# Les interactions entre atomes dans les gaz quantiques

De l'universalité de van der Waals aux résonances de Fano-Feshbach

Jean Dalibard Chaire *Atomes et rayonnement* 

Année 2020-21



## Les interactions entre atomes neutres

Comment deux atomes interagissent-ils quand ils se rapprochent ?

Peut-on contrôler cette interaction et la liaison chimique qu'elle entraîne ?



Questions apparues dès l'émergence de la physique quantique : Heitler & London 1927

Questions abordées dans ce cours sous l'angle des gaz d'atomes froids : longueur d'onde de Broglie  $\lambda_{dB} \gg \ell'$  portée du potentiel d'interaction

"Lissage" de l'interaction

# Le rôle des interactions dans les gaz quantiques

Transitions de phase au delà de la condensation de Bose-Einstein du gaz parfait Transition de Kosterlitz-Thouless, transition superfluide-isolant, ferrofluides

Réalisation d'objets composites nouveaux Solitons, vortex



Lien avec d'autres systèmes quantiques encore mal compris Régime d'interaction forte ("unitaire") : physique nucléaire, matière condensée

# Les buts de cette série de cours

Présenter les outils pour analyser le problème à deux corps *Théorie de la diffusion, approche semi-classique* 

Dégager des lois universelles et présenter leur vérification expérimentale

> *Rôle déterminant de l'interaction de van der Waals*



Comprendre comment modifier les interactions entre atomes froids *Résonance de Fano-Feshbach* 

# Prolongements du cours

### Passage du problème à deux corps au problème à N corps Le "contact" de Tan

L'importance des effets à trois (ou quatre) corps

Le problème d'Efimov



Abordés dans une prochaine série de cours...

# Cours 1

# Le potentiel d'interaction entre atomes

# Le cours d'aujourd'hui

Comment deux atomes se comportent-ils quand il s'approchent l'un de l'autre ? Attraction, répulsion, états liés (dimères) ?





#### 1.

## L'interaction de van der Waals



J.D. van der Waals 1837-1923



Fritz London 1900-54

Pour deux atomes dans leur état fondamental,  $V(r) = -\frac{C_6}{r^6}$ 

## Origine de l'interaction de van der Waals

Atomes suffisamment éloignés pour que l'échange d'électrons soit négligeable

Développement multipolaire de l'interaction entre les deux systèmes de charge :

Le terme dominant est l'interaction dipôle-dipôle électrique

$$U_{\rm dip} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[ \vec{D}_A \cdot \vec{D}_B - 3\left(\vec{u} \cdot \vec{D}_A\right) \left(\vec{u} \cdot \vec{D}_B\right) \right]$$

$$\vec{D}_A = \sum_j q(\vec{r}_j - \vec{r}_A) : \text{dipôle électrique de}$$

l'atome A, obtenu en sommant la contribution de tous ses électrons

Traitement perturbatif (ordre 1) de  $U_{dip}$ 

Atomes dans leur état fondamental électronique  $|\psi_0\rangle$  d'énergie  $E_0$ 

 ${}_{\mathsf{A}}D_A$ 

 $a_0$ : rayon de Bohr

Exemple : atome d'hydrogène dans l'état 1s  $\psi_0(\vec{r}_e) = \exp(-r_e/a_0)$  $\vec{D} = q\vec{r}_a$ 

Le potentiel  $U_{
m dip}$  n'a donc pas d'effet à l'ordre 1 :

 $\Delta E_0^{(1)} = \langle A : \psi_0; B : \psi_0 | \hat{U}_{dip} | A : \psi_0; B : \psi_0 \rangle = 0.$ 

puisque  $U_{\text{dip}}$  fait intervenir  $\overrightarrow{D}_A \cdot \overrightarrow{D}_B$  ou  $\left( \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{D}_A \right) \left( \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{D}_B \right)$ 

Etat de parité bien définie :  $\langle \psi_0 | \overrightarrow{D} | \psi_0 \rangle = 0$ 

