

Chapitre 4

Se cacher dans l'ombre

Sommaire

1	Système en Λ et états noirs	2
1-1	Rappel sur le système à deux niveaux	2
1-2	Système en Λ sans émission spontanée	3
1-3	Prise en compte de l'émission spontanée	4
1-4	Quelques résultats importants pour ce système	4
1-5	Au delà du système en Λ	6
2	Refroidissement par état noir	7
2-1	Une image simple du refroidissement	7
2-2	Largeur du trou d'excitation	9
2-3	Version quantique du problème	10
2-4	Mise en évidence expérimentale à 1D	10
3	Lois d'échelle pour le refroidissement subrecoil	11
3-1	Modèle pour le taux d'excitation	11
3-2	Temps de séjour dans la zone sombre et loi de Lévy	12
3-3	Largeur de la distribution en vitesse	13
3-4	Fraction d'atomes refroidis	14
3-5	Expériences à 2D et 3D	15
4	Une ombre sur mesure : transition Raman	15
4-1	Principe du refroidissement Raman	16
4-2	Sélectivité en vitesse	17
4-3	Quelle forme de pulse choisir ?	18

Les chapitres précédents ont été consacrés au refroidissement Doppler, d'abord avec une raie large telle que la largeur Γ du niveau excité est grande devant la pulsation de recul $\omega_r = \hbar k^2/2M$, puis avec une raie étroite.

- Dans le premier cas, nous avons trouvé que le désaccord optimal était $\Delta = -\Gamma/2$, conduisant à la limite Doppler bien connue, $k_B T = \hbar \Gamma/2$. La variation du taux de diffusion de photons avec la vitesse de l'atome est représentée sur la figure 4.1a. Il est à peu près constant sur tout l'intervalle allant de $v = -\Gamma/k$ à Γ/k et la vitesse quadratique moyenne est grande devant la vitesse de recul $v_r = \hbar k/M$.
- Dans le second cas, nous avons trouvé que le désaccord optimal est $\Delta \approx -3\omega_r$, conduisant à une vitesse quadratique moyenne de l'ordre de v_r . La variation du taux de diffusion de photons avec la vitesse est alors très différente du cas d'une raie large (cf. figure 4.1b) : ce taux passe par un minimum prononcé autour de $v = 0$, les atomes s'accumulant donc dans des classes de vitesse où ils ne diffusent que très peu de photons.

Le but de chapitre est de généraliser cette notion de « pompage optique dans l'espace des vitesses » qui se produit pour le refroidissement Doppler sur raie étroite. Nous allons exploiter l'idée d'interférence entre chemins quantiques pour annuler la probabilité d'excitation de l'atome quand il a atteint la classe de vitesse désirée. Nous allons discuter deux schémas différents, mais conduisant aux mêmes lois statistiques : le piégeage cohérent de population et le refroidissement Raman, qui utilise des impulsions lumineuse de forme optimisée pour transférer un atome d'un sous-niveau

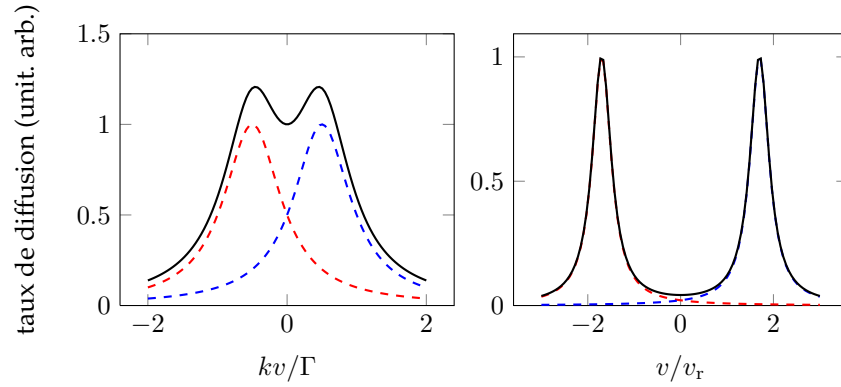


FIGURE 4.1. Taux d'excitation γ d'un atome refroidi par effet Doppler à une dimension. À gauche : cas d'une raie large, avec $\Gamma \gg \omega_r$ et $\Delta = -\Gamma/2$. À droite, cas d'une raie étroite $\Gamma = \omega_r$ et $\Delta = -3.4\omega_r$. La valeur de γ est proportionnelle à la puissance lumineuse et son unité est ici arbitraire. Les courbes en pointillé représentent les taux induits par les deux ondes progressives créant le refroidissement et la courbe en trait plein représente la somme de ces deux taux.

donné du niveau électronique fondamental vers un autre, de manière sélective en vitesse.

Le point commun à ces deux schémas est l'utilisation d'une configuration de niveaux internes en Λ , avec deux états fondamentaux g_1 et g_2 , couplés à un même état excité e (figure 4.2). Malgré sa simplicité apparente, il s'agit d'un système très riche, donnant naissance à de nombreux phénomènes contre-intuitifs. Nous allons donc commencer par présenter un certain nombre de ses propriétés ; nous renvoyons le lecteur intéressé vers les articles de revue de Arimondo (1996); Harris (1997); Fleischhauer et al. (2005) pour une étude plus approfondie, notamment en ce qui concerne ses applications concernant la transparence électromagnétiquement induite et l'information quantique.

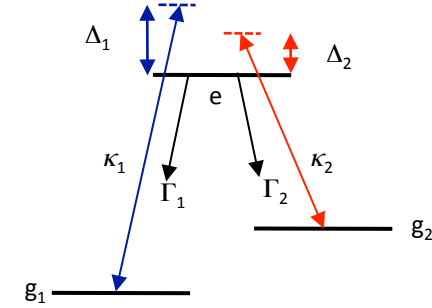


FIGURE 4.2. Système à trois niveaux, éclairés par deux ondes lumineuses cohérentes. On supposera ici que les taux d'émission spontanée depuis le niveau excité $|e\rangle$ sont $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma/2$.

1 Système en Λ et états noirs

Le but de ce premier paragraphe est de décrire quelques propriétés remarquables du système en Λ , composé de deux états $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$ de durée de vie infinie et d'un état excité $|e\rangle$. Nous allons nous concentrer dans ce paragraphe sur la dynamique interne de l'atome. L'étude du mouvement du centre de masse atomique sera faite en § 2.

1-1 Rappel sur le système à deux niveaux

Avant d'aborder le système en Λ , revenons très brièvement sur quelques éléments que nous avons déjà rencontrés pour un système à deux niveaux, composé d'un état fondamental stable g d'énergie E_g et d'un état excité d'énergie E_e , de durée de vie Γ^{-1} .

Tout d'abord, rappelons que l'on peut dans de nombreux calculs prendre en compte simplement la durée de vie finie de l'état excité e en ajoutant à son énergie le terme imaginaire $-i\hbar\Gamma/2$. En effet, la loi de décroissance exponentielle $P_e(t) = e^{-\Gamma t}$ s'obtient à partir de l'évolution du vecteur d'état

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iE_e t/\hbar} e^{-\Gamma t/2} |e\rangle + \dots, \quad (4.1)$$

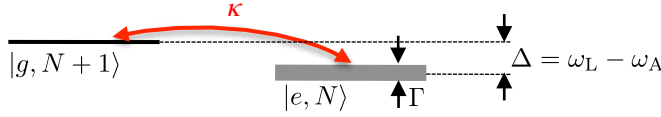


FIGURE 4.3. L'atome à deux niveaux habillé par les photons de l'onde lumineuse. Les trois fréquences caractérisant le problème sont la largeur naturelle Γ de l'état excité, le désaccord $\Delta = \omega_L - \omega_A$ et la pulsation de Rabi κ .

ce qui correspond bien à ce que l'on attend pour une énergie

$$\bar{E}_e = E_e - i\frac{\hbar\Gamma}{2}. \quad (4.2)$$

Supposons maintenant (comme aux chapitres précédents) que les niveaux g et e sont couplés par une excitation monochromatique de pulsation ω_L désaccordée de Δ par rapport à la résonance atomique $\omega_A = (E_e - E_g)/\hbar$. Le couplage est caractérisé par la fréquence de Rabi κ , que nous supposons ici petite devant Γ et/ou Δ . Après passage dans le référentiel tournant ou dans le formalisme de l'atome habillé (figure 4.3), les énergies propres en présence de couplage sont les valeurs propres de la matrice non-hermitienne décrivant l'hamiltonien dans la base $\{|g\rangle, |e\rangle\}$:

$$\bar{H} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \kappa^*/2 \\ \kappa/2 & -\Delta - i\Gamma/2 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

Une de ses valeurs propres reste proche de $-\hbar(\Delta + i\Gamma/2)$ et correspond à l'état $\bar{e}$, habillé par le couplage avec le laser. Le produit des valeurs propres (déterminant de la matrice) valant $-(\hbar|\kappa|/2)^2$, l'autre valeur propre est

$$\approx \hbar \frac{|\kappa|^2/4}{\Delta + i\Gamma/2}. \quad (4.4)$$

Elle donne l'énergie complexe de l'état $\bar{g}$ lui aussi habillé par le couplage avec le laser. La partie réelle de cette énergie représente le déplacement lumineux $\delta E(g)$ de $\bar{g}$ par rapport à g , et la partie imaginaire peut s'écrire $-i\hbar\gamma/2$, où γ^{-1} est la durée de vie finie de $\bar{g}$ correspondant à la diffusion de photons avec le taux γ . Le calcul explicite de ces deux termes à partir de (4.4) nous donne

$$\delta E(g) = \frac{\hbar\Delta}{2} s, \quad \gamma = \frac{\Gamma}{2} s, \quad \text{avec} \quad s = \frac{|\kappa|^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}. \quad (4.5)$$

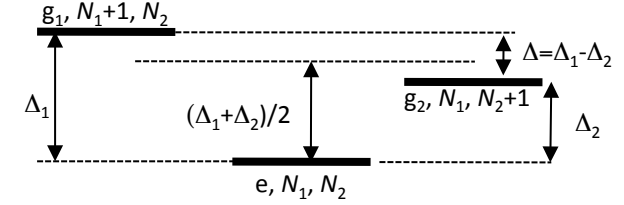


FIGURE 4.4. Système à trois niveaux de la figure 4.2, en représentation d'atome habillé.

L'expression pour γ correspond à ce que nous avons trouvé au chapitre 2 au moyen des équations de Bloch optiques dans la limite de faible saturation. L'expression pour $\delta E(g)$ représente le potentiel dipolaire que nous avons utilisé dans les cours des années précédentes lors de la description du piégeage d'atomes par la lumière. Nous le retrouverons dans le cours sur l'effet Sisyphe.

1-2 Système en Λ sans émission spontanée

Revenons maintenant au système à trois niveaux en Λ . Supposons que les atomes modélisés par ce système à trois niveaux sont éclairés par deux ondes monochromatiques, pilotant chacune une transition $|g_j\rangle \leftrightarrow |e\rangle$. Nous noterons κ_j les fréquences de Rabi et Δ_j les désaccords correspondants (figure 4.2). Dans une représentation en terme d'atome habillé (figure 4.4), l'état $|e, N_1, N_2\rangle$ est couplé aux deux états $|g_1, N_1 + 1, N_2\rangle$ et $|g_2, N_1, N_2 + 1\rangle$ par le couplage atome-laser :

$$\hat{V}_{AL} = \frac{\hbar\kappa_1}{2}|e\rangle\langle g_1| + \frac{\hbar\kappa_2}{2}|e\rangle\langle g_2| + \text{H.c.} \quad (4.6)$$

En choisissant l'origine des énergies au milieu des deux états $|g_1, N_1 + 1, N_2\rangle$ et $|g_2, N_1, N_2 + 1\rangle$, l'hamiltonien de ce système à trois niveaux s'écrit dans la base $\{|g_1, N_1 + 1, N_2\rangle, |g_2, N_1, N_2 + 1\rangle, |e, N_1, N_2\rangle\}$:

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & 0 & \kappa_1^* \\ 0 & -\Delta & \kappa_2^* \\ \kappa_1 & \kappa_2 & -(\Delta_1 + \Delta_2) \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \Delta = \Delta_1 - \Delta_2. \quad (4.7)$$

La quantité Δ représente le désaccord de la paire de faisceaux lumineux par rapport à la résonance Raman entre $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$.

