

Le magnétisme artificiel pour les gaz d'atomes froids

Magnétisme artificiel pour un atome isolé et couplage spin-orbite

Jean Dalibard

Chaire *Atomes et rayonnement*

Année 2013-14



COLLÈGE
DE FRANCE
— 1530 —

Notre programme dans ce cours

Tirer parti de l'interaction entre un atome isolé et la lumière pour générer un hamiltonien du type

$$\hat{H} = \frac{(\hat{\mathbf{p}} - \mathcal{A})^2}{2M} + \dots = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} - \frac{\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathcal{A}}{M} + \dots$$

Exploiter la notion de potentiel géométrique qui s'applique sur un atome lorsqu'il suit adiabatiquement un « état habillé ».

La semaine dernière : mise en évidence du potentiel scalaire $\mathcal{V}(\mathbf{r})$

Aujourd'hui : on va se concentrer sur le potentiel vecteur $\mathcal{A}(\mathbf{r})$
et la simulation du magnétisme orbital

Extension au couplage spin-orbite

On va considérer la possibilité de faire la substitution

$$\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathcal{A}(\hat{\mathbf{r}}) \longrightarrow \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{S}}$$

$\mathcal{A}(\mathbf{r})$: fonction statique

$\hat{\mathbf{S}}$: opérateur spin agissant dans l'espace de Hilbert interne de l'atome

Cette substitution va passer par la notion de *potentiel de jauge non-abélien*, où le vecteur $\mathcal{A}(\mathbf{r})$, proportionnel à $\hat{\mathbf{1}}_{\text{interne}}$, est remplacé par une matrice dans cet espace interne.

Notion qui permet d'aller au delà de la simulation du magnétisme (ou de l'électromagnétisme) pour aborder d'autres théories de jauges plus complexes.

Plan du cours

1. Rappel des principales notions

Transitions Raman, potentiel géométriques induits par la lumière

2. Le cas d'une onde laser plane

Comparaison de l'approximation adiabatique avec un traitement exact

3. la courbure de Berry

Conditions nécessaires à la génération d'un champ magnétique artificiel, mise en évidence expérimentale

4. Champs de jauge non abéliens

Au delà de la simulation de l'électromagnétisme

5. Le couplage spin-orbite

Un cas particulier de champ non abélien d'une grande importance pratique

Plan du cours

1. Rappel des principales notions

Transitions Raman, potentiel géométriques induits par la lumière

2. Le cas d'une onde laser plane

Comparaison de l'approximation adiabatique avec un traitement exact

3. la courbure de Berry

Conditions nécessaires à la génération d'un champ magnétique artificiel, mise en évidence expérimentale

4. Champs de jauge non abéliens

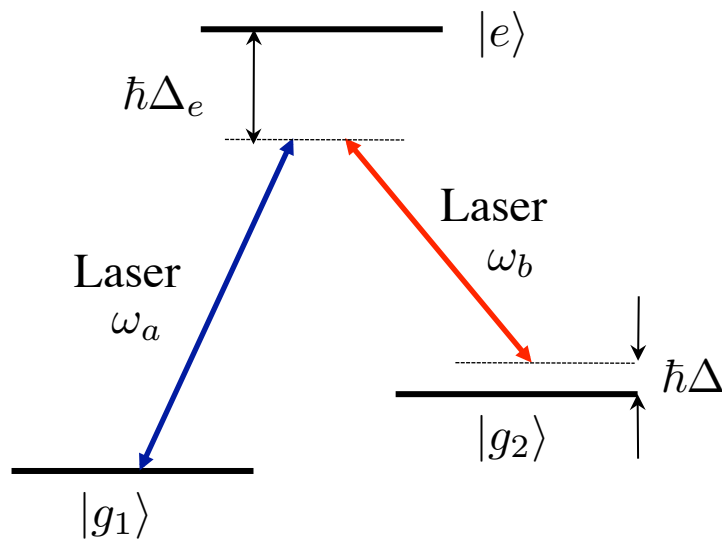
Au delà de la simulation de l'électromagnétisme

5. Le couplage spin-orbite

Un cas particulier de champ non abélien d'une grande importance pratique

Rappel : type de transition atomique pertinente

On va considérer dans ce cours des transitions Raman : alcalins, Er, Dy



$$\kappa = \frac{\kappa_a \kappa_b^*}{2\Delta_e}$$

Elimination perturbative de l'état excité $|e\rangle$ pour ramener la dynamique interne de l'atome au sous-espace

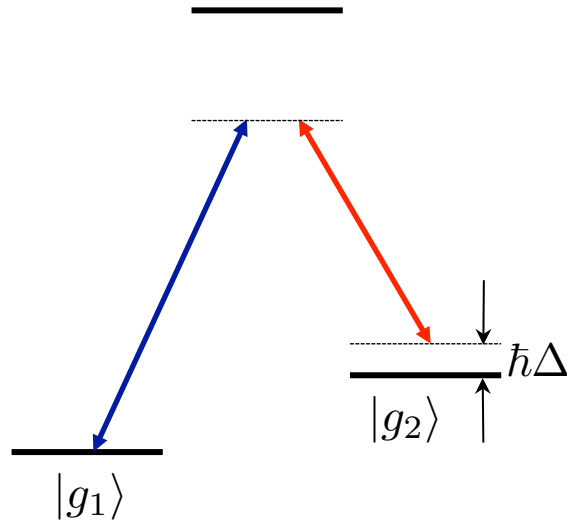
$$\{|g_1\rangle, |g_2\rangle\}$$

Le couplage atome-lumière est alors caractérisé par deux fréquences :

- le désaccord Δ de la transition Raman
- la fréquence de Rabi à deux photons κ

Hamiltonien pour la dynamique interne :
$$\hat{H}_{\text{interne}} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & \kappa^* \\ \kappa & -\Delta \end{pmatrix}$$

Les états habillés



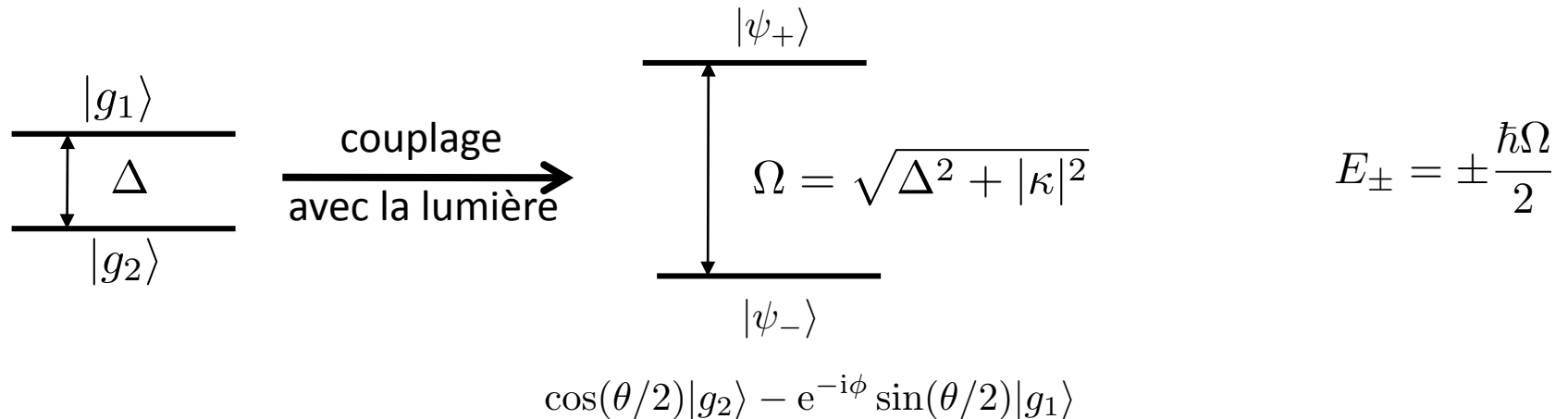
On cherche les états propres de l'hamiltonien \hat{H}_{interne}