Traitement perturbatif (ordre 2) de  $U_{dip}$ 

Déplacement du niveau d'énergie  $|\psi_0\rangle$  à l'ordre 2:

$$\Delta E_0^{(2)} = \sum_{n \neq 0} \frac{|U_{0n}|^2}{E_0 - E_n} \qquad \text{avec} \qquad U_{0n} = \langle \psi_0 | \hat{U} | \psi_n \rangle \qquad \underline{\psi_0} \qquad \underline{\psi_0}$$

Si  $|\psi_0\rangle$  est l'état fondamental, tous les termes de la somme sont négatifs. A cet ordre, l'état fondamental est toujours abaissé par la perturbation

Pour l'interaction dipôle-dipôle,  $U_{\rm dip} \propto 1/r^3$ 

Abaissement d'énergie du niveau fondamental :  $V(r) = -\frac{C_6}{r^6}$   $C_6 > 0$ 

#### Interaction attractive entre deux atomes neutres dans leur état fondamental

 $\psi_3$ 

 $\psi_2$ 

 $\psi_1$ 

# Une vision dynamique de l'interaction de vdW

En A , dipole fluctuant  $\overrightarrow{d}_A(t)$ valeur moyenne nulle Ce dipôle crée un champ électrique en  $\overrightarrow{r}_B$ 

 $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r}_B / \overrightarrow{d}_A)$ 

Ce champ électrique polarise l'atome *B*:

$$\vec{d}_B = \alpha \ \vec{E}(\vec{r}_B / \vec{d}_A)$$

A

Le dipôle  $\vec{d}_B$  crée en retour un champ électrique en  $\vec{r}_A$ :  $\vec{E'}(\vec{r}_A \mid \vec{d}_B)$ 

Ce champ électrique interagit avec le dipôle initial  $\vec{d}_A(t)$ :

Energie 
$$\propto - \overrightarrow{d}_{A} \cdot \overrightarrow{E'} \left[ \overrightarrow{r}_{A} / \alpha \ \overrightarrow{E} (\overrightarrow{r}_{B} / \overrightarrow{d}_{A}) \right]$$

Valeur moyenne non nulle, proportionnelle à  $\langle \vec{d}_A^2 \rangle$ , et corrélations entre dipôles



Le coefficient  $C_6$  pour une paire d'atomes "à deux niveaux"

Transition atomique "modèle"  

$$\frac{m_{x} = 0}{|e_{x}\rangle} \quad \frac{m_{y} = 0}{|e_{y}\rangle} \quad \frac{m_{z} = 0}{|e_{z}\rangle} \quad J_{e} = 1$$

$$\frac{\hbar\omega}{|g\rangle} \quad J_{g} = 0$$
Interaction dipôle-dipôle:  $\hat{U}_{dip} = \frac{q^{2}}{4\pi\epsilon_{0}r^{3}} [\hat{x}_{A}\hat{x}_{B} + \hat{y}_{A}\hat{y}_{B} - 2\hat{z}_{A}\hat{z}_{B}]$ 
Eléments de matrice du dipôle :  $\langle g | q\hat{x} | e_{x} \rangle = \langle g | q\hat{y} | e_{y} \rangle = \langle g | q\hat{z} | e_{z} \rangle = d$ 

$$\Delta E^{(2)} = \sum_{\alpha=x,y,z} \frac{|\langle e_{\alpha}; e_{\alpha} | \hat{U}_{dip} | g; g \rangle|^2}{-2\hbar\omega} = -\frac{1}{r^6} \left(\frac{d^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{3}{\hbar\omega}$$

# Loi d'échelle pour le coefficient $C_6$

$$e \longrightarrow C_{6} = \left(\frac{d^{2}}{4\pi\epsilon_{0}}\right)^{2} \frac{3}{\hbar\omega} \text{ et le dipôle réduit } d \text{ intervient}$$
  
dans la largeur naturelle de  $|e\rangle$ :  $\Gamma = \frac{\omega^{3}d^{2}}{3\pi\epsilon_{0}\hbarc^{3}}$   
d'où la loi d'échelle :  $C_{6} \propto \frac{\Gamma^{2}}{\omega^{7}}$   
Validation de ce modèle "à 2 niveaux"  
alcalins (Li,Na,K,Rb,Cs)  
alcalino-terreux (Mg,Ca,Sr)