Nous n'allons pas donner ici l'expression complète des états propres et des énergies associées pour cet hamiltonien, mais nous allons remarquer un point qui va jouer un rôle crucial dans la suite. L'état

$$|\psi_{\text{NC}}\rangle \propto \kappa_2|g_1\rangle - \kappa_1|g_2\rangle = \begin{pmatrix} \kappa_2 \\ -\kappa_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

n'est pas couplé à la lumière :

$$\hat{V}_{\text{AL}}|\psi_{\text{NC}}\rangle = 0 \quad (4.9)$$

(l'indice "NC" signifie précisément "non couplé"). Si l'on se place dans le cas où la résonance Raman est satisfaite, $\Delta = 0$, alors cet état est également état propre de l'hamiltonien $\hat{H}$: l'atome préparé dans cet état n'évoluera pas. Le fait que cet état n'est pas couplé à la lumière résulte d'un phénomène d'interférence : pour aller de $|\psi_{\text{NC}}\rangle$ à $|e\rangle$, deux chemins sont possibles : $|g_1\rangle \rightarrow |e\rangle$ et $|g_2\rangle \rightarrow |e\rangle$; or, ces deux chemins ont des amplitudes opposées et ils interfèrent de manière destructive : l'amplitude de probabilité totale pour aller de $|\psi_{\text{NC}}\rangle$ à $|e\rangle$ est nulle.

Dans ce qui suit, nous utiliserons également l'état combinaison de $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$ orthogonal à $|\psi_{\text{NC}}\rangle$ que nous appellerons « état couplé » :

$$|\psi_{\text{C}}\rangle \propto \kappa_1^*|g_1\rangle + \kappa_2^*|g_2\rangle. \quad (4.10)$$

1-3 Prise en compte de l'émission spontanée

Quand on prend en compte le fait que l'état excité a une durée de vie Γ , l'étude de la dynamique du système doit passer par le formalisme de l'équation pilote [ou par un autre formalisme permettant de prendre en compte les processus dissipatifs, comme la méthode des fonctions d'onde Monte Carlo (Mølmer et al. 1993)]. L'écriture de l'équation pilote se fait d'une manière similaire à ce que nous avons vu au cours 2 pour l'atome à deux niveaux :

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \frac{1}{i\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] + \left. \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right|_{\text{em. spont.}}. \quad (4.11)$$

L'évolution incohérente due aux phénomènes d'émission spontanée généralise ce que nous avons rencontré pour un système à deux niveaux :

$$\left. \frac{d\rho_{ee}}{dt} \right|_{\text{em. spont.}} = -(\Gamma_1 + \Gamma_2)\rho_{ee}, \quad \left. \frac{d\rho_{g_j g_j}}{dt} \right|_{\text{em. spont.}} = +\Gamma_j \rho_{ee} \quad (4.12)$$

pour les populations des trois niveaux ($j = 1, 2$),

$$\left. \frac{d\rho_{eg_j}}{dt} \right|_{\text{em. spont.}} = -\frac{\Gamma_j}{2}\rho_{eg_j}, \quad (4.13)$$

pour les cohérences optiques et

$$\left. \frac{d\rho_{g_1 g_2}}{dt} \right|_{\text{em. spont.}} = 0 \quad (4.14)$$

pour la cohérence entre les deux niveaux fondamentaux.

Pour ce système à trois niveaux, il est possible de donner une expression analytique de l'état stationnaire de l'équation pilote (Janik et al. 1985; Lounis & Cohen-Tannoudji 1992). Comme ce traitement analytique est assez long (sans poser aucune difficulté de principe), nous allons nous contenter de discuter ici physiquement quelques points qui seront utiles pour la suite.

1-4 Quelques résultats importants pour le système en Λ

Nous considérerons ici l'observable correspondant à la population stationnaire de l'état excité P_e . Nous notons immédiatement que lorsque la condition de résonance Raman est satisfaite, l'état non couplé (4.8) proposé plus haut reste un état stable du système :

$$\hat{\rho}_{\text{NC}} = |\psi_{\text{NC}}\rangle\langle\psi_{\text{NC}}| \implies \frac{d\hat{\rho}_{\text{NC}}}{dt} = 0. \quad (4.15)$$

En effet, $\hat{\rho}_{\text{NC}}$ commute avec l'hamiltonien puisque $|\psi_{\text{NC}}\rangle$ est état propre de cet hamiltonien. Par ailleurs, cet état n'évolue pas par émission spontanée puisque toute la population est concentrée dans les états fondamentaux. C'est un exemple d'état « protégé » de la dissipation (causée ici par les processus d'émission spontanée).

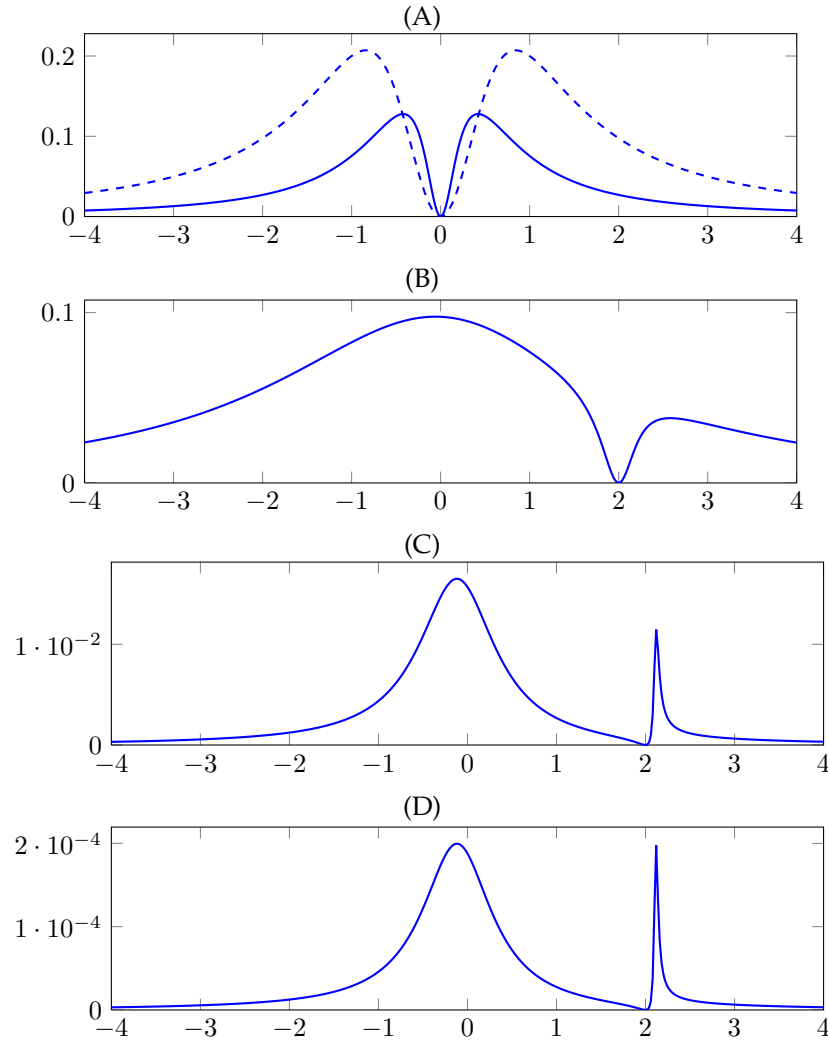


FIGURE 4.5. Variation de la population excitée P_e avec le désaccord Δ_1 , mesuré en unité de Γ . Les autres paramètres sont (en unités de Γ) : (A) trait plein : $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.5$, $\Delta_2 = 0$; trait pointillé : $\kappa_1 = \kappa_2 = 1$, $\Delta_2 = 0$, (B) $\kappa_1 = \kappa_2 = 1$, $\Delta_2 = 2$, (C) $\kappa_1 = 0.1$, $\kappa_2 = 1$, $\Delta_2 = 2$, (D) $\kappa_1 = 0.01$, $\kappa_2 = 1$, $\Delta_2 = 2$.

Quand la condition de résonance Raman n'est pas vérifiée, la population stationnaire de l'état excité n'est pas nulle. Sur la figure 4.5, nous avons tracé la variation de cette population avec le désaccord d'un des faisceaux lumineux (Δ_1) pour différents régimes de paramètres.

- Quand les fréquences de Rabi κ_1 et κ_2 sont égales, l'annulation de P_e pour la résonance Raman $\Delta_1 = \Delta_2$ se fait de manière régulière, avec une courbe à peu près symétrique au voisinage du zéro de P_e (figures 4.5 A et B). Cette annulation stricte du taux d'excitation de l'atome quand la résonance Raman est atteinte va jouer un rôle clé dans le mécanisme de refroidissement par piégeage cohérent de population. La sélectivité en vitesse sera assurée par la dépendance de $\Delta_{1,2}$ par rapport à la vitesse des atomes via l'effet Doppler. Nous reviendrons sur la largeur typique du trou autour de la résonance Raman quand nous étudierons ce mécanisme de refroidissement.
- En revanche, si les fréquences de Rabi sont très différentes (figures 4.5 C et D), le profil autour du point d'annulation est fortement dissymétrique et prend l'allure d'un profil du type prédit par Fano (1961). Cette forme de profil se rencontre dans le cas où une interférence se produit entre un processus de diffusion résonnante et un processus de diffusion beaucoup plus plat. Lounis & Cohen-Tannoudji (1992) ont prouvé que le modèle de Fano était effectivement réalisé pour le système en Λ quand $\kappa_1 \ll \kappa_2 \ll |\Delta_{1,2}|$. Pour le montrer, on commence par traiter exactement l'interaction du faisceau 2 avec l'atome. Dans le cas où $\kappa_2 \ll |\Delta_2|$, cet « habillage » du niveau g_2 induit le déplacement lumineux trouvé en (4.5) :

$$|g_2\rangle \rightarrow |\bar{g}_2\rangle, \quad E(\bar{g}_2) = E(g_2) + \delta E(g_2) \quad \delta E(g_2) = \frac{\hbar \Delta_2}{2} s_2. \quad (4.16)$$

Partons maintenant de l'atome dans l'état $|g_1\rangle$; la diffusion d'un photon du faisceau laser faible (faisceau 1) peut se faire soit de manière non résonante en ne passant que par $|e\rangle$ (figure 4.6, gauche), soit de manière résonante via une transition Raman qui mène l'atome de manière transitoire dans $|\bar{g}_2\rangle$ (figure 4.6, droite). Le maximum étroit de la courbe pour P_e est obtenu quand la résonance Raman vis à vis de l'état habillé $|\bar{g}_2\rangle$ se produit :

$$\hbar \Delta_1 = \hbar \Delta_2 + \delta E(g_2). \quad (4.17)$$

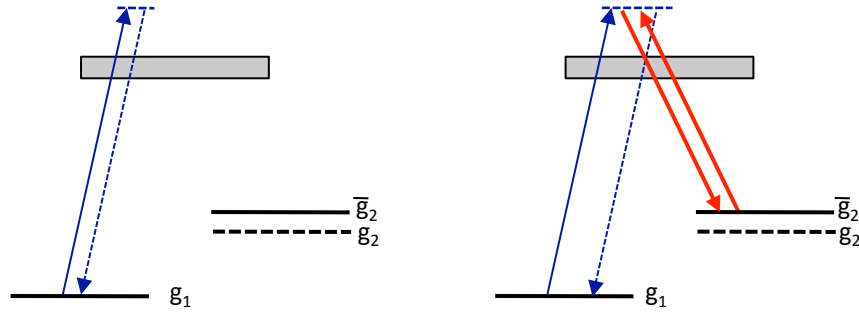


FIGURE 4.6. Les deux processus de diffusion pour un photon du laser 1, conduisant au profil de Fano de la figure 4.5 C et D.

