dQ / T \text{ (pour une transfo réversible)}$$

2. Entropie de Boltzman - désordre

$$S = k * \log(\Omega)$$

3. Entropie de Shanonn – information manquante

$$S = - p_1 * \log(p_1) - p_2 * \log(p_2) - \dots$$

+ entropie de Rényi, entropie conditionnelle, etc.

Attention : *il faut voir les choses de manière relationnelles* (cf Rovelli). La température du Soleil ne change pas si je connais plus d'informations sur son état microscopique !

Retour aux trous noirs ...

Non seulement les trous noirs n'ont pas « d'échelle » mais ils se ressemblent tous. Pas de cheveux.

Trous noir défini par :

- Masse
- Moment angulaire
- Charge électrique

(toutes ces grandeurs peuvent être déterminées à partir de la géométrie de l'espace extérieur)

Les conditions pour une description correcte en termes thermodynamiques semblent réunies.

Mais il manque une entropie.

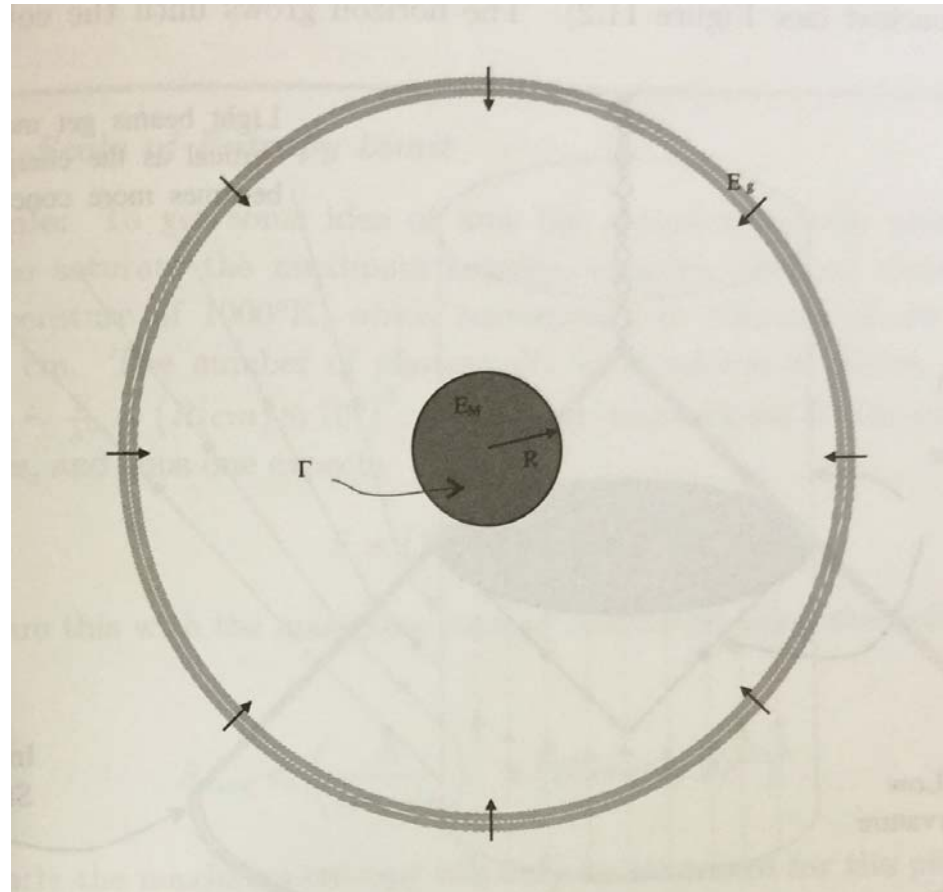
Les trous noirs ne peuvent que croître. Leur aire ne peut qu'augmenter (théorème).

Expérience de pensée : bouteille de gaz jetée dans un trou noir. L'entropie de l'univers diminue-t-elle ?

Comme l'aire (plus pertinente que rayon quand rotation) ne peut qu'augmenter : $S = q * A$

Second principe généralisé : l'entropie du trou noir + l'entropie usuelle extérieure ne peut pas décroître.

Une petite expérience de pensée simple permet de comprendre que l'entropie des trous noirs est maximale.



Les lois de la thermodynamique des trous noirs

0) *La température d'un corps à l'équilibre thermodynamique est constante*

→ L'horizon d'un trou noir a une gravité de surface constante

1) *La conservation de l'énergie. $dE = TdS + W$ (équivalence entre chaleur et travail)*

$$\rightarrow dE = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \Omega dJ + \Phi dQ$$

On peut calculer de combien varie l'aire quand on introduit masse, charge et moment cinétique. Mais il faudrait une température ..