0

0

2,000

4,000

 $C_6$  réel (u.a.)

lanthanides (Er,Dy,Yb)

14

6,000

## Effets de retard

L'approche utilisée ici néglige tout délai dans la réaction de l'atome B au dipôle instantané de l'atome A (et inversement)

valable si 
$$t = \frac{r}{c} \ll \frac{1}{\omega}$$
  $\Leftrightarrow$   $kr \ll 1$   
 $\Leftrightarrow$   $r \ll \frac{c}{\omega} = \frac{\lambda_{\text{opt}}}{2\pi} \sim 0.1 \mu \text{m}$   
Casimir-Polder, 1948  $kr \ll 1$   $\longrightarrow$   $kr \gg 1$   
 $V \propto r^{-6}$   $V \propto r^{-7}$ 

En pratique, pour  $kr \sim 1$ , l'interaction de van der Waals est  $\sim 1 \text{ pK}$ 

Effet de retard négligeable dans les expériences actuelles sur les gaz d'atomes froids

# 2.

# Interaction de van der Waals pour des atomes excités

# Interaction "fondamental-excité"

Même modélisation que précédemment pour la structure d'un atome  $\Gamma$  : largeur naturelle de l'état e $|e_x\rangle |e_y\rangle |e_z\rangle$  $\hbar\omega$  $|g\rangle$ 

On suppose que la paire d'atomes contient une excitation électronique

Sous-espace de dimension 6 de base : 
$$\mathscr{B} = \{ |A : g; B : e_{\alpha} \rangle, |A : e_{\alpha}; B : g \rangle \}$$
  
 $\alpha = x, y, z$ 

Le couplage dipôle-dipôle agit maintenant à l'ordre 1 :

$$\hat{U}_{dip} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[ \hat{x}_A \hat{x}_B + \hat{y}_A \hat{y}_B - 2\hat{z}_A \hat{z}_B \right]$$

$$\longrightarrow \langle A:g ; B:e_x | \hat{U}_{dip} | A:e_x ; B:g \rangle \propto \frac{d^2}{r^3} \propto \frac{\Gamma}{(kr)^3}$$

termes non diagonaux dans la base  ${\mathscr B}$ 

 $J_g = 0$ 

## Interaction de van der Waals pour une paire e-g

Théorie des perturbations dégénérées : on doit diagonaliser la matrice 6x6 décrivant l'action de  $U_{dip}$  dans le sous-espace  $\{ |A : g; B : e_{\alpha} \rangle, |A : e_{\alpha}; B : g \rangle \}$ 

→ se décompose en 3 sous-matrices 2x2 correspondant aux directions *x*, *y*, *z* 

$$[V_{x,y}] = \frac{3}{4} \frac{\hbar\Gamma}{(kr)^3} \begin{pmatrix} 0 & 1\\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad [V_z] = -2[V_{x,y}]$$

La diagonalisation est immédiate et donne les énergies :

 $E = \pm \frac{3}{4} \frac{\hbar\Gamma}{(kr)^3}$  dégénérées deux fois, pour les directions *x*, *y*  $E = \pm \frac{3}{2} \frac{\hbar\Gamma}{(kr)^3}$  non dégénérée, pour la direction *z* 

# Les énergies d'interaction pour une paire e-g



Comparaison avec l'interaction pour une paire d'atomes g-g :

$$E \sim \frac{\hbar\Gamma}{(kr)^3}$$
 au lieu de  $E \sim \frac{\hbar\Gamma}{(kr)^6} \frac{\Gamma}{\omega}$ 

- Décroissance beaucoup plus lente à l'infini
- Intrinsèquement beaucoup plus grand:  $\Gamma/\omega \sim 10^{-6} 10^{-8}$  absent

## Interaction de van der Waals entre atomes excités

Cas des atomes de Rydberg : nombre quantique principal  $n \gg 1$ 

(n+1) s  $\underline{np \equiv n, \ell = 1}$   $\underline{np \equiv n, \ell = 1}$   $\underline{np_{3/2}}$   $\underline{np_{1/2}}$   $\underline{np_{1/2}}$  (n-1) p  $\underline{(n-1)p_{3/2}}$   $(n-1)p_{1/2}$ 