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{interne}} &= \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & \kappa^* \\ \kappa & -\Delta \end{pmatrix} \\ &= \frac{\hbar\Omega}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & e^{-i\phi} \sin \theta \\ e^{i\phi} \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

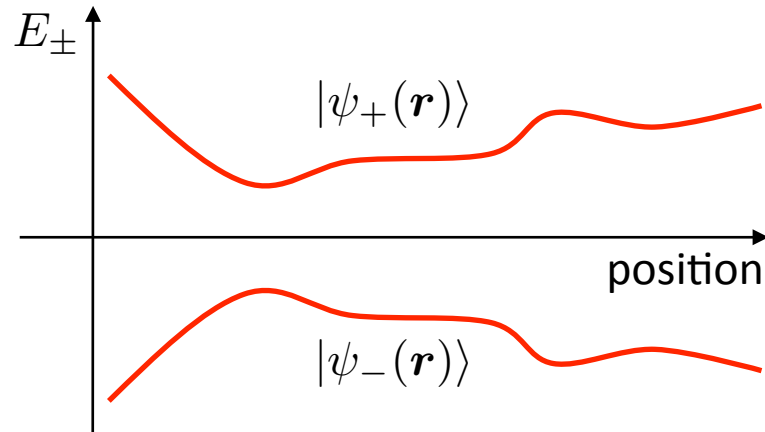
où on a posé : $\Omega = (\Delta^2 + |\kappa|^2)^{1/2}$

$\tan \theta = |\kappa|/\Delta$

$\kappa = |\kappa| e^{i\phi}$



Les potentiels géométriques



Hypothèse de suivi adiabatique
d'un niveau habillé

état initial : $\Psi(\mathbf{r}, 0) = \phi_-(\mathbf{r}, 0) |\psi_-(\mathbf{r})\rangle$

ensuite : $\Psi(\mathbf{r}, t) \approx \phi_-(\mathbf{r}, t) |\psi_-(\mathbf{r})\rangle$

L'évolution de l'amplitude de probabilité $\phi_-(\mathbf{r}, t)$ est donnée par une équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial \phi_-}{\partial t} = \left[\frac{(\hat{\mathbf{p}} - \mathcal{A}_-(\mathbf{r}))^2}{2M} + E_-(\mathbf{r}) + \mathcal{V}_-(\mathbf{r}) \right] \phi_-(\mathbf{r}, t)$$

On va s'intéresser ici au potentiel vecteur $\mathcal{A}_-(\mathbf{r}) = i\hbar \langle \psi_- | \nabla \psi_- \rangle$

qui se calcule de manière explicite pour donner $\mathcal{A}_-(\mathbf{r}) = \frac{\hbar}{2} \nabla \phi (1 - \cos \theta)$

Plan du cours

1. Rappel des principales notions

2. Le cas d'une onde laser plane

3. la courbure de Berry

4. Champs de jauge non abéliens

5. Le couplage spin-orbite

Pourquoi étudier le cas de l'onde plane

→ Problème très simple sur le plan mathématique

On va trouver que le potentiel vecteur \mathcal{A} est uniforme dans l'espace :

champ magnétique : $\mathcal{B} = 0$

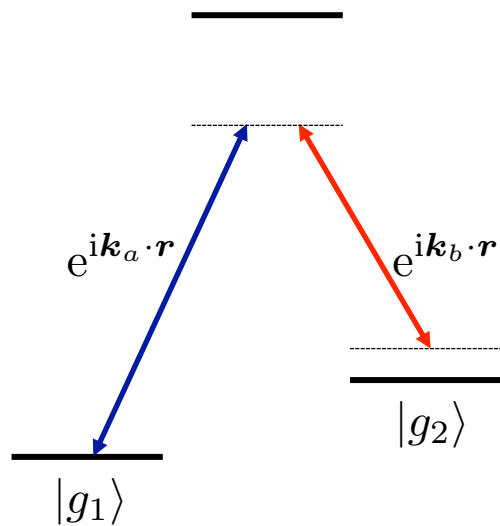
Néanmoins on peut obtenir une signature claire dans une expérience de temps de vol

→ Permet de dégager les échelles intéressantes d'impulsion et d'énergie

→ Existence d'une solution exacte qui permet de discuter quantitativement la validité de l'approximation adiabatique

→ La généralisation au cas « non trivial » sera aisée

Recherche de l'état fondamental interne+externe



Impulsion transférée dans une transition Raman : $2\hbar\mathbf{k}$

$$2\mathbf{k} = \mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b$$

$$\kappa(\mathbf{r}) = \kappa_0 e^{2i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

$$\tan \theta = \kappa_0 / \Delta$$

$$\phi = 2\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$$

L'angle de mélange θ est uniforme dans l'espace

Le potentiel vecteur est donc également uniforme dans l'espace : $\mathcal{A}_- = \hbar\mathbf{k} (1 - \cos \theta)$

Quel état fondamental pour l'hamiltonien $\hat{H} = \frac{(\hat{\mathbf{p}} - \mathcal{A}_-)^2}{2M} + E_- + \mathcal{V}_-$?

Comme les énergies E_- et \mathcal{V}_- sont également uniformes, elles n'interviennent pas dans la structure de l'état propre. On a donc un état propre en onde plane atomique :

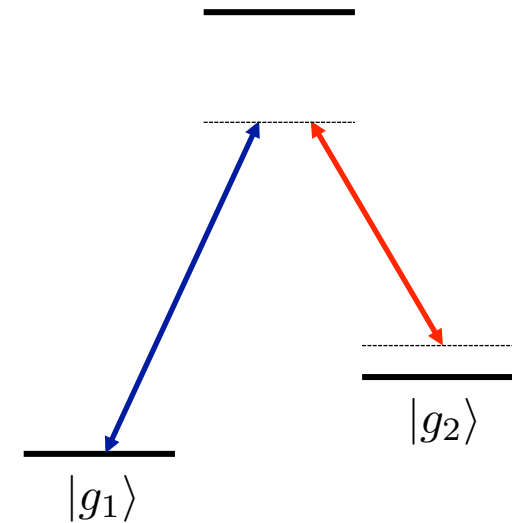
$$\Psi(\mathbf{r}) = \phi_-(\mathbf{r}) |\psi_-(\mathbf{r})\rangle \quad \text{avec} \quad \phi_-(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} / \hbar} \quad \text{et} \quad \mathbf{p} = \mathcal{A}_-$$