2) *L'entropie ne peut qu'augmenter (des transformations qui conservent l'énergie ne se produisent pas)*

$$\rightarrow \frac{dA}{dt} \geq 0$$

3) *Il est impossible de former un système au 0 absolu*

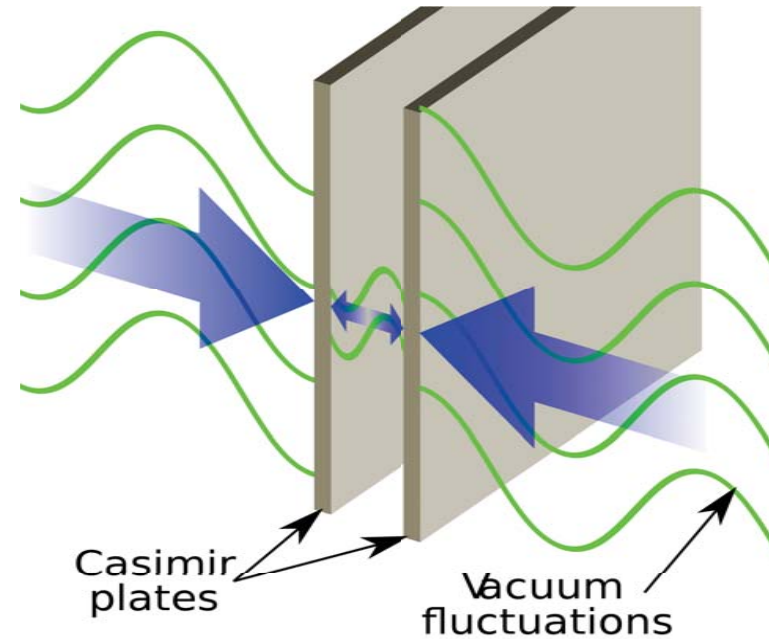
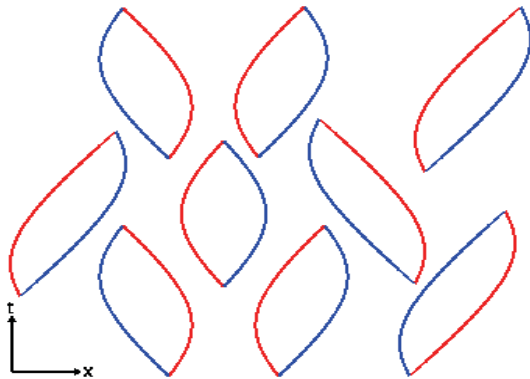
→ Il est impossible de former un trou noir à la gravité de surface nulle

Vers la découverte de Hawking

La mécanique quantique nous apprend que le vide n'est pas vide.

$$DE \cdot Dt > h.$$

- Décalage de Lamb
- Force de Casimir
- (effet Schwinger)

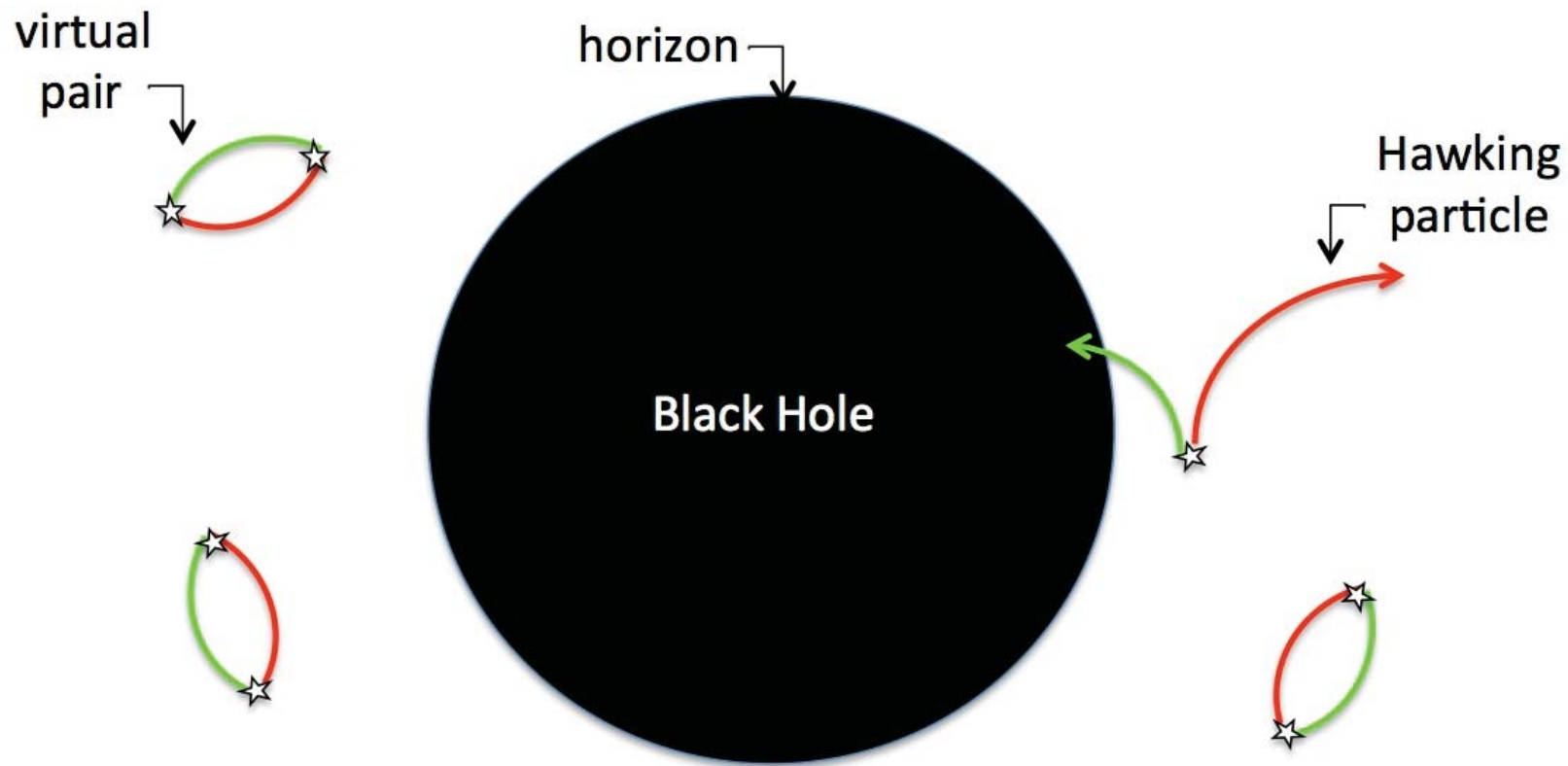
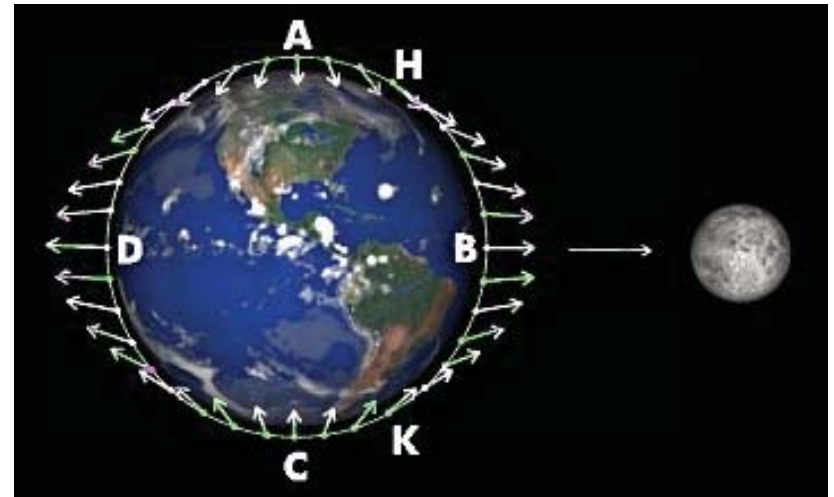


