

Chapitre 2

Le refroidissement Doppler et le piège magnéto-optique

Sommaire

1	La force de pression de radiation	2
1-1	Les équations de Bloch optiques	2
1-2	État stationnaire des équations de Bloch optiques	3
1-3	Utilisation du théorème d'Ehrenfest	4
1-4	Effet Doppler et « raie large »	5
2	Le refroidissement Doppler	5
2-1	Mélasse optique et hypothèse de faible saturation	5
2-2	Diffusion en impulsion et température d'équilibre	7
2-3	Validité de l'approche « mouvement brownien »	8
3	La mélasse optique en pratique	8
3-1	Comment prendre en compte la saturation ?	8
3-2	Capture dans une mélasse optique	9
3-3	La diffusion spatiale	10
3-4	Quelques tests expérimentaux récents à 3D	11
3-5	Refroidissement de corps macroscopiques	12
4	Le piège magnéto-optique	13
4-1	Principe de base et taille d'équilibre « à un atome »	14
4-2	Capture dans un piège magnéto-optique	15
4-3	Taille d'équilibre « à N atomes »	16
4-4	Au tour des molécules	17

Soixante ans après l'article d'Einstein montrant comment la lumière d'un corps noir pouvait imposer une température cinétique à une assemblée d'atomes, deux articles par Hänsch & Schawlow (1975) d'une part et Wineland & Dehmelt (1975) d'autre part, sont venus simultanément proposer d'exploiter la lumière des lasers accordables (une nouveauté en 1975 !) pour créer de nouveaux équilibres thermodynamiques. Dans le langage que nous avons développé au chapitre précédent, un laser monochromatique permet de réaliser une distribution spectrale de lumière avec $\frac{\partial \bar{n}}{\partial \omega}$ arbitrairement grand : c'est alors la largeur naturelle Γ du niveau excité de l'atome qui va venir remplacer la largeur de la distribution du corps noir. En d'autres termes, il n'y a plus de température imposée « de l'extérieur » par la lumière incidente et ce sont les paramètres de la transition atomique utilisée qui déterminent la température d'équilibre.

Comme dans l'article d'Einstein, c'est l'effet Doppler qui est à la base de la force de friction qui permet de refroidir les atomes. L'approche que nous allons suivre sera donc très similaire à ce que nous avons vu pour le rayonnement du corps noir. Nous allons utiliser la théorie du mouvement brownien et déterminer à la fois un coefficient de friction et un coefficient de diffusion, pour arriver à la célèbre « limite Doppler » :

$$k_B T = \frac{\hbar \Gamma}{2}. \quad (2.1)$$

Une fois le principe de ces *mélasses optiques* établies, nous les transposerons depuis l'espace des vitesses vers l'espace des positions, en substituant l'effet Zeeman à l'effet Doppler. Nous arriverons alors au principe du piège

magnéto-optique que nous décrirons et illustrerons à partir d'expériences récentes, menées soit avec des atomes, soit avec des molécules.

1 La force de pression de radiation

À la base du refroidissement d'atomes par effet Doppler, on trouve la force de pression de radiation. La situation physique la plus simple dans laquelle cette force apparaît est celle d'un atome à deux niveaux, g et e , placé dans une onde lumineuse monochromatique plane de vecteur d'onde \mathbf{k} (figure 2.1). L'état interne de l'atome effectue des cycles *absorption* – *émission* qui transfèrent chacun une certaine impulsion à l'atome. Plus précisément :

- Lors d'un processus d'absorption de photon, l'atome passe de l'état g à l'état e en gagnant l'impulsion $\hbar\mathbf{k}$.
- Lors d'un processus d'émission de photon, l'atome passe de l'état e à l'état g et deux cas sont possibles :
 1. S'il s'agit d'une émission stimulée, le photon émis est identique aux photons de l'onde incidente ; l'impulsion perdue par l'atome est donc $\hbar\mathbf{k}$, de sorte que le changement d'impulsion du cycle *absorption*–*émission stimulée* est nul.
 2. S'il s'agit d'une émission spontanée, le photon est émis dans une direction aléatoire de l'espace. La répartition angulaire de cette émission n'est pas universelle et dépend de la nature de la transition atomique, mais elle se fait toujours avec probabilité égale dans deux directions opposées de l'espace. L'impulsion moyenne emportée par le photon émis spontanément est donc toujours nulle, de sorte que le bilan du cycle *absorption*–*émission spontanée* est un gain de $\hbar\mathbf{k}$.

On déduit de cette analyse que la force de pression de radiation est égale à

$$\mathbf{F} = \hbar\mathbf{k} \gamma \quad (2.2)$$

où γ est le taux d'émission spontanée de photons. En reprenant le résultat du chapitre précédent, ce taux s'écrit

$$\gamma = \Gamma P_e, \quad (2.3)$$

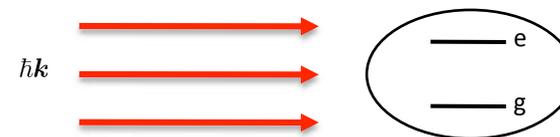


FIGURE 2.1. Atome à deux niveaux éclairé par une onde plane ; la répétition des cycles *absorption*–*émission spontanée* crée sur l'atome une force de pression de radiation qui peut atteindre la valeur $\hbar\mathbf{k}\Gamma/2$, où Γ est la largeur naturelle de l'état excité e .

où Γ est la largeur naturelle de l'état excité (le coefficient A d'Einstein) et P_e la population de cet état excité en régime stationnaire. Il nous reste donc à évaluer cette population pour une excitation lumineuse monochromatique ; le résultat constituera l'équivalent pour un champ cohérent du résultat $P_e = \bar{n}/(2\bar{n} + 1)$ trouvé pour un atome à deux niveaux dans un champ incohérent et isotrope.

1-1 Les équations de Bloch optiques

Nous nous intéressons ici à la dynamique interne d'un atome couplé à la fois à un champ lumineux monochromatique (donc cohérent) et aux modes vides du champ électromagnétique, ce deuxième couplage – incohérent – étant responsable du phénomène d'émission spontanée. Si l'on avait affaire uniquement au couplage cohérent avec le champ lumineux, on pourrait décrire l'état interne de l'atome par un vecteur d'état $\alpha_g(t)|g\rangle + \alpha_e(t)|e\rangle$, et déduire l'évolution de $\alpha_{g,e}(t)$ de l'équation de Schrödinger pour calculer ensuite $P_e = |\alpha_e|^2$. Si l'on avait affaire uniquement au couplage incohérent, on pourrait comme au chapitre précédent écrire des équations de taux pour les populations $P_{g,e}$ et déterminer leur état stationnaire. La présence simultanée des deux types de couplages, cohérent et incohérent, nécessite d'avoir recours au formalisme de l'équation pilote. Nous allons brièvement résumer ce formalisme, qui conduit aux équations de Bloch optiques [pour plus de détails, voir par exemple Cohen-Tannoudji et al. (2012)].

Nous décrivons l'état interne de l'atome par son opérateur densité $\hat{\rho}$,

c'est-à-dire pour le cas du système à deux niveaux qui nous intéresse ici, une matrice 2×2 :

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{gg} & \rho_{ge} \\ \rho_{eg} & \rho_{ee} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Cette matrice est hermitienne et ses éléments diagonaux, réels, donnent les populations des états concernés :

$$\rho_{gg} = P_g, \quad \rho_{ee} = P_e, \quad \rho_{gg} + \rho_{ee} = 1. \quad (2.5)$$

La matrice est donc de trace 1. Les éléments non diagonaux décrivent la cohérence quantique entre l'état g et l'état e et le caractère hermitien de la matrice impose :

$$\rho_{eg} = \rho_{ge}^*. \quad (2.6)$$

Dans le modèle de champ incohérent développé au chapitre précédent, ces éléments non-diagonaux étaient nuls en régime stationnaire.

Dans la description par équation pilote, valable si l'excitation laser n'est pas trop intense¹, l'évolution de ρ s'écrit comme somme de deux termes :

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \left. \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right|_{\text{coh.}} + \left. \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right|_{\text{incoh.}}. \quad (2.7)$$

Le premier terme décrit l'évolution cohérente sous l'effet du couplage de l'atome avec le champ lumineux. Ce couplage est caractérisé par deux paramètres, ayant chacun la dimension d'une fréquence :

- Le désaccord $\Delta = \omega_L - \omega_A$ entre la fréquence du champ lumineux ω_L et la fréquence de résonance de l'atome ω_A .
- La fréquence de Rabi $\kappa = dE_0 e^{i\phi}/\hbar$, proportionnelle au dipole réduit d associé à la transition $g \leftrightarrow e$ et à l'amplitude complexe du champ électrique de l'onde lumineuse : $E(t) = E_0 \cos(\omega_L t - \phi) = \frac{1}{2} E_0 e^{i(\omega_L t - \phi)} + \text{c.c.}$. Nous avons supposé ici l'atome localisé à l'origine des coordonnées $r = 0$.

À l'approximation du champ tournant², l'hamiltonien caractérisant le couplage s'écrit comme une matrice 2×2 dans la base $\{|g\rangle, |e\rangle\}$:

$$\hat{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & \kappa^* \\ \kappa & -\Delta \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

1. Avec les notations qui suivent, il faut que la fréquence de Rabi κ et le désaccord Δ soient tous les deux petits devant la fréquence atomique ω_A .

2. Cette approximation a été détaillée dans le cours 2013-14, chapitre 4.

En particulier, les termes non diagonaux de cet hamiltonien, $\kappa|e\rangle\langle g|$ et $\kappa^*|g\rangle\langle e|$, décrivent les processus d'absorption et d'émission de photons dans l'onde laser monochromatique. Dans le formalisme de l'opérateur densité, le couplage atome-champ cohérent se déduit alors de l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \left. \frac{d\hat{\rho}}{dt} \right|_{\text{coh.}} = [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (2.9)$$

Le couplage incohérent lié aux processus d'émission spontanée est quant à lui donné par l'évolution simple (Cohen-Tannoudji et al. 2012):

$$\left. \frac{dP_g}{dt} \right|_{\text{incoh.}} = \Gamma P_e, \quad \left. \frac{dP_e}{dt} \right|_{\text{incoh.}} = -\Gamma P_e \quad (2.10)$$

$$\left. \frac{d\rho_{eg}}{dt} \right|_{\text{incoh.}} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{eg}, \quad \left. \frac{d\rho_{ge}}{dt} \right|_{\text{incoh.}} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{ge} \quad (2.11)$$

La première ligne est identique à ce que nous avons établi au chapitre précédent à partir de la règle d'or de Fermi. La seconde ligne indique que la cohérence entre g et e décroît avec le taux $\Gamma/2$, c'est-à-dire la moitié du taux de décroissance de la population $P_e = \rho_{ee}$.