Expérience de temps de vol à partir de cet état fondamental

On peut réécrire l'état fondamental en termes des « états atomiques nus » $|g_1\rangle, |g_2\rangle$

$$\begin{aligned}\Psi(\mathbf{r}) &= \phi_{-}(\mathbf{r}) |\psi_{-}(\mathbf{r})\rangle \\ &= e^{i\mathcal{A}_{-}\cdot\mathbf{r}/\hbar} (\cos(\theta/2)|g_2\rangle - e^{-i2\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sin(\theta/2)|g_1\rangle)\end{aligned}$$

avec $\mathcal{A}_{-} = \hbar\mathbf{k} (1 - \cos \theta)$



Expérience de temps de vol : on coupe brutalement les faisceaux lumineux et on laisse se propager les paquets d'ondes

- une composante de vitesse $\mathbf{v} = \frac{\mathcal{A}_{-}}{M} = \frac{\hbar\mathbf{k}}{M} (1 - \cos \theta)$

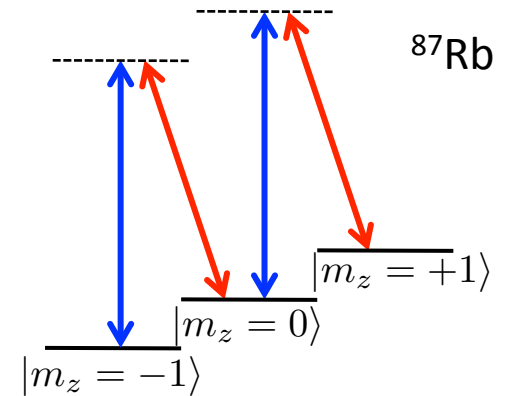
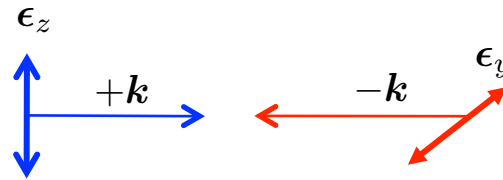
Etat interne $|g_2\rangle$, poids $\cos^2(\theta/2)$

- une composante de vitesse $\mathbf{v}' = \frac{\mathcal{A}_{-} - 2\hbar\mathbf{k}}{M} = -\frac{\hbar\mathbf{k}}{M} (1 + \cos \theta)$

Etat interne $|g_1\rangle$, poids $\sin^2(\theta/2)$

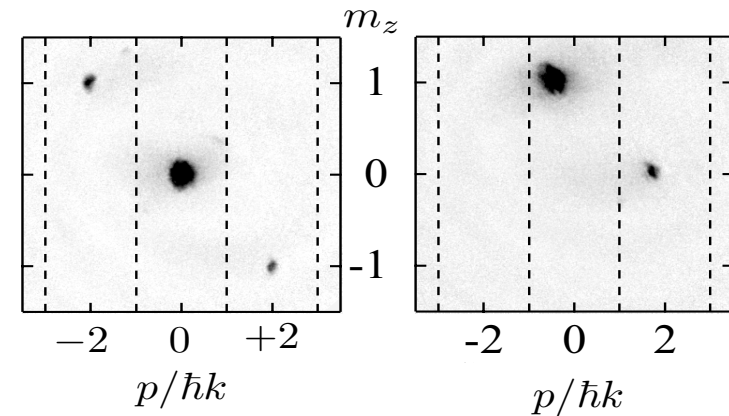
Mise en évidence expérimentale

Groupe du NIST, 2009



Condensat de Bose-Einstein quasi-pur pour approcher le fondamental de l'hamiltonien

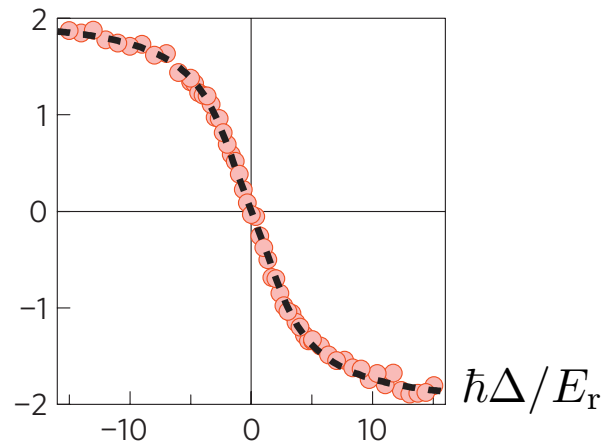
Temps de vol en présence d'un gradient de champ magnétique pour analyser simultanément états internes et externes des atomes



décalage en vitesse $\delta v/v_r$

$$v_r = \hbar k / M$$

$$E_r = \hbar^2 k^2 / 2M$$



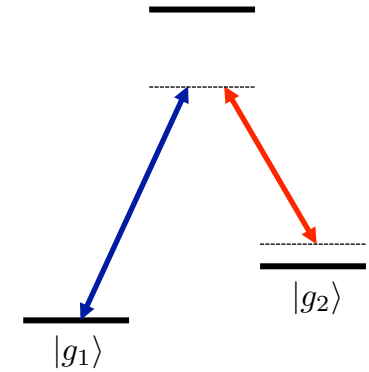
Parfait accord avec la théorie
(décalage deux fois plus grand pour un spin 1 que pour un « spin 1/2 »)

Traitement exact dans le cas de l'onde plane

Familles qui prennent en compte états internes et externes :

$$\mathcal{F}(\mathbf{p}) = \{ |g_1, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}\rangle, |g_2, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle \}$$

qui restent globalement stables sous l'effet du couplage atome-lumière



Restriction de l'hamiltonien total à une famille donnée :

$$\hat{H}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} (\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k})^2/2M + \hbar\Delta/2 & \hbar\kappa_0/2 \\ \hbar\kappa_0/2 & (\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k})^2/2M - \hbar\Delta/2 \end{pmatrix}$$

dont on peut facilement trouver les énergies propres :

$$E_{\pm}(\mathbf{p}) = \frac{p^2}{2M} + E_r \pm \frac{\hbar}{2} \left[\kappa_0^2 + \left(\Delta - 2\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{M} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Est-ce équivalent à l'approche adiabatique ?