Le vide est une entité très complexe et fondamentale en théorie quantique des champs. Il pose une question essentielle – peut-être la plus importante à l'heure actuelle – en physique : pourquoi ne « gravite-t-il » pas ? Des pistes néanmoins.

Evaporation des trous noirs

Ce vide quantique peut se coupler aux trous noirs.

Effet de marée.



Les trous noirs rayonnent un spectre quasi-thermique. Une des plus belles formules de la physique.

$$T_{\text{BH}} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_{\text{B}} G M}$$

Plus les trous noirs sont petits plus ils sont chauds ! Une explication élémentaire

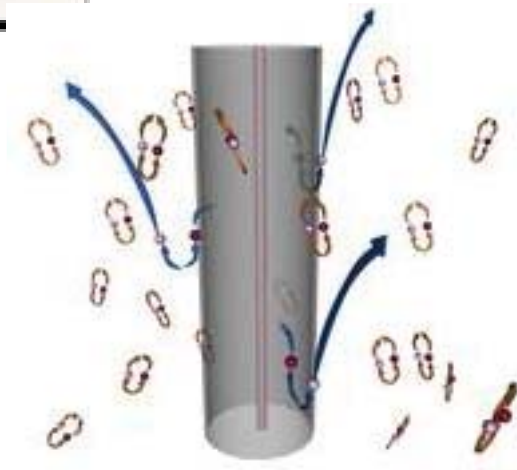
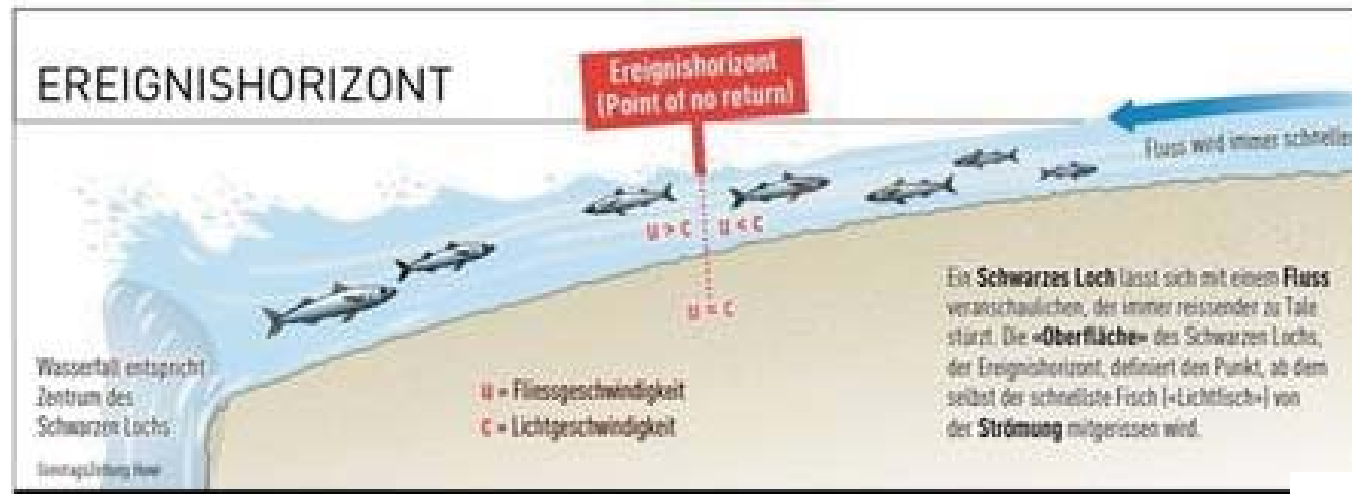
$$\text{champ} = \frac{GM}{r^2} \quad r = 2GM \quad \text{champ} \propto \frac{1}{M}$$

(pas vrai pour une planète où $M=kr^3$)

Conséquences paradoxales ... Plus un trou noir rayonne plus il est chaud ! Très explosif ...