En ajoutant les deux contributions, cohérente et incohérente, on arrive à l'équation du mouvement de l'opérateur densité, constituant l'ensemble des *équations de Bloch optiques* :

$$\dot{P}_e = -\Gamma P_e + \frac{i}{2} (\kappa^* \rho_{eg} - \kappa \rho_{ge}), \quad (2.12)$$

$$\dot{\rho}_{eg} = \left(i\Delta - \frac{\Gamma}{2} \right) \rho_{eg} - \frac{i\kappa}{2} (\rho_{gg} - \rho_{ee}), \quad (2.13)$$

auxquelles on ajoute les deux autres équations pour \dot{P}_g et $\dot{\rho}_{ge}$ déduites de $P_g + P_e = 1$ et $\rho_{ge} = \rho_{eg}^*$.

1-2 État stationnaire des équations de Bloch optiques

Le temps caractéristique d'atteinte de l'équilibre pour le système d'équations (2.12-2.13) est de l'ordre de Γ^{-1} . La valeur stationnaire des populations et des cohérences est donnée par

$$P_e = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s}, \quad \rho_{eg} = \frac{\kappa}{2\Delta + i\Gamma} \frac{1}{1+s}, \quad (2.14)$$

où on a introduit le *paramètre de saturation* :

$$s = \frac{2|\kappa|^2}{\Gamma^2 + 4\Delta^2}. \quad (2.15)$$

Remarque. On introduit souvent la notion d'intensité de saturation I_{sat} pour une raie atomique, mesurée en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$, et on caractérise la « force » de l'excitation laser par le rapport I/I_{sat} , où I est l'intensité de la lumière à l'emplacement de l'atome. Ce rapport est lié aux paramètres introduits ci-dessus par :

$$\frac{I}{I_{\text{sat}}} = \frac{2|\kappa|^2}{\Gamma^2}, \quad s = \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2}. \quad (2.16)$$

Notre paramètre de saturation coïncide donc avec le rapport I/I_{sat} pour un faisceau résonant avec l'atome. L'avantage de s est qu'il caractérise directement le taux d'excitation de l'atome :

- si $s \ll 1$, ce qui peut être obtenu avec une intensité laser faible ou un grand désaccord, la population de l'état excité est négligeable devant celle de l'état fondamental :

$$s \ll 1: \quad P_g \approx 1, \quad P_e \approx \frac{s}{2}. \quad (2.17)$$

- si $s \gg 1$, l'atome occupe l'état fondamental et l'état excité avec des probabilités égales

$$s \gg 1: \quad P_g \approx P_e \approx \frac{1}{2}. \quad (2.18)$$

Connaissant la population stationnaire de l'état excité, nous pouvons maintenant revenir à l'expression de la force de pression de radiation (2.2-2.3) :

$$\gamma = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}, \quad \mathbf{F} = \hbar \mathbf{k} \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s}. \quad (2.19)$$

La valeur maximale de cette force est atteinte dans la limite d'une forte saturation, $s \gg 1$, pour laquelle l'atome effectue en moyenne $\Gamma/2$ cycles absorption-émission spontanée par seconde. L'accélération correspondante vaut

$$a_{\text{max}} = \frac{F_{\text{max}}}{M} = v_r \frac{\Gamma}{2} \quad (2.20)$$

où nous avons introduit la vitesse de recul

$$v_r = \frac{\hbar k}{M}, \quad (2.21)$$

c'est-à-dire le changement de vitesse d'un atome quand il absorbe ou émet un photon. Pour un atome de sodium éclairé sur sa raie de résonance, la vitesse de recul est de 3 cm/s et l'accélération maximale est 10^6 m/s^2 .

1-3 Utilisation du théorème d'Ehrenfest

Dans ce qui précède, nous avons adopté une démarche intuitive en (2.2-2.3) pour relier la force de pression de radiation au taux d'émission spontanée et donc à la population de l'état excité. On peut justifier rigoureusement ce résultat en partant de l'hamiltonien complet décrivant le couplage entre l'atome et le rayonnement, c'est-à-dire l'hamiltonien prenant en compte à la fois les variables internes de l'atome et celles décrivant le mouvement de son centre de masse.

En notant \hat{r} et \hat{p} les opérateurs position et impulsion du centre de masse, cet hamiltonien s'écrit

$$\hat{H}_{\text{tot.}} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & \kappa^* e^{-i\mathbf{k}\cdot\hat{r}} \\ \kappa e^{i\mathbf{k}\cdot\hat{r}} & -\Delta \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

L'opérateur force agissant sur l'atome se calcule en point de vue de Heisenberg (Gordon & Ashkin 1980):

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{F}} &= \frac{d\hat{p}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{\text{tot.}}, \hat{p}] \\ &= \frac{1}{2} \hbar \mathbf{k} \begin{pmatrix} 0 & i\kappa^* e^{-i\mathbf{k}\cdot\hat{r}} \\ -i\kappa e^{i\mathbf{k}\cdot\hat{r}} & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Prenons la moyenne de cet opérateur sur un paquet d'ondes localisé au voisinage de $\mathbf{r} = 0$ et d'extension petite devant la longueur d'onde optique :

$$\langle \hat{\mathbf{F}} \rangle = \text{Tr}(\hat{\mathbf{F}} \hat{\rho}) = \hbar \mathbf{k} \frac{i}{2} (\kappa^* \rho_{eg} - \kappa \rho_{ge}). \quad (2.24)$$

En régime stationnaire, le terme intervenant dans le membre de droite n'est autre que ΓP_e [cf. (2.12)], d'où le résultat annoncé (2.2-2.3).

1-4 Effet Doppler et « raie large »

Nous avons dégagé dans les paragraphes qui précèdent la notion de force de pression de radiation moyenne. Cette force moyenne, appliquée à l'atome, va changer sa vitesse. La prise en compte de cette vitesse dans le formalisme que nous venons d'établir est simple : il suffit d'utiliser le fait que pour un atome en mouvement, la fréquence effective du laser n'est pas ω_L mais $\omega_L - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ du fait de l'effet Doppler. Le paramètre de saturation est alors une fonction de la vitesse :

$$s(\mathbf{v}) = \frac{2|\kappa|^2}{4(\Delta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 + \Gamma^2}, \quad (2.25)$$

ainsi que la force de pression de radiation $\mathbf{F}(\mathbf{v})$. L'évolution de la vitesse de l'atome dans une onde lumineuse est donc donnée par l'équation du mouvement

$$M \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{v}), \quad (2.26)$$

expression que nous généraliserons dans ce qui suit au cas où plusieurs ondes planes éclairent simultanément l'atome.

Toutefois, il nous faut d'abord examiner la validité de la notion de force moyenne. Nous avons utilisé dans ce qui précède le fait que la moyenne de l'impulsion emportée par un photon émis spontanément est nulle. On peut en déduire la notion de force si la valeur de cette dernière est peu modifiée lors d'un changement élémentaire de vitesse $v \rightarrow v \pm v_r$. C'est cette condition nécessaire que nous proposons d'examiner maintenant.

Pour une faible intensité lumineuse ($s \ll 1$), la largeur de la courbe de résonance donnant P_e en fonction du désaccord Δ est égale à Γ (largeur totale à mi-hauteur). Le changement de désaccord dans un processus élémentaire d'absorption ou d'émission est quant à lui égal à $k v_r = 2\omega_r$, où $\omega_r = \hbar k^2 / (2M)$ est la pulsation de recul. On peut donc distinguer deux situations limites :

- Si $\Gamma \gg \omega_r$ (raie large), alors un processus élémentaire d'absorption ou d'émission ne change pratiquement pas le paramètre de saturation s , ni la population de l'état excité. C'est seulement la répétition d'un grand nombre de ces processus qui pourra modifier $s(\mathbf{v})$ de manière appréciable. C'est ce cas qui va nous intéresser dans la suite de ce chapitre. Il est réalisé pour la raie de résonance de nombreuses espèces

atomiques, comme on peut le voir sur le tableau 2.1. On trouve par exemple $\Gamma/\omega_r \sim 400$ pour l'atome de sodium.

- Si $\Gamma \ll \omega_r$, l'absorption ou l'émission d'un seul photon suffit à changer considérablement $s(\mathbf{v})$. L'atome peut être à résonance avec le laser avant un cycle absorption-émission spontanée, et complètement hors résonance après ce cycle³, si bien que la notion de force moyenne pour une vitesse \mathbf{v} donnée perd son sens. Nous étudierons les possibilités offertes par ces raies étroites au cours suivant.

2 Le refroidissement Doppler

Nous passons maintenant à la description du refroidissement Doppler avec des lasers. Le mécanisme en jeu est très voisin de celui vu au chapitre précédent pour le rayonnement du corps noir. La description théorique sera également très proche, avec une approche de type « mouvement brownien » pour évaluer un coefficient de friction et un coefficient de diffusion, et pour en déduire finalement la température limite du refroidissement.

2-1 Mélasse optique et hypothèse de faible saturation

Nous souhaitons obtenir une situation de refroidissement Doppler, dans laquelle un atome de vitesse initiale non nulle ressent une force de friction qui amène sa vitesse vers 0. Pour cela, on éclaire la zone d'intérêt par une, deux, ou trois paires d'ondes selon le nombre de directions d'espace que l'on souhaite refroidir (figure 2.2). Comme proposé initialement par Hänsch & Schawlow (1975), on choisit un désaccord $\Delta < 0$, c'est-à-dire $\omega_L < \omega_A$, de sorte qu'un atome en mouvement est plus proche de la

3. On peut néanmoins retrouver une situation de raie large même si $\Gamma \ll \omega_r$. Il faut pour cela choisir une valeur de la fréquence de Rabi $|\kappa| \gg \Gamma$, de sorte que la population de l'état excité

$$P_e = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} = \frac{|\kappa|^2}{4(\Delta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})^2 + 2|\kappa|^2 + \Gamma^2} \quad (2.27)$$

présente une résonance élargie :

$$\Gamma \longrightarrow \sqrt{\Gamma^2 + 2|\kappa|^2} = \Gamma \sqrt{1 + I/I_{\text{sat}}}, \quad (2.28)$$

ce qui peut être considérablement plus grand que Γ pour des valeurs réalistes de I/I_{sat} .

