Fluides quantiques de basse dimension et transition de Kosterlitz-Thouless

La transition BKT explorée avec des gaz d'atomes ou de polaritons

Jean Dalibard

Chaire Atomes et rayonnement

Année 2016-17



Bilan des cours précédents

Fluide 2D de particules de Bose en interaction à courte portée

$$V(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j) = \frac{\hbar^2}{m} \ \tilde{g} \ \delta(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j)$$

 \tilde{g} : paramètre sans dimension caractérisant la force des interactions



Système uniforme : pas de condensation de Bose-Einstein à la limite thermodynamique Théorème général de Mermin-Wagner-Hohenberg

Mais il y a malgré tout une transition superfluide non conventionnelle ! Berezinskii - Kosterlitz - Thouless

Bilan (suite): la transition superfluide BKT



Transition induite par l'appariement des vortex en paires de circulations opposées



Au point de transition, saut « universel » de la densité superfluide

Bilan (fin) : le quasi-ordre à longue portée



 $G_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \langle \boldsymbol{r} | \hat{\rho} | \boldsymbol{r}' \rangle = \langle \hat{\psi}^{\dagger}(\boldsymbol{r}) \ \hat{\psi}(\boldsymbol{r}') \rangle$ ne dépend que de $\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'$ dans un système uniforme

Le quasi-ordre (algébrique) attendu à basse température est compatible avec le théorème de Mermin-Wagner-Hohenberg puisqu'on a toujours

$$G_1(r) \to 0$$
 quand $r \to \infty$

La caractérisation du point de transition par $D_s = 4$ est implicite :

$$\rho_s(T_c) \ \lambda_{T_c}^2 = 4$$

Quelle est la densité totale en ce point ?

Buts de ce cours

Caractériser la position du point critique en fonction des variables thermodynamiques usuelles :

> température *T*, potentiel chimique μ , densité ρ *Résultat qui va dépendre de la force des interactions*

Contraste avec le résultat 3D pour la condensation de Bose-Einstein:

$$\rho \lambda_T^3 = 2.612$$

 Décrire les études expérimentales faites jusqu'à maintenant avec des gaz d'atomes, de molécules, ou des systèmes hybrides lumière-matière (polaritons de cavité)

1.

Lois d'échelle au point critique BKT

Déterminer la valeur de la densité totale et du potentiel chimique au point critique, pour un paramètre d'interaction \tilde{g} donné

Champ classique et modes de Bogoliubov

On modélise l'état du système, $\Phi(m{r}_1,\ldots,m{r}_N)$, par l'état factorisé $\psi(m{r}_1)\ldots\psi(m{r}_N)$

Energie (fonctionnelle de Gross-Pitaevskii) :

$$E[\psi] = \frac{\hbar^2}{2m} \int \left[|\nabla \psi|^2 + \tilde{g} |\psi(\mathbf{r})|^4 \right] d^2r$$
$$N = \int |\psi(\mathbf{r})|^2 d^2r$$



A T

7

Description de ce système à l'approximation de Bogoliubov, avec l'hypothèse de fluctuations de densité relativement faibles, ce qui exclut les vortex

- Etat fondamental correspondant à ψ uniforme $\psi = \sqrt{\frac{N}{L^2}} \qquad E_0 = \frac{\hbar^2}{2mL^2} \tilde{g}N^2$
- Modes propres indépendants caractérisés par leur vecteur d'onde q et leur fréquence ω_q \hbar

$$\omega_q = \frac{\hbar}{2m} \left[q^2 \left(q^2 + 4\tilde{g}\rho \right) \right]^{1/2} \qquad \rho = \frac{N}{L^2}$$

Coupure ultra-violette

$$\omega_q = \frac{\hbar}{2m} \left[q^2 \left(q^2 + 4\tilde{g}\rho \right) \right]^{1/2}$$



Cours 3 : l'approche champ classique n'est valable que si les modes sont significativement peuplés par les fluctuations thermiques :

$$n_{\omega} \gtrsim 1 \longrightarrow \hbar \omega \lesssim k_{\rm B} T$$
$$\frac{\hbar^2 q_{\rm max}^2}{2m} \sim k_{\rm B} T$$

