Une brève histoire des atomes froids

Cours 4

Se cacher dans l'ombre

Jean Dalibard

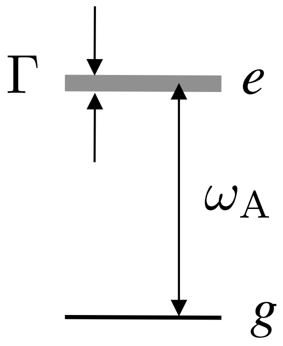
Chaire *Atomes et rayonnement*

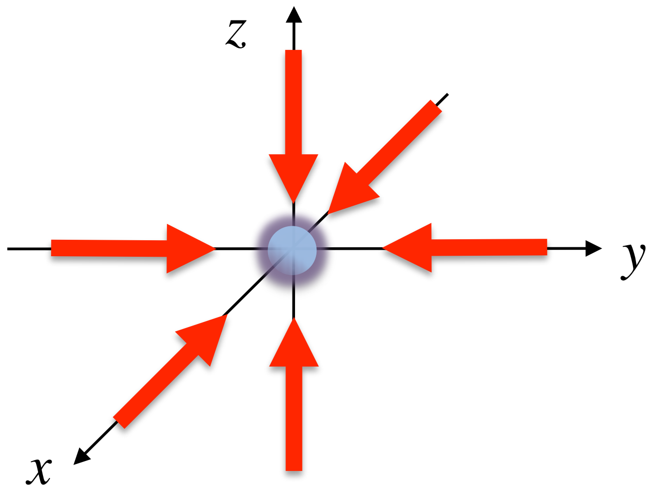
Année 2014-15

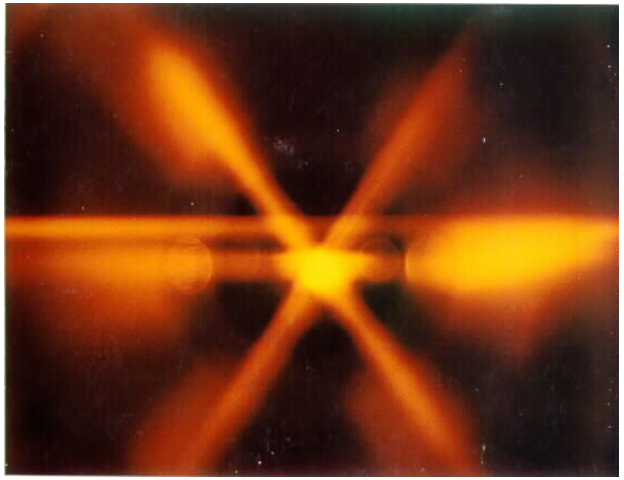
COLLÈGE DE FRANCE

1530

Bilan du refroidissement Doppler







Deux échelles de vitesse et d'énergie

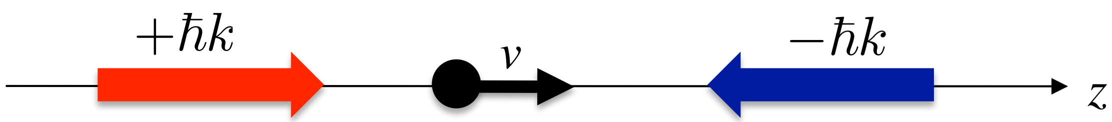
- la largeur naturelle $\hbar\Gamma$ de l'état excité ($v_0 \sim \sqrt{\hbar\Gamma/M}$)
- l'énergie de recul $E_\mathrm{r} = \dfrac{\hbar^2 k^2}{2M}$ ($v_\mathrm{r} = \hbar k/M$)

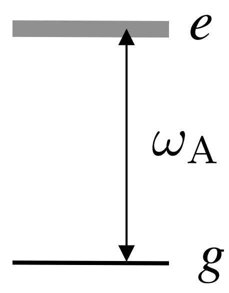
Les températures les plus basses sont obtenues pour des raies étroites $\hbar\Gamma \lesssim E_\mathrm{r}$

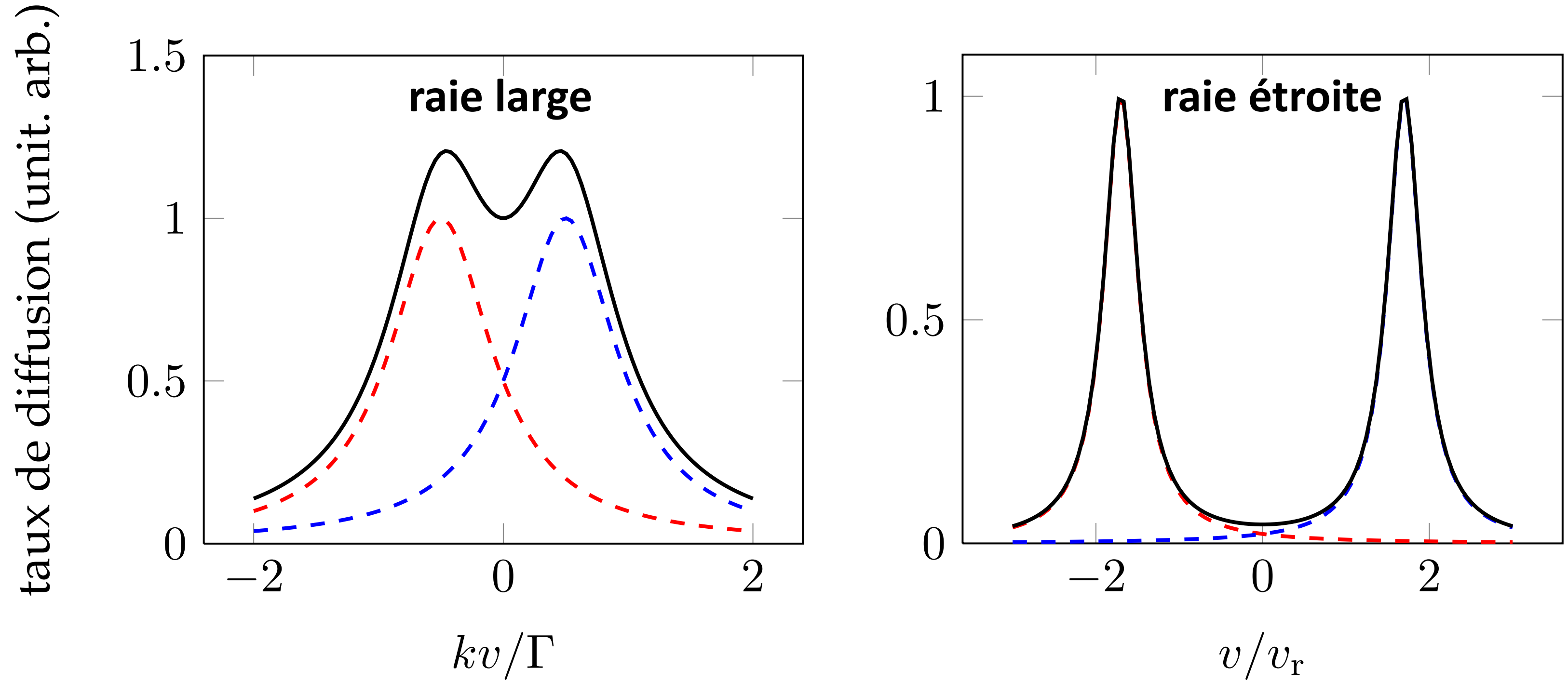
$$v \sim v_\mathrm{r}$$

Le taux de diffusion de photons

Mélasse 1D :







Idée centrale du refroidissement en raie étroite : accumuler les atomes dans des classes de vitesse où ils n'émettent que peu de photons

Buts de ce cours

Introduire une structure de niveau plus riche que le système « à deux niveaux » pour améliorer cette obscurité :