Lien entre approche adiabatique et traitement exact

Evolution de l'énergie propre la plus basse

- en absence de couplage avec le laser:

$$E_-(\mathbf{p}) = (\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k})^2/2M - \hbar\Delta/2$$

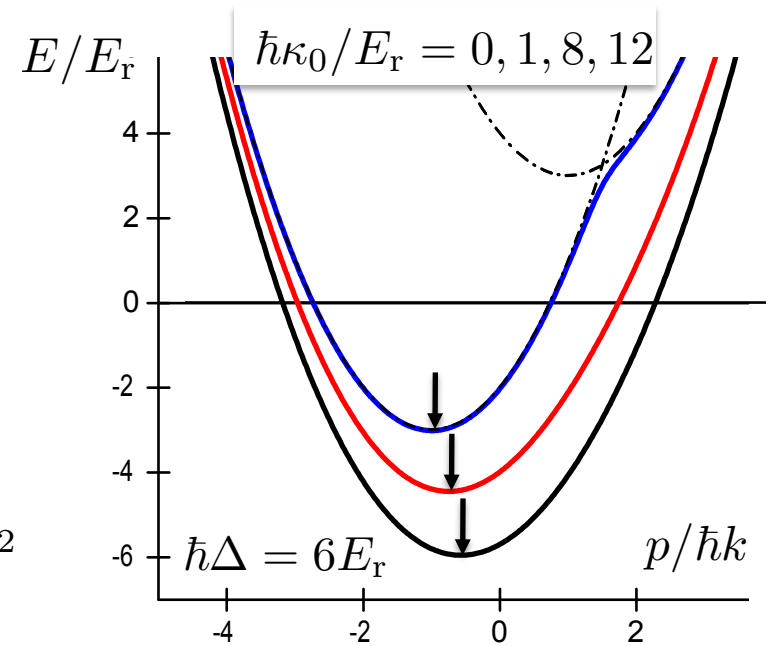
à comparer à $E_+(\mathbf{p}) = (\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k})^2/2M + \hbar\Delta/2$

- en présence de couplage avec le laser:

$$E_-(\mathbf{p}) = \frac{p^2}{2M} + E_r - \frac{\hbar}{2} \left[\kappa_0^2 + \left(\Delta - 2\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{M} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\approx \frac{p^2}{2M} - \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}_-}{M} - \frac{\hbar\Omega}{2} + \dots$$

Développement valable si $kp/M \ll \Omega = (\kappa_0^2 + \Delta^2)^{1/2}$



On retrouve bien l'effet du potentiel vecteur :

déplacer le minimum de la relation de dispersion

Validité de l'approximation adiabatique

Critère général : $\frac{\text{vitesse angulaire maximum de } \psi_e}{\text{pulsation de Bohr minimum associée à } \psi_e} \ll 1$

Dans le cas présent :

- vitesse angulaire des états $|\langle \psi_- | \dot{\psi}_- \rangle| \sim v |\langle \psi_- | \nabla \psi_- \rangle| \sim kv$
- pulsation de Bohr $\Omega = (\kappa_0^2 + \Delta^2)^{1/2}$

Approximation adiabatique valable si les vitesses en jeu sont suffisamment basses

$$k\bar{v} \ll \Omega$$

Les vitesses pertinentes sont au moins de l'ordre de la vitesse de recul $v_r = \hbar k / M$

Condition nécessaire de validité : $E_r \ll \hbar\Omega$

$$E_r = \hbar^2 k^2 / 2M$$

Plan du cours

1. Rappel des principales notions

2. Le cas d'une onde laser plane

3. la courbure de Berry

*Conditions nécessaires à la génération d'un champ magnétique artificiel,
mise en évidence expérimentale*

4. Champs de jauge non abéliens

5. Le couplage spin-orbite

Le résultat général pour un « atome à deux niveaux »

Le couplage atome-lumière est caractérisé par les deux angles θ et ϕ :

$$\tan \theta = |\kappa|/\Delta$$

$$\kappa = |\kappa| e^{i\phi}$$

κ : fréquence de Rabi

Δ : désaccord

Le potentiel vecteur (connexion de Berry) est donné par :

$$\mathcal{A}_- = i\hbar \langle \psi_- | \nabla \psi_- \rangle = \frac{\hbar}{2} \nabla \phi (1 - \cos \theta)$$

On en déduit le champ magnétique (courbure de Berry) :

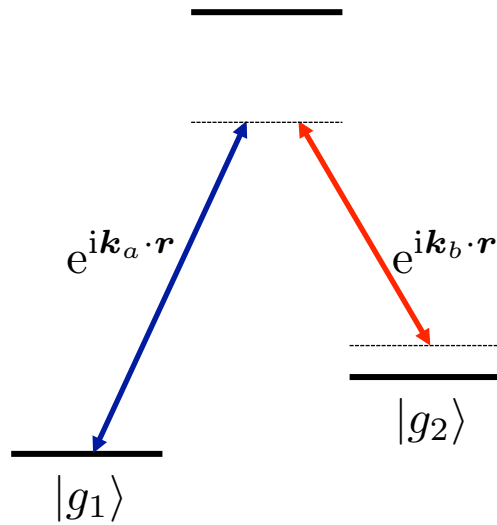
$$\mathcal{B}_- = \nabla \times \mathcal{A}_- = -\frac{\hbar}{2} \nabla (\cos \theta) \times \nabla \phi$$

Il faut simultanément

- un gradient de la phase ϕ ,
- un gradient de l'angle de mélange θ , obtenu via une variation d'intensité lumineuse ou de désaccord

lien avec les forces radiatives

Utilisation d'un gradient de désaccord

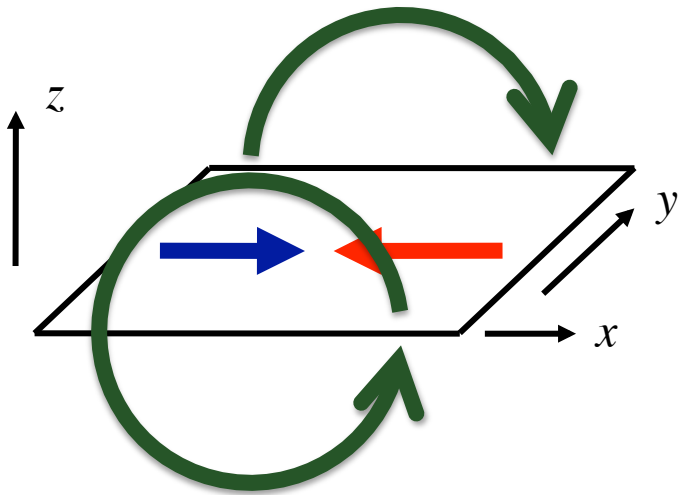


Couplage Raman avec deux ondes planes le long de x

$$\kappa(\mathbf{r}) = \kappa_0 e^{2ikx}$$

Gradient du désaccord Δ le long de y : $\Delta(\mathbf{r}) = \Delta' y$

longueur caractéristique : $\ell = \kappa_0 / \Delta'$



On trouve alors le champ magnétique artificiel

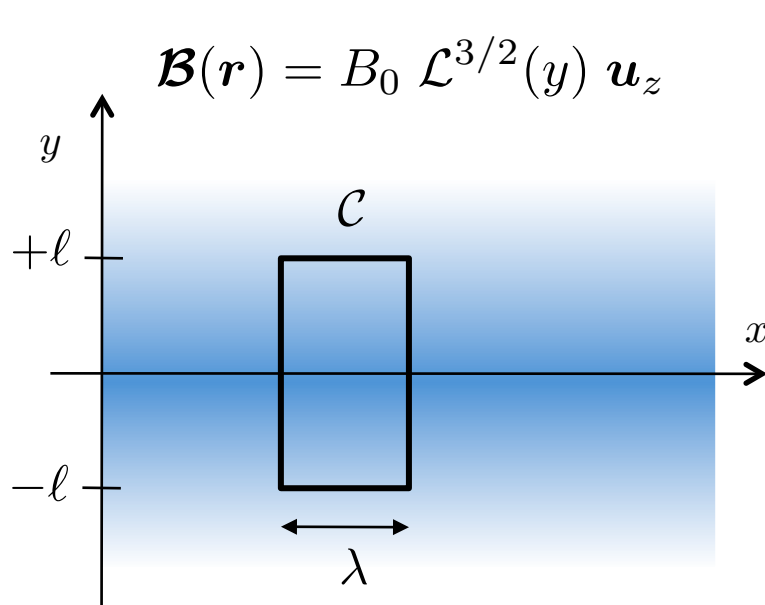
$$\mathcal{B}(\mathbf{r}) = B_0 \mathcal{L}^{3/2}(y) \mathbf{u}_z$$

$$B_0 = \frac{\hbar k}{\ell}, \quad \mathcal{L}(y) = \frac{1}{1 + y^2/\ell^2}$$

Quelle amplitude pour le champ magnétique artificiel ?