Trous noirs acoustiques et effet Hawking

Observé avec les trous noirs acoustiques !



Photons \rightarrow Phonons

Relativité générale \rightarrow hydrodynamique

Toujours un horizon (en pratique deux pour effet résonnant) ici avec un fluide supersonique.

Pb : TH très faible \rightarrow fluides froids (CBE). + LASER pour déplacement.

Pas une « preuve » mais une indication forte !

Juste 2 pages (et 2 min max !) un peu formelles pour mieux comprendre l'origine profonde

$$\mathcal{L} = \sqrt{-g} \left(-\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 - \xi R \phi^2 \right).$$

$$\begin{aligned} [\phi(t, \mathbf{x}), \phi(t, \mathbf{x}')] &= 0 & [\hat{a}_i, \hat{a}_j] &= 0 & \hat{a}_i |0_f\rangle &= 0 & \text{for all } i. \\ [\pi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')] &= 0 & [\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger] &= 0 & \hat{n}_{fi} &= \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i. \\ [\phi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')] &= \frac{i}{\sqrt{-g}} \delta^{(n-1)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') & [\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] &= \delta_{ij}. & \phi &= \sum_i \left(\hat{a}_i f_i + \hat{a}_i^\dagger f_i^* \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_i \left(\hat{b}_i g_i + \hat{b}_i^\dagger g_i^* \right). & [\hat{b}_i, \hat{b}_j] &= 0 & \hat{b}_i |0_g\rangle &= 0 & \text{for all } i. \\ & & [\hat{b}_i^\dagger, \hat{b}_j^\dagger] &= 0 & \hat{n}_{gi} &= \hat{b}_i^\dagger \hat{b}_i. \\ & & [\hat{b}_i, \hat{b}_j^\dagger] &= \delta_{ij}, \end{aligned}$$

$$g_i = \sum_j \left(\alpha_{ij} f_j + \beta_{ij} f_j^* \right) \quad \hat{a}_i = \sum_j \left(\alpha_{ji} \hat{b}_j + \beta_{ji}^* \hat{b}_j^\dagger \right)$$

$$f_i = \sum_j \left(\alpha_{ji}^* g_j - \beta_{ji} g_j^* \right). \quad \hat{b}_i = \sum_j \left(\alpha_{ij}^* \hat{a}_j - \beta_{ij} \hat{a}_j^\dagger \right).$$

$$\begin{aligned}
\langle 0_f | \hat{n}_{gi} | 0_f \rangle &= \langle 0_f | b_i^\dagger b_i | 0_f \rangle \\
&= \left\langle 0_f \left| \sum_{jk} \left(\alpha_{ij} \hat{a}_j^\dagger - \beta_{ij} \hat{a}_j \right) \left(\alpha_{ik}^* \hat{a}_k - \beta_{ik}^* \hat{a}_k^\dagger \right) \right| 0_f \right\rangle \\
&= \sum_{jk} (-\beta_{ij}) (-\beta_{ik}^*) \langle 0_f | \hat{a}_j \hat{a}_k^\dagger | 0_f \rangle \\
&= \sum_{jk} \beta_{ij} \beta_{ik}^* \langle 0_f | \left(\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_j + \delta_{jk} \right) | 0_f \rangle \\
&= \sum_{jk} \beta_{ij} \beta_{ik}^* \delta_{jk} \langle 0_f | 0_f \rangle \\
&= \sum_j \beta_{ij} \beta_{ij}^*.
\end{aligned}
\qquad
\langle 0_f | \hat{n}_{gi} | 0_f \rangle = \sum_j |\beta_{ij}|^2.$$

Le concept même de particule est relatif !

Tel est la véritable origine de l'effet Hawking.

Une bizarrerie pour physiciens : la mécanique quantique respecte-t-elle le principe d'équivalence ? La masse ne se simplifie pas pour l'eq. de Schrödinger dans un pot. Newtonien ☺!

$$i\hbar \partial_t \Psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + mgz \Psi$$

Observer l'effet Hawking ? Les trous noirs primordiaux

Pour un trou noir stellaire la température de Hawking est extrêmement faible.