Système en Λ

Présenter deux mécanismes concrets tirant parti d'états véritablement « noirs » :

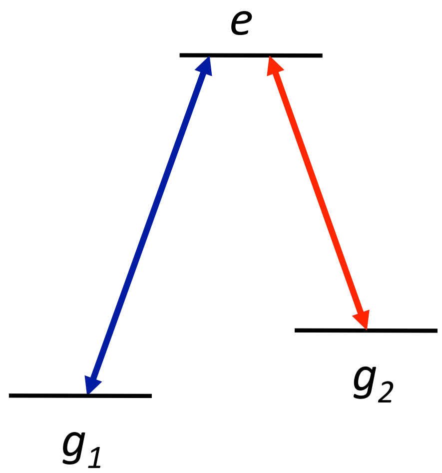
- *piégeage cohérent de population*
- *refroidissement Raman*

Utiliser des raisonnements statistiques pour dégager des lois d'échelle caractérisant ce refroidissement par état noir

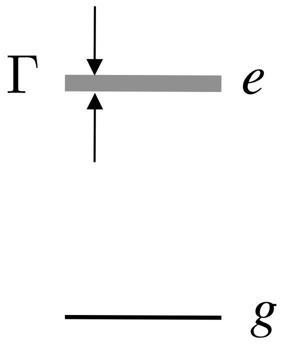
1.

Au delà du système « à deux niveaux »:

système en Λ et états noirs



Etats instable et énergie complexe en physique quantique



Etat excité instable de durée de vie Γ^{-1}, soit : $P_e(t) = \mathrm{e}^{-\Gamma t}$

Il est souvent commode de prendre en compte la largeur naturelle de cet état par un terme additionnel complexe dans son énergie :

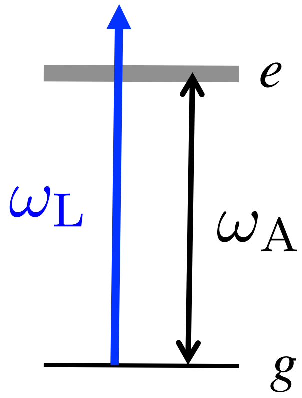
$$E_e \quad \longrightarrow \quad \bar{E}_e = E_e - \mathrm{i}\frac{\hbar\Gamma}{2}$$

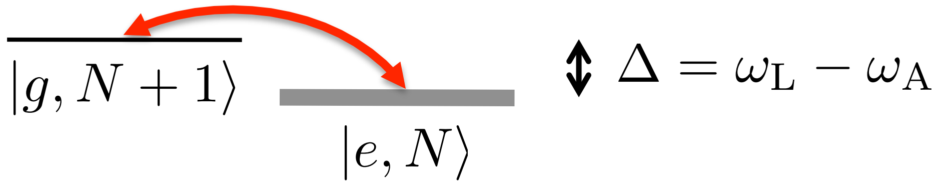
Exemple : évolution dans le temps du vecteur d'état

$$|\psi(0)\rangle = |e\rangle \quad \longrightarrow \quad |\psi(t)\rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}E_e t/\hbar}\,\mathrm{e}^{-\Gamma t/2}|e\rangle + \ldots$$

$$= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar{E}_e t/\hbar}|e\rangle + \ldots$$

Couplage cohérent dans un système à deux niveaux





point de vue « atome habillé »

Matrice 2 x 2 décrivant le couplage dans la base $\{|g\rangle, |e\rangle\}$:

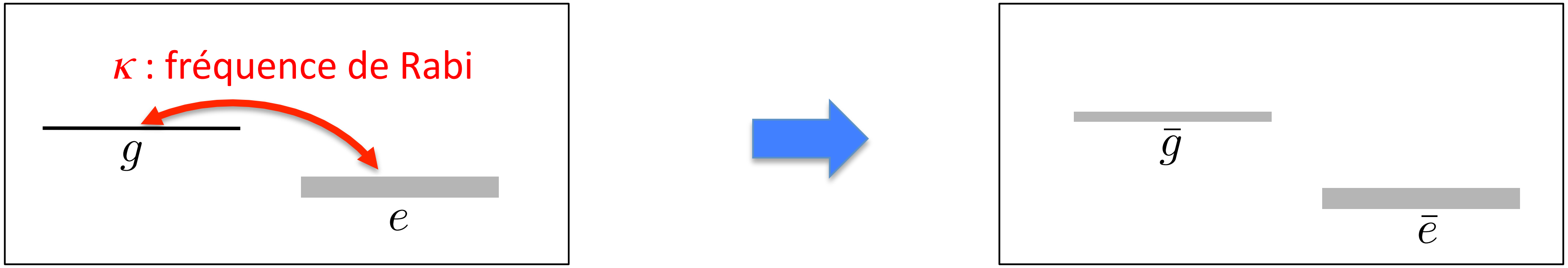
$$\bar{H} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \kappa^*/2 \\ \kappa/2 & -\Delta - \mathrm{i}\Gamma/2 \end{pmatrix}$$

Valeurs propres de cette matrice :

$$\kappa = 0 \quad \begin{cases} E(\bar{g}) = 0 \\ E(\bar{e}) = -\hbar(\Delta + \mathrm{i}\Gamma/2) \end{cases}$$

$$|\kappa| \ll \Gamma, |\Delta| \begin{cases} E(\bar{g}) \approx \hbar \dfrac{|\kappa|^2/4}{\Delta + \mathrm{i}\Gamma/2} \\ E(\bar{e}) = -\hbar(\Delta + \mathrm{i}\Gamma/2) + \ldots \end{cases}$$

L'état fondamental « habillé »



$$E(\bar{g}) \approx \hbar \frac{|\kappa|^2/4}{\Delta + \mathrm{i}\Gamma/2} = \delta E(g) - \mathrm{i}\frac{\hbar\gamma}{2}$$

- Partie réelle : déplacement du niveau fondamental induit par la lumière

$$\delta E(g) = \frac{\hbar\Delta}{2}\, s \qquad \text{avec} \quad s = \frac{|\kappa|^2/2}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}$$

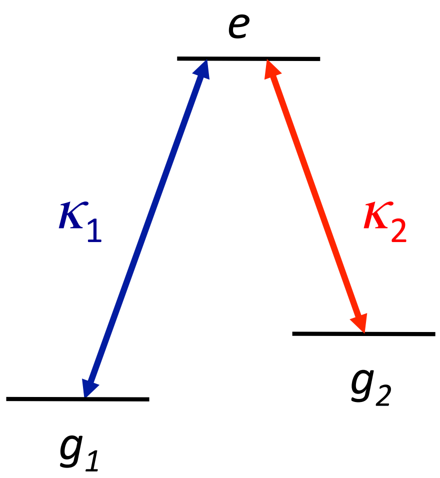
potentiel dipolaire (pince optique)

- Partie imaginaire : taux de diffusion de photons par l'atome $\gamma = \frac{\Gamma}{2}\, s$

En particulier, à résonance $(\Delta = 0)$: $\gamma = \frac{|\kappa|^2}{\Gamma}$

Règle d'or de Fermi

Le système en Λ et l'état non couplé



Le couplage de l'atome avec les deux lasers s'écrit :

$$\hat{V}_{\mathrm{AL}} = \frac{\hbar\kappa_1}{2}|e\rangle\langle g_1| + \frac{\hbar\kappa_2}{2}|e\rangle\langle g_2| + \mathrm{H.c.}$$

Dans le sous-espace fondamental engendré par $\{|g_1\rangle, |g_2\rangle\}$, on identifie :