Il ne se mesure pas en Teslas ! (pas de charge électrique dans le problème)

Critère : quelle taille donner à un contour C pour atteindre une phase de Aharonov-Bohm-Berry de l'ordre de 2π ?



$$\mathcal{B}(\mathbf{r}) = B_0 \mathcal{L}^{3/2}(y) \mathbf{u}_z$$

$$B_0 = \frac{\hbar k}{\ell}, \quad \mathcal{L}(y) = \frac{1}{1 + y^2/\ell^2}$$

$$\frac{\gamma(C)}{2\pi} = \frac{1}{h} \iint_{\mathcal{S}} \mathcal{B} \cdot \mathbf{u} \, d^2r,$$

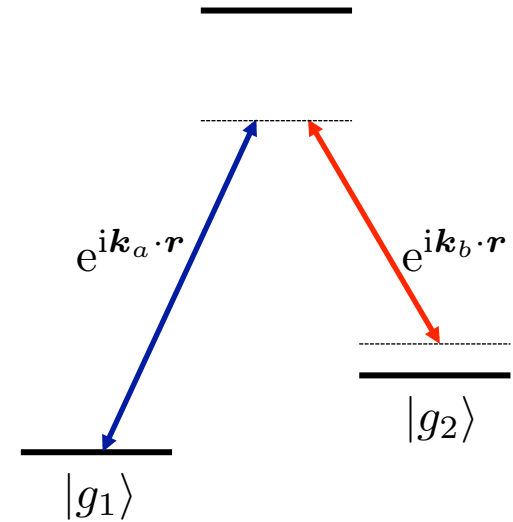
critère atteint pour un rectangle $2\ell \times \lambda$

$$\frac{\gamma(C)}{2\pi} \approx \frac{1}{h} \frac{\hbar k}{\ell} 2\ell\lambda \sim 1$$

Pour une longueur caractéristique $\ell \sim \lambda$, pulsation cyclotron $\hbar\omega_c \sim E_r$

Force de Lorentz

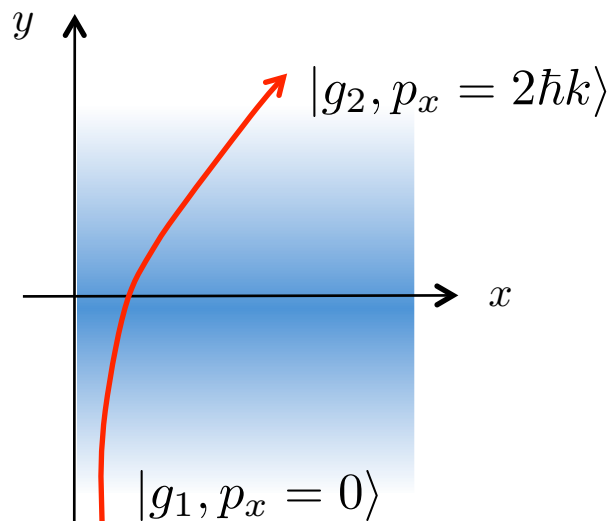
Puisqu'on obtient un hamiltonien magnétique, une force de Lorentz doit agir sur l'atome quand il bouge dans le champ lumineux.



Prenons un atome en mouvement le long de l'axe y :

$$F_x = v_y B_z \longrightarrow \Delta p_x = \int_{-\infty}^{+\infty} F_x dt \approx \int_{-\infty}^{+\infty} v_0 B_z(t) dt$$

$$v_0 dt = dy$$



$$\Delta p_x = \int_{-\infty}^{+\infty} B_z(y) dy = 2\hbar k$$

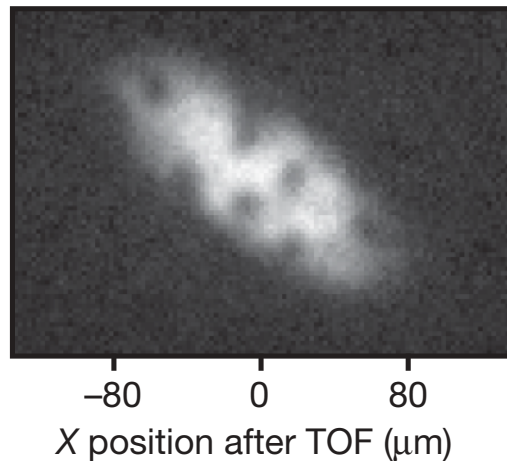
C'est simplement l'impulsion transférée lors de la transition Raman de $|g_1\rangle$ vers $|g_2\rangle$.

passage adiabatique (STIRAP)

Mise en évidence expérimentale

NIST 2009 : généralisation directe de l'expérience ayant montré une connexion de Berry uniforme

Ajout d'un gradient de champ magnétique dans la direction y



Observation de vortex qui signent la présence d'un magnétisme orbital pour un gaz superfluide (comme pour les rotations)

On n'observe pas ici de réseau ordonné de vortex : attribué au chauffage du gaz dû à l'émission spontanée de photons

Plan du cours

1. Rappel des principales notions

2. Le cas d'une onde laser plane

3. la courbure de Berry

4. Champs de jauge non abéliens

Au delà de la simulation de l'électromagnétisme

5. Le couplage spin-orbite

Champs de jauge non abéliens

On s'intéresse toujours aux hamiltoniens du type

$$\hat{H} = \frac{\left(\hat{\mathbf{p}} - \hat{\mathcal{A}}(\hat{\mathbf{r}})\right)^2}{2M} + \dots$$

mais $\hat{\mathcal{A}}(\hat{\mathbf{r}})$ est désormais un opérateur vis-à-vis des variables internes de l'atome

En particulier deux composantes de $\hat{\mathcal{A}}(\hat{\mathbf{r}})$ en un point peuvent ne pas commuter :

$$[\hat{\mathcal{A}}_x(\mathbf{r}), \hat{\mathcal{A}}_y(\mathbf{r})] \neq 0$$

Cela change radicalement le comportement du système lors d'un circuit fermé parcouru adiabatiquement : il n'y a pas simplement une phase accumulée, mais un changement d'état interne possible.