Les modes $q > q_{max}$ seront supposés non peuplés : coupure « ultra-violette » sur toutes les intégrales Thermodynamique du gaz de Bose à l'approx. de Bogoliubov

Fonction de partition
$$\mathcal{Z} = \sum_{\text{config}} e^{-E_{\text{config}}/k_{\text{B}}T}$$

Energie libre : $F = -k_{\rm B}T\ln \mathcal{Z}$

 \rightarrow Fonctions thermodynamiques, par exemple : $\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{T,L^2}$

Bogoliubov : on décrit le gaz comme une collection d'oscillateurs indépendants

Fonction de partition d'un oscillateur (quantique ou classique) de pulsation ω

$$\mathcal{Z} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\epsilon_n/k_B T} \qquad \mathcal{Z} = \frac{1}{2\pi\hbar} \int e^{-\epsilon(x,p)/k_B T} dx dp$$

avec $\epsilon_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$ avec $\epsilon(x,p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$

Dans les deux cas, pour les modes de basse énergie $\hbar\omega \lesssim k_{\rm B}T$: $\mathcal{Z} \approx \frac{k_{\rm B}T}{\hbar\omega}$

9

Thermodynamique à l'approximation de Bogoliubov (2)

Pour un oscillateur :
$$\mathcal{Z} = \frac{k_{\rm B}T}{\hbar\omega} \longrightarrow F = -k_{\rm B}T\ln\mathcal{Z} = -k_{\rm B}T\ln\left(\frac{k_{\rm B}T}{\hbar\omega}\right)$$

Energie libre : on somme la contribution des tous les modes indépendants

$$F(T, N, L) = E_0 - k_{\rm B}T \sum_{\boldsymbol{q}} \ln\left(\frac{k_{\rm B}T}{\hbar\omega_q}\right) \qquad \qquad \omega_q = \frac{\hbar}{2m} \left[q^2 \left(q^2 + 4\tilde{g}\rho\right)\right]^{1/2}$$

Passage d'une somme discrète à une intégrale :

ou encore

$$\sum_{\boldsymbol{q}} [\dots] \quad \rightarrow \quad \frac{L^2}{4\pi^2} \int [\dots] \, \mathrm{d}^2 q$$

10

A partir de cette expression de l'énergie libre, on peut calculer les autres fonctions thermodynamiques, par exemple :

$$\frac{\mu}{k_{\rm B}T} \approx \frac{\tilde{g}}{2\pi} \left[\mathcal{D} + \int_{0}^{q_{\rm max}} \frac{2q}{q^2 + 4\tilde{g}\rho} \,\mathrm{d}q \right]$$

:
$$\frac{\mu}{k_{\rm B}T} \approx \frac{\tilde{g}}{2\pi} \left[\mathcal{D} + \ln\left(\frac{\pi}{\tilde{g}\mathcal{D}}\right) \right] \qquad \text{validit}\acute{e}: \mathcal{D} > \ln\left(\frac{\pi}{\tilde{g}\mathcal{D}}\right)$$

Densité totale et densité superfluide

On calcule la densité superfluide en utilisant la formule de Landau (cours 2015-16) qui décrit la réponse du fluide quand on met en mouvement son récipient :

$$\rho_s = \rho + \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\hbar^2}{2m} \int \frac{\mathrm{d}\mathcal{N}}{\mathrm{d}\epsilon} \ q^2 \ \mathrm{d}^2 q \qquad \qquad \text{(version 2D)}$$

 $\mathcal{N}(\epsilon)$: occupation d'un mode d'énergie ε (ici les modes de Bogoliubov)

On arrive à :
$$\mathcal{D}_s \approx \mathcal{D} - \ln\left(\frac{k_{\rm B}T}{2\mu}\right)$$

avec au point critique $\mathcal{D}_s = 4$ (résultat lié aux vortex, en dehors de Bogoliubov)