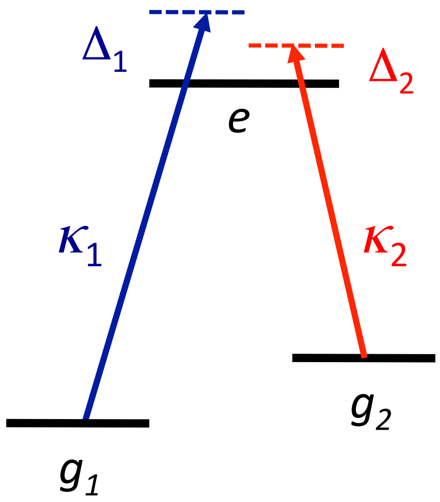
$$|\psi_{\mathrm{NC}}\rangle \propto \kappa_2|g_1\rangle - \kappa_1|g_2\rangle \qquad\qquad \hat{V}_{\mathrm{AL}}|\psi_{\mathrm{NC}}\rangle = 0$$

Interférence destructive entre les deux amplitudes de probabilité pour aller de $|\psi_{\mathrm{NC}}\rangle$ *à* $|e\rangle$

L'état fondamental orthogonal à $|\psi_{\mathrm{NC}}\rangle$ est couplé de manière maximale à l'état excité :

$$|\psi_{\mathrm{C}}\rangle \propto \kappa_1^*|g_1\rangle + \kappa_2^*|g_2\rangle$$

Etat non couplé et désaccords à la résonance



Deux types de résonance sont à considérer :

- résonance à un photon : $\Delta_1 = 0$ ou $\Delta_2 = 0$

- résonance à deux photons (résonance Raman)

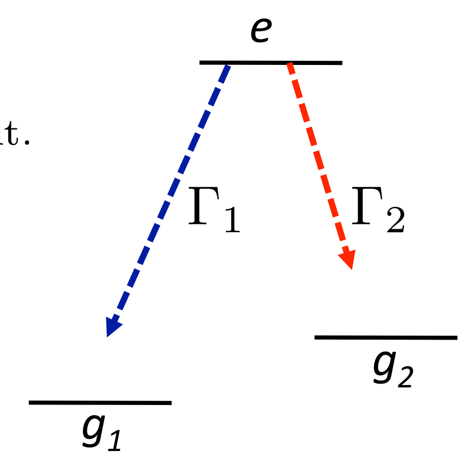
$$\Delta_1 = \Delta_2 \qquad\qquad \Delta \equiv \Delta_1 - \Delta_2 = 0$$

Dans la base $\{|g_1\rangle, |g_2\rangle, |e\rangle\}$, l'hamiltonien s'écrit : $\hat{H} = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} \Delta & 0 & \kappa_1^* \\ 0 & -\Delta & \kappa_2^* \\ \kappa_1 & \kappa_2 & -(\Delta_1 + \Delta_2) \end{pmatrix}$

A la résonance Raman Δ=0, l'état non couplé $|\psi_{\mathrm{NC}}\rangle \propto \kappa_2|g_1\rangle - \kappa_1|g_2\rangle$ est état propre de l'hamiltonien même si les désaccords à un photon Δ_1 et Δ_2 sont non nuls.

Prise en compte de l'émission spontanée

Equations de Bloch optiques $\displaystyle \frac{\mathrm{d}\hat{\rho}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[\hat{H},\hat{\rho}] + \left.\frac{\mathrm{d}\hat{\rho}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathrm{em.\,spont.}}$



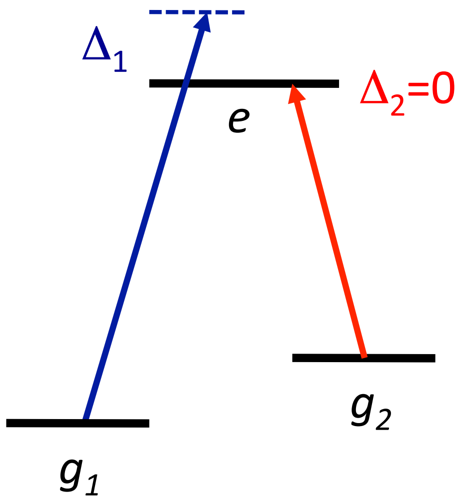
9 équations différentielles couplées

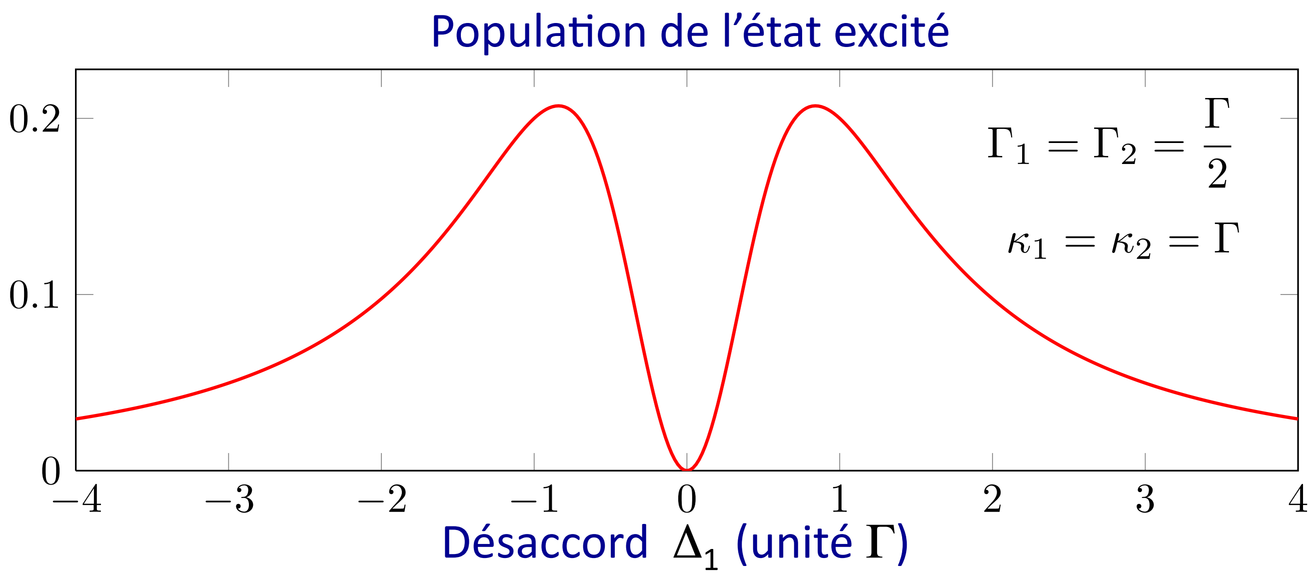
Si on se place à la résonance Raman $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 0$, alors
la matrice densité $\hat{\rho}_{\mathrm{NC}} = |\psi_{\mathrm{NC}}\rangle\langle\psi_{\mathrm{NC}}|$ est stationnaire :

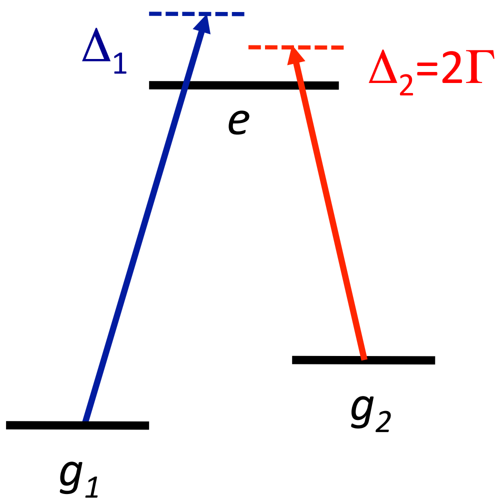
$\longrightarrow$ Puisque $|\psi_{\mathrm{NC}}\rangle$ est état propre de $\hat{H}$, la matrice densité $\hat{\rho}_{\mathrm{NC}} = |\psi_{\mathrm{NC}}\rangle\langle\psi_{\mathrm{NC}}|$ commute avec $\hat{H}$