On obtient donc une situation remarquable où P_e s'annule pour la résonance Raman « nue » $\Delta_1 = \Delta_2$, puis passe par un maximum pour la résonance Raman « habillée » (4.17). La largeur de la résonance est donnée par la largeur de l'état $\bar{g}_2$, c'est-à-dire $\gamma_2 = \Gamma_{s2}/2$ [cf. (4.5)]. Nous reviendrons sur ce profil d'excitation de type Fano lorsque nous étudierons la réabsorption des photons diffusés au sein d'un nuage d'atomes.

1-5 Au delà du système en Λ

La notion d'état noir n'est pas limitée au système à trois niveaux en Λ . Considérons une transition de résonance entre un niveau fondamental g de moment cinétique J_g vers un niveau excité e de moment cinétique J_e . Pour qu'une transition dipolaire soit autorisée, il faut que $J_e = J_g \pm 1$ ou $J_e = J_g$. Nous supposons ici que l'on éclaire une transition de ce type avec une lumière monochromatique. Le couplage atome-laser s'écrit de manière générale

$$\hat{V}_{AL} = \frac{\hbar}{2} \sum_{m,m'} \kappa_{m,m'} |e, m'\rangle \langle g, m| + \text{H.c.} \quad (4.18)$$

où les fréquences de Rabi $\kappa_{m,m'}$ ne sont non nulles que si $m' = m, m \pm 1$ du fait des règles de sélection pour l'interaction dipolaire électrique. Elles font

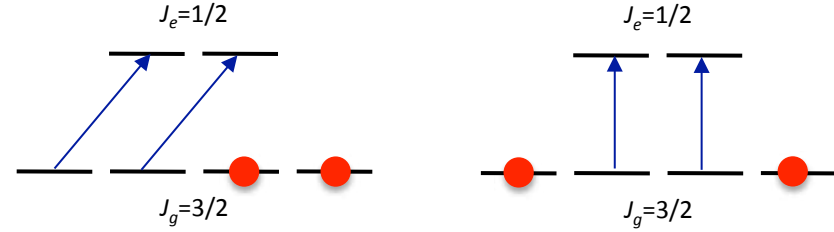


FIGURE 4.7. Atome avec une transition de résonance $J_g = 3/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$ éclairé par une lumière de polarisation circulaire (gauche) et linéaire (droite). Les états noirs sont indiqués par des disques rouges.

intervenir les différentes composantes de polarisation du champ électrique de l'onde lumineuse ($\sigma_{\pm}$ et π) ainsi que les coefficients de Clebsch-Gordan associés aux transitions $|g, m\rangle \leftrightarrow |e, m'\rangle$.

Remarquons pour commencer qu'il n'y a jamais d'état noir dans le cas $J_e = J_g + 1$. Quelle que soit la polarisation de l'onde laser choisie, il y a toujours une population stationnaire non nulle pour le niveau excité, sauf bien sûr si l'intensité lumineuse est rigoureusement nulle.

Considérons maintenant le cas $J_e = J_g - 1$. Dans ce cas, le niveau fondamental comporte deux sous-niveaux Zeeman de plus que le niveau excité¹. La matrice $\hat{V}_{AL}$ qui décrit le couplage atome-laser envoie donc un espace de dimension $2J_g + 1$ vers un espace de dimension plus petite $2J_e + 1 = (2J_g + 1) - 2$. Son noyau est donc obligatoirement de dimension supérieure ou égale à 2, c'est-à-dire qu'il y a forcément un sous-espace de dimension au moins 2 dans l'espace associé au niveau g , formé d'états non-couplés tels que

$$\hat{V}_{AL}|g_{\alpha}\rangle = 0. \quad (4.19)$$

Nous avons représenté sur la figure 4.7 ces sous-espaces pour une transition $J_g = 3/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$, dans les deux cas d'une polarisation circulaire et d'une polarisation linéaire parallèle à l'axe de quantification (polarisation π).

Passons finalement au cas d'une transition de résonance $J_e = J_g$. Ce cas est plus subtil. La matrice $\hat{V}_{AL}$ connecte deux espaces de même dimension

1. Rappelons que le nombre de sous-niveaux Zeeman est $2J_{g,e} + 1$.



FIGURE 4.8. Transition $J_g = 1/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$: il n'y a un état noir que si la polarisation est strictement circulaire.

et il n'y a donc pas de raison évidente pour laquelle on devrait s'attendre à l'existence d'un état noir. En fait, l'existence de ces états dépend de la valeur entière ou demi-entière de J_g et J_e .

- Dans le cas demi-entier, il n'y a en général pas d'état noir. Par exemple, pour une transition $J_g = 1/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$ et une polarisation linéaire, on obtient deux systèmes à deux niveaux indépendants et une population excitée non nulle. Ce n'est que si la lumière est polarisée circulairement que l'on retrouve un état noir dans ce cas (figure 4.8).
- Dans le cas J_g, J_e entiers, il y a toujours un état noir. Ceci est dû aux valeurs particulières des coefficients de Clebsch-Gordan. Si la lumière est polarisée circulairement, l'état noir est le même que celui trouvé pour J_g demi-entier : $|m_g = \pm J_g\rangle$. Si la lumière a une polarisation linéaire et parallèle à l'axe de quantification, l'état noir est l'état $|g, m = 0\rangle$, du fait de l'annulation du coefficient de Clebsch-Gordan qui caractérise la transition $|g, m = 0\rangle \leftrightarrow |e, m = 0\rangle$.

Remarque : le cas particulier $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$. Ol'shanii & Minogin (1992) ont obtenu dans ce cas une expression remarquablement simple de l'état noir pour un champ lumineux de polarisation quelconque. Choisissons un axe de quantification et caractérisons un état fondamental par le vecteur à trois composantes complexes $\vec{g}$:

$$|\psi_g\rangle = \sum_{m=-1}^{+1} \psi_{g,m} |g, m\rangle \leftrightarrow \vec{g} = \begin{pmatrix} \psi_{g,-1} \\ \psi_{g,0} \\ \psi_{g,+1} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

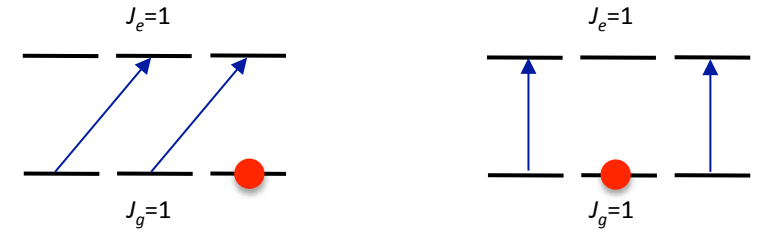


FIGURE 4.9. Transition $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$: il y a un état noir quelle que soit la polarisation, bien que la dimension de l'espace excité soit aussi grande que la dimension de l'espace fondamental.

et idem pour un état excité quelconque, qui sera caractérisé par un vecteur à trois composantes complexes $\vec{e}$. Considérons par ailleurs le vecteur polarisation ϵ (complexe) du champ électrique de l'onde laser :

$$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0 \epsilon e^{-i\omega_L t} + \text{c.c.} \quad (4.21)$$

Avec ces notations, Ol'shanii & Minogin (1992) ont montré que l'absorption d'un photon laser envoie un état fondamental quelconque caractérisé par $\vec{g}$ vers l'état excité caractérisé par $\vec{e}$ tel que

$$\vec{e} \propto \epsilon \times \vec{g}. \quad (4.22)$$

L'expression de l'état non couplé s'en déduit immédiatement : il s'agit de l'état fondamental dont les composantes $\psi_{g,m}$ sont telles que le vecteur à trois composantes $\vec{g}$ est parallèle à la polarisation ϵ du faisceau lumineux.

2 Refroidissement par état noir

2-1 Une image simple du refroidissement

Nous avons vu dans ce qui précède que le système en Λ offre la possibilité d'obtenir un état interne non couplé à la lumière

$$|\psi_{\text{NC}}\rangle \propto \kappa_2 |g_1\rangle - \kappa_1 |g_2\rangle. \quad (4.23)$$

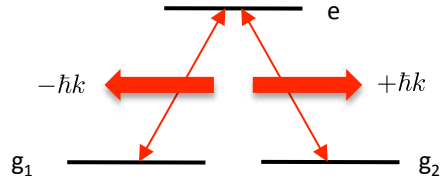


FIGURE 4.10. Configuration 1D permettant d'obtenir un piégeage cohérent de population sélectif en vitesse .

Cet état $|\psi_{\text{NC}}\rangle$ est un état propre de l'hamiltonien pourvu que la condition de résonance Raman soit satisfaite

$$\Delta \equiv \Delta_1 - \Delta_2 = 0. \quad (4.24)$$

Pour que cet effet puisse être utilisé pour refroidir des atomes, il faut le rendre dépendant de la vitesse. Plaçons-nous à une dimension (z) ; la dépendance en vitesse sera obtenue si les deux ondes se propagent en sens inverse, puisque le désaccord Raman $\Delta_1 - \Delta_2$ est alors fonction de v , composante de la vitesse le long de l'axe Oz . Supposons que l'onde pilotant la transition $g_1 \leftrightarrow e$ se propage vers les z négatifs, et que l'onde pilotant la transition $g_2 \leftrightarrow e$ se propage vers les z positifs (figure 4.10) :

$$\Delta_1(v) = \Delta_1(0) + kv, \quad \Delta_2(v) = \Delta_2(0) - kv. \quad (4.25)$$

Supposons qu'on choisisse un désaccord Raman nul pour un atome au repos, $\Delta_1(0) = \Delta_2(0)$, comme sur la figure 4.5A. Le désaccord Raman Δ pour un atome de vitesse v selon Oz sera

$$\Delta = 2kv. \quad (4.26)$$

On peut alors proposer une image simple pour le mécanisme de refroidissement exploitant ces états noirs (figure 4.11). On part d'une distribution en vitesse large et on éclaire les atomes avec les deux lasers 1 et 2 contre-propageants, en prenant ces deux laser résonnants et de même couplage $\kappa_1 = \kappa_2$. La variation de la population de l'état excité avec la vitesse, qui donne également le taux d'émission spontanée, est montrée sur la figure 4.12. Cette population présente un trou marqué en $v = 0$ comme

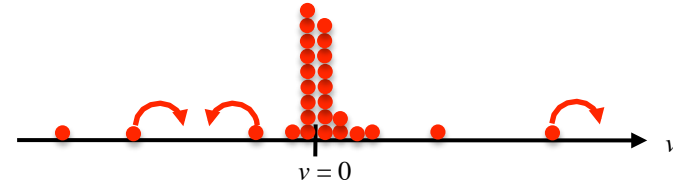


FIGURE 4.11. Mouvement brownien dans l'espace des vitesses avec accumulation autour de la vitesse nulle grâce au piégeage cohérent de population sélectif en vitesse.

attendu : c'est ce qu'on appelle le piégeage cohérent de population sélectif en vitesse (« piégeage » fait ici référence à l'accumulation dans l'état non couplé). Les atomes initialement de vitesse non nulle vont absorber des photons laser, émettre des photons spontanés, et leur vitesse va effectuer un mouvement brownien. Quand par chance ils arrivent au voisinage de la vitesse nulle, la probabilité par unité de temps pour qu'ils absorbent un photon chute fortement s'ils sont dans l'état $|\psi_{\text{NC}}(v)\rangle$: on s'attend donc à une accumulation d'atomes autour de $v = 0$, comme on l'avait vu pour le refroidissement Doppler en raie étroite. Notons quand même une différence importante entre les deux types de refroidissement : dans le piégeage cohérent de population tel que nous l'avons présenté, il n'y a pas de force de friction qui ramène la vitesse autour de 0 : l'évolution de la vitesse est ici un phénomène purement diffusif.