	A	λ nm	$\Gamma/2\pi$ kHz	$\omega_r/2\pi$ kHz	Γ/ω_r	T_{\min} μK	v_r cm/s	v_0 cm/s	δv_{res} cm/s	ℓ μm
He	4	1083	1600	42.3	38	38	9.16	28.2	173	3.3
Li	6	671	5910	73.5	80	142	9.86	44.2	397	4.3
Na	23	589	9800	24.9	394	235	2.93	29.1	577	18.5
Mg	24	285	80000	101.8	786	1922	5.80	81.3	2280	17.8
K	39	770	6000	8.6	699	144	1.32	17.5	462	42.8
Ca	40	423	34600	27.7	1248	831	2.35	41.4	1464	42.0
Cr	52	426	5020	21.1	238	121	1.79	13.8	214	8.1
Rb	87	780	6100	3.8	1627	147	0.59	11.8	476	101.0
Sr	84	461	30500	11.1	2743	733	1.03	26.8	1406	100.6
Cs	133	852	5200	2.1	2529	125	0.35	8.8	443	171.5
Er	168	401	27500	7.3	3743	661	0.59	18.0	1103	119.4
		583	190	3.5	55	5	0.41	1.5	11	2.5
Dy	170	421	32000	6.6	4857	769	0.55	19.3	1347	162.7
		626	135	3.0	45	3	0.37	1.3	8	2.3
Yb	174	399	29100	7.2	4061	699	0.57	18.2	1161	128.9
		556	183	3.7	50	4	0.41	1.4	10	2.2
Hg	202	254	1300	15.2	85	31	0.77	3.6	33	1.7

TABLE 2.1. Caractéristiques de quelques éléments chimiques disposant d'une raie de résonance large ($\Gamma/\omega_r \gg 1$) et pouvant être refroidis par laser. Pour certains atomes à deux électrons externes, on a indiqué la raie principale $^1S_0 \leftrightarrow ^1P_1$ et la raie d'intercombinaison $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$. La température minimale indiquée, ainsi que la vitesse quadratique moyenne v_0 , correspondent au refroidissement Doppler étudié dans ce chapitre. Pour certains de ces éléments, un refroidissement de type Sisyphes est également possible et il conduit à des températures plus basses que celles indiquées ici.

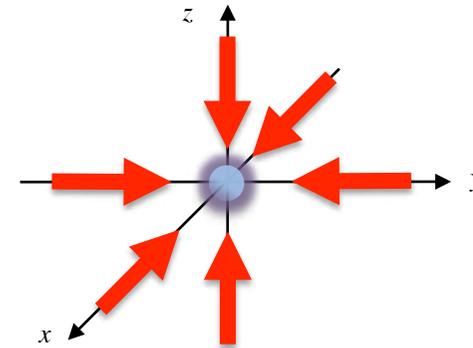


FIGURE 2.2. Schéma de base d'une mélasse optique à trois dimensions. On éclaire les atomes par 3 paires d'ondes monochromatiques, avec un désaccord $\Delta = \omega_L - \omega_A$ négatif.

résonance avec une onde venant à sa rencontre ($\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} < 0$) qu'avec une onde allant dans le même sens que lui ($\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} > 0$). C'est le phénomène de refroidissement recherché ! Essayons maintenant d'être plus quantitatif et de calculer la force totale agissant sur l'atome.

Pour calculer cette force, il est tentant d'ajouter les forces de pression de radiation créées par les 2, 4 ou 6 ondes éclairant l'atome. Mais cette procédure ne peut pas être complètement exacte, en particulier à cause des phénomènes d'émission stimulée : dans le cas d'une onde plane unique étudiée au paragraphe 1, les cycles absorption-émission stimulée ne jouaient aucun rôle car ils n'étaient associés à aucun transfert d'impulsion, l'atome rendant à l'onde l'impulsion qu'il lui avait empruntée lors de l'absorption. Si plusieurs ondes planes sont simultanément incidentes sur l'atome, l'atome peut absorber un photon dans l'onde 1, puis faire une émission stimulée dans l'onde 2, gagnant ainsi l'impulsion $\hbar(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$. Certes le processus inverse est également possible, mais rien ne prouve que les deux processus se produisent avec la même amplitude, pour une vitesse et une position données de l'atome.

Il existe une situation dans laquelle le fait de prendre la somme des pressions de radiation est une bonne approximation : il s'agit du cas où le paramètre de saturation s_0 associée à chaque onde progressive est petit

devant 1, et où l'on peut donc négliger les processus d'émission stimulée devant ceux d'émission spontanée. Notons toutefois que cette approximation conduit à ignorer la structure périodique en nœuds et ventres des ondes stationnaires créées par la superposition d'ondes progressives. La force calculée doit donc être comprise comme une moyenne spatiale sur une période de l'onde stationnaire de la force $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ calculée par une méthode plus sophistiquée, comme la résolution numérique des équations de Bloch optiques en tout point (\mathbf{r}, \mathbf{v}) de l'espace des phases.

Une fois cette approximation faite, la force agissant sur l'atome se calcule aisément :

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}) = \frac{\Gamma}{2} \sum_j \hbar \mathbf{k}_j s_j(\mathbf{v}), \quad (2.29)$$

où la somme porte sur toutes les ondes planes progressives éclairant l'atome, avec

$$s_j(\mathbf{v}) = \frac{2|\kappa|^2}{4(\Delta - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{v})^2 + \Gamma^2}, \quad s_j(0) \equiv s_0. \quad (2.30)$$

Pour appliquer la théorie du mouvement brownien, on considère le cas de vitesses petites devant l'intervalle δv_{res} quasi-résonant avec une onde lumineuse monochromatique :

$$|kv| \ll \Gamma, \text{ ou encore } |v| \ll \delta v_{\text{res}} \equiv \Gamma/k, \quad (2.31)$$

ce qui permet de calculer la force à l'ordre 1 en vitesse :

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}) = -M\alpha \mathbf{v}, \quad \text{avec } M\alpha = \hbar k^2 s_0 \frac{2(-\Delta)\Gamma}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}, \quad (2.32)$$

où on a utilisé $\sum_j \mathbf{k}_j = 0$ pour la géométrie considérée, ce qui annule le terme d'ordre 0 en v . On a par ailleurs utilisé pour le terme d'ordre 1 :

$$\sum_j \mathbf{k}_j (\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{v}) = 2k^2 \mathbf{v} \quad (2.33)$$

dans la géométrie de la figure 2.2. On retrouve bien sur (2.32) le fait qu'il faut choisir un désaccord Δ négatif pour obtenir une friction $\alpha > 0$.

Si on se fixe une valeur donnée du paramètre de saturation s_0 , choisie en particulier telle que $s_0 \ll 1$ pour que l'approximation consistant à additionner les forces créées par les différentes ondes planes soit valable, on

voit que le coefficient de friction α est maximum quand $|\Delta|/(\Delta^2 + \Gamma^2/4)$ est maximum, ce qui se produit pour $\Delta = -\Gamma/2$:

$$\text{Coefficient de friction maximal à } s \text{ fixé : } \alpha = 2s_0 \frac{\hbar k^2}{M} \text{ pour } \Delta = -\Gamma/2.$$

2-2 Diffusion en impulsion et température d'équilibre

Comme au chapitre précédent, l'analyse en terme de mouvement brownien nécessite également le calcul du coefficient de diffusion en impulsion (Gordon & Ashkin 1980). En l'occurrence, le traitement fait pour le corps noir s'applique quasiment tel quel. Nous avons trouvé que ce coefficient pouvait s'écrire $D_p = \hbar^2 k^2 R/6$, où R est le taux de processus élémentaires, absorption ou émission, pour un atome au repos. Dans le cas qui nous intéresse ici, ce taux de diffusion pour l'atome éclairé par six ondes de paramètre de saturation s_0 vaut $R = 6 \times \Gamma s_0$, soit

$$D_p = \hbar^2 k^2 s_0 \Gamma. \quad (2.34)$$

La dernière étape du raisonnement consiste à déterminer la température d'équilibre des atomes éclairés par ces faisceaux lumineux :

$$k_B T = \frac{D_p}{M\alpha} = \frac{\hbar}{2} \frac{\Delta^2 + \Gamma^2/4}{|\Delta|}. \quad (2.35)$$

On remarque d'abord que cette quantité est indépendante de la puissance des ondes lumineuses ; en effet les coefficients de friction α et de diffusion D_p sont tous deux linéaires en intensité ($\propto s_0 \propto |\kappa|^2$). On constate ensuite que cette température est minimale pour :

$$\Delta_{\min} = -\frac{\Gamma}{2}, \quad k_B T_{\min} = \frac{\hbar\Gamma}{2}, \quad (2.36)$$

ce qui constitue la limite Doppler annoncée en introduction de ce chapitre. Ces températures sont situées dans le domaine $1 - 1000 \mu\text{K}$; on trouvera dans la table 2.1 les valeurs correspondant à certaines espèces atomiques couramment utilisées dans les expériences de refroidissement radiatif.

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, une approche par équation de Fokker-Planck permet de montrer que la distribution en vitesse

stationnaire est une gaussienne, identique à une distribution de Maxwell-Boltzmann de largeur en vitesse v_0 donnée par

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}k_B T_{\min}, \quad \text{soit} \quad v_0 = \sqrt{\frac{\hbar\Gamma}{2M}}. \quad (2.37)$$

2-3 Validité de l'approche « mouvement brownien »

Puisque nous avons utilisé ici une approche de type mouvement brownien, il faut vérifier que l'hypothèse sous-jacente des « petits pas » est vérifiée. Par ailleurs, nous avons utilisé une approximation linéaire pour le calcul de la force en fonction de la vitesse, et nous devons nous assurer que cette approximation est bien satisfaite pour la vitesse quadratique moyenne v_0 prédite à l'équilibre.

Montrons que le critère de raie large assure que ces deux conditions sont vérifiées. Pour notre problème, le pas élémentaire de la marche au hasard dans l'espace des vitesses est la vitesse de recul $v_r = \hbar k/M$. Cette vitesse est effectivement petite devant v_0 :

$$\frac{v_r}{v_0} = \frac{\hbar k/M}{\sqrt{\hbar\Gamma/2M}} = 2\sqrt{\frac{\omega_r}{\Gamma}} \ll 1. \quad (2.38)$$

Concernant l'approximation linéaire, on vérifie que v_0 est petite devant la plage en vitesse δv_{res} :

$$\frac{v_0}{\delta v_{\text{res}}} = \frac{\sqrt{\hbar\Gamma/2M}}{\Gamma/k} = \sqrt{\frac{\omega_r}{\Gamma}} \ll 1. \quad (2.39)$$

On a donc trois échelles de vitesse dans le problème :

$$v_r \ll v_0 \ll \delta v_{\text{res}}, \quad (2.40)$$

ce qui garantit la validité de notre approche. Pour l'atome de sodium, ces trois vitesses sont 3 cm/s, 30 cm/s et 600 cm/s (cf. table 2.1).

Constantes de temps. Le modèle que nous venons de présenter permet également d'évaluer la constante de temps typique du refroidissement

pour $\Delta = \Delta_{\min}$:

$$\alpha^{-1} = \frac{M}{\hbar k^2} \frac{1}{2s_0}. \quad (2.41)$$

Dans la limite d'une faible saturation, ce temps peut évidemment être arbitrairement long. Prenons $s_0 = 0.1$ comme borne supérieure typique de notre traitement perturbatif. On trouve alors $\alpha^{-1} \sim 20 \mu\text{s}$ pour l'atome de sodium, ce qui est court : pour une vitesse initiale $v_i = \delta v_{\text{res}} = 6 \text{ m/s}$ (en limite de la plage de linéarité), l'atome ne parcourt qu'une centaine de microns avant l'annulation de sa vitesse moyenne.