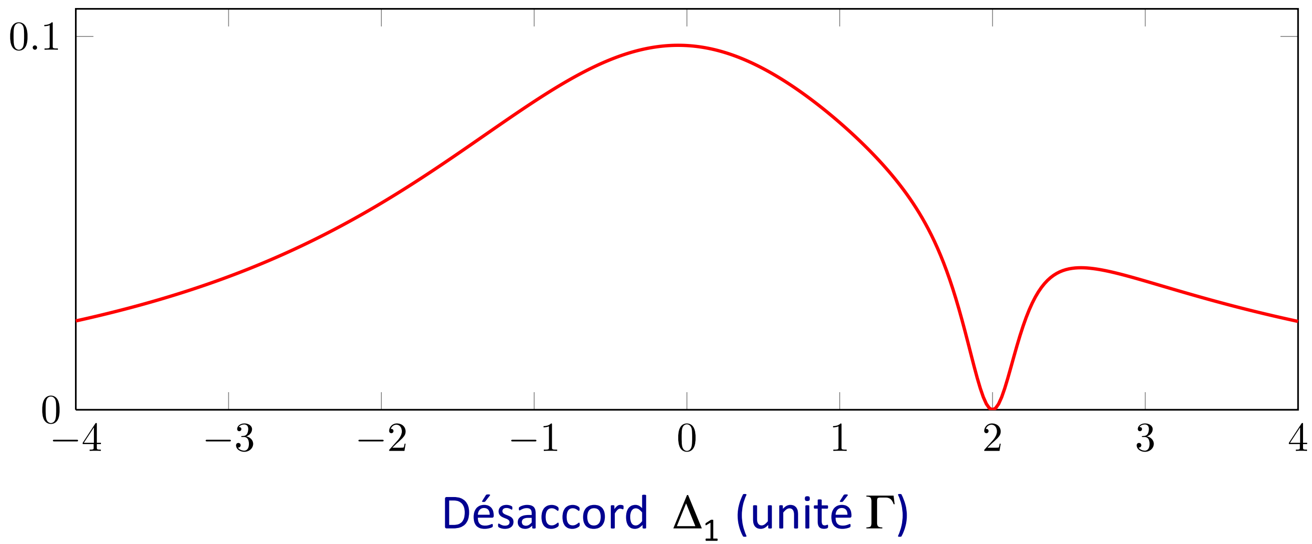
$\longrightarrow$ L'état $|\psi_{\mathrm{NC}}\rangle$ est une combinaison linéaire d'états fondamentaux : il n'évolue donc pas sous l'effet de l'émission spontanée

Taux d'excitation du système en Λ









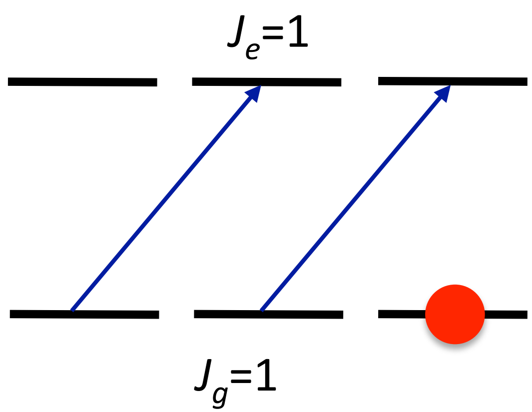
Les états noirs, au delà du système en Λ

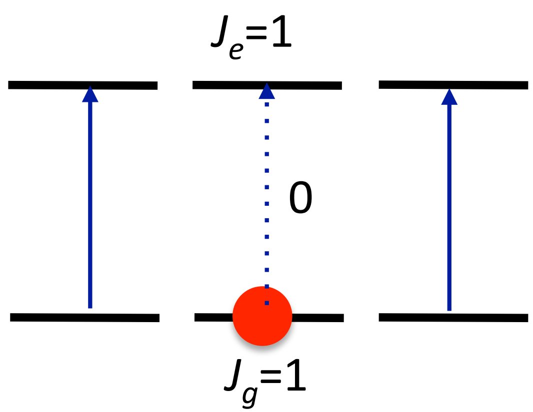
Ils apparaissent pour toutes les transitions pour lesquels $J_g > J_e$

$J_{g/e}$ *: moment cinétique de l'état fondamental/excité*

Ils peuvent également apparaître dans les transitions $J_g = J_e$ pour J_g entier

Exemple : transition $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$





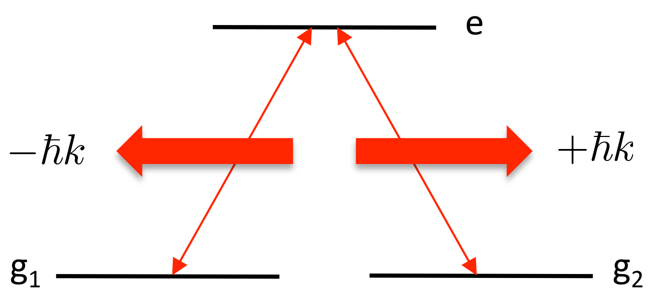
Lumière σ_+ : état noir $|J_g = 1, m = +1\rangle$

Lumière π : état noir $|J_g = 1, m = 0\rangle$

2.

Le refroidissement par état noir

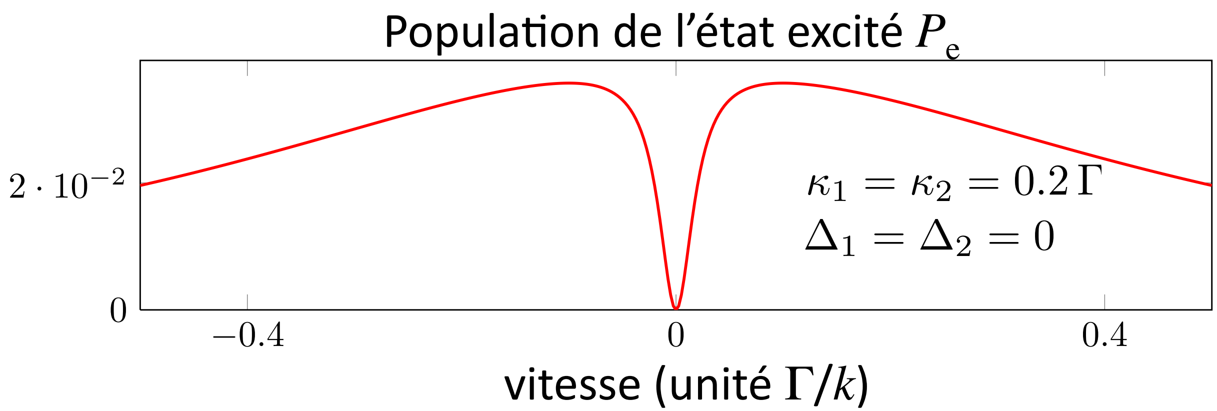
Une image simple du refroidissement

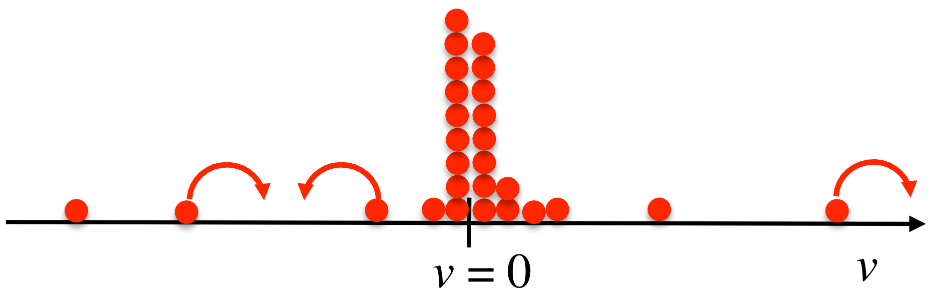


Mouvement à une dimension

Effet Doppler
$$\Delta_1(v) = \Delta_1(0) + kv$$
$$\Delta_2(v) = \Delta_2(0) - kv$$