Le résultat au point critique $\mathcal{D} \approx 4 + \ln\left(\frac{k_{\rm B}T}{2\mu}\right)$, couplé à l'équation d'état $\frac{\mu}{k_{\rm B}T} \approx \frac{\tilde{g}}{2\pi} \left[\mathcal{D} + \ln\left(\frac{\pi}{\tilde{g}\mathcal{D}}\right)\right]$

permet de caractériser ce point critique, en particulier ses lois d'échelle

Lois d'échelle au point critique

Combinaison de l'équation d'état et de $\mathcal{D}_s = 4$

Densité dans l'espace des phases totale au point critique : $\mathcal{D}|_{\text{crit.}} \approx \ln\left(\frac{C_{\mathcal{D}}}{\tilde{q}}\right)$

 $C_{\mathcal{D}}$: constante numérique

Potentiel chimique au point critique :

$$\frac{\mu}{k_{\rm B}T}\Big|_{\rm crit.} \approx \frac{\tilde{g}}{\pi} \ln\left(\frac{\mathcal{C}_{\mu}}{\tilde{g}}\right)$$

 C_{μ} : constante numérique

Pour déterminer le plus précisément possible les constantes $C_{\mathcal{D}}$ et C_{μ} , il faut affiner le traitement des modes peu peuplés et aller au delà de l'approx de Bogoliubov

Prokofev & Svistunov (méthode Monte Carlo avec un champ classique) : $C_{\mathcal{D}} \approx 380 \qquad C_{\mu} \approx 13.2$ Validité de ce résultat obtenu par l'approche « champ classique »

Au point critique :

$$\mathcal{D} \approx \ln\left(\frac{380}{\tilde{g}}\right)$$

densité totale

densité superfluide

 $\mathcal{D}_s = 4$

Une condition nécessaire pour la validité de ce traitement est bien sûr :

$$\mathcal{D} > \mathcal{D}_s \longrightarrow \tilde{g} < 7$$

En pratique pour des gaz atomiques : $\tilde{g} \sim 0.01$ à 1 pour les polaritons de cavité : $\tilde{g} \sim 0.01$ à 0.05

Pour aller au delà, approches Monte Carlo quantiques : Holzmann & Krauth, Rançon & Dupuis, Pilati, Giorgini & Prokofev

2.

Le point critique dans un gaz atomique piégé

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \qquad r^2 = x^2 + y^2$$

L'approximation de densité locale

Gaz à l'équilibre dans un piège, de température T et de potentiel chimique μ

On relie la densité en un point du piège et celle d'un gaz homogène caractérisé par



$$T_{\text{hom.}} = T$$
 $\mu_{\text{hom.}} = \mu - V(\boldsymbol{r})$

Validité : libre parcours moyen, longueur de cicatrisation << extension du gaz

Condensation dans un piège harmonique 2D

Cours 2 : pour un gaz parfait dans un piège harmonique, la saturation des états excités se produit pour

$$N > N_{\rm c,ideal}$$
 $N_{\rm c,ideal} = \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{k_{\rm B}T}{\hbar\omega}\right)^2$

A la limite thermodynamique $N \to \infty$ $\omega \to 0$ $N\omega^2 = \text{constant}$ ce point est atteint pour la densité centrale $\rho(0) = \infty$

Impossible à réaliser pour un gaz en interaction

Le point critique BKT dans un piège

Quel nombre d'atomes faut-il mettre dans un piège pour que le gaz au centre de ce piège devienne superfluide ?

Approximation de densité locale :
$$\rho(0)\lambda_T^2 = \mathcal{D}_c = \ln\left(\frac{380}{\tilde{g}}\right)$$

Quantité finie, contrairement au seuil de la condensation de Bose-Einstein

En utilisant l'équation d'état trouvée plus haut, on trouve (Holzmann et al.) :

$$\frac{N_{\rm c,BKT}}{N_{\rm c,ideal}} \approx 1 + \frac{3\,\tilde{g}}{\pi^3}\ln^2\left(\frac{\tilde{g}}{16}\right) + \frac{3\,\tilde{g}}{8\pi^2}\left[15 + \ln\left(\frac{\tilde{g}}{16}\right)\right]$$

Quand le paramètre des interactions $\tilde{g} \to 0$, on trouve $\frac{N_{c,BKT}}{N_{c,ideal}} \to 1$

La condensation d'un gaz parfait 2D dans un piège harmonique peut être vu comme le cas limite de la transition plus générale de type BKT.