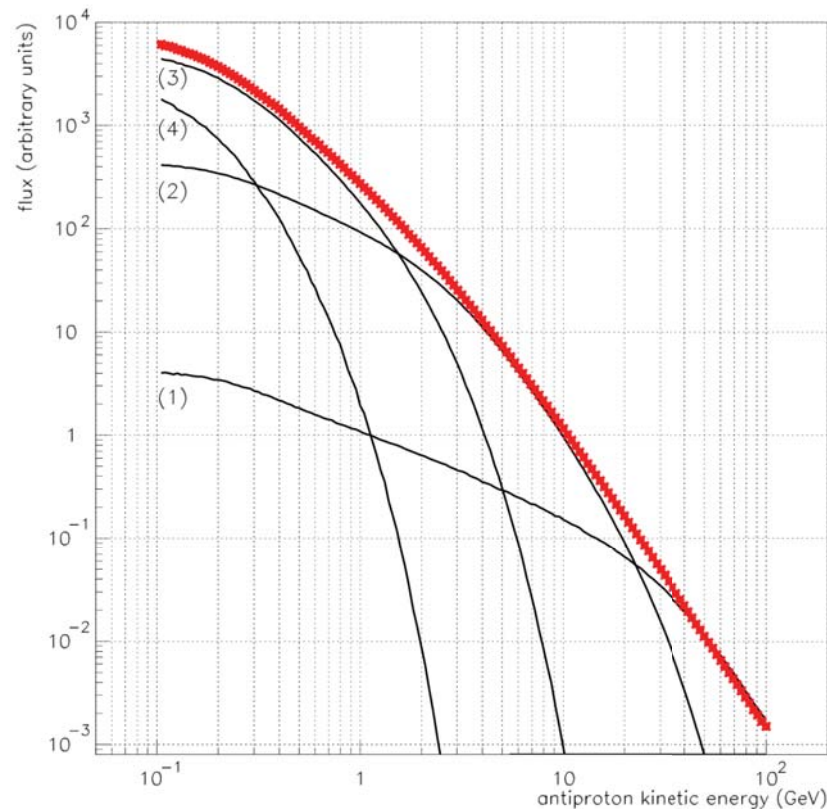
Il faut $M = 10^{15}$ g pour un temps d'évaporation égal à l'âge de l'Univers. $dm/dt = -a/m^2$.

Des petits trous noirs existent-ils ? Question ouverte ! Mécanismes de formations divers.

Recherche active :

- Rayons gammas
- Antiprotons
- Positons

Des reliques de l'univers le plus
Primordial ...



Va-t-on former des trous noirs au LHC ? C'est très improbable.

Quelles hypothèses ? Grandes dimensions supplémentaires. Exemple de connexion IR/UV.

Une forme de fin de la physique des particules ? Comment les voir ? Que peut-on apprendre ?

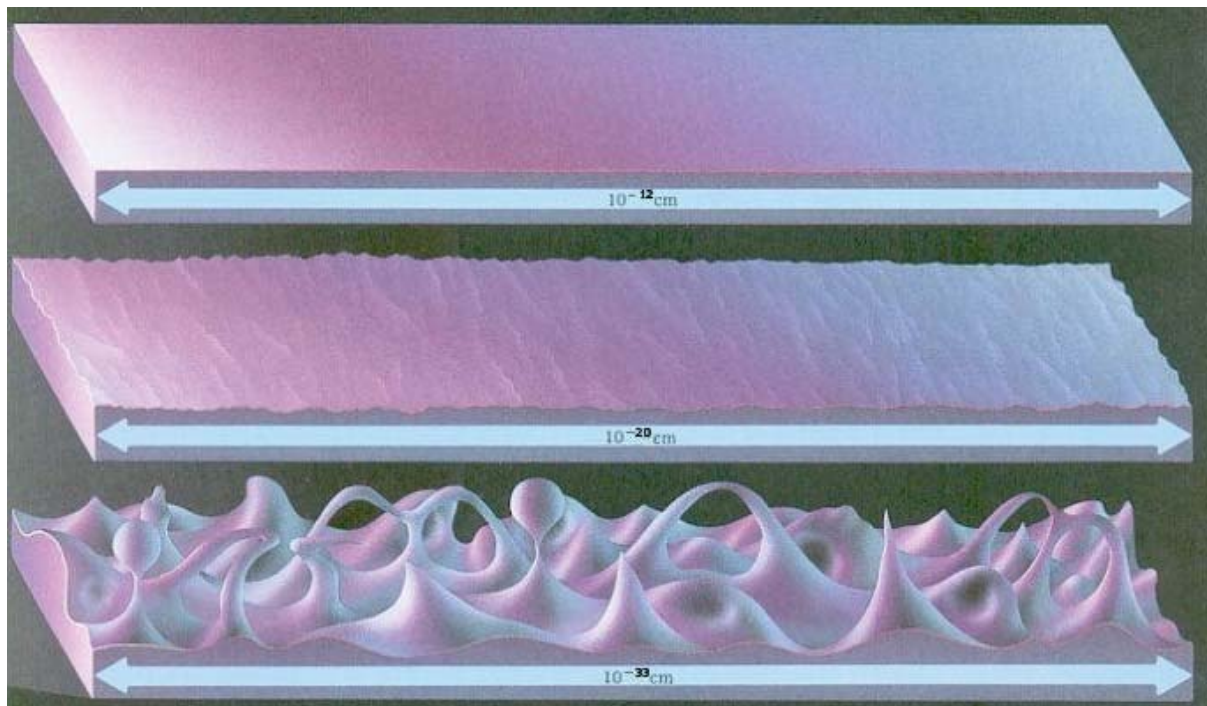
Et si l'évaporation de Hawking n'avait pas lieu, serait-ce dangereux ? Non pour une raison extrêmement simple.



La gravitation quantique

Mais ... Qu'est-ce que l'entropie des trous noirs ? Il faut identifier les degrés de liberté fondamentaux. C'est aussi une manière de faire face à la singularité centrale.