Nous allons voir ci-dessous que ce raisonnement simple, s'appuyant sur la notion semi-classique de vitesse d'un atome définie indépendamment de son état interne, est *grosso modo* correct, mais qu'il doit malgré tout être complété. Par ailleurs, il pose un certain nombre de questions qu'il faut aborder pour évaluer les performances du refroidissement :

- Puisque le refroidissement attendu dépend de la présence d'un trou d'excitation au voisinage de la vitesse nulle, comment la taille de ce trou varie-t-elle avec les paramètres des lasers ?
- Si l'on cherche à atteindre un refroidissement sub-recul, on ne peut pas se contenter de raisonner sur la vitesse de l'atome sans dire s'il s'agit de la vitesse avant ou absorption du dernier photon. Comment faire

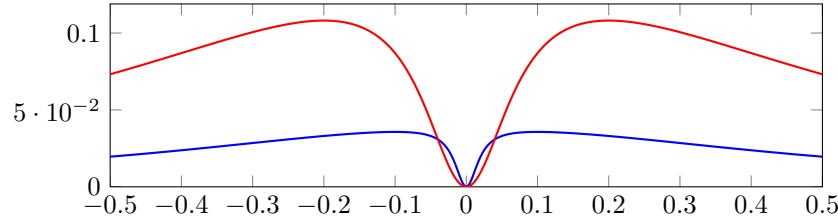


FIGURE 4.12. Variation de la population de l'état excité P_e avec la vitesse atomique, mesurée en unité de Γ/k . Figure réalisée pour $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$. Bleu : $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.2 \Gamma$, Rouge : $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.4 \Gamma$.

un raisonnement quantique, prenant en compte ces changements de vitesse élémentaires ?

- Le processus tel que nous l'avons décrit repose sur un mouvement brownien purement diffusif qui ramène de temps en temps la vitesse de l'atome au voisinage de $v = 0$. Or, la probabilité de retour vers l'origine du mouvement brownien dépend fortement de la dimensionnalité du problème. Quelle est l'efficacité de ce processus à 3D ?

2-2 Largeur du trou d'excitation

Intéressons-nous à la largeur du trou de la courbe d'excitation autour de la vitesse nulle, qui va être déterminant pour l'efficacité du processus de refroidissement. Nous allons discuter l'influence de la dissipation en passant en revue successivement les trois états internes (figure 4.13)

$$|e\rangle, \quad |\psi_C\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g_1\rangle + |g_2\rangle), \quad |\psi_{NC}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g_1\rangle - |g_2\rangle). \quad (4.27)$$

Nous nous intéressons pour simplifier au cas où les deux ondes ont la même fréquence de Rabi et nous posons $\kappa = \kappa_1 = \kappa_2$, que nous supposons très petit devant Γ . Notre raisonnement reproduit celui développé par Aspect et al. (1989).

L'état $|e\rangle$ a pour largeur Γ : l'atome préparé dans cet état émet un photon spontané au bout d'un temps $\sim \Gamma^{-1}$.

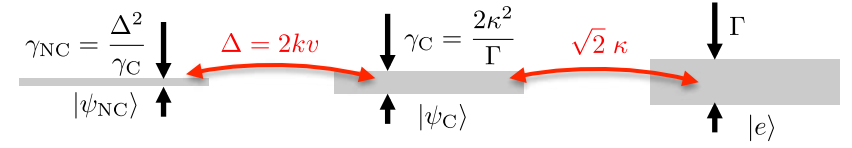


FIGURE 4.13. Les trois états couplés du problème et leur largeur. La figure est faite à résonance $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$, avec des fréquences de Rabi égales $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$.

L'état $|\psi_C\rangle$ est couplé de manière résonante à l'état $|e\rangle$ avec la fréquence de Rabi $\sqrt{2} \kappa$. Ce couplage confère à l'état $|\psi_C\rangle$ la largeur [cf. (4.5)] :

$$\gamma_C = \frac{2\kappa^2}{\Gamma}, \quad (4.28)$$

ce qui signifie qu'un atome placé initialement dans l'état $|\psi_C\rangle$ diffusera un photon après un temps de l'ordre γ_C^{-1} .

L'état $|\psi_{NC}\rangle$ est par construction non couplé à l'état excité. En revanche, si le désaccord Raman $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$ est non nul, les états $|\psi_{NC}\rangle$ et $|\psi_C\rangle$ sont couplés entre eux. En effet, pour $\kappa = 0$, l'état initial

$$|\psi(0)\rangle = |\psi_{NC}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g_1\rangle - |g_2\rangle) \quad (4.29)$$

évolue comme

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\Delta t/2} |g_1\rangle - e^{+i\Delta t/2} |g_2\rangle \right) \quad (4.30)$$

et il devient donc proportionnel à $|\psi_C\rangle$ à l'instant $t = \pi/\Delta$. Le couplage entre $|\psi_{NC}\rangle$ et $|\psi_C\rangle$ est donc directement donné par Δ . Une valeur non nulle de Δ (ou encore une vitesse non nulle pour le cas qui nous intéresse) va donner une largeur à l'état $|\psi_{NC}\rangle$:

$$\gamma_{NC} = \frac{\Delta^2}{\gamma_C}, \quad (4.31)$$

ce qui se réécrit encore, en utilisant (4.28) et $\Delta = 2kv$:

$$\gamma_{NC} = 2\Gamma \frac{(kv)^2}{\kappa^2}. \quad (4.32)$$

Cette estimation de γ_{NC} nous donne la largeur recherchée du trou d'excitation au voisinage de la résonance Raman. On remarque en particulier que :

- La variation du taux d'excitation est quadratique par rapport à la vitesse.
- La raideur de cette variation quadratique est d'autant plus grande que la fréquence de Rabi κ est petite ; ce point est clairement visible sur la figure 4.12, où l'on a tracé P_e pour deux valeurs de κ différentes.

2-3 Version quantique du problème

Dans ce qui précède, nous avons raisonné sur la vitesse v de l'atome sans préciser s'il s'agissait de la vitesse avant ou après que l'atome ait absorbé un photon. Ce type de raisonnement est légitime quand le changement d'effet Doppler lié au recul d'un seul photon, $kv_r = 2\omega_r$, est petit devant toutes les autres fréquences du problème. En revanche, il ne peut pas être maintenu si l'on cherche à obtenir un refroidissement subrecul. Il faut alors être plus précis pour déterminer précisément l'état dans lequel les atomes vont s'accumuler.

Pour traiter l'interaction atome-rayonnement dans ce cas, il faut prendre en compte le recul de l'atome dans les processus absorption-émission. Commençons par le cas sans émission spontanée. On peut alors regrouper les états atomiques (internes+externes) en familles

$$\mathcal{F}(v) = \{ |g_1, v + v_r\rangle, |e, v\rangle, |g_2, v - v_r\rangle \}. \quad (4.33)$$

Le couplage atome-laser laisse ces familles globalement stables. La condition de résonance Raman dans une famille donnée s'écrit alors :

$$E(g_1) + \hbar\omega_{L,1} + \frac{M(v + v_r)^2}{2} = E(g_2) + \hbar\omega_{L,2} + \frac{M(v - v_r)^2}{2}. \quad (4.34)$$

Posons comme ci-dessus $\Delta_1 = \Delta_2$, c'est-à-dire $E(g_1) + \hbar\omega_{L,1} = E(g_2) + \hbar\omega_{L,2}$. La condition de résonance Raman (4.34) est obtenue pour $v = 0$; la seule famille présentant un état véritablement noir est donc la famille $\mathcal{F}(v = 0)$ et l'état noir correspondant s'écrit

$$|\psi_{\text{NC}}(v = 0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g_1, +v_r\rangle - |g_2, -v_r\rangle). \quad (4.35)$$

Une analyse en vitesse de cet état doit montrer deux pics situés en $\pm v_r$, de part et d'autre de la vitesse nulle.

En présence d'émission spontanée, la famille occupée par l'atome va changer aléatoirement du fait du recul associé aux processus d'émission. Dans chaque famille, l'état de plus grande durée de vie est l'état non couplé $|\psi_{\text{NC}}(v)\rangle$ et l'estimation faite en (4.32) pour sa durée de vie reste valable.

Ce traitement plus précis confirme donc l'image proposée plus haut pour le refroidissement subrecul, pourvu que l'on remplace la notion un peu floue de « vitesse de l'atome » par la notion de famille $\mathcal{F}(v)$. L'état de l'atome effectue bien une marche au hasard, l'atome sautant d'une famille à l'autre sous l'effet de l'émission spontanée. Quand cette marche au hasard amène l'atome dans l'état non couplé $|\psi_{\text{NC}}(v)\rangle$ d'une famille avec v très proche de 0, le temps de séjour dans cette famille devient extrêmement long. On peut ainsi espérer accumuler un grand nombre d'atomes au voisinage de $|\psi_{\text{NC}}(v = 0)\rangle$.

2-4 Mise en évidence expérimentale à 1D

La première expérience de refroidissement subrecul a été menée à une dimension par le groupe de l'ENS en utilisant précisément ce mécanisme (Aspect et al. 1988). La transition utilisée était la raie $2^3S_1 \leftrightarrow 2^3P_1$ de l'hélium préparé dans son état triplet métastable, éclairé par deux ondes contre-propageantes polarisées σ_+ et σ_- . Après quelques processus de pompage optique, l'atome se retrouve dans le système en Λ (figure 4.14, haut) :

$$|g, m = -1\rangle \leftrightarrow |e, m = 0\rangle \leftrightarrow |g, m = +1\rangle \quad (4.36)$$

car l'état $|e, m = 0\rangle$ a une probabilité nulle de se désexciter vers le troisième sous-niveau fondamental $|g, m = 0\rangle$. L'expérience a confirmé l'effet attendu et une distribution en vitesse à deux pics, en $\pm v_r$, a été observée (figure 4.14, bas). Il s'agit bien d'un refroidissement (et non d'un simple filtrage) car le nombre d'atomes dans ces classes de vitesse est plus élevé après interaction avec la lumière qu'avant.

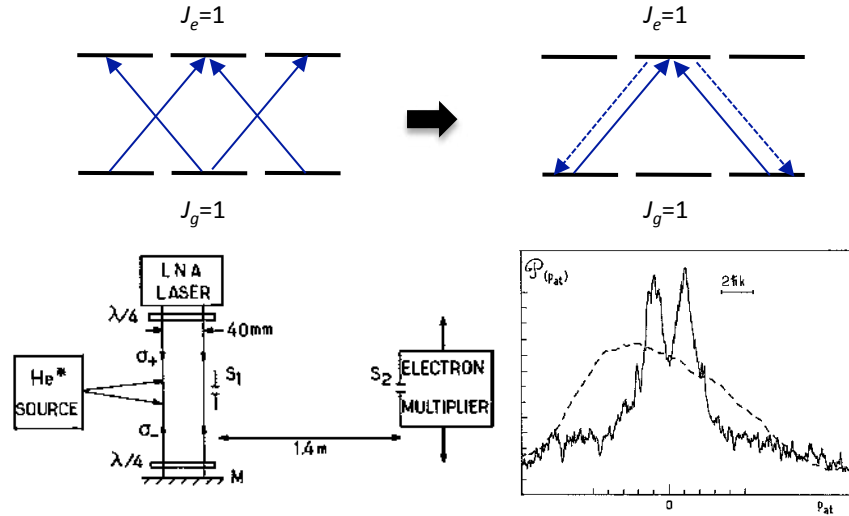


FIGURE 4.14. Haut : Transition $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$ éclairée en lumière σ_+ et σ_- , composée d'un système en Λ et d'un système en V . Après quelques processus d'émission spontanée, l'atome est pompé optiquement dans le système en Λ et le refroidissement par piégeage cohérent de population peut commencer. Bas : figure extraite de Aspect et al. (1988), montrant le principe du refroidissement transverse sub-recul d'un jet atomique d'hélium métastable par piégeage cohérent de population et la collimation observée. La structure en double pic de la distribution en vitesses finale (trait continu) est caractéristique de l'état noir (4.35) (ou de ses voisins immédiats). Les traits pointillés représentent la distribution en vitesse initiale.