3 La mélasse optique en pratique

Les premières mélasses optiques ont été réalisées par Chu et al. (1985) peu de temps après qu'on a réussi à arrêter des atomes par pression de radiation (Ertmer et al. 1985; Prodan et al. 1985). La figure 2.3 montre une image d'une mélasse optique obtenue en 1987 dans le groupe de Bill Phillips, avec des atomes de sodium (Lett et al. 1988). Le volume central, de l'ordre du centimètre cube, contient 10^8 atomes. Nous montrons cette image dès maintenant, mais nous verrons plus tard qu'un autre mécanisme de refroidissement, fondé sur l'effet Sisyphé, était également à l'œuvre dans ce gaz d'atomes de sodium.

3-1 Comment prendre en compte la saturation ?

Notre description du paragraphe précédent a été fondée sur une hypothèse de faible saturation, permettant d'additionner les forces de pression de radiation créées par toutes les ondes progressives composant la mélasse optique. Mais dans cette hypothèse de faible saturation, le temps de refroidissement varie comme $1/s_0$ et est donc long. Il est tentant dans la pratique d'augmenter l'intensité lumineuse, mais comment prendre en compte les phénomènes qui peuvent alors se produire ?

Indiquons tout de suite qu'il est difficile de faire un traitement exact du problème. Il est possible de calculer la force agissant sur un atome de vitesse v dans une onde lumineuse stationnaire d'intensité arbitrairement

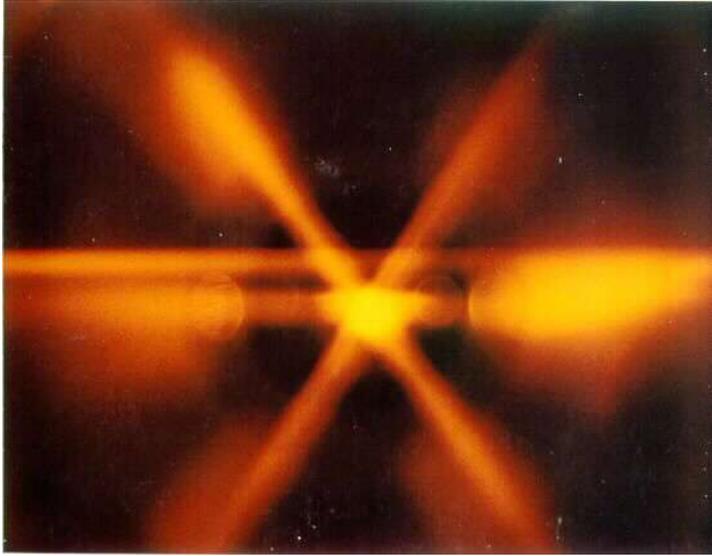


FIGURE 2.3. Mélasse d'atomes de sodium réalisée dans le groupe de W.D. Phillips (NBS-NIST).

grande, en cherchant le régime forcé des équations de Bloch optiques (Mingon & Serimaa 1979). Indiquons brièvement le principe de ce calcul : la fréquence de Rabi associée à une onde stationnaire varie en $\cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, ce qui crée des termes modulés temporellement pour une trajectoire donnée $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}t$ de l'atome. Le système des équations de Bloch optiques peut alors se résoudre numériquement par un développement en série de Fourier (on se ramène à un calcul en fractions continuées). Aller au delà du calcul de la force et évaluer le coefficient de diffusion est une tâche lourde, qui ne donne en général que peu d'intuition physique, en particulier dans une situation tridimensionnelle.

En pratique, le régime optimal pour les mélasses optiques correspond à un paramètre de saturation par onde qui ne dépasse pas 1. On utilise alors un « bricolage », qui consiste à considérer que l'atome est simplement saturé par l'ensemble des 6 ondes incidentes, et à utiliser la réponse de ce système saturé. On trouvera deux procédures légèrement différentes dans Lett et al. (1989) et Wohlleben et al. (2001). Indiquons par exemple la procé-

dure proposée par Lett et al. (1989), où l'on prend comme valeur approchée de la force totale agissant sur l'atome :

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}) \approx \sum_j \hbar \mathbf{k}_j \frac{\Gamma}{2} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + 4(\Delta - \mathbf{k}_j \cdot \mathbf{v})^2/\Gamma^2 + NI/I_{\text{sat}}}. \quad (2.42)$$

où N est le nombre total d'ondes planes progressives incidentes sur l'atome. Nous verrons un peu plus loin que les résultats obtenus sont en accord raisonnable avec les observations expérimentales, en particulier la température d'équilibre :

$$k_B T = \frac{\hbar \Gamma}{2} \frac{\Gamma}{4|\Delta|} \left(1 + \frac{4\Delta^2}{\Gamma^2} + \frac{NI}{I_{\text{sat}}} \right). \quad (2.43)$$

Rappelons toutefois qu'il ne s'agit que d'une solution « heuristique » pour rendre compte d'une situation *a priori* complexe.

3-2 Capture dans une mélasse optique

Les mélasses optiques sont formées par des faisceaux dont le diamètre est de l'ordre du centimètre et qui se coupent au centre d'une enceinte à vide (figure 2.3). Une question essentielle sur le plan pratique est le chargement de cette mélasse par des atomes de vitesse v quelconque. Puisqu'on dispose d'une distance finie L pour capturer un atome, quelle est la vitesse maximale qui pourra être amenée au voisinage de 0 par la force de friction ?

Plaçons-nous à une dimension pour simplifier. L'équation du mouvement d'un atome est

$$M \frac{dv}{dt} = F(v) \quad (2.44)$$

avec

$$F(v) = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \left[\frac{1}{1 + 4(\Delta - kv)^2/\Gamma^2} - \frac{1}{1 + 4(\Delta + kv)^2/\Gamma^2} \right] \quad (2.45)$$

Écrivons cette équation sous la forme

$$Mv \frac{dv}{dx} = F(v) \quad (2.46)$$

ce qui s'intègre en

$$M \int_{v_i}^{v_f} \frac{v}{F(v)} dv = \int dx = L. \quad (2.47)$$

On souhaite obtenir $v_f \approx 0$ et on cherche à maximiser v_i , pour L fixé. En pratique, cet optimum est obtenu en prenant pour désaccord $\Delta \approx -kv_i/2$, de sorte que le désaccord effectif est initialement sur le bleu de la résonance atomique $\Delta + kv_i \approx +kv_i/2$, et finalement sur le rouge de cette résonance $\Delta + kv_f \approx \Delta \approx -kv_i/2$. On trouve alors, en ne gardant que la contribution de l'onde résonante avec l'atome dans (2.45)

$$\frac{1}{6} \frac{k^2 v_i^4}{\Gamma^2} + \frac{v_i^2}{2} \approx \frac{\hbar k \Gamma}{2M} \frac{I}{I_{\text{sat}}} L. \quad (2.48)$$

Dès que la distance L est suffisamment grande, le terme dominant dans le membre de gauche de (2.48) est le terme en v_i^4 , correspondant à la variation en $F(v) \propto 1/v^2$ pour $|\Delta - kv| \gtrsim \Gamma$. On obtient ainsi la loi d'échelle

$$\frac{kv_i}{\Gamma} \approx \left(3 \frac{L}{\ell} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \right)^{1/4} \quad (2.49)$$

où $\ell = M\Gamma/\hbar k^3$ est l'échelle de longueur pertinente pour ce problème (cf. table 2.1). La vitesse qui peut être capturée dans une mélasse optique varie donc seulement comme la puissance quatrième de la distance disponible, ce qui n'est pas très favorable. Nous verrons un peu plus loin comment le piège magnéto-optique conduit à une situation nettement plus prometteuse.

Un exemple de « portrait de phase », c'est-à-dire la variation de la vitesse en fonction de la position, est montré sur la figure 2.4. La distance $L = 400 \ell$ correspond à environ un centimètre pour des atomes de sodium. La vitesse maximale pouvant être capturée dans cette mélasse, obtenue pour $\Delta \approx -3\Gamma$, est telle que $kv_i/\Gamma \approx 5$, en bon accord avec (2.49).

3-3 La diffusion spatiale

Les mélasses optiques constituent un moyen simple pour accumuler un nombre important d'atomes, supérieur au million, dans un volume

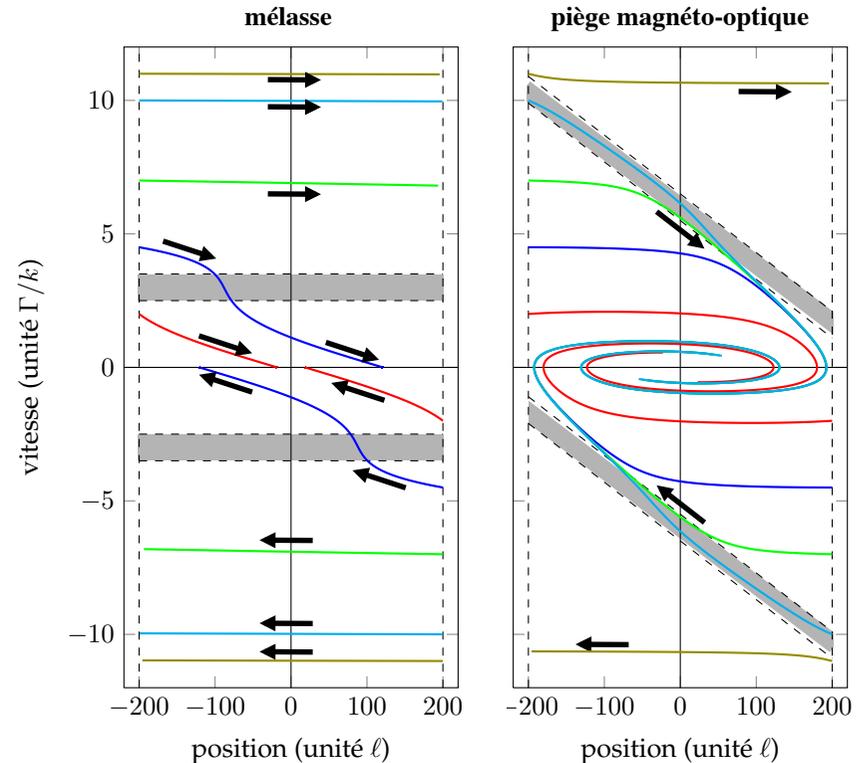


FIGURE 2.4. Portrait de phase de la capture 1D dans une mélasse optique (à gauche) et dans un piège magnéto-optique (à droite), avec deux ondes d'intensité $I = I_{\text{sat}}/2$ et une longueur utile $L = 400 \ell$, avec $\ell = M\Gamma/\hbar k^3$. On a pris pour la force totale la somme des deux forces de pression de radiation individuelles (tenant compte de la saturation). La zone grisée représente la zone de l'espace des phases résonante avec l'onde lumineuse (à $\pm\Gamma/2$ près). Le désaccord a été optimisé pour maximiser la vitesse de capture, ainsi que le gradient de champ magnétique dans le cas du piège magnéto-optique. Mélasse : $\Delta - 3\Gamma$; Piège magnéto-optique : $\Delta = -6\Gamma$, $\mu b' \ell / \hbar \Gamma = 0.022$. Les trajectoires correspondent à des vitesses initiales $k|v|/\Gamma = 2, 4.5, 7, 10, 11$. La vitesse de capture est de l'ordre de $5\Gamma/k$ pour la mélasse et $10\Gamma/k$ pour le piège magnéto-optique.

donné de l'espace, de l'ordre du centimètre cube. La raison pour laquelle ce nombre peut être important réside dans le temps relativement long qu'il faut à un atome pour trouver le bord de la mélasse et s'en échapper. En d'autres termes, le coefficient de diffusion spatiale dans la mélasse est faible (et les mécanismes de refroidissement supplémentaires, comme le refroidissement Sisyphe, viendront encore l'abaisser).