On choisit $\Delta_1(0) = \Delta_2(0)$.
La résonance Raman (et donc l'apparition de l'état noir) ne se produit que si $v = 0$

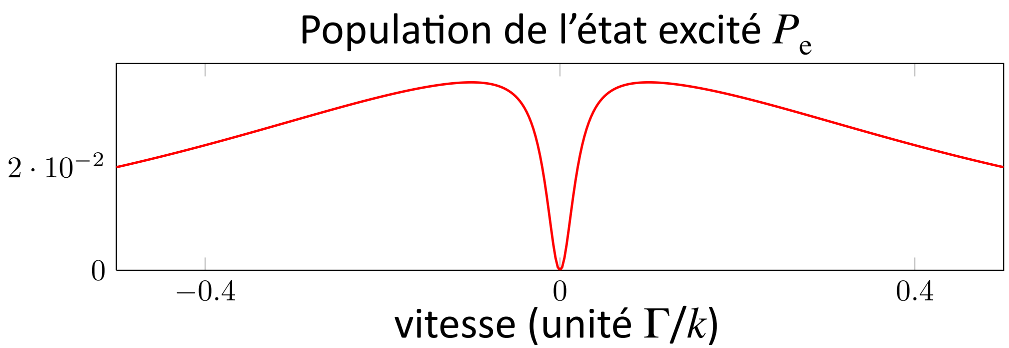




Mouvement brownien sans friction, mais avec un ralentissement de la diffusion autour de $v = 0$

Questions ouvertes

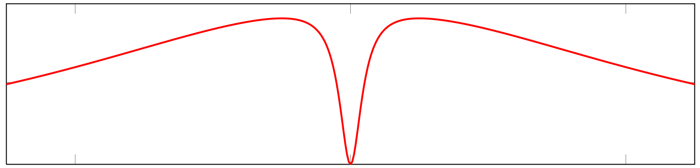
→ Comment varie la taille du trou d'excitation en $v = 0$?

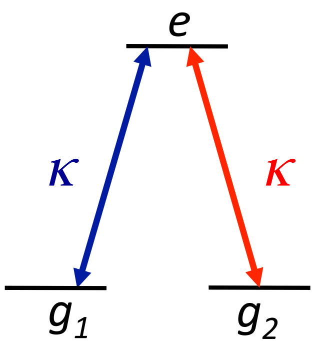


→ Comment aller au delà du raisonnement semi-classique fondé sur la notion de « vitesse » de l'atome, indépendamment de son état interne ?

→ Les atomes doivent trouver la zone sombre autour de $v = 0$ « par chance ». Quelle est l'influence de la dimension de l'espace ?

Taille du trou d'excitation

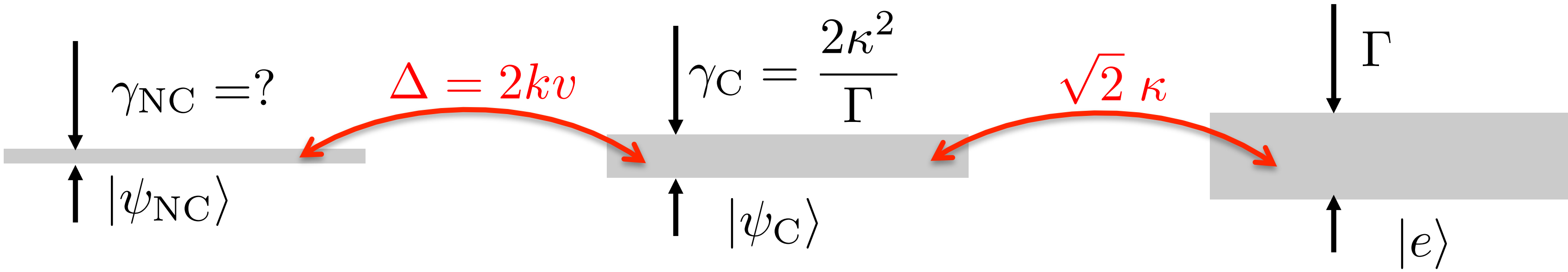




$$|\psi_{\rm C}\rangle \propto |g_1\rangle + |g_2\rangle$$

$$|\psi_{\rm NC}\rangle \propto |g_1\rangle - |g_2\rangle$$

Trois états « en cascade » :



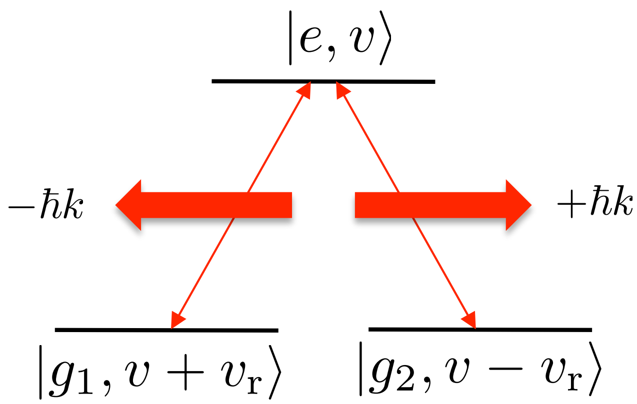
Si le désaccord Raman $\Delta=2kv$ n'est pas nul, les états $|\psi_{\rm C}\rangle$ et $|\psi_{\rm NC}\rangle$ sont couplés entre eux

$$\gamma_{\rm NC} = \frac{\Delta^2}{\gamma_{\rm C}} \quad = 2\Gamma \frac{(kv)^2}{\kappa^2}$$

quadratique en vitesse, avec une courbure ajustable avec la puissance laser

Au delà de l'approximation semi-classique

Prise en compte du mouvement atomique dans le formalisme quantique



Famille fermée vis-à-vis de l'évolution cohérente :

$$\mathcal{F}(v) = \{\ |g_1, v + v_\mathrm{r}\rangle,\ |e, v\rangle,\ |g_2, v - v_\mathrm{r}\rangle\ \}$$

Seule l'émission spontanée permet de faire passer d'une famille à l'autre

Etat noir unique quand on prend en compte à la fois les états internes et externes :

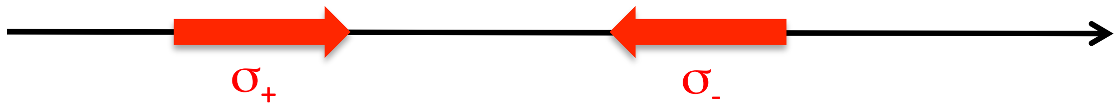
état non-couplé de la famille $v = 0$: $|\psi_\mathrm{NC}(v=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|g_1, +v_\mathrm{r}\rangle - |g_2, -v_\mathrm{r}\rangle\right)$