Force de Lorentz dans le cas non-abélien

Opérateur vitesse défini en point de vue de Heisenberg :

$$\hat{v} = \frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{r}] = \frac{\hat{p} - \hat{A}(\hat{r})}{M} \quad \hat{H} = \frac{(\hat{p} - \hat{A}(\hat{r}))^2}{2M}$$

opérateur à la fois pour les variables externes et internes

Opérateur force $\hat{F} = M \frac{d\hat{v}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, M\hat{v}] = \frac{1}{2} (\hat{v} \times \hat{\mathcal{B}} - \hat{\mathcal{B}} \times \hat{v})$

version symétrisée de la force de Lorentz

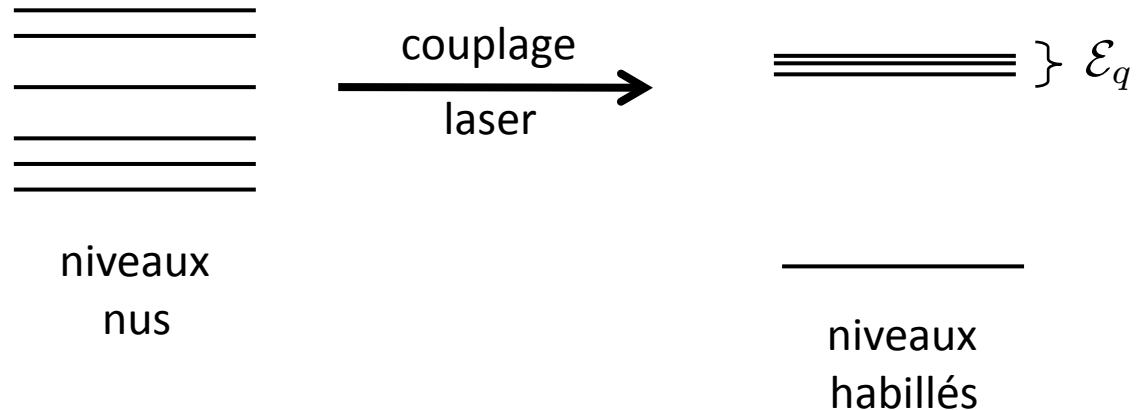
Cas bi-dimensionnel avec $\mathcal{A}_z = 0$ $\mathcal{A}_{x,y}$: fonctions de x,y

alors : $\hat{\mathcal{B}} = \hat{\mathcal{B}}_z \mathbf{u}_z$ $\hat{\mathcal{B}}_z = \frac{\partial \hat{A}_x}{\partial y} - \frac{\partial \hat{A}_y}{\partial x} - \frac{i}{\hbar} [\mathcal{A}_x, \mathcal{A}_y]$

Même si \hat{A}_x et \hat{A}_y sont uniformes dans l'espace, $\hat{\mathcal{B}}_z$ peut être non nul !

Approximation adiabatique et potentiels géométriques non abéliens

Wilczek & Zee, 1984,
dans une version
optique quantique



Un atome initialement préparé dans le sous-espace \mathcal{E}_q va y rester au cours du temps si les vitesses en jeu sont suffisamment faibles

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{n \in \mathcal{E}_q} \phi_n(\mathbf{r}, t) |\psi_n(\mathbf{r})\rangle$$

Les q équations de Schrödinger couplées pour les amplitudes $\phi_n(\mathbf{r}, t)$ font intervenir la « matrice potentiel vecteur » $\hat{\mathcal{A}}^{(n,m)} = i\hbar \langle \psi_n(\mathbf{r}) | \nabla \psi_m(\mathbf{r}) \rangle$

concept important en physique moléculaire

Plan du cours

1. Rappel des principales notions

2. Le cas d'une onde laser plane

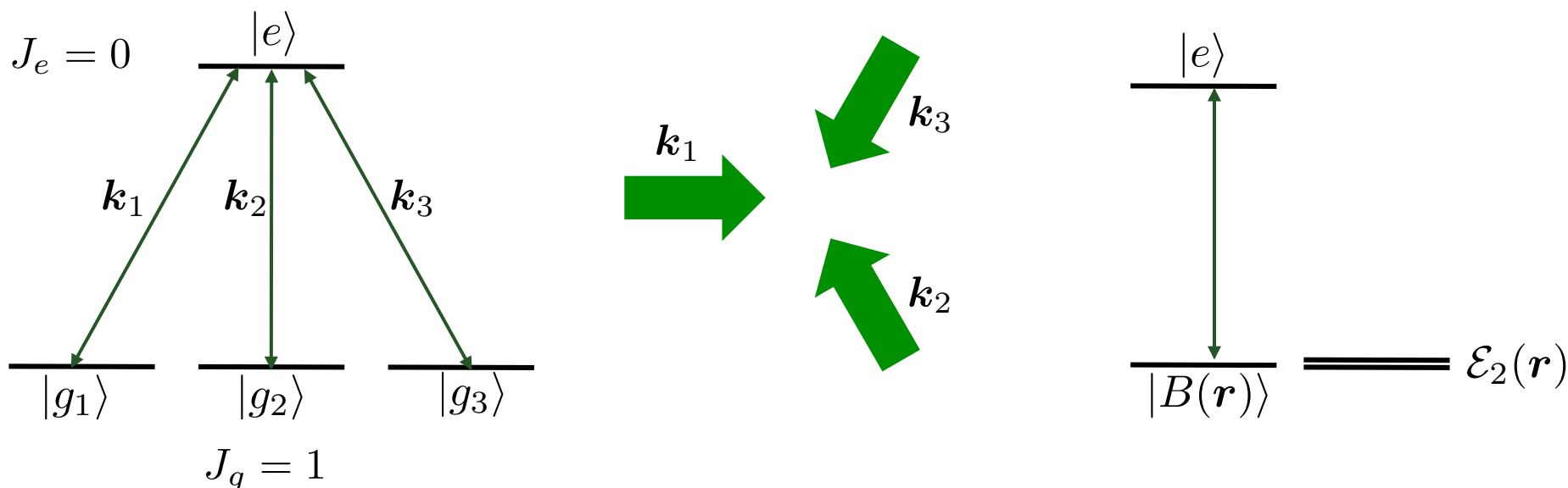
3. la courbure de Berry

4. Champs de jauge non abéliens

5. Le couplage spin-orbite

Un cas particulier de champ non abélien d'une grande importance pratique

Configuration tripode



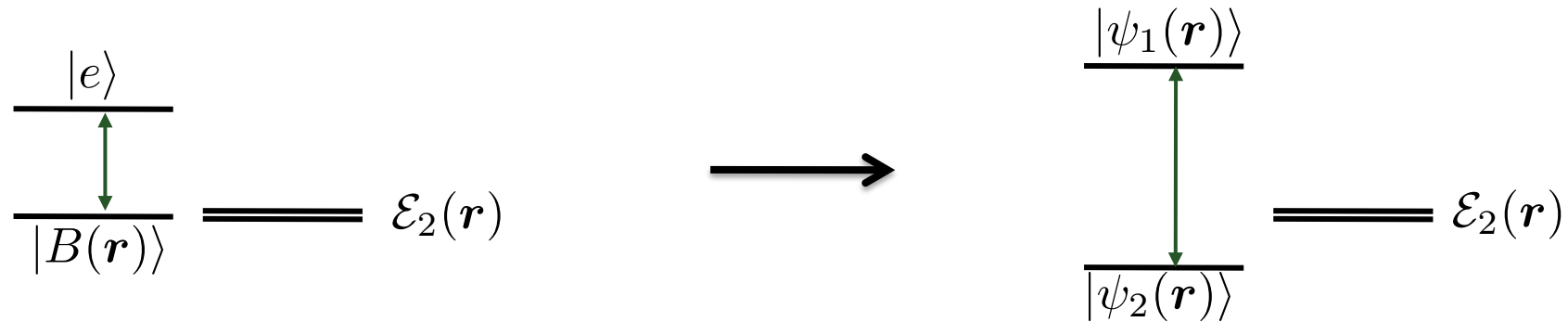
Une seule combinaison linéaire de $\{|g_1\rangle, |g_2\rangle, |g_3\rangle\}$ est couplée en chaque point à l'état excité (état « brillant ») :

$$|B(\mathbf{r})\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (e^{-i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} |g_1\rangle + e^{-i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} |g_2\rangle + e^{-i\mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r}} |g_3\rangle)$$

Le sous-espace orthogonal (\mathcal{E}_2 de dimension 2) est « noir »

Quel est le potentiel de jauge (non-abélien ?) si on suit adiabatiquement \mathcal{E}_2 ?