3 Lois d'échelle pour le refroidissement subrecul

Nous allons donner dans ce paragraphe quelques éléments pour évaluer l'efficacité d'un refroidissement subrecul tirant parti d'un zéro dans le taux d'excitation de l'atome, comme en figure 4.12. Les raisonnements que nous allons faire seront également valables pour le refroidissement Raman que nous verrons en § 4. Nous souhaitons déterminer la largeur caractéristique du pic en vitesse étroit généré par le refroidissement, ainsi que la fraction d'atomes susceptibles de s'accumuler dans ce pic. Il s'agit d'un problème délicat, à la fois du fait de la multitude des situations possibles et de la complexité des outils mathématiques et statistiques à utiliser. Nous allons nous restreindre ici à la description d'un cas représentatif, qui nous permettra de discuter l'influence de deux paramètres importants : (i) la dimensionnalité de l'espace et (ii) la variation du taux d'excitation autour de son zéro. Nous renvoyons le lecteur intéressé par un approfondissement de ces notions vers Bardou et al. (1994) ainsi que vers l'ouvrage très complet de Bardou et al. (2002).

3-1 Modèle pour le taux d'excitation

Pour simplifier la discussion, nous allons modéliser le problème de la manière suivante (figure 4.15) : l'état de l'atome est repéré par sa vitesse v (1D, 2D ou 3D), qui permet de calculer le taux d'excitation $\gamma(v)$. Nous décrivons ce taux de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \gamma(v) &= \gamma_0 \left(\frac{v}{v_0} \right)^\alpha & \text{si } |v| < v_0, \\ &= \gamma_0 & \text{si } |v| > v_0, \end{aligned} \quad (4.37)$$

le cas de l'état noir vu plus haut correspondant à l'exposant $\alpha = 2$ (cf. 4.32).

Nous supposons de plus qu'au mécanisme de refroidissement subrecul créant le trou du taux d'excitation au voisinage de $v = 0$ s'ajoute un autre mécanisme de refroidissement, que nous ne détaillons pas à ce stade et qui peut être de type Doppler ou Sisyphe. Cet autre mécanisme maintient les atomes dans une zone de taille finie centrée autour de $v = 0$. Il n'était pas présent dans notre discussion du paragraphe précédent, ni dans l'expérience représentée sur la figure 4.14. Dans la mesure où il s'agissait de

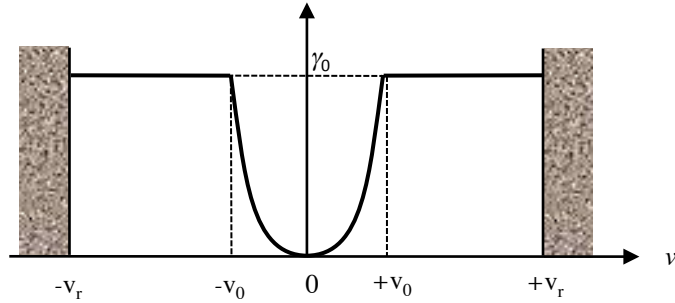


FIGURE 4.15. Modélisation du taux d'excitation (ici à 1D) selon (4.37), avec des « murs » dans l'espace des vitesses, situés ici à $|v| = v_r$.

situations unidimensionnelles, ce mécanisme n'était pas véritablement nécessaire car le mouvement brownien de la vitesse causé par les reculs aléatoires dus à l'émission spontanée était suffisant pour ramener de temps en temps l'atome au niveau du trou en $v = 0$. Mais à trois dimensions, on ne peut pas compter sur ce mouvement brownien et il faut « aider » l'atome à s'approcher de $v = 0$ et à trouver la zone sombre dans l'espace des vitesses.

Pour modéliser de la manière la plus simple possible cet autre mécanisme de refroidissement, nous allons supposer que le module de la vitesse de l'atome ne peut pas dépasser la vitesse de recul :

$$|v| < v_r. \quad (4.38)$$

Nous plaçons donc des « murs » dans l'espace des vitesses qui confinent l'atome dans la zone centrale. La position exacte de ces murs n'est pas importante car elle intervient comme un simple facteur multiplicatif dans le calcul. Nous la fixons ici à v_r pour simplifier l'analyse.

3-2 Temps de séjour dans la zone sombre et loi de Lévy

Reprenons l'image développée précédemment, en nous plaçant dans la situation

$$v_0 \ll v_r \quad (4.39)$$

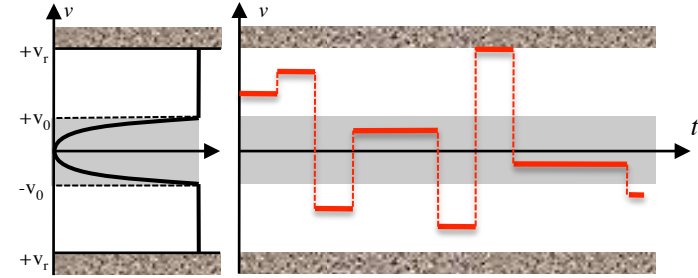


FIGURE 4.16. Marche au hasard dans l'espace des vitesses. Quand la particule arrive dans la zone sombre, la durée de séjour sur une classe de vitesse donnée est augmentée par rapport à la zone brillante.

et en tenant compte des murs. Tant que la particule n'est pas dans la zone sombre $|v| < v_0$, elle saute aléatoirement d'une vitesse à l'autre avec un taux γ_0 , chaque pas de cette marche au hasard étant de l'ordre de v_r (figure 4.16). À chaque saut, la particule « tente donc sa chance » pour tomber dans la zone sombre, l'arrosage de cette zone étant uniforme. Une fois tombée dans cette zone, il faut à la particule un temps τ de l'ordre de $1/\gamma(v)$ pour refaire un nouveau saut.

Plaçons-nous d'abord à une dimension pour évaluer la loi statistique $\mathcal{P}(\tau)$ du temps de séjour τ , la quantité $\mathcal{P}(\tau) d\tau$ donnant la probabilité pour que la particule tombée dans la zone sombre y reste un temps compris entre τ et $\tau + d\tau$. Nous allons supposer que durant son séjour de durée τ dans la zone sombre, la particule occupe une et une seule vitesse v . En effet, la probabilité que la particule quitte v pour aller vers une vitesse v' également située dans la zone sombre est faible si la largeur de cette zone est petite devant la taille moyenne d'un saut v_r .

Nous prendrons l'expression suivante pour la densité de probabilité $\mathcal{P}(v)$ qu'une particule entrant dans la zone sombre atteigne la vitesse v :

$$\mathcal{P}(v) = \frac{1}{2v_0}, \quad (4.40)$$

ce qui signifie que l'arrosage de cette zone sombre se fait de manière uniforme. Supposons par ailleurs que le temps de séjour sur la classe de vi-

tesse v est exactement égal² à $1/\gamma(v)$. Comme les classes de vitesse v et $-v$ correspondent au même temps de séjour, on a alors

$$\mathcal{P}(\tau) d\tau = [\mathcal{P}(v) + \mathcal{P}(-v)] dv \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{1}{\gamma_0} \left(\frac{v_0}{v} \right)^\alpha \quad (4.41)$$

qui se résout en

$$\mathcal{P}(\tau) \propto \frac{1}{\tau^{1+\frac{1}{\alpha}}}. \quad (4.42)$$

En particulier, pour le cas du piégeage cohérent de population, on a $\alpha = 2$ et donc :

$$\text{résonance noires 1D :} \quad \mathcal{P}(\tau) \propto \frac{1}{\tau^{3/2}}. \quad (4.43)$$

La loi de distribution (4.43) est à l'origine d'une partie de la complexité mathématique du problème. Il s'agit d'une loi large qui, si elle est normalisable, n'a pas de moments d'ordre 1, 2, ... bien définis. Ceci entraîne par exemple que le théorème de la limite centrale ne s'applique pas : si on s'intéresse au temps total passé par l'atome dans la zone sombre après N passages :

$$T_N = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_N, \quad (4.44)$$

on ne trouve pas une distribution gaussienne bien que l'on somme N variables aléatoires indépendantes, mais une distribution de Lévy. Plus précisément, le théorème de la limite centrale usuel indiquerait que T_N croît comme $N\langle\tau\rangle$ plus une correction en $\sqrt{N}$. Ici au contraire, la somme T_N est dominée par quelques événements (cf. figure 4.17) et on trouve que T_n croît comme N^2 [voir par exemple Bouchaud & Georges (1990)].

On peut généraliser le raisonnement qui précède au cas multidimensionnel. À trois dimensions, en supposant un arrosage uniforme de la boule $|p| < p_0$, on trouve à la place de (4.40) :

$$\mathcal{P}(v) = \frac{3v^2}{v_0^3} \quad (4.45)$$

ce qui conduit à

$$\mathcal{P}(\tau) \propto \frac{1}{\tau^{1+\frac{3}{\alpha}}}. \quad (4.46)$$

2. Il serait plus correct d'écrire que le temps de séjour τ est lui-même une variable aléatoire de loi exponentielle dont la moyenne est donnée par $1/\gamma(v)$; toutefois, cela ne change pas la loi d'échelle donnée en (4.42) [voir Bardou et al. (2002), § 3.3.1.2].

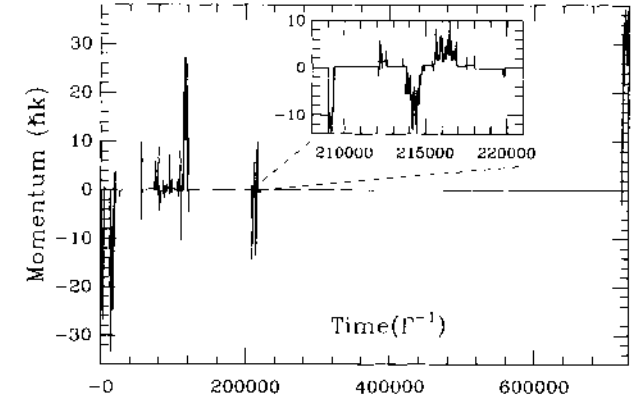


FIGURE 4.17. Exemple de trajectoire dans l'espace des vitesses obtenue par une simulation Monte Carlo du processus de refroidissement par résonance noire. On voit clairement que ces trajectoires sont dominées par quelques événements rares au cours desquels la vitesse de la particule atteint une valeur proche de zéro [Figure extraite de Bardou et al. (1994)].