- Pour un atome dans l'état ns, le couplage dipolaire se fait vers des états n'pavec essentiellement n' = n ou n' = n - 1
- L'élément de matrice du dipôle vérifie la loi d'échelle  $\langle ns | q\hat{r}_e | np \rangle \propto n^2$

# Interaction de van der Waals entre atomes excités (2)

On considère une paire excitée  $|ns, ns\rangle$ Interaction dipôle-dipôle :  $\Delta E = \sum_{n',n''} \frac{\left| \langle n'p, n''p | \hat{U}_{dip} | ns, ns \rangle \right|^2}{2E_{ns} - E_{n'p} - E_{n''p}}$ 

avec une contribution dominante de  $n' \approx n'' \approx n$  [plus précisément (n', n'') = (n, n - 1)]

• Grand élément de matrice au numérateur :  $(n^2)^4 = n^8$ 

• Petit dénominateur d'énergie : 
$$\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+\delta)^2} \propto \frac{1}{n^3}$$

Loi d'échelle pour le coefficient de van der Waals :  $|C_6| \propto n^{11}$  !!!

Ouvre la voie à l'interaction à longue distance, au blocage de Rydberg, à la réalisation de portes quantiques et à la simulation de systèmes en interaction forte



# 3.

# Les dimères de van der Waals

# Quand la liaison covalente est absente...

En général, l'interaction de van der Waals n'est qu'une petite contribution à l'énergie de liaison d'une molécule

$$C_6 = 100$$
 unités atomiques :  $\frac{C_6}{r^6} \sim 4$  meV pour  $r = 5$  Å

alors qu'une liaison chimique "ordinaire" a une énergie ~ eV

Mais cette liaison covalente (échange d'électrons) est absente pour les gaz rares ou les alcalino-terreux : couche électronique externe complète



 $\Rightarrow$  He<sub>2</sub>, Be<sub>2</sub> n'existent pas?

#### Si, elles existent !!!

### Le cas des gaz rares

Tang & Toennies, 2003



Coefficient  $C_6$  appréciable :

$$C_6[radon] \approx \frac{1}{3}C_6[lithium]$$

 $\rightarrow$  conduit à des longueurs de diffusion similaires

Tous ces puits de potentiel admettent au moins un état lié, y compris pour <sup>4</sup>He<sub>2</sub>

3 états liés pour Ne<sub>2</sub>, 6 états liés pour Ar<sub>2</sub>

NB: Il n'y a pas d'état lié pour <sup>3</sup>He, car la réduction d'un facteur 3/4 sur la masse augmente le rôle des fluctuations quantiques

#### Ce sont de "grosses" molécules !

# La molécule He<sub>2</sub>

Schöllkopf & Toennies, Science (1994)



Jet supersonique d'hélium 4 : 15 bar, 30 Kelvins

 $\Delta v/v \sim 0.15 \quad : \text{ longueur de de Broglie bien définie } \lambda_{\rm dB} = 0.18 \text{ nm}$ Collimation par deux fentes de 10  $\mu$ m séparées de 47 cm

# La molécule He<sub>2</sub> (suite)



Schöllkopf & Toennies Science (1994)

#### Réseau de période d=200 nm

Angle de diffraction : 
$$\theta = n \frac{\lambda_{dB}}{d}$$

*n* entier



# Les alcalino-terreux



Be<sub>2</sub>, Mg<sub>2</sub>, Ca<sub>2</sub>, Sr<sub>2</sub> : toutes ces molécules existent et possèdent une dizaine d'états de vibration

Leur coefficient  $C_6$  est comparable à celui des alcalins

Cela suffit à leur assurer des propriétés collisionnelles pour des gaz froids comparables à celles des autres espèces



# La "vraie" liaison chimique



Walter Heitler (1904-81)



Fritz London (1900-54)

# L'approximation de Born-Oppenheimer

La molécule H<sub>2</sub> : un problème à quatre corps...



insoluble analytiquement !