Potentiel vecteur pour la configuration tripode



Potentiel vecteur pour une évolution adiabatique dans $\mathcal{E}_2(\mathbf{r})$

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\hbar k}{2} (\hat{\sigma}_x \mathbf{u}_x + \hat{\sigma}_y \mathbf{u}_y) \quad \hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

Non abélien et uniforme, avec $\hat{\mathbf{B}} = \frac{\hbar k^2}{2} \hat{\sigma}_z \mathbf{u}_z$: effet Hall de spin

Hamiltonien correspondant :

$$\hat{H} = \frac{(\hat{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{A}}(\hat{\mathbf{r}}))^2}{2M}$$

$$= \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2M} - \frac{\hbar k}{2M} (\hat{p}_x \hat{\sigma}_x + \hat{p}_y \hat{\sigma}_y) + \dots$$

couplage spin-orbite

Origine physique du couplage spin-orbite « usuel »

Phénomène essentiellement relativiste :

Une particule chargée (électron) bouge à vitesse \boldsymbol{v} dans une région où règne un champ électrique $\boldsymbol{\mathcal{E}}$. Dans le référentiel de la particule, il apparaît un champ magnétique motionnel $\boldsymbol{\mathcal{B}} \propto \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\mathcal{E}}$

Le couplage spin-orbite résulte de l'interaction entre ce champ magnétique motionnel et le moment magnétique intrinsèque de la particule, proportionnel à son spin $\boldsymbol{\mu} = \gamma \boldsymbol{S}$

Couplage entre \boldsymbol{v} et \boldsymbol{S}

Physique atomique : $(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}) \cdot \boldsymbol{S} = \boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{S}$

Matériaux : $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ uniforme, couplage en $\boldsymbol{p}_i \boldsymbol{S}_j$

Rashba, Dresselhaus

La physique du couplage spin-orbite

Applications :

Domaine de la spintronique, contrôle de l'interaction entre spins et impulsion par l'intermédiaire d'un champ électrique extérieur

Physique fondamentale :

- Isolants topologiques, analogues à l'effet Hall (au moins à deux dimensions), mais qui ne passent pas par une brisure de l'invariance par renversement du temps et qui sont potentiellement plus robustes vis à vis des excitations thermiques
- Pour un gaz de fermions en contact avec un supra-conducteur, il donne naissance à des particules de Majorana (applications possibles en calcul quantique topologique)
- Au niveau de la physique à une particule, dégénérescence de l'état fondamental

$$\hat{H} = \frac{(\hat{\mathbf{p}} - \eta\hat{\mathbf{S}})^2}{2M}$$

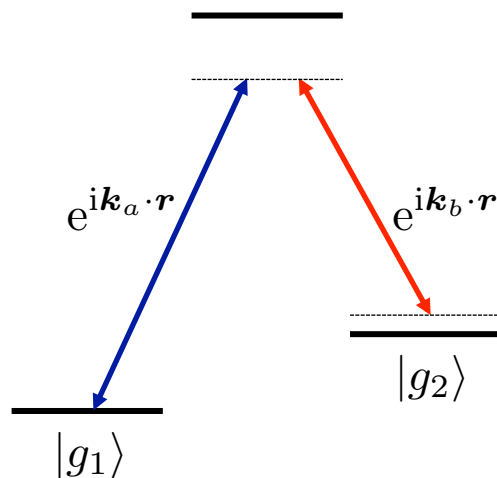
Un état d'énergie nulle pour toute impulsion de module $|\mathbf{p}| = \eta S$

Version uni-dimensionnelle du couplage spin-orbite

Higbie & Stamper-Kurn (2002)

Réalisée avec un gaz de Bose (NIST, 2011), puis un gaz de Fermi (MIT, Tsinghua 2012)

Même situation physique que celle déjà considérée dans ce cours



$$2\mathbf{k} = \mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b$$

$$\text{Famille : } \mathcal{F}(\mathbf{p}) = \{ |g_1, \mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}\rangle, |g_2, \mathbf{p} + \hbar\mathbf{k}\rangle \}$$

$$\hat{H}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} (\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k})^2/2M + \hbar\Delta/2 & \hbar\kappa_0/2 \\ \hbar\kappa_0/2 & (\mathbf{p} + \hbar\mathbf{k})^2/2M - \hbar\Delta/2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2M} (\mathbf{p} - \hat{\mathcal{A}})^2 + \frac{\hbar\Delta}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\kappa_0}{2} \hat{\sigma}_x$$

$$\text{avec } \hat{\mathcal{A}} = \hbar\mathbf{k}\hat{\sigma}_z$$

Origine physique : effet de recul // effet Doppler

Que penser de ce couplage spin-orbite 1D ?

Ce n'est pas un champ de jauge non-abélien : $\hat{\mathcal{A}} = \hbar \mathbf{k} \hat{\sigma}_z \longrightarrow [\hat{\mathcal{A}}_x(\mathbf{r}), \hat{\mathcal{A}}_y(\mathbf{r})] = 0$

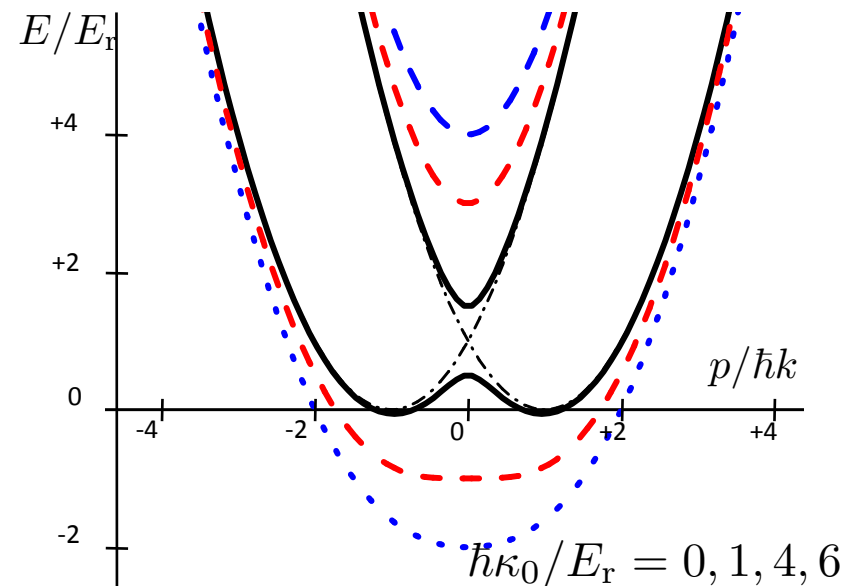
On perd donc un certain nombre de propriétés du cas 2D

Mais on peut conserver la non-unicité de l'état fondamental, au moins aux faibles couplages atome-lumière.