Mise en évidence expérimentale à 1D

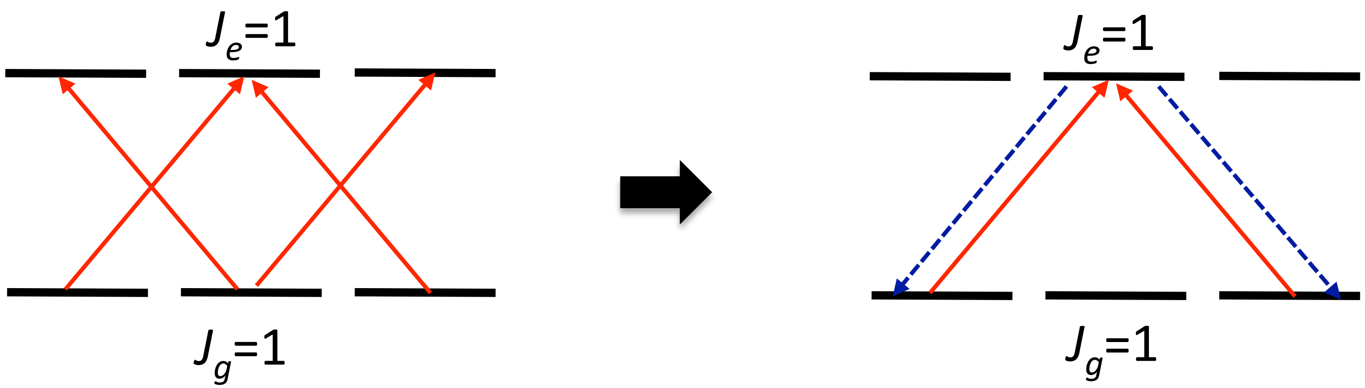
- Transition entre un état fondamental et un état excité tous deux de moment cinétique 1

  hélium dans son état métastable 2^3S_1 *:* *transition* $2^3S_1 \leftrightarrow 2^3P_1$

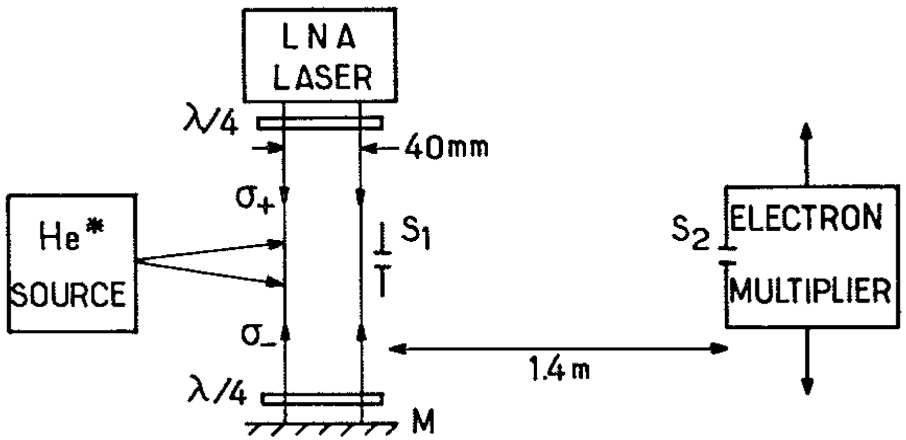
- Configuration laser contre-propageante avec des polarisations σ_+ et σ_-



Le pompage optique produit alors automatiquement un système en Λ



Mise en évidence expérimentale à 1D (suite)



Expérience à l'ENS (Aspect *et al.*, 1988)

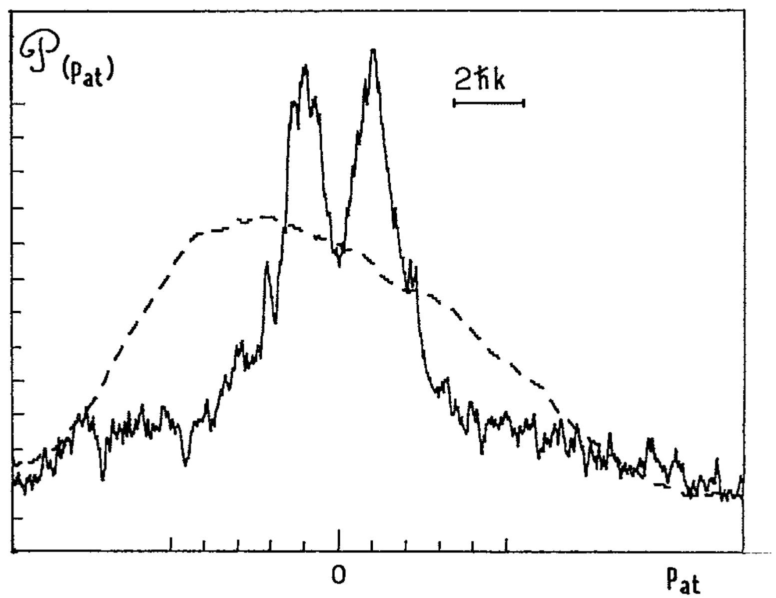
Recherche d'un effet de collimation d'un jet atomique d'hélium métastable

Etat noir attendu :

$$|\psi_{\mathrm{NC}}(v=0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|g_1, +v_{\mathrm{r}}\rangle - |g_2, -v_{\mathrm{r}}\rangle\right)$$

⟶ Deux pics en vitesse à $\pm v_{\mathrm{r}}$

⟶ Chaque pic a une largeur nettement subrecul



3.

Lois d’échelle pour le refroidissement sub-recul

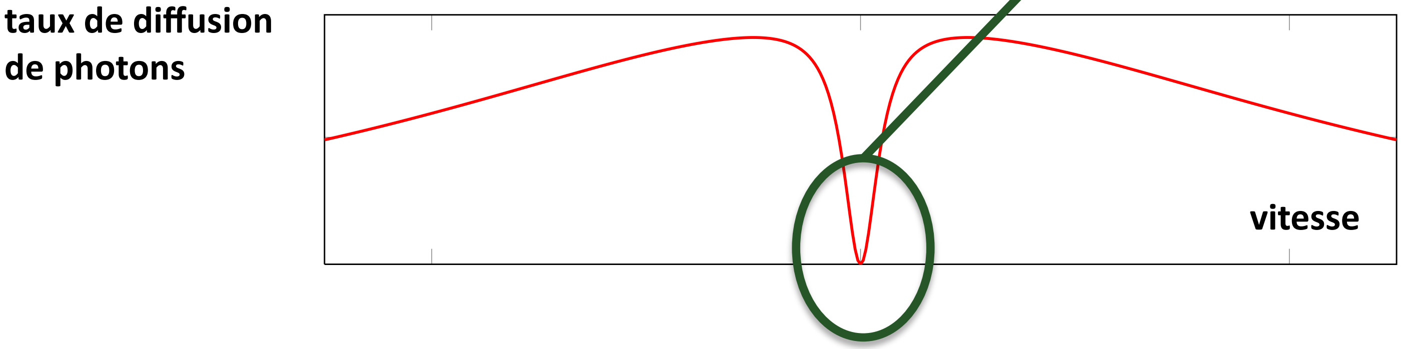
Les paramètres d'un refroidissement « par zone sombre »

⟶ La dimension de l'espace des vitesses à refroidir : 1D, 2D, 3D ?

⟶ L'existence éventuelle d'un refroidissement auxiliaire
qui limite l'excursion maximale de la vitesse d'un atome

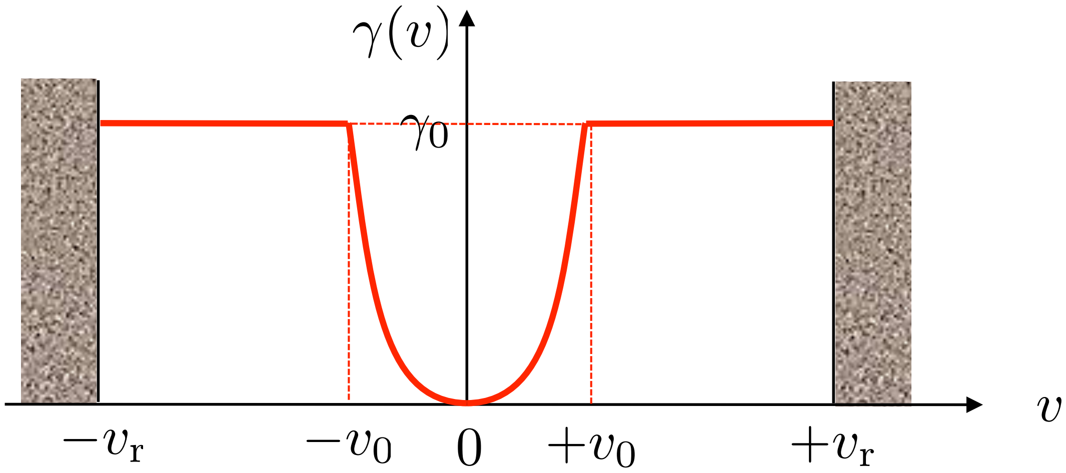
⟶ La forme du trou d'excitation

$\propto v^2$ pour un état non couplé,
plus généralement $\gamma(v) \propto v^\alpha$