Expérience de Cambridge (groupe de Z. Hadzibabic)

Détection de la composante superfluide centrale via la distribution en impulsion





en impulsion

Expérience faite avec 39 K : une résonance de Feschbach permet de varier la longueur de diffusion 3D, et donc \tilde{g}

Expérience de Cambridge (suite)



Fletcher et al. Phys. Rev. Lett. **114** 255302 (2015)

Données expérimentales en excellent accord avec la loi :

$$\frac{N_{\rm c,BKT}}{N_{\rm c,ideal}} \approx 1 + \frac{3\,\tilde{g}}{\pi^3}\ln^2\left(\frac{\tilde{g}}{16}\right) + \frac{3\,\tilde{g}}{8\pi^2}\left[15 + \ln\left(\frac{\tilde{g}}{16}\right)\right]$$

Confirme l'idée que la condensation à 2D d'un gaz idéal est la limite (singulière) de la transition BKT pour un gaz en interaction.

3.

Quasi-ordre en phase et superfluidité dans un gaz atomique

La fonction $G_1(\mathbf{r}, \mathbf{r'})$ dans un piège

Pour un gaz 2D uniforme dans le régime superfluide, on sait que

$$G_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') = \langle \hat{\psi}^{\dagger}(\boldsymbol{r}) \ \hat{\psi}(\boldsymbol{r}') \rangle \quad \propto \frac{1}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^{\eta}} \qquad \qquad \eta = \frac{1}{\mathcal{D}_s} = \frac{1}{\rho_s \lambda_T^2}$$

Dans un piège, la variation spatiale de la densité totale et de la densité superfluide vient compliquer l'analyse

Petrov, Holzmann, Shlyapnikov (2000)

On doit se contenter la plupart du temps d'une analyse semi-quantitative...

Mesure de $G_1(r, r')$ par interférométrie atomique

On utilise deux plans parallèles, de mêmes paramètres thermodynamiques T et μ , mais indépendants : pas de relation de phase prédéfinie entre eux

ENS 2006





Signal d'interférence entre ondes de matières issues des deux plans :

$$\rho(\mathbf{r}) \propto |\psi_a|^2 + |\psi_b|^2 + \left(\psi_a \psi_b^* e^{i2\pi z/D_z} + c.c.\right) \qquad D_z = \frac{ht}{md_z}$$

Contraste local : $C(x,y) = \psi_a(x,y) \ \psi_b^*(x,y)$

Moyenne nulle : $\langle \psi_a(x,y) \rangle = \langle \psi_b(x,y) \rangle = 0$, mais quelle variance ?

Mesure de $G_1(r, r')$ par interférométrie atomique (2)



Contraste local

 $C(x,y) = \psi_a(x,y) \ \psi_b^*(x,y)$

Fonction de corrélation :
$$\langle C(\boldsymbol{r}) \ C^*(\boldsymbol{r}') \rangle = \langle \psi_a(\boldsymbol{r}) \ \psi_b^*(\boldsymbol{r}) \ \psi_a^*(\boldsymbol{r}') \ \psi_b(\boldsymbol{r}') \ \rangle$$

$$= \langle \psi_a(\boldsymbol{r}) \ \psi_a^*(\boldsymbol{r}') \ \rangle \ \langle \psi_b^*(\boldsymbol{r}) \ \psi_b(\boldsymbol{r}') \ \rangle$$

$$= |G_1(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')|^2$$

- Permet de détecter la variation rapide du comportement de G₁ au voisinage du point de transition
- Permet de détecter l'apparition des vortex à la transition



2013, Séoul, groupe de Y-I Chin : vortex « thermiques » observés en imagerie selon z

Fonction de corrélation G_1 et distribution en impulsion

Partant de la fonction de corrélation $G_1(\mathbf{r}, \mathbf{r'})$ dans un fluide non homogène, on définit la fonction de corrélation moyenne

$$\bar{G}_1(\boldsymbol{r}) = \int G_1\left(\boldsymbol{R} + \frac{\boldsymbol{r}}{2} , \boldsymbol{R} - \frac{\boldsymbol{r}}{2}\right) \, \mathrm{d}^2 R$$

On trouve alors (quelle que soit la force des interactions) : $\bar{G}_1(\mathbf{r}) \stackrel{\text{T.Fourier}}{\longleftrightarrow} N(\mathbf{p})$