- Pourquoi une théorie de gravitation quantique ?
 - unification ? Surtout : cohérence (Big Bang, centre trous noirs, fin évaporation).
- Pourquoi est-ce difficile ?
 - Renormalisation, espace de Hilbert, temps ...

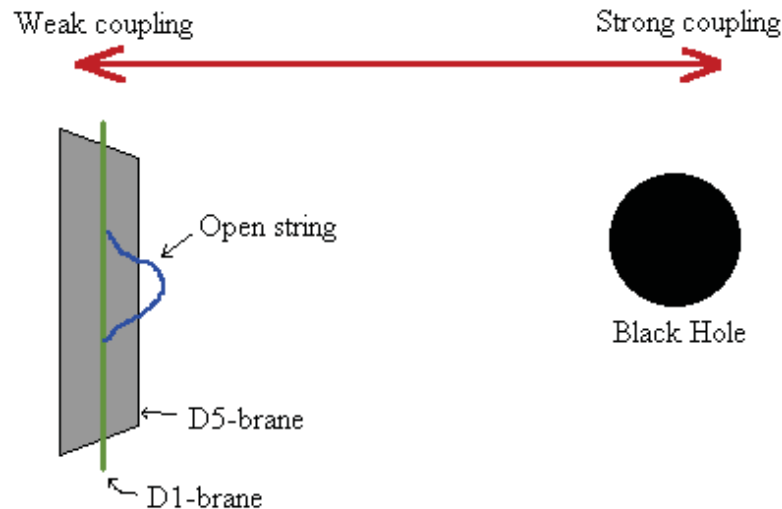


1) La théorie des cordes.

Unification, élégance, outils mathématiques (AdS/CFT), ... mais hypothèses lourdes !
Trois révolutions.

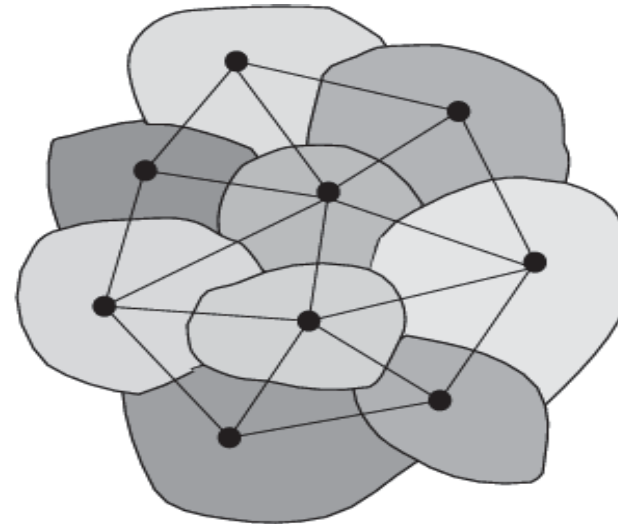
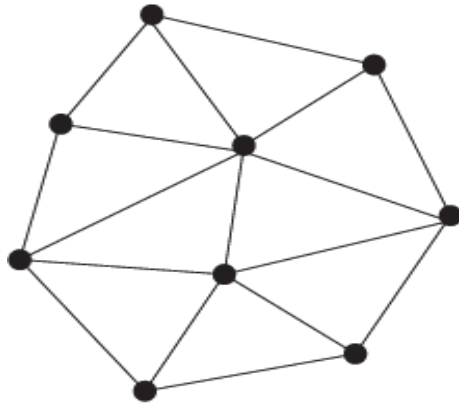
Pour les trous noirs :

- Écrire l'entropie et les autres grandeurs à D dimensions
- On fait varier la constante de couplage adiabatiquement
- On atteint l'échelle des cordes
- On remarque qu'à l'échelle d'une corde la masse vient de la tension
- On calcule l'entropie associée
- On retrouve la formule de Bekenstein !
- Mais seulement pour TN presque extrémaux



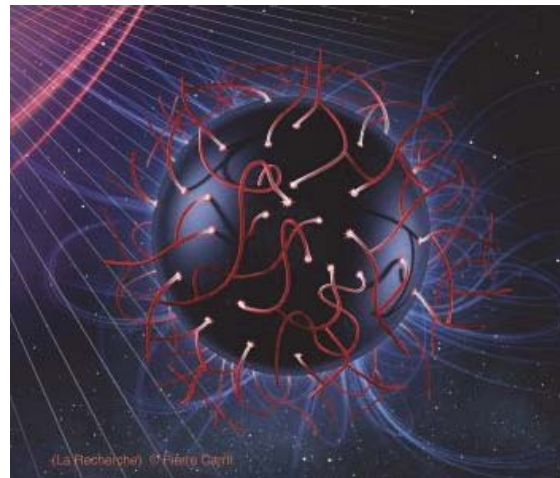
2) La gravitation quantique à boucles

« juste » une théorie de gravitation quantique. Ré-écriture de la RG comme une théorie de jauge. Foliation, contraintes, commutateurs, lissage ... *de façon invariante de fond*.
Structure granulaire de l'espace-temps.