Nous avons obtenu au cours précédent l'expression générale du coefficient de diffusion spatiale D_x pour le mouvement brownien :

$$D_x = v_0^2 / \alpha. \quad (2.50)$$

Prenons une mélasse avec le désaccord optimal $\Delta = -\Gamma/2$:

$$v_0^2 = \frac{\hbar\Gamma}{2M}, \quad \alpha = 2s_0 \frac{\hbar k^2}{M} \quad \Rightarrow \quad D_x = \frac{\Gamma}{4k^2} \frac{1}{s_0}. \quad (2.51)$$

Pour un atome de sodium ($\lambda = 0.59 \mu\text{m}$, $\Gamma/2\pi = 10 \text{ MHz}$) et le choix $s_0 = 0.1$, ceci donne $D_x \sim 1.4 \text{ mm}^2/\text{s}$: pour une mélasse de taille centimétrique, il faut plus d'une dizaine de secondes à un atome partant du centre pour atteindre le bord et s'échapper. Même s'il n'y a pas de force de piégeage à proprement parler, il se produit donc une accumulation des atomes dans cette mélasse du fait de sa forte viscosité. Les processus de refroidissement sub-Doppler viennent diminuer encore ce coefficient de diffusion spatiale et donc renforcer cette accumulation d'atomes, le coefficient D_x étant dans ce cas de l'ordre de la dizaine de h/M (Hodapp et al. 1995).

3-4 Quelques tests expérimentaux récents à 3D

Tester la théorie du refroidissement Doppler en raie large n'est pas si facile qu'il y paraît, au moins si on veut le faire à trois dimensions. En effet, pour beaucoup d'espèces atomiques, le niveau fondamental est dégénéré et d'autres mécanismes de refroidissement sont également présents, comme le refroidissement Sisyphe que nous verrons dans un cours ultérieur. C'est notamment le cas pour tous les atomes alcalins, dont le niveau fondamental est dégénéré du fait (i) du spin de l'électron célibataire, (ii) du spin du noyau. De bons candidats pour tester la théorie du refroidissement Doppler sont les isotopes bosoniques des atomes à deux électrons externes. En effet, ces atomes ont dans leur état fondamental un spin électronique

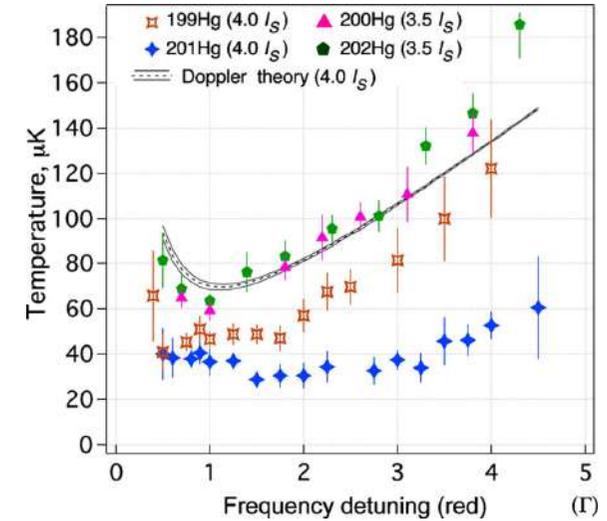


FIGURE 2.5. Température d'une mélasse optique d'atomes de mercure, pour différents isotopes. Figure extraite de McFerran et al. (2010). On a indiqué en trait continu la prédiction du refroidissement Doppler, prenant en compte de manière heuristique les effets de saturation [eq. (2.43)]. Les isotopes bosoniques, de spin nucléaire nul, donnent des résultats en bon accord avec la théorie du refroidissement Doppler. Pour les isotopes fermioniques, des mécanismes de refroidissement sub-Doppler sont également présents.

nul (état singulet pour les deux électrons externes) et le spin nucléaire peut également être nul pour les isotopes bosoniques (il est forcément demi-entier pour les isotopes fermioniques).

Nous avons reporté sur la figure 2.5 le résultat de McFerran et al. (2010), obtenu sur les isotopes 200 et 202 de l'atome de mercure (points roses et verts). Le refroidissement est fait sur la raie d'intercombinaison $^1S_0 \leftrightarrow ^3P_1$ ($\lambda = 254 \text{ nm}$ et $\Gamma/2\pi = 1.3 \text{ MHz}$). La condition de raie large est bien vérifiée dans ce cas, puisque la largeur naturelle est environ 100 fois plus grande que ω_r . Les températures sont mesurées par la technique du temps de vol, à partir d'atomes initialement capturés dans un piège magnéto-optique (voir ci-dessous). La variation mesurée de la température reproduit bien

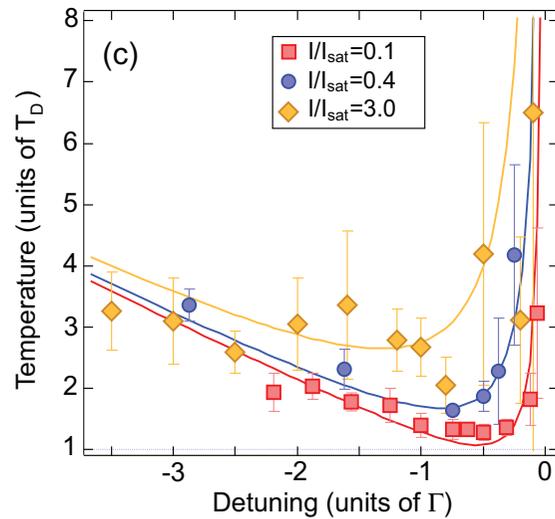


FIGURE 2.6. Évolution de la température avec le désaccord dans une mélasse optique d'atomes d'hélium métastable, pour différentes valeurs de l'intensité lumineuse. Les lignes représentent la prédiction (2.43). Figure extraite de Chang et al. (2014).

la loi attendue pour le refroidissement Doppler, une fois les effets de saturation pris en compte de la manière heuristique décrite en §3-1 (il y avait dans cette expérience une intensité totale au centre de la mélasse $\sim 4 I_{\text{sat}}$, avec $I_{\text{sat}} = 10.2 \text{ mW/cm}^2$). Les mesures de températures faites sur les isotopes fermioniques du mercure sont également données sur ce graphe, et montrent clairement l'existence de mécanismes sub-Doppler pour ces isotopes.

Un autre résultat récent sur le test de la théorie du refroidissement Doppler est donné par Chang et al. (2014) et est représenté sur la figure 2.6. Cette fois-ci, l'expérience est faite sur des atomes d'hélium métastable ($\lambda = 1083 \text{ nm}$, $\Gamma/2\pi = 1.6 \text{ MHz}$), qui possède un niveau fondamental dégénéré. Toutefois, les auteurs se sont placés dans des conditions où les mécanismes sub-Doppler jouent un rôle négligeable. L'expérience faite à basse intensité ($I_{\text{sat}}/10$ pour l'intensité totale) conduit à un très bon accord avec

la théorie Doppler [température minimale mesurée $\sim 1.3 T_{\text{min}}$ donnée en (2.37)]. À plus haute intensité, la variation de la température avec le désaccord est également en bon accord avec la loi heuristique (2.43).

3-5 Refroidissement de corps macroscopiques

Bien que ce cours soit consacré au refroidissement d'atomes individuels, mentionnons brièvement ici que la force de pression de radiation peut également être utilisée pour refroidir certains degrés de liberté d'objets macroscopiques, comme le centre de masse d'un miroir d'une cavité optique. Le champ de recherche correspondant, l'optomécanique, est en pleine expansion et il n'est pas question de le traiter ici [voir par exemple l'article de revue récent de Aspelmeyer et al. (2014)]. Nous nous contenterons de décrire ici brièvement les expériences initiales menées il y a une dizaine d'années, dont le principe est proche de ce que nous avons vu jusqu'ici pour les atomes individuels (Arcizet et al. 2006; Gigan et al. 2006; Schliesser et al. 2006).

Considérons le schéma expérimental de la figure 2.7 où un faisceau lumineux arrive sur une cavité Fabry-Perot, dont le deuxième miroir est monté sur un ressort. La lumière présente dans la cavité crée une force de pression de radiation sur ce miroir, qui a pour position d'équilibre une certaine abscisse L^* , pour laquelle la force de pression de radiation F_{PR} , dirigée vers la droite, compense exactement la force du ressort F_{ressort} , dirigée vers la gauche :

$$\text{Miroir au repos en } L^* : \quad F_{\text{PR}} + F_{\text{ressort}} = 0. \quad (2.52)$$

La force de pression de radiation dépend de la puissance lumineuse stockée dans la cavité, qui dépend elle-même de la longueur L de cette cavité. Quand L est un multiple entier de $\lambda/2$, cette puissance est maximale.