Heidelberg 2015 : mesure de la distribution en impulsion d'un gaz piégé d'atomes de ⁶Li (fermions) au voisinage d'une résonance de Feshbach : gaz de molécules bosoniques de ⁶Li₂



Fonction de corrélation G_1 et distribution en impulsion

Transformée de Fourier de la distribution en impulsion



Qualité de l'ajustement:

- par une loi de puissance
- par une exponentielle



Murthy et al. Phys. Rev. Lett. 115 010401 (2015)

Les données à basse température semblent privilégier un comportement algébrique en $r^{-\eta}$, mais....

... l'exposant η que l'on déduit des ajustements peut atteindre 1.5, alors que la théorie BKT prédit $\eta = 1/D_s < 1/4$???

Boettcher & Holzmann 2016 : contribution importante de la zone périphérique du piège, dans laquelle le gaz n'est pas superfluide, même si le centre l'est.

Mouvement d'une impureté

Sonde locale de la superfluidité, avec une impureté formée par un « trou de potentiel » créé par un faisceau laser

- ENS 2012 pour des atomes de rubidium
- Hambourg 2015 (groupe de H. Moritz) pour des molécules ⁶Li₂ en interaction forte



Excellent accord avec la prédiction théorique

$$\mathbf{e} \ \frac{\mu_{\mathrm{loc}}}{k_{\mathrm{B}}T} \approx \frac{\tilde{g}}{\pi} \ \ln\left(\frac{\mathcal{C}_{\mu}}{\tilde{g}}\right)$$

Un mode collectif particulier : le mode « ciseaux »

Idée issue de la physique nucléaire : Pour tester la superfluidité des noyaux lourds, on cherche un mode d'oscillation particulier des protons et des neutrons

Adapté au cas des gaz atomiques piégés par Guery-Odelin & Stringari (1999)

Piège harmonique non isotrope : $\omega_x > \omega_y$ On étudie l'oscillation de $\langle xy \rangle$





- Pour un gaz thermique, ce mouvement fait intervenir deux fréquences, par exemple $|\omega_x \pm \omega_y|$ pour un gaz quasi-idéal
- Pour un gaz superfluide, mouvement non amorti et monofréquence $(\omega_x^2+\omega_y^2)^{1/2}$

Mode ciseaux localisé

Paris-Nord Villetaneuse (2016), groupe de Hélène Perrin

Analyse de la moyenne locale de $\langle xy \rangle$



Bon accord avec l'approximation de densité locale

$$\frac{\mu_{\rm loc}}{k_{\rm B}T} \approx \frac{\tilde{g}}{\pi} \ln\left(\frac{\mathcal{C}_{\mu}}{\tilde{g}}\right)$$

28

4.

Les polaritons de cavité

Les deux composantes en présence

• Lumière dans une cavité de faible épaisseur à l'approximation paraxiale (cf. cours 2)

Relation de dispersion :

$$\begin{split} \hbar \omega_{\rm ph}(\boldsymbol{k}_{\perp}) &\approx \hbar \omega_{0,\,\rm ph} + \frac{\hbar^2 \boldsymbol{k}_{\perp}^2}{2m_{\rm ph}} \\ m_{\rm ph} &\sim \text{quelques } 10^{-5} \, m_e \end{split}$$

Cavité de facteur de qualité 10⁴



 Matière : paires liées électron-trou (excitons) dans un puits quantique d'épaisseur < 10 nm : gel du mouvement selon la direction z

$$\hbar\omega_{\rm ex}(\boldsymbol{k}_{\perp}) = \hbar\omega_{0,\,{\rm ex}} + \frac{\hbar^2 \boldsymbol{k}_{\perp}^2}{2m_{\rm ex}} \qquad \qquad m_{\rm ex} = m_e + m_h$$

considéré ici comme une particule bosonique

L'hybridation lumière - matière



Le couplage conserve l'impulsion : système à deux états pour chaque $m{k}_{\perp}$

$$\hat{H}(\boldsymbol{k}_{\perp}) = \hbar \begin{pmatrix} \omega_{\rm ph}(\boldsymbol{k}_{\perp}) & \Omega \\ \Omega & \omega_{\rm ex}(\boldsymbol{k}_{\perp}) \end{pmatrix} \qquad \text{couplage fort}$$