Plus généralement, en dimension D , on a

$$\mathcal{P}(\tau) \propto \frac{1}{\tau^{1+\frac{D}{\alpha}}}. \quad (4.47)$$

3-3 Largeur de la distribution en vitesse

Le processus de refroidissement que nous envisageons ici n'a pas d'état stationnaire, contrairement au cas du refroidissement Doppler ou Sisyphe. Donnons-nous un temps d'interaction t suffisamment long pour que de nombreux sauts aient pu se produire, au moins pour les particules qui ont évité la zone sombre :

$$t \gg 1/\gamma_0. \quad (4.48)$$

Les particules qui au cours de leur évolution sont tombées suffisamment proches de $v = 0$ sont ensuite restées dans cette zone. Plus précisément, pour un temps t donné, on peut définir la vitesse $v_t \ll v_0$ telle que

$$t = \frac{1}{\gamma(v_t)} \longleftrightarrow v_t = \frac{v_0}{(\gamma_0 t)^{1/\alpha}} \quad (4.49)$$

qui définit le rayon d'une deuxième sphère (à 3D) à l'intérieur de la sphère de zone sombre de rayon v_0 (figure 4.18). Dans ce qui suit, nous appellerons cette deuxième sphère la « zone noire » ; en effet, les particules arrivées à l'intérieur de cette zone entre 0 et t y sont encore (avec une bonne probabilité) à l'instant t . Dans l'hypothèse d'un arrosage uniforme de la zone sombre, on s'attend à une densité également uniforme dans cette zone noire.

On prévoit donc que la distribution en vitesse $\mathcal{P}(v)$ comportera trois composantes, que nous schématisons sur la figure 4.18 :

- La zone noire $v < v_t$: les classes de vitesse dans cette zone ont une population qui augmente avec le temps, puisqu'elles sont arrosées en permanence, sans que les particules s'en échappent. Notons toutefois que la taille de cette zone décroît avec le temps, comme $1/\sqrt{t}$ dans le cas $\alpha = 2$ des résonances noires. La densité de probabilité est uniforme dans cette zone.
- La zone brillante $v > v_0$ dans laquelle les particules effectuent des sauts en vitesse fréquents. La densité de probabilité est également à peu près uniforme dans cette zone.
- La zone intermédiaire $v_t < v < v_0$, située à l'intérieur de la zone sombre, mais composée de classes de vitesse avec un taux $\gamma(v)$ relativement élevé, tel que les particules ont eu le temps d'entrer et sortir de ces classes de vitesse durant l'intervalle de temps t .

Cette prédiction qualitative peut être confirmée par un traitement analytique ou numérique plus précis des différents processus stochastiques [Bardou et al. (2002), chapitre 6].

3-4 Fraction d'atomes refroidis

La dernière étape de notre analyse va consister à estimer, pour un temps d'interaction t donné, la fraction d'atomes qui ont atteint la zone « noire » $|v| < v_t$ (figure 4.18). Comme la taille de cette zone diminue avec le temps, il n'est pas évident *a priori* de savoir si cette fraction est importante. Ici encore, nous allons faire un raisonnement qualitatif qui peut être confirmé par une analyse quantitative nettement plus élaborée [voir Bardou et al. (2002), en particulier § 6.3 pour le cas 1D et § 6.4 pour le cas 3D].

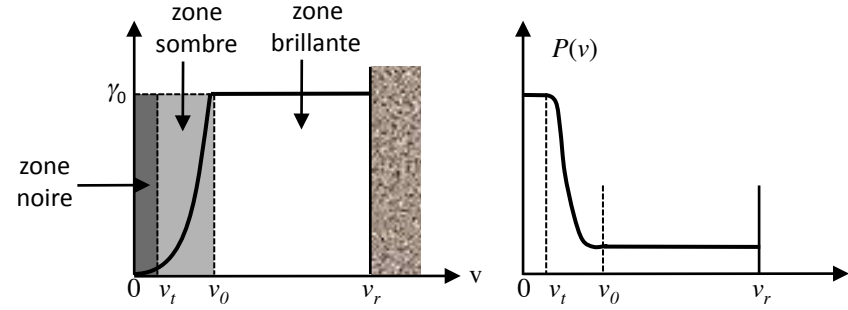


FIGURE 4.18. Gauche : taux d'excitation et « zone noire » ; pour un temps d'interaction t donné, on peut définir une « zone noire », telle qu'un atome tombé dans cette zone y est ensuite resté jusqu'à l'instant t : $\gamma(v_t)t = 1$. Droite : Schéma qualitatif du profil de vitesse attendu ; la densité à l'intérieur de la zone noire augmente avec le temps, mais le rayon v_t de cette zone diminue.

Nous allons poser qu'un atome effectue pendant la durée t un nombre de « tentatives »

$$N_{\text{tent.}} = \gamma_0 t \quad (4.50)$$

pour entrer dans la zone noire³. À chaque tentative, l'atome en dimension D a une probabilité

$$p \sim \left(\frac{v_t}{v_r} \right)^D \quad (4.51)$$

d'arriver dans la zone noire de rayon v_t . La probabilité totale qu'un atome arrive dans la zone noire pendant la durée t est donc

$$p_{\text{tot}} = p N_{\text{tent.}} \propto t (v_t)^D \propto t^{1-\frac{D}{\alpha}}. \quad (4.52)$$

Dans ce modèle simple, on voit donc que le paramètre déterminant est $1 - D/\alpha$:

- Si $D/\alpha < 1$, alors la probabilité p_{tot} donnée en (4.52) croît indéfiniment avec le temps⁴. Ceci signifie qu'une fraction significative des atomes

3. Il y a là un raccourci important car certains atomes ont pu passer du temps dans la zone grise $v_t < |v| < v_0$, ce qui a ralenti le taux de leur marche au hasard sans pour autant les placer dans la zone noire désirée.

4. Notre modèle simple consistant à additionner les probabilités comme en (4.52) cesse bien sûr d'être valable quand la probabilité p_{tot} n'est plus petite devant 1.

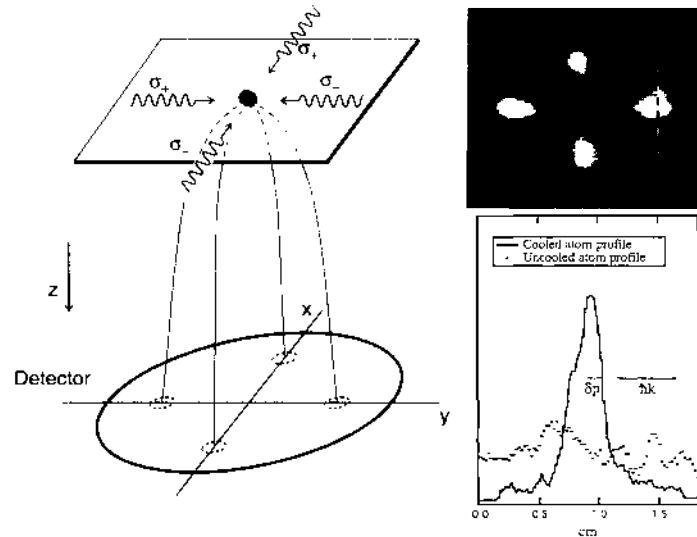


FIGURE 4.19. Gauche : schéma de l'expérience de refroidissement par état noir à deux dimensions. La distribution en impulsion de l'état noir est composée de quatre pics, correspondant aux quatre ondes planes éclairant les atomes. Cette distribution en impulsion est mesurée par temps de vol. Droite : exemple de distribution en impulsion. Chaque pic a une largeur notablement inférieure à la vitesse de recul v_r ($v_r/4$ pour celui montré sur la figure). La courbe en pointillé représente la distribution non refroidie.

va s'accumuler dans le pic central. Ce cas est réalisé à 1D pour les résonances noires ($D/\alpha = 1/2$).

- Si $D/\alpha > 1$, alors la probabilité pour qu'un atome finisse dans le pic central tend vers 0 quand t augmente. Le pic autour de la vitesse nulle peut être détectable dans une expérience de durée finie, mais il ne contiendra qu'une faible fraction des atomes. C'est le cas des résonances noires à trois dimensions ($D/\alpha = 3/2$).
- Le cas $D = \alpha$, qui correspond aux résonances noires à deux dimensions, est marginal. La détermination de la valeur précise de la fraction d'atomes dans la zone sombre nécessite un traitement plus précis que les simples lois d'échelle présentées ici.

3-5 Expériences à 2D et 3D

Les expériences menées à 1D sur l'atome d'hélium métastable (§ 2-4) ont été généralisées quelques années plus tard à 2D et 3D par le groupe de l'ENS (Lawall et al. 1994b; Lawall et al. 1994a). Le point de départ de ces expériences était un nuage d'atomes d'hélium métastable refroidi et confiné dans un piège magnéto-optique, fonctionnant sur la transition $2^3S_1 \leftrightarrow 2^3P_2$. À un instant donné, les faisceaux du piège magnéto-optique sont éteints et les quatre (2D) ou six (3D) faisceaux créant à la fois un refroidissement Sisyphe et le piégeage cohérent de population sont allumés. Le rôle du refroidissement Sisyphe est de créer l'équivalent de « murs » dans l'espace des vitesses, dont la présence est essentielle à 2D ou 3D comme nous l'avons vu plus haut. La largeur de la distribution en vitesse obtenue par cet effet Sisyphe, avant que le refroidissement par état noir ne soit significatif, est de l'ordre de $1.5 v_r$ (Lawall et al. 1994a).

La mesure de la distribution en vitesse des atomes après refroidissement par piégeage cohérent de population révèle quatre (à 2D) ou six (à 3D) pics, correspondant à l'accumulation d'atomes dans l'état noir recherché (figure 4.19). Le fait que le nombre de pics soit égal au nombre de faisceaux lumineux est une conséquence directe du résultat de Ol'shanii & Minogin (1992) présenté en (4.20)-(4.22) : quand on prend en compte le mouvement du centre de masse de l'atome, l'état noir est un spineur à trois composantes, $\vec{g}(\mathbf{r})$, qui est proportionnel au champ électrique $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ de l'onde laser (plus précisément au coefficient de $e^{-i\omega_L t}$ dans l'expression de ce champ). Les largeurs minimales observées pour ces pics sont de l'ordre de $v_r/4$ à 2D et $v_r/6$ (à 3D).

4 Une ombre sur mesure : transition Raman

Nous venons de voir comment l'utilisation d'une résonance noire permet d'obtenir un profil d'excitation sélectif en vitesse, avec une annulation stricte pour une classe de vitesses donnée. Nous allons maintenant explorer une deuxième méthode pour obtenir un résultat similaire : cette méthode, également basée sur un système en Λ , consiste à utiliser des impulsions transférant les atomes entre les sous-niveaux $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$ (figure 4.20). Le profil temporel de l'impulsion est optimisé pour que le transfert

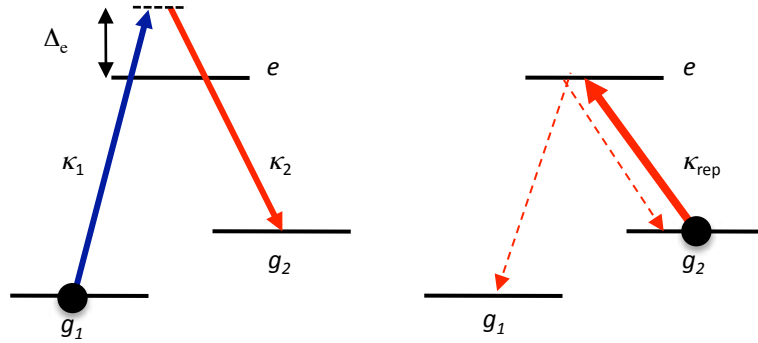


FIGURE 4.20. Principe du refroidissement Raman. À gauche, première phase : une impulsion lumineuse transfère les atomes d'une classe de vitesse donnée de l'état $|g_1\rangle$ vers l'état $|g_2\rangle$. À droite, deuxième phase : un faisceau repompeur ramène les atomes de $|g_2\rangle$ vers $|g_1\rangle$. Le bilan d'impulsion sur le cycle rétrécit la largeur de la distribution en vitesse.

soit également sélectif en vitesse, ce qui ouvre une deuxième voie vers un refroidissement nettement en dessous de la vitesse de recul v_r .