Supposons que la position du ressort soit choisie telle que L^* soit légèrement inférieur à $n\lambda/2$, et considérons une oscillation du miroir autour de sa position d'équilibre. Quand le miroir passe par L^* en allant vers la droite, le nombre de photons est en train d'augmenter dans la cavité. Du fait de la constante de temps nécessaire pour que ce nombre de photons atteigne sa valeur stationnaire, ce nombre de photons va être inférieur à ce

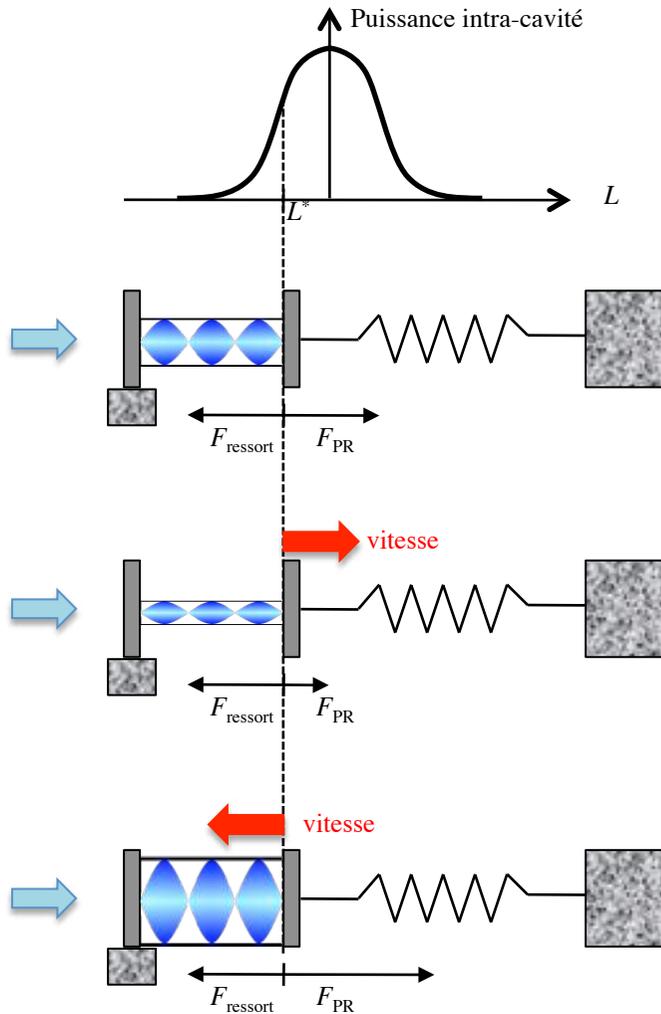


FIGURE 2.7. Cavité Fabry–Perot avec un miroir mobile. Pour un choix convenable de la position d’équilibre L^* , la force de pression de radiation amortit le mouvement du centre de masse de miroir. L’amortissement provient du temps non nul que met la puissance intra-cavité à s’ajuster à la position du miroir quand celui-ci oscille autour de sa position d’équilibre.

qu’il serait si le miroir était immobile en L^* . La force de pression de radiation est donc plus faible que ce qu’elle serait pour un miroir immobile et la force ressentie par le miroir quand il passe au point L^* est donc dirigée vers la gauche :

$$\text{Miroir passant en } L^* \text{ vers la droite : } F_{PR} + F_{ressort} < 0, \quad (2.53)$$

donc opposée au mouvement du miroir. De même, quand l’atome passe en L^* en venant de la droite, la cavité contient un peu plus de photons que si le miroir était immobile et

$$\text{Miroir passant en } L^* \text{ vers la gauche : } F_{PR} + F_{ressort} > 0. \quad (2.54)$$

On voit donc apparaître, en plus des forces statiques agissant sur le miroir au repos, une force dépendant de la vitesse qui s’oppose au mouvement du centre de masse du miroir et qui refroidit ce degré de liberté (figure 2.8). Cette force de friction, analogue de la force de friction Doppler pour un atome, abaisse la température associée à ce degré de liberté. On notera que la friction est obtenue seulement si L^* est choisi légèrement sur la gauche de la résonance $n\lambda/2$ de la cavité Fabry–Perot. Si on avait choisi au contraire L^* légèrement sur la droite de cette résonance, nous aurions trouvé une force d’accélération. La quantité $L^* - n\lambda/2$ (notée φ sur la figure 2.8) joue donc le rôle du désaccord $\Delta = \omega_L - \omega_A$ pour les atomes libres.

4 Le piège magnéto-optique

La mélasse optique fondée sur l’effet Doppler fournit un moyen simple pour freiner les atomes et maintenir leur vitesse autour de 0, avec une température de l’ordre de $\hbar\Gamma/k_B$. Le piège magnéto-optique fournit, en complément du refroidissement Doppler, un moyen de confiner les atomes autour d’un point donné. Le seul ingrédient supplémentaire est un gradient de champ magnétique, qui agit de manière différente sur le niveau fondamental et sur le niveau excité de l’atome, et qui introduit une dépendance spatiale de la force de pression de radiation. Ce principe a été mis en œuvre pour la première fois par Raab et al. (1987).

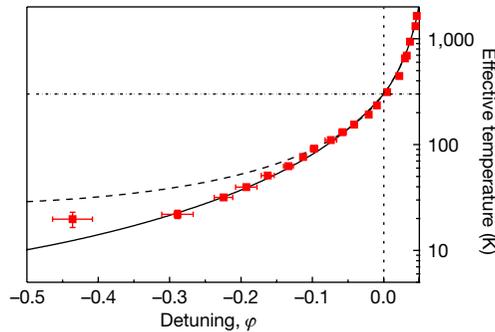


FIGURE 2.8. Température effective associée au mouvement du centre de masse du miroir mobile d'une cavité Fabry–Perot, en fonction du désaccord de cette cavité. La ligne pointillée est la prédiction obtenue en ne considérant qu'un seul mode du micro-résonateur mécanique, la ligne continue prend en compte la contribution des autres modes. Figure extraite de Arcizet et al. (2006).

4-1 Principe de base et taille d'équilibre « à un atome »

Le principe de base du piège magnéto-optique est illustré sur la figure 2.9, dans une géométrie à une dimension (la généralisation à 3D ne pose pas de problème de principe). On considère une transition entre un niveau fondamental de moment cinétique nul et un niveau excité de moment cinétique $J_e = 1$. Un gradient de champ magnétique lève la dégénérescence entre les trois états Zeeman du niveau excité. Si on prend une polarisation circulaire pour chacun des faisceaux composant la mélasse, on réalise la situation recherchée : pour un désaccord négatif (celui nécessaire pour le refroidissement Doppler), un atome immobile en $x > 0$ ressentira une force de pression de radiation plus grande de la part de l'onde venant de la droite que de celle venant de la gauche : il sera donc rappelé vers le point central. De même un atome en $x < 0$ subira une force plus grande de la part de l'onde se propageant vers la droite, et sera lui aussi rappelé vers le centre.

Pour être plus quantitatif, introduisant le moment magnétique μ associé au niveau excité atomique, de sorte que le déplacement Zeeman d'un sous-niveau m s'écrit $m\mu B$, où B est l'amplitude du champ magnétique à

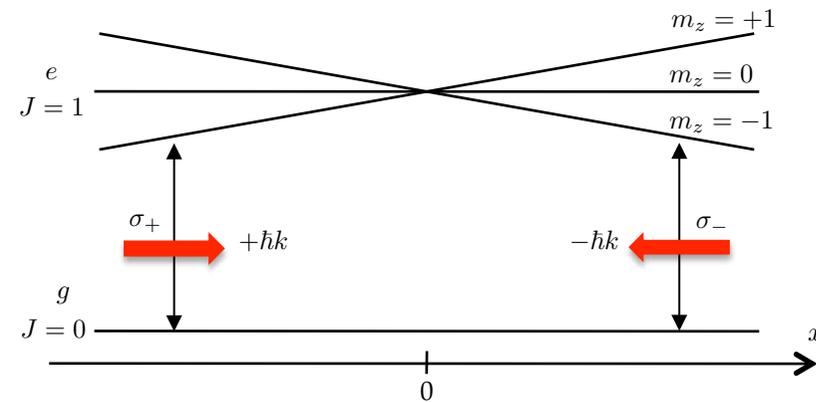


FIGURE 2.9. Principe de base du piège magnéto-optique (version unidimensionnelle). Le force de pression de radiation créée par chaque onde lumineuse dépend de la position en raison de la présence d'un gradient de champ magnétique. La résultante des deux forces de pression de radiation est une force de rappel vers l'origine.

l'emplacement de l'atome. Pour le gradient de champ magnétique représenté sur la figure 2.9, l'amplitude du champ s'écrit $B = b'x$, de sorte que la force ressentie par un atome localisé au point x avec la vitesse v s'écrit :

$$F(x, v) = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \left[\frac{1}{1 + 4(\Delta - kv - \mu b'x/\hbar)^2/\Gamma^2} - \frac{1}{1 + 4(\Delta + kv + \mu b'x/\hbar)^2/\Gamma^2} \right]. \quad (2.55)$$

Limitons-nous à des effets Doppler (kv) et Zeeman ($\mu b'x/\hbar$) petits devant la largeur naturelle Γ . On obtient alors à l'ordre le plus bas non nul une force linéaire en position et en vitesse avec :

$$F(x, v) = -Kx - M\alpha v, \quad (2.56)$$

qui va donner lieu à un mouvement harmonique amorti. Le coefficient de friction α est identique à celui trouvé pour une mélasse. La raideur K de la

force de rappel vaut :

$$K = k\mu b' s_0 \frac{2\Gamma|\Delta|}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}. \quad (2.57)$$

Passons à la détermination de la taille à l'équilibre du nuage d'atomes piégés. Le coefficient de diffusion en impulsion est inchangé, de sorte que l'état d'équilibre est toujours un état thermique, de température déterminée par $k_B T = D_p/M\alpha$. La distribution d'équilibre est une gaussienne en position, d'écart-type x_0 donné par

$$\frac{1}{2}Kx_0^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}k_B T, \quad (2.58)$$

soit

$$x_0 = \left(\frac{\hbar\Gamma}{4k\mu b' s_0} \right)^{1/2} \quad (2.59)$$

si on choisit le désaccord $\Delta = -\Gamma/2$ conduisant à la température minimale $k_B T = \hbar\Gamma/2$. Pour obtenir un ordre de grandeur de x_0 , reprenons le cas d'atomes de sodium, avec $s_0 = 1/10$ et un gradient de champ magnétique typique $b' = 10 \text{ G/cm}$ (0.1 Tesla par mètre). On trouve $x_0 = 40 \mu\text{m}$ pour le désaccord $\Delta = -\Gamma/2$.

En pratique, deux effets antagonistes viennent modifier cette prédiction :

- Pour un niveau fondamental dégénéré, les processus Sisyphé qui augmentent le coefficient de friction vont venir également augmenter la raideur K du piège magnéto-optique, donc diminuer sa taille (Cooper et al. 1994; Townsend et al. 1995).
- Les effets collectifs, liés à la diffusion multiple de photons au sein du nuage d'atomes, viennent au contraire augmenter la taille d'équilibre du gaz piégé, comme nous allons le voir ci dessous (§ 4-3).

L'article déjà cité de Chang et al. (2014) a mesuré cette taille pour des atomes d'hélium dans un niveau électronique métastable. La densité spatiale dans le piège magnéto-optique qu'ils ont réalisé était faible (limitée par les collisions Penning), si bien que les effets collectifs que nous allons discuter ci-dessous étaient négligeables dans leur cas. Les tailles mesurées sont en bon accord avec la prédiction (2.59), comme on peut le voir sur la figure 2.10.