Au voisinage du minimum de la branche basse :

- masse effective $~\sim 2\,m_{
 m ph}$
- interaction non négligeable du fait de la contribution excitonique

 $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\text{lum.}\rangle + |\text{mat.}\rangle \right)$

 $\lambda_T^2 = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_{\rm P}T}$

Le fluide de polaritons

Régime « forcé » :

- Irradiation laser qui crée en permanence des paires électron trou
- Les photons s'échappent de la cavité après quelques dizaines de picosecondes



Kasprzak et al., Nature **443** 409 (2006)

Atteinte d'un régime stationnaire bien décrit par une équation de Gross-Pitaevskii généralisée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m_{\text{eff}}} \nabla^2 \psi + \frac{\hbar^2 \tilde{g}}{m_{\text{eff}}} |\psi|^2 \psi - i\frac{\gamma}{2} \psi + \Gamma_{\text{pump}} \\ \tilde{g} &= 0.01 \ - \ 0.05 \end{aligned}$$

Le terme de pompage peut décrire un processus cohérent ou incohérent

Le quasi-ordre à longue portée avec des polaritons

- 2010, Marcoussis (groupe de J. Bloch) : cohérence dans un système 1D
- 2012 2014, Stanford & Tokyo (groupe de Y. Yamamoto) : étude de gaz 2D



33

Roumpos et al, PNAS **109** 6467 (2012)

Le quasi-ordre à longue portée avec des polaritons (2)

B

 $^{2.4\times P_{th}} R - S - 2\pi$ 2012 : ordre algébrique mais avec un) (µш) exposant beaucoup trop grand x (μm) $G_1({m r},-{m r})\propto rac{1}{r^\eta} ~~$ avec $\eta=1.2$ Roumpos et al, PNAS 109 6467 (2012) dépasse la borne trouvée pour la théorie BKT : $\eta = \frac{1}{D_{e}} < \frac{1}{4}$ Explication proposée : cette borne ne s'applique pas aux systèmes ouverts • 2014 par le même groupe, avec une modification de la forme du faisceau de pompe produisant les excitons :

$$\eta_{\rm max} \lesssim 0.25$$

Quelle limite thermodynamique pour les fluides de polaritons ?

Altman et al (2015) :

Le fait que le système est ouvert change radicalement la nature du problème BKT

Equation d'évolution pour la phase :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D\nabla^2 \theta + \frac{\lambda}{2} \left(\boldsymbol{\nabla} \theta \right)^2 + \zeta(\boldsymbol{r}, t)$$

- Si λ =0, on obtient une équation de diffusion ordinaire et la théorie BKT s'applique
- Si λ n'est pas nul (ce qui est généralement le cas), équation KPZ (Kardar-Parisi-Zhang)

Lors du passage par le groupe de renormalisation, le terme non linéaire en λ finit toujours par dominer : destruction du quasi-ordre à longue portée

On attend alors une décroissance exponentielle de $G_1(r)$ à longue distance

Polaritons autour d'un obstacle

2009 : LKB-UPMC (groupe de A. Bramati et E. Giacobino)

Création du fluide de polariton avec une vitesse non nulle (pompage cohérent avec un angle d'incidence non nul)

vitesse : $6 \ 10^5 \ m/s$

Ecoulement autour d'un défaut statique apparu lors de la croissance de l'échantillon



basse densité : 1 µm⁻¹



haute densité : 40 μ m⁻¹

Absence de sillage à haute densité, signe d'un écoulement superfluide.

vitesse du son : 2 10⁶ m/s

En résumé

Les fluides quantiques à base d'atomes, de molécules ou de polaritons permettent d'étudier quantitativement plusieurs caractéristiques importantes de la physique 2D

- La position du point critique
- La démonstration d'un comportement superfluide
 - mouvement d'une impureté
 mode collectif (ciseaux)
- La visualisation des vortex



Prolongements importants :

- Influence d'un potentiel désordonné (cf. texte écrit du cours 5)
- Equation d'état du fluide (cf. cours 6)

Invariance d'échelle, « anomalies quantiques »