4-1 Principe du refroidissement Raman

Le refroidissement Raman fonctionne en alternant deux types de phases :

- Au début de la première phase, les atomes sont dans l'état $|g_1\rangle$ avec une distribution en vitesse que l'on souhaite rendre la plus étroite possible (figure 4.21, haut). On les éclaire pendant une durée τ avec une paire de faisceaux Raman de fréquence de Rabi κ_j et de désaccord Δ_j ($j = 1, 2$). Le but est d'induire la transition de $|g_1\rangle$ vers $|g_2\rangle$ de manière sélective en vitesse. Si les désaccords Δ_j sont grands devant les fréquences de Rabi κ_j , on peut éliminer perturbativement l'état excité e et définir une fréquence de Rabi pour la transition Raman :

$$\kappa = \frac{\kappa_1 \kappa_2^*}{2\Delta_e}. \quad (4.53)$$

Le transfert d'impulsion correspondant, $\mathbf{q} = \hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$, peut être ajusté en modifiant l'angle entre les vecteurs d'onde $\mathbf{k}_1$ et $\mathbf{k}_2$. Le désaccord Raman $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$ et la variation temporelle du couplage $\kappa(t)$ induit par cette paire de faisceaux sont choisis de manière à exciter les atomes dont la vitesse se situe à l'intérieur d'une classe déterminée par la conservation de l'énergie⁵ (à $\hbar/\tau$ près) :

$$E(g_1) + \hbar\omega_{L,1} + \frac{1}{2}M\mathbf{v}^2 \approx E(g_2) + \hbar\omega_{L,2} + \frac{1}{2}M(\mathbf{v} + \mathbf{q}/M)^2, \quad (4.54)$$

ce qui se simplifie pour donner

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{q} = \hbar\Delta - \frac{q^2}{2M}. \quad (4.55)$$

Le transfert d'impulsion $\mathbf{q}$ est choisi tel qu'il ramène la vitesse de l'atome vers la vitesse nulle ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{q} < 0$) : dans un modèle à une dimension, si la classe de vitesse visée est négative, les atomes de cette classe feront avec probabilité élevée une transition qui change leur vitesse de v à $v + 2v_r$, accompagnée du passage $|g_1\rangle \rightarrow |g_2\rangle$, alors que les atomes en dehors de cette classe ne seront pas affectés et resteront dans $|g_1\rangle$ (figure 4.21, milieu).

- La deuxième phase consiste à repomper tous les atomes de $|g_2\rangle$ vers $|g_1\rangle$. Un faisceau repompeur couple de manière résonante l'état $|g_2\rangle$ à l'état excité $|e\rangle$ (figure 4.20). Une fois dans l'état $|e\rangle$, l'atome peut retomber sur $|g_1\rangle$ ou $|g_2\rangle$. S'il tombe sur $|g_1\rangle$, le pompage désiré est obtenu et le processus s'arrête. S'il tombe sur $|g_2\rangle$, il peut réabsorber un photon du faisceau repompeur et ainsi de suite. L'impulsion transférée lors d'un processus de pompage optique est $\hbar(\mathbf{k}_{\text{rep}} - \mathbf{k}_{\text{flu}})$, où $\mathbf{k}_{\text{flu}}$ est le vecteur d'onde du photon émis spontanément (figure 4.21, bas).

On répète cette séquence en variant la classe d'atomes concernée par le pulse Raman (figure 4.22) : on peut aller chercher des atomes de vitesse positive ou négative selon différents axes de l'espace, plus ou moins proches de la vitesse nulle. Au final, on espère accumuler un grand nombre d'atomes autour de $v = 0$.

5. En toute rigueur, il faut inclure dans l'énergie $E(g_i)$ de l'état g_i le déplacement lumineux $\delta E(g_i)$ de cet état dû au laser i (Moler et al. 1992). Toutefois les contributions de $\delta E(g_1)$ et $\delta E(g_2)$ à (4.54) se compensent si on prend $\kappa_1 = \kappa_2$ et $\Delta_1 \approx \Delta_2$.

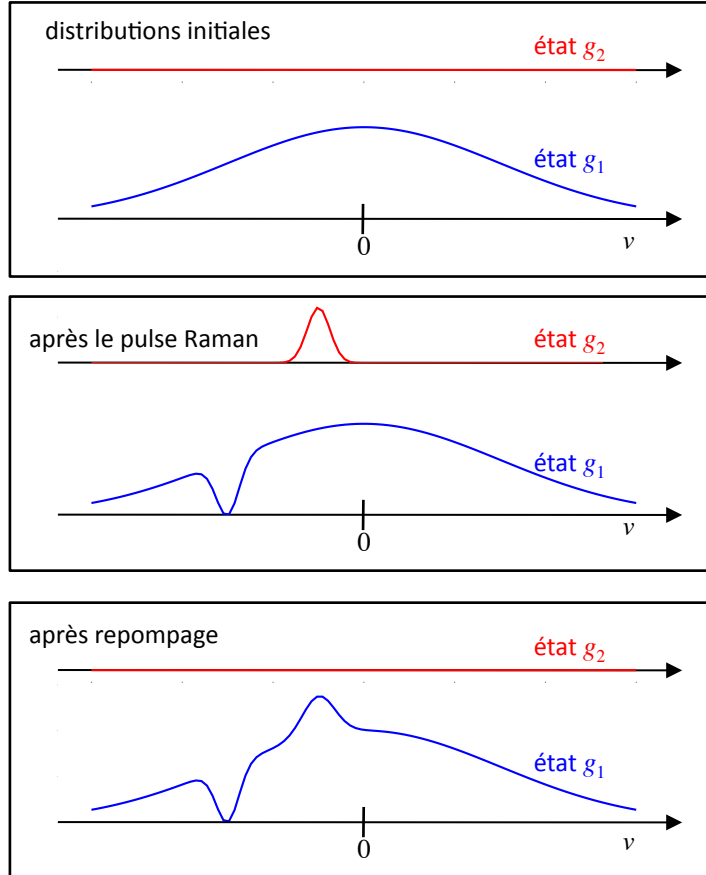


FIGURE 4.21. Évolution de la distribution en vitesse lors des deux phases du refroidissement Raman : transfert sélectif en vitesse de g_1 vers g_2 , puis repompage de g_2 vers g_1 .

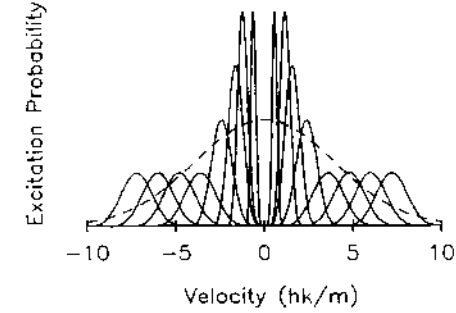


FIGURE 4.22. Taux d'excitation pour les différents pulses Raman utilisés par Kasevich & Chu (1992). La classe de vitesse nulle est « protégée ».

4-2 Sélectivité en vitesse

Pour déterminer précisément la classe de vitesse affectée par un pulse Raman donné, considérons un modèle uni-dimensionnel avec $\mathbf{k}_1 = -k\mathbf{u}_z$, $\mathbf{k}_2 = +k\mathbf{u}_z$ comme sur la figure 4.10. Prenons un atome de vitesse initiale v et écrivons son état interne sous la forme

$$|\psi(t)\rangle = \alpha_1(t)|g_1\rangle + \alpha_2(t)|g_2\rangle, \quad \alpha_1(0) = 1, \alpha_2(0) = 0. \quad (4.56)$$

Comme indiqué plus haut, nous négligeons ici la population de l'état $|e\rangle$ ce qui est légitime si les fréquences de Rabi κ_j sont petites devant les désaccords Δ_j . L'évolution dans le temps des coefficients α_j est donnée par l'équation de Schrödinger

$$i\dot{\alpha}_1 = \frac{\Delta_v}{2}\alpha_1 + \frac{\kappa^*(t)}{2}\alpha_2, \quad i\dot{\alpha}_2 = \frac{\kappa(t)}{2}\alpha_1 - \frac{\Delta_v}{2}\alpha_2, \quad (4.57)$$

où le désaccord Δ_v dépendant de la vitesse s'écrit :

$$\Delta_v = \Delta + 2k(v - v_r). \quad (4.58)$$

La résolution générale de cette équation passe par un traitement numérique, mais on peut obtenir une solution analytique si on se limite au cas de faible excitation $|\alpha_1| \sim 1$, $|\alpha_2| \ll 1$ pour toute vitesse :

$$\alpha_1(t) \approx e^{-i\Delta_v t/2}, \quad \alpha_2(t) \approx \frac{1}{2}e^{i\Delta_v t} \int_0^t \kappa(t') e^{-i\Delta_v t'} dt'. \quad (4.59)$$

Prenons un pulse de durée τ ; à la fin de ce pulse, la probabilité d'excitation d'un atome de vitesse v est donc :

$$P(v) \equiv |\alpha_2(v)|^2 \approx \frac{1}{4} \left| \int_0^\tau \kappa(t) e^{-i\Delta_v t} dt \right|^2. \quad (4.60)$$

La variation en vitesse de cette probabilité est donc directement liée à la transformée de Fourier en fréquence du pulse.

4-3 Quelle forme de pulse choisir ?

La forme la plus simple pour l'intensité du pulse Raman est une fonction carrée (figure 4.23)

$$\kappa(t) = \kappa \quad \text{si} \quad 0 < t < \tau, \quad (4.61)$$

dont la transformée de Fourier est un sinus cardinal, de sorte que

$$P(v) \propto \frac{\sin^2[(\bar{\Delta} + 2kv)\tau/2]}{(\bar{\Delta} + 2kv)^2}. \quad (4.62)$$

où $\bar{\Delta} = \Delta - 2kv_r$ [cf. (4.58)]. On va donc exciter essentiellement les atomes de vitesse comprise dans l'intervalle

$$-\frac{\bar{\Delta}}{2} - \frac{\pi}{\tau} < kv < -\frac{\bar{\Delta}}{2} + \frac{\pi}{\tau}, \quad (4.63)$$

ainsi que, mais dans une moindre mesure, des atomes dont la vitesse est située dans les lobes latéraux du sinus cardinal.