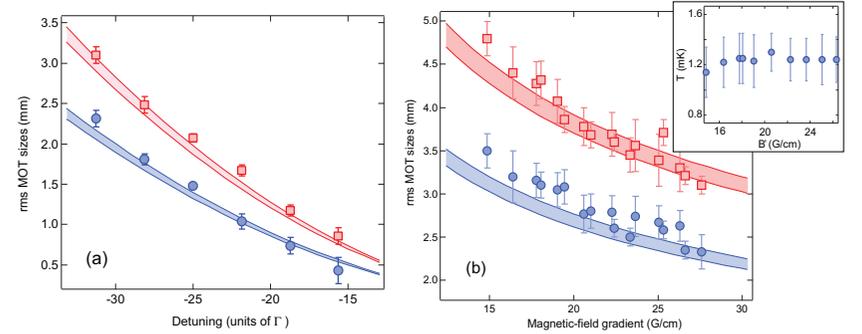


FIGURE 2.10. Taille à l'équilibre d'un piège magnéto-optique d'atomes d'hélium métastables en fonction du désaccord Δ et du gradient de champ magnétique b' . Les deux séries de points correspondent à deux axes différents du champ magnétique quadrupolaire du piège. Les lignes continues sont les prédictions de la théorie présentée dans ce chapitre, compte tenu des effets de saturation. Figures tirées de Chang et al. (2014).

4-2 Capture dans un piège magnéto-optique

Outre le fait de ramener tous les atomes en un même point de l'espace, le piège magnéto-optique a l'avantage de capturer des atomes à une vitesse notablement plus grande qu'une mélasse optique. Ce point est illustré sur le portrait de phase de la figure 2.4. La résonance d'un atome avec le laser se produit pour tous les couples "position-vitesse" vérifiant :

$$\pm\Delta = kv + \mu b' x/\hbar. \quad (2.60)$$

Si on dispose d'une distance totale L pour capturer les atomes, la configuration optimale est obtenue quand un atome au repos au point $x = L/2$, sur le bord droit de la zone de capture, est résonant avec le faisceau le poussant vers le centre, soit :

$$|\Delta| \approx \frac{\mu b' L}{\hbar} \frac{1}{2}. \quad (2.61)$$

À l'autre extrémité de la zone de capture ($x = -L/2$), le même faisceau est résonant avec des atomes de vitesse v_i satisfaisant la condition de réso-

nance (2.60) :

$$|\Delta| = kv_i + \frac{\mu b'}{\hbar} \frac{(-L)}{2} \quad \Rightarrow \quad kv_i = 2|\Delta| = \mu b' L / \hbar. \quad (2.62)$$

Il reste à choisir le gradient de champ magnétique b' le plus grand possible, compatible avec la force de pression de radiation disponible ; le problème est similaire à celui d'un ralentisseur Zeeman, dans lequel il faut maintenir la condition de résonance en tout point de l'espace, compte tenu de la variation d'effet Doppler. Dans le cas qui nous intéresse ici, il faut que les points (x, v) de l'espace des phases pour lesquels la résonance (2.60) se produit soient tels que

$$F = M \frac{dv}{dt} = Mv \frac{dv}{dx} < F_{\max} \quad (2.63)$$

où $F_{\max} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}}$ est la force maximale créée par chaque faisceau du piège. En injectant la valeur $\frac{dv}{dx} = \mu b' / \hbar k$ déduite de la condition de résonance et la vitesse initiale (2.62) dans cette relation, on en déduit la vitesse de capture et le gradient de champ magnétique correspondant :

$$\frac{kv_i}{\Gamma} = \frac{\mu b' L}{\hbar \Gamma} \approx \left(\frac{L}{\ell} \frac{I}{2I_{\text{sat}}} \right)^{1/2}. \quad (2.64)$$

On voit donc que cette vitesse de capture varie comme $L^{1/2}$ au lieu de la loi en $L^{1/4}$ trouvée pour la mélasse. En pratique, pour des paramètres raisonnables, cette vitesse de capture dans un piège magnéto-optique est deux à trois fois plus grande que pour une mélasse (cf. figure 2.4). Ceci se traduit par un gain considérable en termes de nombre d'atomes refroidis si on part d'une vapeur à l'équilibre thermique à température ambiante : on capture en effet la partie "basses vitesses" de la distribution thermique, et le flux d'atomes entrant dans la région de capture avec une vitesse $v \lesssim v_i$ varie comme v_i^4 . Un gain d'un facteur 2 sur la vitesse de capture (comme sur la figure 2.4) se traduit par un gain d'un facteur 16 du flux d'atomes refroidis.

4-3 Taille d'équilibre « à N atomes »

En pratique, les tailles mesurées pour les nuages d'atomes confinés dans un piège magnéto-optique sont la plupart du temps bien supérieures

à la prédiction (2.59) (la figure 2.10 est une exception). Ceci est dû aux effets collectifs entre atomes, plus précisément à la répulsion causée par la pression de radiation de la lumière de fluorescence (Walker et al. 1990). La situation est similaire à celle d'une étoile comme le soleil, où la force de gravité qui tend à contracter l'étoile sur elle-même est compensée par la pression de radiation.

En pratique, la densité au sein d'un piège magnéto-optique est limitée à une valeur de l'ordre de 10^{10} atomes/cm³, et le diamètre du nuage piégé peut atteindre une valeur de l'ordre du cm. Pour retrouver ces ordres de grandeur, commençons par évaluer la répulsion effective entre atomes. Considérons une paire d'atomes séparés par une distance r . L'atome 1, éclairé par les six faisceaux laser formant le piège magnéto-optique, diffuse des photons avec un taux $\gamma = 6 \times (\Gamma_{s0}/2)$. Nous supposons pour simplifier que ces photons sont émis de manière isotrope. L'atome 2 va absorber une fraction $\sigma_{\text{abs}}/(4\pi r^2)$ de ces photons, et donc ressentir une force de pression de radiation dirigée suivant l'axe de la paire d'atomes de module

$$F = \gamma \hbar k \frac{\sigma_{\text{abs}}}{4\pi r^2}. \quad (2.65)$$

La valeur de la section efficace d'absorption des photons diffusés σ_{abs} dépend de leur longueur d'onde. Supposons pour l'instant que ces photons sont émis à la longueur d'onde des lasers incidents (diffusion Rayleigh élastique) et que⁴ :

$$\sigma_{\text{abs}} = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + 4\Delta^2/\Gamma^2}. \quad (2.66)$$

L'équilibre du nuage d'atomes sous l'effet conjoint de la force de piégeage $-Kr$ et de la répulsion entre atomes est un problème classique. Plaçons à température nulle pour simplifier, ce qui sera légitime si la taille d'équilibre est grande devant la taille « à un atome » donnée en (2.59). Faisons de plus l'hypothèse, que nous vérifierons *a posteriori*, que la densité atomique est constante et égale à n à l'intérieure d'une sphère de rayon R , et nulle en dehors, avec $N = \frac{4}{3}\pi R^3 n$. Dans ce cas, on peut évaluer l'effet moyen de la force de répulsion par le théorème de Gauss : on a une assemblée de particules se repoussant deux à deux par une force en $1/r^2$ comme

4. Nous aurons l'occasion de revenir sur les subtilités concernant la section efficace de diffusion d'un photon par un atome quand ce dernier est « habillé » par la lumière d'un laser.

la force de Coulomb. Dans une géométrie sphérique avec une densité uniforme, on sait que le champ électrique est radial et varie linéairement avec la distance r au centre à l'intérieur de la sphère. Dans le cas qui nous intéresse ici, la force totale de pression de radiation due à la lumière diffusée s'écrit donc $F = K'r$ avec

$$K' = \frac{1}{3} \gamma \hbar k \sigma_{\text{abs}} n \quad (2.67)$$

On obtient alors en tout point du nuage l'équilibre recherché pourvu que $K' = K$, ce qui se produit pour une densité

$$n = \frac{16 \pi}{3} \frac{\mu b'}{\hbar \lambda^2} \frac{|\Delta|}{\Gamma}. \quad (2.68)$$

Le fait que l'équilibre soit obtenu en tout point valide l'hypothèse initiale de densité uniforme. En prenant des paramètres typiques d'un piège magnéto-optique pour les atomes alcalins, $b' = 0.1 \text{ T/m}$, $|\Delta| = 3\Gamma$ et μ égal au magnéton de Bohr, on trouve une densité à l'équilibre de 1.7×10^{10} atomes/cm³, ce qui donne un rayon de 2.4 mm pour un nuage d'un milliard d'atomes.

Remarque. Notre modèle est en fait une version pessimiste de la réalité. En effet, nous avons négligé un effet de même nature, lié à l'absorption des faisceaux laser, qui vient au contraire renforcer l'effet de piégeage (Dallard 1988). Pour comprendre cet effet, prenons un modèle 1D avec un nuage atomique centré en $z = 0$. Pour un atome situé sur un bord du nuage, par exemple à droite du centre ($z > 0$), les deux ondes piégeantes n'apparaissent pas avec la même intensité. En effet, l'onde se propageant vers les $z > 0$, qui tend à éloigner davantage l'atome du centre, a dû traverser tout le nuage pour atteindre l'atome; elle est donc notablement atténuée, du fait de l'absorption par le nuage. En revanche, l'onde se propageant vers les $z < 0$, qui tend à ramener l'atome vers le centre, n'a pratiquement pas été atténuée. Cet effet d'absorption augmente donc la raideur du piège magnéto-optique. On peut montrer que si les photons diffusés avaient exactement la même fréquence que les photons laser, l'effet de diffusion multiple discuté plus haut et cet effet d'absorption se compenseraient exactement. C'est parce qu'une partie des photons diffusés sont émis avec une fréquence proche de la résonance atomique que l'effet de

diffusion multiple (qui tend à faire exploser le nuage) l'emporte sur l'effet d'absorption (qui tend à le comprimer) (Walker et al. 1990). Pour une prise en compte quantitative de la compétition entre ces deux effets, voir par exemple Townsend et al. (1995).

Le piège magnéto-optique à grand nombre d'atomes constitue en fait un système non linéaire très riche, pouvant conduire à des effets de bistabilité, d'instabilités paramétriques et de dynamique chaotique [voir par exemple Sesko et al. (1991); Wilkowski et al. (2000); Stefano et al. (2003); Kim et al. (2004); Terças et al. (2010) et refs. in]. La force répulsive en $1/r^2$ entre deux atomes conduit notamment à des effets similaires à ceux qui apparaissent dans les plasmas chargés, comme l'explosion colombienne (Pruvost et al. 2000). Signalons également la technique du piège magnéto-optique sombre (*dark MOT*) dans laquelle on utilise un pompage optique au centre du piège pour y diminuer la lumière de fluorescence, et ainsi y augmenter la densité spatiale (Ketterle et al. 1992).

4-4 Au tour des molécules

Le piège magnéto-optique permet de capturer un grand nombre d'espèces atomiques (près d'une trentaine), ce qui a ouvert la voie à de nombreuses applications allant de la métrologie à la physique des gaz quantiques. L'extension de cette technique à des molécules est un défi considérable, mais qui peut déboucher sur des applications encore plus nombreuses compte tenu de la richesse des phénomènes observables, en liaison avec le moment dipolaire électrique permanent de ces molécules ainsi qu'avec la chimie quantique.