Pour progresser, on procède en deux étapes :

• Dans un premier temps, on fixe la position des noyaux en  $(\vec{r}_A, \vec{r}_B)$  et on cherche les états propres et les énergies associées de l'hamiltonien (cinétique+potentiel) pour les électrons

On note  $V_n(r_{AB})$  l'énergie du n<sup>ième</sup> état électronique

• On cherche ensuite les états propres du mouvement des noyaux en utilisant  $V_n(r_{AB})$  comme énergie potentielle

# Justification de l'approximation de Born-Oppenheimer

Les électrons sont légers :

- Energies élevées (eV)
- Echelles de temps courtes (10-15 s)



Les noyaux sont lourds :

- L'échelle de temps pour l'évolution de  $r_{AB}$  est plus longue (10<sup>-12</sup> s)
- L'état des électrons s'adapte adiabatiquement à la position des noyaux

Approximation de Born-Oppenheimer  $\,pprox\,$  Approximation adiabatique

### Un mot sur l'approximation adiabatique habituelle

Un hamiltonien modèle

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_X^2}{2M} + \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + V(\hat{X}, \hat{x}) \qquad m \ll M$$

On fixe d'abord la variable X et on résout le problème aux valeurs propres pour x:

$$\hat{h}(X) = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + V(X, \hat{x}) \longrightarrow \psi_n(x \mid X) \qquad E_n(X)$$

On écrit ensuite l'état du système global sous la forme :

$$\Psi(X, x, t) = \sum_{n} \phi_{n}(X, t) \psi_{n}(x \mid X)$$
  
Equation de Schrödinger :  $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\hat{P}_{X}^{2}}{2M}\Psi + \sum_{n} E_{n}(X) \phi_{n}(X, t) \psi_{n}(x \mid X)$ 

On projette finalement cette équation sur un  $\psi_n$  particulier en négligeant les autres

$$i\hbar \frac{\partial \phi_n}{\partial t} = \frac{\hat{P}_X^2}{2M} \phi_n(X, t) + E_n(X) \phi_n(X, t) + \text{ termes en } \langle \psi_n | \partial_X \psi_n \rangle, \ \langle \psi_n | \partial_X^2 \psi_n \rangle, \dots$$

négligés dans l'approx B-O

# Hamiltonien pour les électrons



4 termes attractifs, 2 répulsifs (on oublie le spin pour l'instant)

#### Pour résoudre le problème électronique, on adopte une approche variationnelle

Pour  $r_{AB} = +\infty$  (noyaux éloignés l'un de l'autres), 2 états fondamentaux possibles :

$$\Psi_{\mathrm{I}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_A(\vec{r}_1) \psi_B(\vec{r}_2) \quad \longleftrightarrow \quad A(1) B(2)$$

$$\Psi_{\text{II}}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_B(\vec{r}_1) \psi_A(\vec{r}_2) \quad \longleftrightarrow \quad B(1) A(2)$$

 $\psi(r) = \exp(-r/a_0)$ état fondamental de l'atome d'H

# Approche variationnelle : Heitler-London

Classe de fonctions d'essai :  $\Psi = \alpha \Psi_{I} + \beta \Psi_{II}$ 

On cherche les coefficients ( $\alpha, \beta$ ) qui rendent l'énergie moyenne extrémale

 $\frac{\langle \Psi | \hat{H}_{el}(\vec{r}_A, \vec{r}_B) | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle}$ 

Résultat : il faut prendre  $\alpha = \beta$  ou  $\alpha = -\beta$ , c'est-à-dire :

 $A(1)B(2) \pm B(1)A(2)$ 

orbitale liante (+) et orbitale antiliante (-)

# Orbitales liantes et antiliantes

Les orbitales  $A(1)B(2) \pm B(1)A(2)$  sont associées aux énergies

$$V_{\pm}(r_{AB}) = \frac{\varepsilon_{dir} \pm \varepsilon_{ech}}{1 \pm \Delta^2} \qquad \Delta = \langle \psi_A | \psi_B \rangle$$

qui seront ensuite injectées dans l'équation du mouvement des noyaux (méthode B.-O.)