Pour les trous noirs :

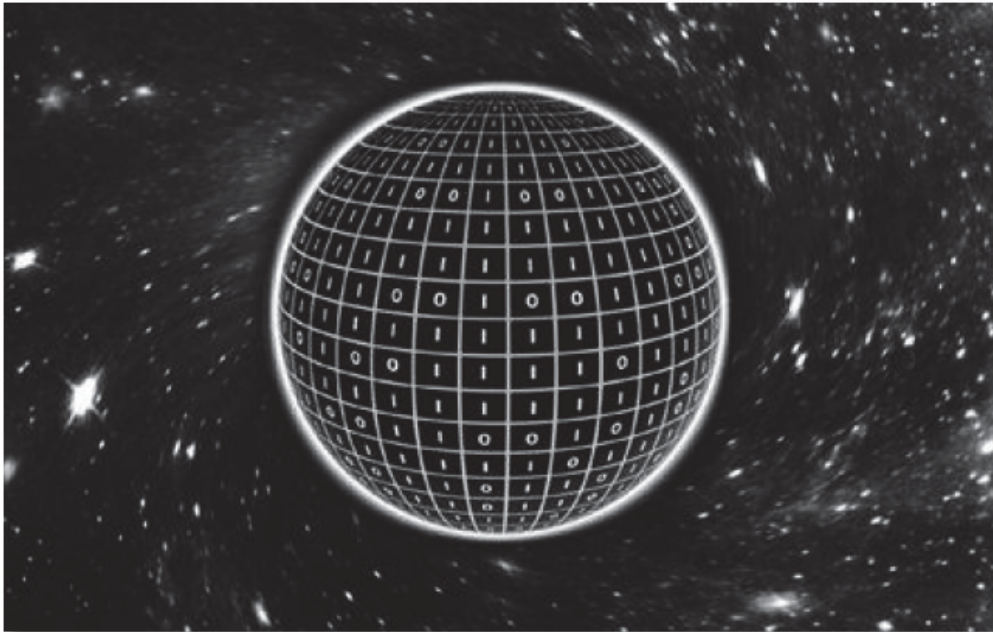
Entropie associée aux états quantiques sur l'horizon.



Un autre problème, lié au précédent : que devient l'information ?

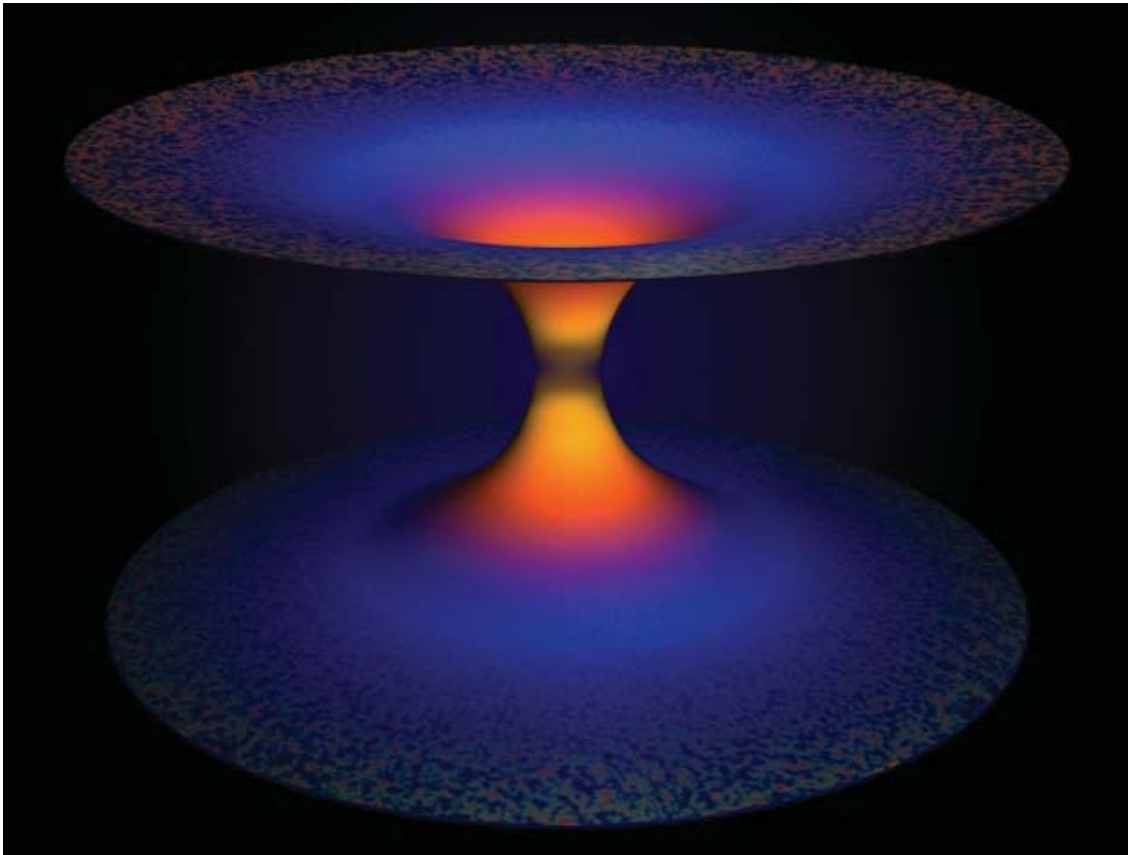
Beaucoup de « groupes » de solutions possibles :

- l'information est réellement perdue (la MQ est fautive)
- Dans le trou noir il existe un « bébé univers » où l'information est présente
- L'information est restituée par symétrie temporelle
- Les trous noirs ne s'évaporent pas entièrement
- L'information est « copiée » autre part
- L'information est codée sur l'horizon



Une nouvelle hypothèse : les trous noirs rebondissent ! Connexion trou noir – trou blanc.