Très récemment, le premier piège magnéto-optique 3D pour des molécules a été réalisé par Barry et al. (2014). Peu de temps avant, un piégeage 1D et 2D avait été observé par Hummon et al. (2013). Il s'agit d'expériences complexes, car la structure de niveaux d'une molécule di-atomique ne permet pas d'isoler une transition unique sur laquelle on pourrait échanger un nombre de photons suffisants. L'expérience de Barry et al. (2014), menée sur le monofluorure de strontium (SrF), met en jeu 7 niveaux vibrationnels moléculaires différents (figure 2.11), chacun étant clivé en sous-niveaux du fait de la rotation de la molécule et de sa structure hyperfine (le trait représentant le niveau fondamental $v = 0$ correspond à 12 états). Il faut uti-

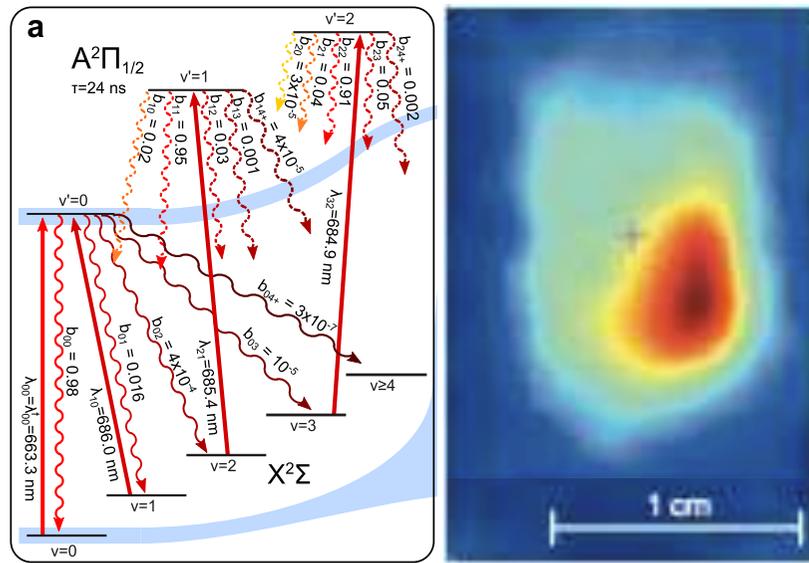


FIGURE 2.11. Schéma des niveaux moléculaires de SrF utilisés pour le piégeage magnéto-optique de cette molécule. Quatre sources lasers et plusieurs modulateurs électro-optiques sont nécessaires pour interagir avec la molécule pendant ~ 1 s (10^6 photons échangés). À droite, piège magnéto-optique avec ~ 300 molécules, $T \sim 2$ mK, et une durée de vie de 60 ms, limitée par la profondeur du piège. Figure extraite de Barry et al. (2014).

liser 4 sources laser (les traits droits de la figure 2.11), chacune modulée électro-optiquement pour exciter les différents sous-niveaux. Grâce à ces multiples lasers, une molécule donnée peut échanger en moyenne $\sim 10^6$ photons avant de tomber sur un niveau non représenté sur la figure et non excité par un des faisceaux lumineux. Cet échange de 10^6 photons permet d'interagir avec la molécule et d'exercer une force sur elle pendant une seconde environ.

La difficulté de l'expérience est encore accrue par le fait que la transition considérée ne se ramène pas à une simple transition $J_g = 0 \leftrightarrow J_e = 1$, mais comporte des états noirs (nous reviendrons sur cette notion dans un chapitre ultérieur). Une fois tombée dans un état noir, la molécule cesse de

ressentir une force et risque de s'échapper du piège. Il faut donc périodiquement basculer les polarisations des faisceaux lumineux et la direction du champ magnétique pour recycler ces états noirs. Une fois toutes ces précautions prises, on peut effectivement observer le piège ! Le nouveau-né contient environ 300 molécules (ce qui est encore peu comparé aux milliards d'atomes qu'un piège magnéto-optique peut accumuler), à une température de 2 millikelvin environ. Cette température est dix fois supérieure à la limite Doppler, ce que les auteurs interprètent comme une conséquence de l'existence des états noirs. La durée de vie du piège est de 60 ms, ce qui est là aussi bien inférieur au résultat mesuré pour des atomes (qui peut atteindre plusieurs minutes). La raison probable de cette faible durée de vie est la profondeur limitée du piège, qu'on peut estimer à $5 k_B T$ seulement. Il y a donc une évaporation des molécules du piège, qui limite leur temps de séjour.

Références

- Arcizet, Olivier, P-F Cohadon, Tristan Briant, Michel Pinard & Antoine Heidmann (2006), « Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror », in *Nature* 444.7115, pp. 71–74.
- Aspelmeyer, Markus, Tobias J. Kippenberg & Florian Marquardt (2014), « Cavity optomechanics », in *Rev. Mod. Phys.* 86 (4), pp. 1391–1452.
- Barry, JF, DJ McCarron, EB Norrgard, MH Steinecker & D DeMille (2014), « Magneto-optical trapping of a diatomic molecule », in *Nature* 512.7514, pp. 286–289.
- Chang, R., A. L. Hoendervanger, Q. Bouton, Y. Fang, T. Klafka, K. Audo, A. Aspect, C. I. Westbrook & D. Clément (2014), « Three-dimensional laser cooling at the Doppler limit », in *Phys. Rev. A* 90 (6), p. 063407.
- Chu, S., L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable & A. Ashkin (1985), « Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure », in *Phys. Rev. Lett.* 55, p. 48.
- Cohen-Tannoudji, Claude, Jacques Dupont-Roc & Gilbert Grynberg (2012), *Processus d'interaction entre photons et atomes*, Edp Sciences.
- Cooper, C. J., G. Hillenbrand, J. Rink, C. G. Townsend, K. Zetie & C. J. Foot (1994), « The temperature of atoms in a magneto-optical trap », in *Europhys. Lett.* 28, p. 397.

- Dalibard, J. (1988), « Laser cooling of an optically thick gas : the simplest radiation pressure trap ? », in *Optics Comm.* 68, p. 203.
- Ertmer, W., R. Blatt, J. L. Hall & M. Zhu (1985), « Laser Manipulation of Atomic Beam Velocities : Demonstration of Stopped Atoms and Velocity Reversal », in *Phys. Rev. Lett.* 54, p. 996.
- Gigan, S, HR Böhm, M Paternostro, F Blaser, G Langer, JB Hertzberg, KC Schwab, D Bäuerle, M Aspelmeyer & A Zeilinger (2006), « Self-cooling of a micromirror by radiation pressure », in *Nature* 444.7115, pp. 67–70.
- Gordon, J. P. & A. Ashkin (1980), « Motion of atoms in a radiation trap », in *Phys. Rev. A* 21.5, pp. 1606–1617.
- Hänsch, T. W. & A. L. Schawlow (1975), « Cooling of gases by laser radiation », in *Optics Comm.* 13, p. 68.
- Hodapp, TW, C Gerz, C Furtlehner, CI Westbrook, WD Phillips & J Dalibard (1995), « Three-dimensional spatial diffusion in optical molasses », in *Applied Physics B* 60.2-3, pp. 135–143.
- Hummon, Matthew T., Mark Yeo, Benjamin K. Stuhl, Alejandra L. Collopy, Yong Xia & Jun Ye (2013), « 2D Magneto-Optical Trapping of Diatomic Molecules », in *Phys. Rev. Lett.* 110 (14), p. 143001.
- Ketterle, W., K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin & D. E. Pritchard (1992), « High-Densities of Cold Atoms in a Dark Spontaneous-Force Optical Trap », in *Phys. Rev. Lett.* 70, p. 2253.
- Kim, Kihwan, Heung-Ryool Noh & Wonho Jhe (2004), « Parametric resonance in an intensity-modulated magneto-optical trap », in *Optics Communications* 236, pp. 349–361.
- Lett, P. D., R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould & H. J. Metcalf (1988), « Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit », in *Phys. Rev. Lett.* 61, p. 169.
- Lett, P. D., W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts & C. I. Westbrook (1989), « Optical Molasses », in *J. Opt. Soc. Am. B* 6, p. 2084.
- McFerran, J.J., L. Yi, S. Mejri & S. Bize (2010), « Sub-Doppler cooling of fermionic Hg isotopes in a magneto-optical trap », in *Opt. Lett.* 35.18, p. 3078.
- Minogin, VG & OT Serimaa (1979), « Resonant light pressure forces in a strong standing laser wave », in *Optics Communications* 30.3, 373–379.
- Prodan, John, Alan Migdall, William D. Phillips, Ivan So, Harold Metcalf & Jean Dalibard (1985), « Stopping Atoms with Laser Light », in *Phys. Rev. Lett.* 54 (10), pp. 992–995.
- Pruvost, Laurence, Isabelle Serre, Hong Tuan Duong & Joshua Jortner (2000), « Expansion and cooling of a bright rubidium three-dimensional optical molasses », in *Phys. Rev. A* 61 (5), p. 053408.
- Raab, E. L., M. Prentiss, A. Cable, S. Chu & D. E. Pritchard (1987), « Trapping of Neutral Sodium with Radiation Pressure », in *Phys. Rev. Lett.* 59, p. 2631.
- Schliesser, Albert, Pascal Del’Haye, Nima Nooshi, KJ Vahala & TJ Kippenberg (2006), « Radiation pressure cooling of a micromechanical oscillator using dynamical backaction », in *Physical Review Letters* 97.24, p. 243905.
- Sesko, David W, TG Walker & Carl E Wieman (1991), « Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap », in *JOSA B* 8.5, pp. 946–958.
- Stefano, Andrea di, Marie Fauquembergue, Philippe Verkerk & Daniel Hennequin (2003), « Giant oscillations in a magneto-optical trap », in *Phys. Rev. A* 67 (3), p. 033404.
- Terças, Hugo, J Tito Mendonça & Robin Kaiser (2010), « Driven collective instabilities in magneto-optical traps : A fluid-dynamical approach », in *EPL (Europhysics Letters)* 89.5, p. 53001.
- Townsend, C. G., N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin & J. Dalibard (1995), « Phase-space density in the magneto-optical trap », in *Phys. Rev. A* 52, p. 1423.
- Walker, T., D. Sesko & C. Wieman (1990), « Collective Behavior of Optically Trapped Neutral Atoms », in *Phys. Rev. Lett.* 64, p. 408.
- Wilkowski, David, Jean Ringot, Daniel Hennequin & Jean Claude Garreau (2000), « Instabilities in a Magneto-optical Trap : Noise-Induced Dynamics in an Atomic System », in *Phys. Rev. Lett.* 85 (9), pp. 1839–1842.
- Wineland, D. J. & H. Dehmelt (1975), « Proposed $10^{14} \Delta\nu < \nu$ laser fluorescence spectroscopy on TI^+ mono-ion oscillator III », in *Bulletin of the American Physical Society* 20, p. 637.
- Wohlleben, W., F. Chevy, K. W. Madison & J. Dalibard (2001), « An atom faucet », in *Eur. Phys. J. D* 15, pp. 237–244.