• Terme direct : chaque électron reste attaché à son noyau

$$\varepsilon_{\text{dir}}(r) = \langle 1 : \psi_A; 2 : \psi_B | \hat{H}_{\text{el}} | 1 : \psi_A; 2 : \psi_B \rangle$$

• Terme d'échange : permutation des électrons entre les noyaux

$$\varepsilon_{\rm ech}(r) = \langle 1 : \psi_B; \ 2 : \psi_A \mid \hat{H}_{\rm el} \mid 1 : \psi_A; \ 2 : \psi_B \rangle$$

Ce terme est non nul seulement s'il existe des points de l'espace où  $\psi_A(\vec{r})$  et  $\psi_B(\vec{r})$ prennent simultanément une valeur significative : recouvrement des nuages électroniques

 $\langle \Psi | \hat{H}_{el}(\vec{r}_A, \vec{r}_B) | \Psi \rangle$ 

# Orbitales liantes et antiliantes (2)



- L'énergie  $V_+(r)$  est toujours la plus basse :  $V_+(r) < V_-(r) \quad \forall r$
- L'énergie  $V_(r)$  est une fonction positive et décroissante Pas d'état lié à ce stade de l'approximation pour l'orbitale antiliante
- L'énergie  $V_+(r)$  présente un minimum en r = 0.87 Å de  $V_{\min} = -3.15$  eV Résultat numérique "exact" : 0.74 Å, -4.75 eV

# Origine de la liaison chimique



L'orbitale liante, associée à  $V_+(r)$ , offre "plus de place" pour les électrons que l'orbitale antiliante qui doit s'annuler en tout point  $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$ .

#### Abaissement de l'énergie cinétique de confinement

En revanche, l'énergie de répulsion coulombienne est plus grande pour l'orbitale liante mais cela ne compense pas l'effet précédent

# Le rôle du spin électronique et du principe de Pauli



La prise en compte du spin des électrons augmente la dégénérescence



Le principe de Pauli vient restreindre l'espace des états accessibles : dim. 8  $\rightarrow$  dim. 4

• Orbitale liante A(1)B(2) + B(1)A(2) symétrique d'espace

 $\rightarrow$  antisymétrique de spin : état singulet  $(|+-\rangle - |-+\rangle)/\sqrt{2}$ 

Orbitale antiliante A(1)B(2) − B(1)A(2) antisymétrique d'espace
 → symétrique de spin : états triplets

 $|++\rangle, |--\rangle, (|+-\rangle+|-+\rangle)/\sqrt{2}$ 

# Mais où sont passées les interactions de van der Waals ?

L'espace de fonctions utilisé dans la méthode de Heitler-London est très restreint

$$\psi_A^{(1s)}(\vec{r}_1) \ \psi_B^{(1s)}(\vec{r}_2) \qquad \qquad \psi_B^{(1s)}(\vec{r}_1) \ \psi_A^{(1s)}(\vec{r}_2)$$

Pour retrouver les interactions de vdW dans ce formalisme, il faut l'agrandir en incluant des états du type

$$\psi_A^{(2p)}(\vec{r}_1) \ \psi_B^{(2p)}(\vec{r}_2) \qquad \qquad \psi_B^{(2p)}(\vec{r}_1) \ \psi_A^{(2p)}(\vec{r}_2)$$

Ces états sont couplés aux états 1s-1s par l'hamiltonien  $U_{dip} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{D}_A \cdot \vec{D}_B + \dots$ 

On retrouve alors un potentiel attractif en  $-C_6/r^6$  à longue distance, identique pour les orbitales liantes et antiliantes

# Exemple : interaction entre atomes de rubidium <sup>87</sup>Rb



Problème compliqué par l'existence du spin nucléaire i = 3/2Spin de chaque atome : f = 1 ou f = 2, avec  $\vec{f} = \vec{s} + \vec{i}$ 

- Augmentation de la dégénérescence
- Interaction hyperfine
- Effet Zeeman éventuel

36 courbes de potentiel ...



# En conclusion...

Malgré la complexité du problème à quatre (ou plus) corps, estimation semiquantitative des principaux paramètres



- Interaction à longue distance  $C_6$
- Potentiels singulet/triplet à courte distance pour des atomes à un électron externe



L'intuition acquise par l'étude chimique à température ambiante peut être mise en défaut pour les gaz à très basse température

L'interaction entre alcalino-terreux (voire entre gaz rares) est comparable à celle entre alcalins