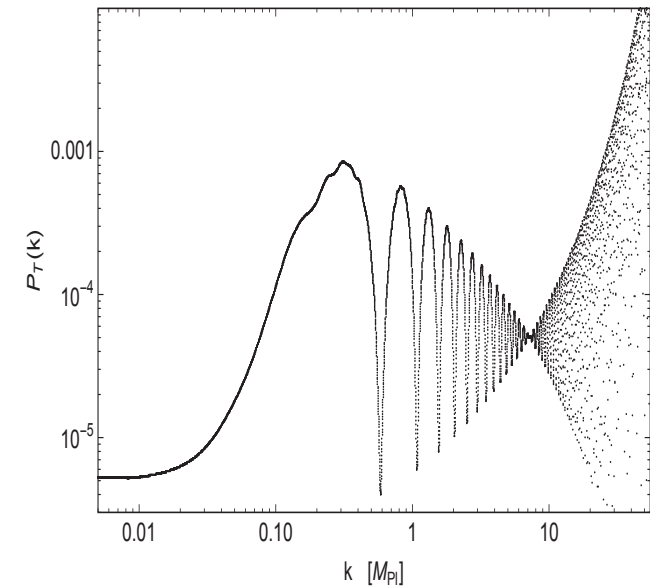
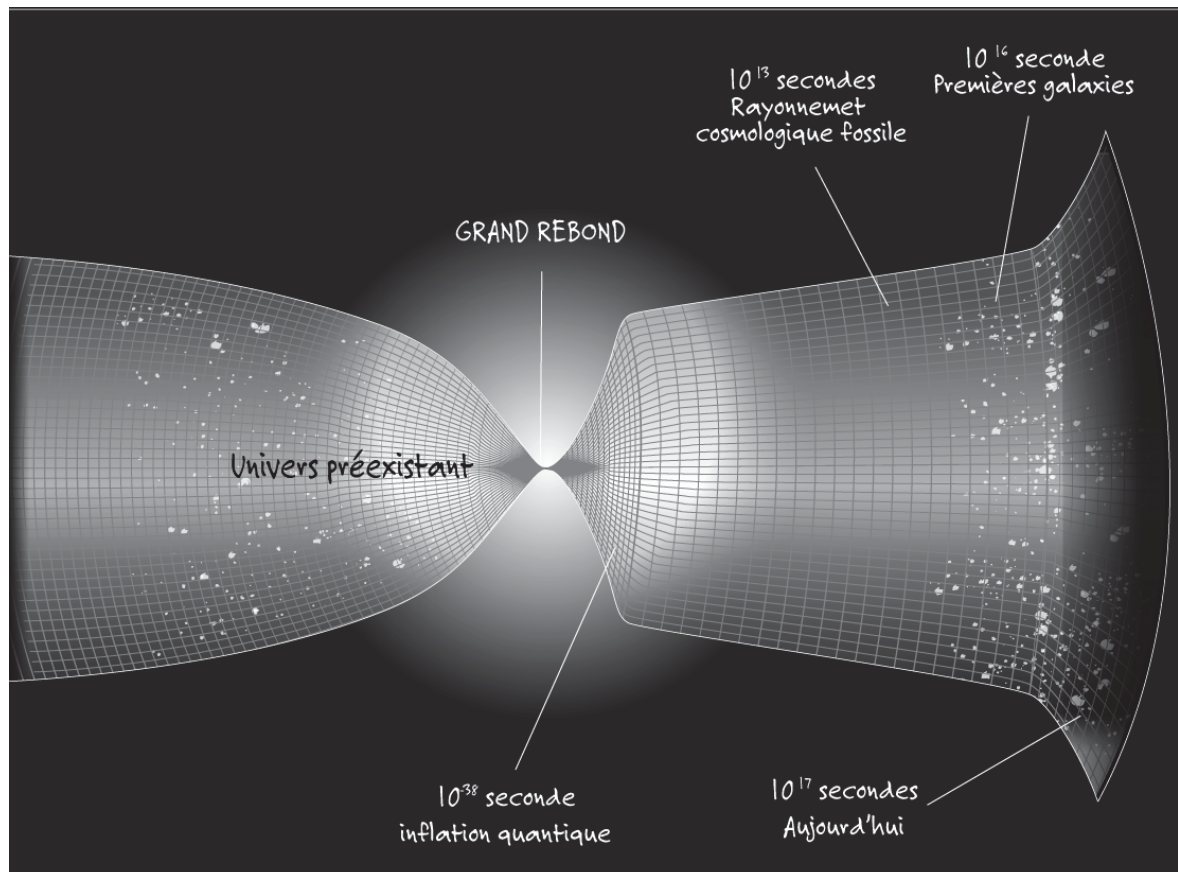
- Plus de problème d'information (pas de « firewall »)
- Pourquoi ?
- Combien de temps ?
- Testable ?



Lié à l'univers en rebond.

Effets quantiques forts à la densité de Planck.

Traces possibles dans le rayonnement fossile.



(Par Boris Bolliet).

Astres fascinants et globalement compris. Mais ils soulèvent des questions essentielles : nature de l'entropie, devenir de l'information, statut de la singularité.