Bardou et al., 2002

Modélisation du taux d'excitation



⟶ Deux zones dans l'espace des vitesses accessibles :

Zone « sombre » : $\gamma(\boldsymbol{v}) = \gamma_0 \left(\frac{v}{v_0}\right)^\alpha \qquad \text{si} \quad |\boldsymbol{v}| < v_0$

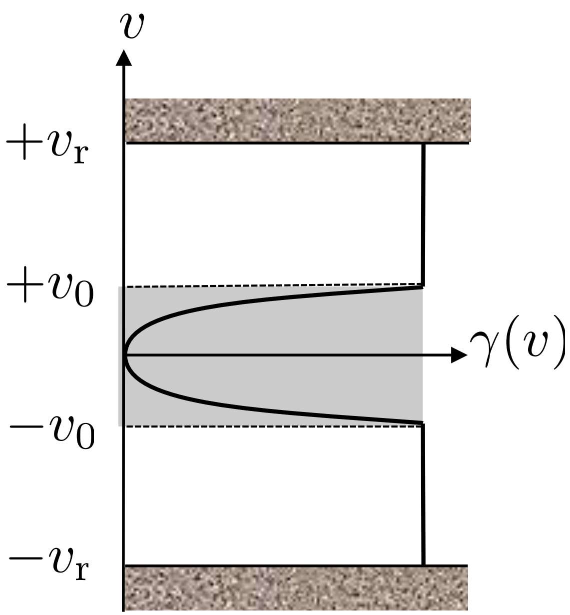
Zone « brillante » : $\gamma(\boldsymbol{v}) = \gamma_0 \qquad \text{si} \quad v_0 < |\boldsymbol{v}| < v_{\mathrm{r}}$

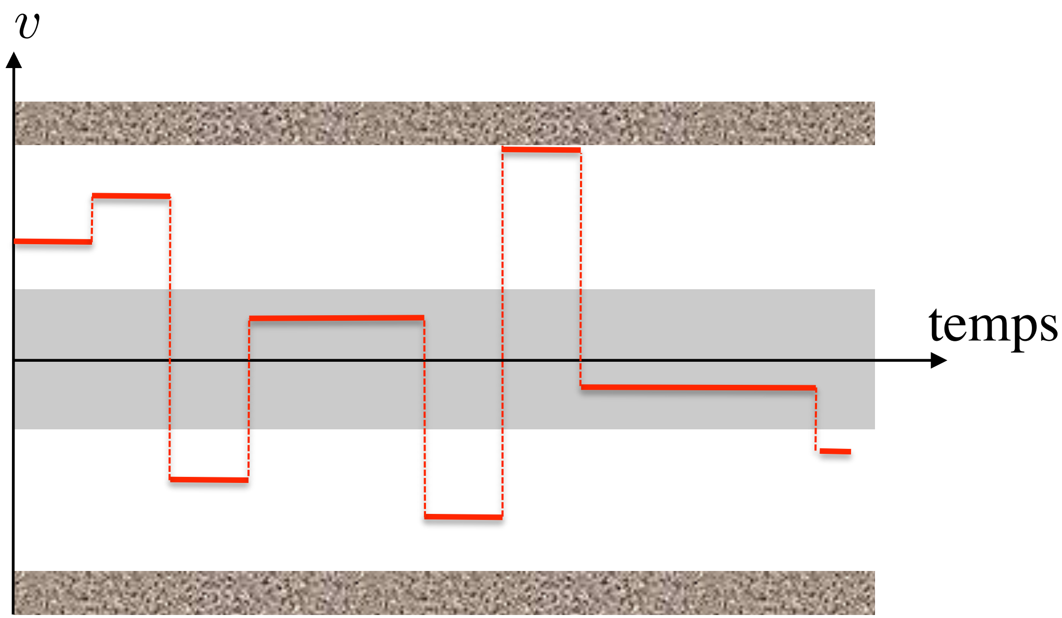
⟶ « Murs » dans l'espace des vitesses :

Mécanisme sous-jacent de type refroidissement Doppler ou Sisyphe

Leur position exacte importe peu, on les place ici à la vitesse de recul v_{r}

Marche au hasard dans l'espace des vitesses



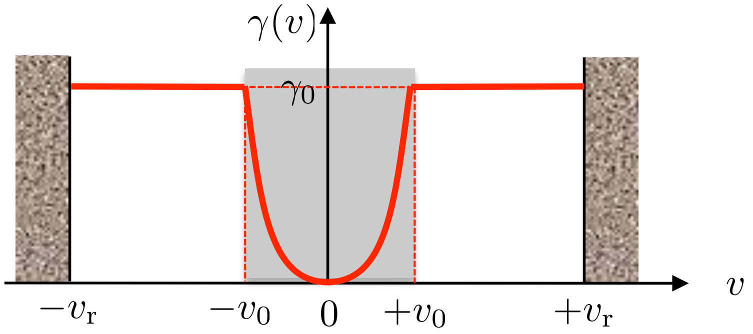


Tant que la particule est dans la zone brillante, elle reste un temps court ($\sim \gamma_0^{-1}$) sur chaque classe de vitesse visitée.

Quand la particule tombe par chance sur une classe de vitesses de la zone sombre, elle y reste plus longtemps $\sim \gamma^{-1}(v)$

Ce temps de séjour diverge quand v s'approche de 0

Distribution du temps de séjour dans la zone sombre



« Arrosage » uniforme de la zone sombre :

$$1\text{D} : \quad \mathcal{P}(v) = \frac{1}{2v_0}$$

Probabilité de séjourner un temps $\boldsymbol{\tau}$ dans la zone sombre : $\sim \gamma^{-1}(v)$

$$\mathcal{P}(\tau)\ \mathrm{d}\tau = [\mathcal{P}(v) + \mathcal{P}(-v)]\ \mathrm{d}v \qquad \text{avec} \quad \tau = \frac{1}{\gamma_0}\left(\frac{v_0}{v}\right)^\alpha$$

ce qui donne à 1D: $\mathcal{P}(\tau) \propto \dfrac{1}{\tau^{1+\frac{1}{\alpha}}}$, soit pour $\alpha = 2$ (états noirs): $\mathcal{P}(\tau) \propto \dfrac{1}{\tau^{3/2}}$

A 3D: $\mathcal{P}(v) = \dfrac{3v^2}{v_0^3} \quad \longrightarrow \quad \mathcal{P}(\tau) \propto \dfrac{1}{\tau^{1+\frac{3}{\alpha}}}$

Loi statistique de Lévy

Après N passages dans la zone sombre, quel est le temps total passé dans cette zone ?