On choisit un désaccord nul $\Delta=0$

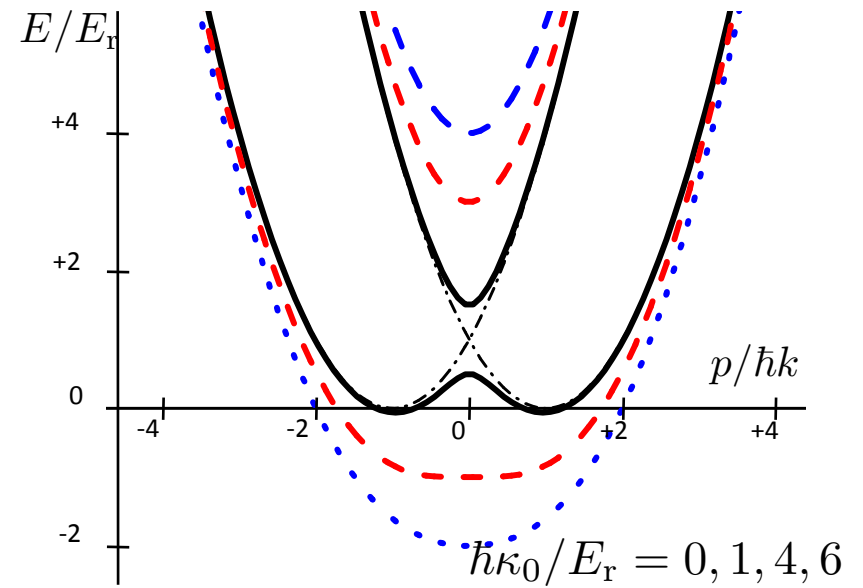
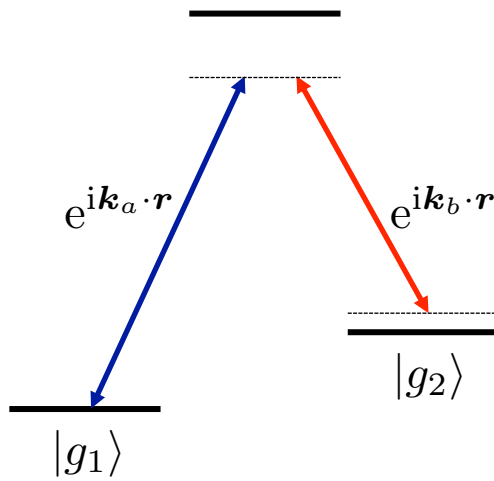
$$\hat{H}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} (\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k})^2 / 2M & \hbar \kappa_0 / 2 \\ \hbar \kappa_0 / 2 & (\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k})^2 / 2M \end{pmatrix}$$

Double minimum tant que $\hbar \kappa_0 < 4E_r$

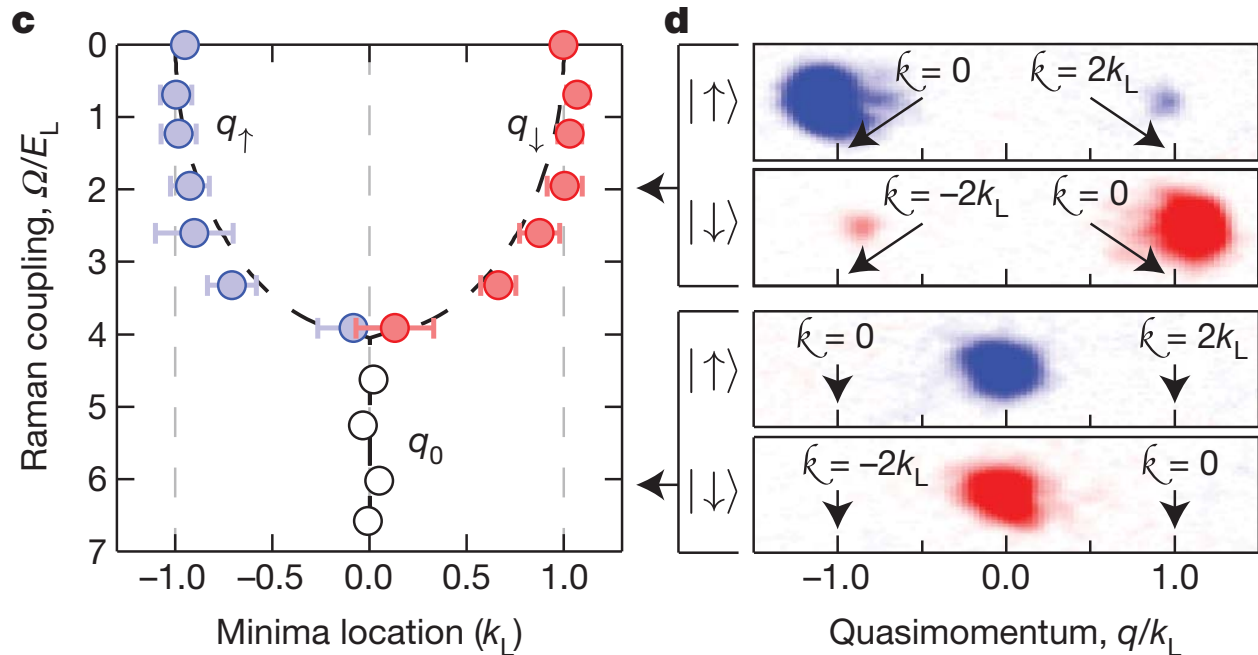


Opposé de la situation où l'approximation adiabatique est valable

Résultats expérimentaux sur le couplage spin-orbite 1D



NIST 2012
 expérience sur
 un condensat ^{87}Rb



Les applications de ce couplage spin-orbite 1D

- La partie « physique atomique » est simple et bien connue :
le couplage entre degrés de liberté internes (spin) et degrés de liberté externes (orbite) est simplement dû à l'effet Doppler

- La partie « effets collectifs » est intéressante et potentiellement très riche
 - Phases structurées pour un gaz de Bose (série de cours donnée par S. Stringari en 2013 au Collège de France)

 - Possibilité de créer un superfluide topologique et de générer des particules de Majorana dans une chaîne unidimensionnelle de fermions

Conclusions

L'utilisation de potentiels géométriques créés par la lumière sur des atomes libres ouvre de nouvelles perspectives par rapport aux rotations :

- Possibilité de générer des champs magnétiques non uniformes
- Possibilité de générer des champs de jauge non abéliens, en particulier un couplage spin-orbite bi- ou tri-dimensionnel
- Même le couplage spin-orbite uni-dimensionnel est intéressant pour l'étude de phénomènes collectifs

Mais l'utilisation de ces potentiels au delà des « expériences de principe » va nécessiter une bonne maîtrise du chauffage lié à l'émission spontanée