Nous verrons un peu plus loin comment tirer parti des zéros bien marqués du sinus cardinal. Toutefois, comme on peut craindre que l'excitation parasite créée par les lobes latéraux génère des effets indésirables, il est intéressant d'explorer la possibilité d'utiliser d'autres fonctions $\kappa(t)$, ayant une transformée de Fourier qui décroît plus vite de part et d'autre de son maximum. C'est ce qui a été fait dans les premières séries d'expériences de refroidissement Raman, menées à Stanford entre 1992 et 1994 (Kasevich & Chu 1992; Davidson et al. 1994). La forme temporelle des impulsions Raman était un profil de Blackman, c'est-à-dire la fonction d'apodisation donnée par :

$$f(t) = 0.42 + 0.5 \cos(2\pi t/\tau) + 0.08 \cos(4\pi t/\tau) \quad \text{pour} \quad |t| < \tau/2, \quad (4.64)$$

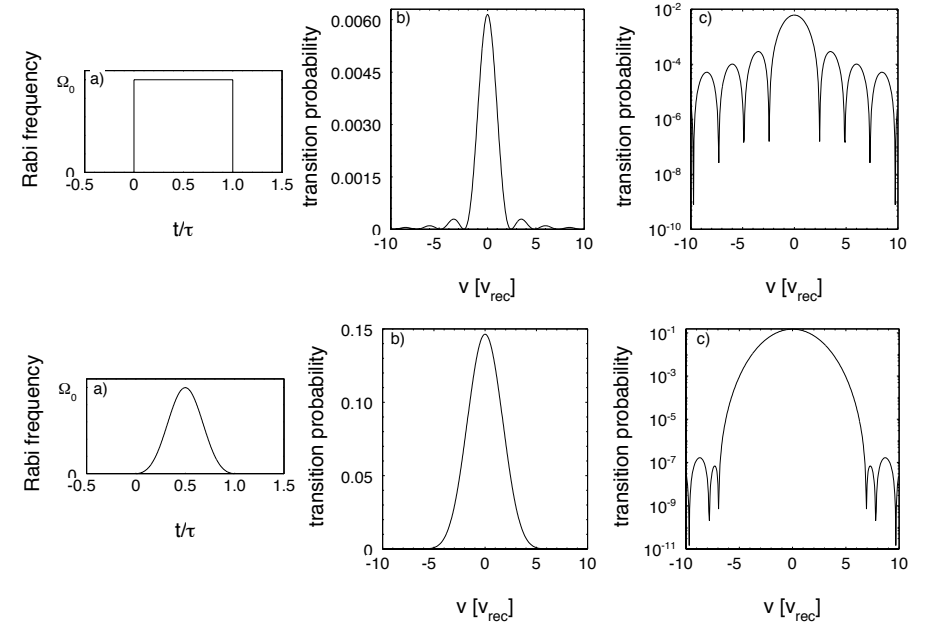


FIGURE 4.23. Deux formes possibles d'enveloppe pour les pulses Raman, avec la probabilité de transition associée (4.60), en échelle linéaire et logarithmique. En haut, pulse carré dont la transformée de Fourier est un sinus cardinal. En bas, pulse Blackman, avec un spectre de Fourier beaucoup plus resserré que le sinus cardinal. Les deux types de pulse ont la même durée $\tau = 1.3 \text{ M}/\hbar k^2$. Figures tirées de la thèse de doctorat de Jakob Reichel, Université Paris 6 (1996).

qui a le mérite d'avoir une transformée de Fourier avec des ailes de faible amplitude (cf. figure 4.23) : on peut ainsi exciter de manière efficace une classe de vitesse de centre $\bar{v}$ et de largeur à mi-hauteur Δv ajustables, qui garantit une probabilité extrêmement réduite (par au moins six ordres de grandeur) d'excitation pour toute classe de vitesse distante de $\bar{v}$ de plus de $4\Delta v$.

Cette technique a conduit à des distributions en vitesse⁶ très notablement sub-recul à une dimension, avec $\Delta v \approx 0.2 v_r$ (Kasevich & Chu 1992). À deux et trois dimensions, les performances étaient plus modestes, $\Delta v \approx 1.2 v_r$ et $\Delta v \approx 2.3 v_r$, respectivement. Parmi les raisons invoquées pour cette chute de performance, on retrouve le point que nous avons étudié en § 3 : le remplissage de la classe de vitesse autour de $v = 0$ est d'autant plus lent que la dimensionnalité est élevée ; un défaut qui tend à dépeupler cette classe de vitesse (par exemple lors du processus de dé-pompage) aura donc un effet plus sensible à 2 ou 3 D qu'à 1D. Par ailleurs, la mise en œuvre du protocole décrit plus haut nécessite en principe d'alterner des paires de faisceaux Raman selon toutes les directions de l'espace concernées, ce qui est compliqué à implémenter sur le plan technique. Davidson et al. (1994) ont donc simplifié cette procédure en appliquant simultanément plusieurs faisceaux Raman. Ceci peut donner naissance à des phénomènes non linéaires parasites, contribuant eux aussi à augmenter le taux de départ de la classe de vitesse nulle.

Une autre manière d'obtenir un refroidissement tri-dimensionnel est de travailler avec des atomes piégés. On peut alors se contenter de refroidir une direction de l'espace et tirer parti de la redistribution de l'énergie avec les deux autres directions du fait de l'ergodicité du mouvement des atomes dans le piège. Toujours avec des pulses Blackman, le groupe de Stanford a ainsi obtenu un refroidissement 3D conduisant à une largeur en vitesse de $0.65 v_r$ (Lee et al. 1996; Lee & Chu 1998). Une expérience similaire a été menée à l'ENS par Perrin et al. (1999), avec des pulses balayés en fréquence. Dans toutes ces études, la densité finale dans l'espace des phases était de l'ordre de quelques 10^{-3} , donc encore assez loin du seuil de condensation de Bose-Einstein. Toutefois il faut noter que ces expériences étaient menées sur des atomes préparés dans des niveaux dont on sait maintenant qu'ils ne sont pas favorables si l'on recherche de grandes densités spatiales : le

6. Les largeurs indiquées dans ce qui suit sont des largeurs à $1/\sqrt{e}$, qui coïncident avec la largeur r.m.s. pour une distribution gaussienne.

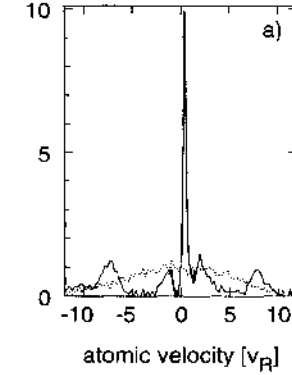


FIGURE 4.24. Résultat expérimental de Reichel et al. (1995), montrant le refroidissement Raman 1D d'atomes de césium avec des pulses carrés, tels qu'un atome de vitesse nulle a une probabilité 0 d'être excité par la transition Raman. La température équivalente est de 3 nanokelvins seulement.

sodium dans son niveau fondamental $F = 2$ ou le césium dans son niveau fondamental $F = 4$. Par ailleurs, il semble qu'un chauffage lié à la diffusion multiple du photon émis lors du processus de pompage optique était présent dans ces expériences ; ce chauffage pourrait être réduit en utilisant des géométries fortement anisotropes, favorisant la sortie rapide du photon.

Revenons pour finir aux pulses carrés et à la loi d'excitation en vitesse donnée par un sinus cardinal. Puisque le but ultime est d'accumuler les atomes au voisinage de $v = 0$, la forme de ce sinus cardinal, avec ses lobes marqués, n'est pas problématique pourvu que l'on prenne soin de toujours choisir le couple $(\bar{\Delta}, \tau)$ tel que la classe de vitesse nulle coïncide avec le premier zéro de $P(v)$:

$$|\bar{\Delta}|\tau = 2\pi. \quad (4.65)$$

Cette technique a été mise en œuvre avec succès à une dimension et à deux dimensions. À une dimension, le groupe du LKB à l'ENS (Reichel et al. 1995) a obtenu une distribution en vitesse de largeur $0.12(1) v_r$, notablement plus étroite que celle mesurée avec des pulses Blackman à Stanford ($0.2 v_r$), et qui constitue encore maintenant un record. C'est grâce à ces distributions très étroites que le groupe de l'ENS a ensuite pu observer les os-

cillations de Bloch dans un réseau optique, un phénomène que nous avons décrit dans le cours 2012-13 (Dahan et al. 1996). À deux dimensions, le groupe du NIST a produit une distribution de largeur $0.39(5) v_r$ (Boyer et al. 2004), ce qui est plus étroit que les meilleures performances obtenues à 2D ou 3D avec un refroidissement Doppler sur raie étroite. À notre connaissance, cette expérience de refroidissement Raman avec des pulses Raman carrés n'a pas encore été menée à trois dimensions.

Références

- Arimondo, E. (1996), « Coherent population trapping in laser spectroscopy », in *Progress in Optics*, vol. 35, ed. by E. Wolf, Elsevier, , p. 259.
- Aspect, A., E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste & C. Cohen-Tannoudji (1988), « Laser Cooling below the One-Photon-Recoil Energy by Velocity-Selective Coherent Population Trapping », in *Phys. Rev. Lett.* 61, p. 826.
- (1989), « Laser cooling below the one-photon recoil energy by velocity-selective coherent population trapping : theoretical analysis », in *JOSA B* 6, p. 2112.
- Bardou, F., J. P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect & C. Cohen-Tannoudji (1994), « Subrecoil laser cooling and Lévy flights », in *Phys. Rev. Lett.* 72 (2), pp. 203–206.
- Bardou, F., J.-P. Bouchaud, A. Aspect & C. Cohen-Tannoudji (2002), *Levy statistics and laser cooling*, Cambridge University Press.
- Bouchaud, Jean-Philippe & Antoine Georges (1990), « Anomalous diffusion in disordered media : statistical mechanisms, models and physical applications », in *Physics reports* 195.4, pp. 127–293.
- Boyer, V., L. J. Lising, S. L. Rolston & W. D. Phillips (2004), « Deeply subrecoil two-dimensional Raman cooling », in *Phys. Rev. A* 70.043405.
- Dahan, M. B., E. Peik, J. Reichel, Y. Castin & C. Salomon (1996), « Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential », in *Phys. Rev. Lett.* 76, p. 4508.
- Davidson, N., H. J. Lee, M. Kasevich & S. Chu (1994), « Raman Cooling of Atoms in Two and Three Dimensions », in *Phys. Rev. Lett.* 72, p. 3158.
- Fano, U. (1961), « Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts », in *Phys. Rev.* 124 (6), pp. 1866–1878.
- Fleischhauer, Michael, Atac Imamoglu & Jonathan P Marangos (2005), « Electromagnetically induced transparency : Optics in coherent media », in *Reviews of modern physics* 77.2, p. 633.
- Harris, Stephen E (1997), « Electromagnetically induced transparency », in *Physics Today* 50.7, pp. 36–42.
- Janik, G, W Nagourney & H Dehmelt (1985), « Doppler-free optical spectroscopy on the Ba⁺ mono-ion oscillator », in *JOSA B* 2.8, pp. 1251–1257.
- Kasevich, M. & S. Chu (1992), « Laser Cooling below a Photon Recoil with Three-Level Atoms », in *Phys. Rev. Lett.* 69, p. 1741.
- Lawall, J., S. Kulin, B. Saubamea, N. Bigelow, M. Leduc & C. Cohen-Tannoudji (1994a), « Three-Dimensional Laser Cooling of Helium Beyond the Single-Photon Recoil Limit », in *Phys. Rev. Lett.* 75, p. 4194.
- Lawall, J., F. Bardou, B. Saubamea, K. Shimizu, M. Leduc, A. Aspect & C. Cohen-Tannoudji (1994b), « Two-Dimensional Subrecoil Laser Cooling », in *Phys. Rev. Lett.* 73, p. 1915.
- Lee, H. J. & S. Chu (1998), « Atomic spin polarization by Raman cooling », in *Phys. Rev. A* 57, p. 2905.
- Lee, H. J., C. S. Adams, M. Kasevich & S. Chu (1996), « Raman cooling of atoms in an optical dipole trap », in *Phys. Rev. Lett.* 76, p. 2658.
- Lounis, B. & C. Cohen-Tannoudji (1992), « Coherent population trapping and Fano profiles », in *J. Phys II France* 2, p. 579.
- Moler, Kathryn, David S. Weiss, Mark Kasevich & Steven Chu (1992), « Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions », in *Phys. Rev. A* 45 (1), pp. 342–348.
- Mølmer, Klaus, Yvan Castin & Jean Dalibard (1993), « Monte Carlo wavefunction method in quantum optics », in *JOSA B* 10.3, pp. 524–538.
- Ol'shanii, M.A. & V.G. Minogin (1992), « Three-dimensional velocity-selective coherent population trapping of a (3+3)-level atom », in *Optics Communications* 89, p. 393.
- Perrin, H, A Kuhn, I Bouchoule, T Pfau & C Salomon (1999), « Raman cooling of spin-polarized cesium atoms in a crossed dipole trap », in *EPL (Europhysics Letters)* 46.2, p. 141.
- Reichel, J., F. Bardou, M. B. Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon & C. Cohen-Tannoudji (1995), « Raman Cooling of Cesium below 3 nK : New Approach Inspired by Lévy Flights Statistics », in *Phys. Rev. Lett.* 75, p. 4575.