$$T_N = \tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_N$$

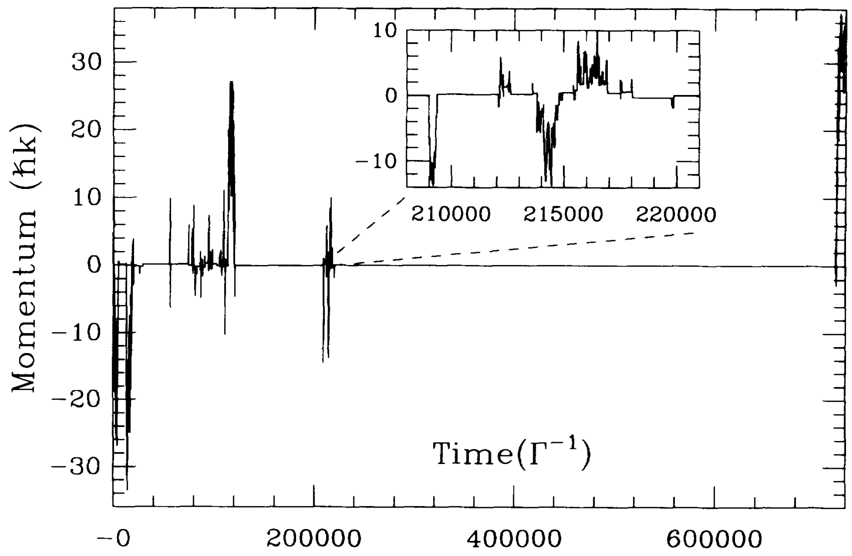
$$\mathcal{P}(\tau) \propto \frac{1}{\tau^{3/2}}$$ états noirs à 1D

La quantité T_N est une somme de variables aléatoires indépendantes, mais sa loi de probabilité n'est pas la loi gaussienne uselle :

$$T_N \sim N\langle\tau\rangle \ + \ \text{correction aléatoire en } \sqrt{N}$$

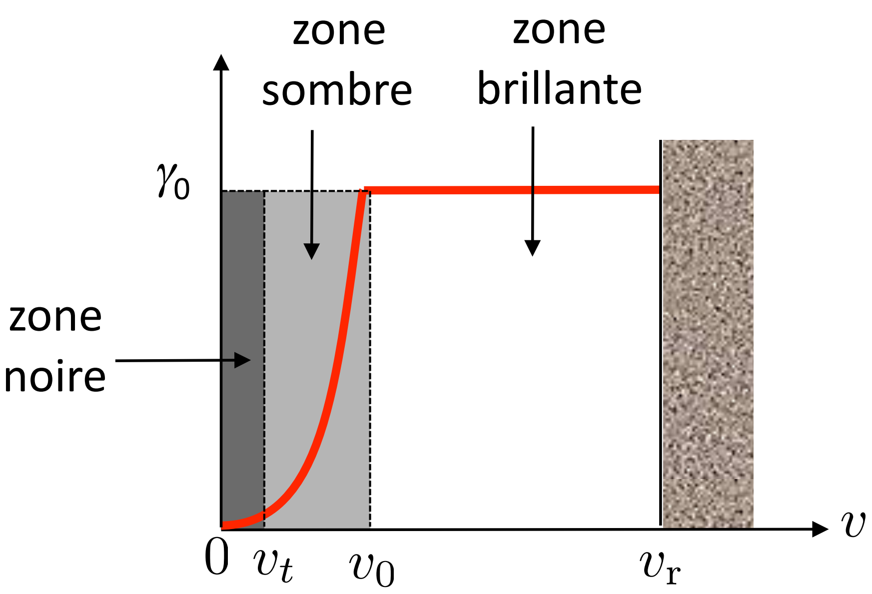
Ici, la quantité $\langle\tau\rangle$ n'est pas définie et T_N est dominé par quelques évènements

Loi de Lévy



Simulation de Bardou *et al*

Forme attendue pour la distribution en vitesse

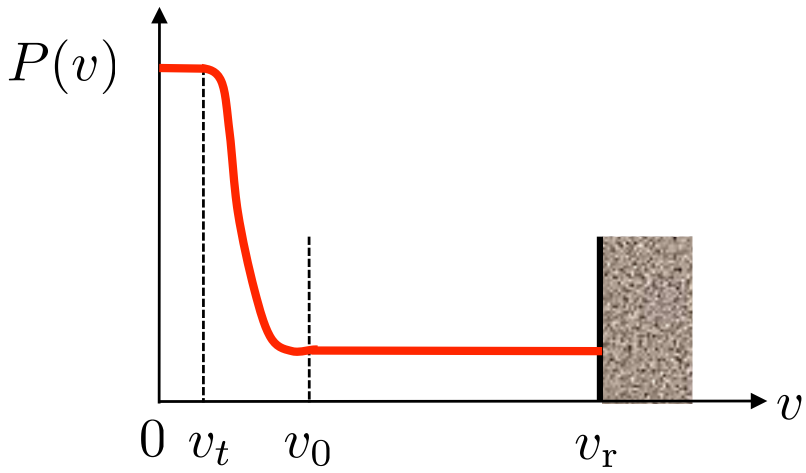


A un instant t donné, on définit une « zone noire »:

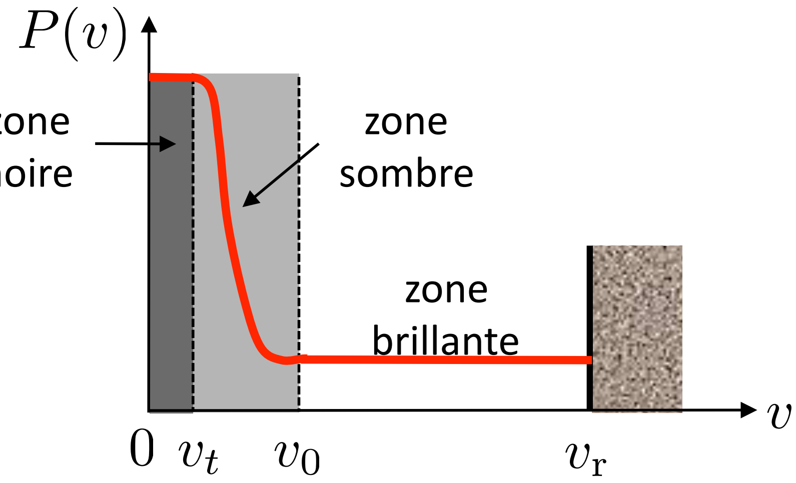
$$t = \frac{1}{\gamma(v_t)} \qquad \longleftrightarrow \qquad v_t = \frac{v_0}{(\gamma_0 t)^{1/\alpha}}$$

Une particule qui a atteint cette zone entre les instants 0 et t y est encore avec une forte probabilité.

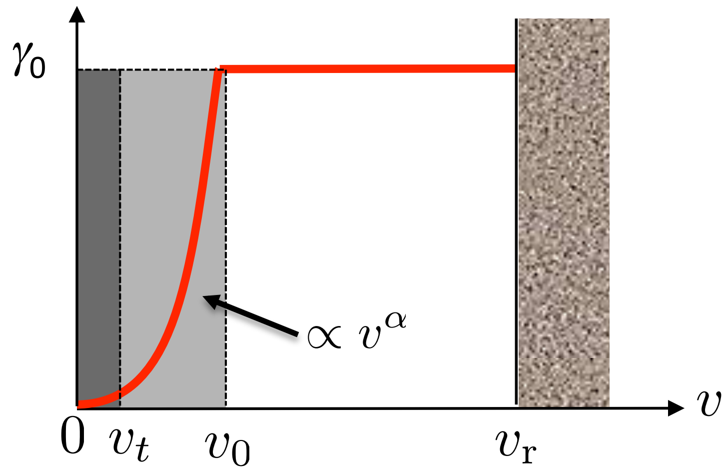
A l'instant t :



3D : quelle fraction d'atomes refroidis ?



$$v_t = \frac{v_0}{(\gamma_0 t)^{1/\alpha}}$$



Un atome dans la zone brillante tente sa chance pour entrer dans la zone noire avec le taux γ_0

probabilité d'entrée par saut : $p \sim \left(\frac{v_t}{v_{\rm r}}\right)^3$

Nombre de tentatives en un temps t : $N_{\rm tent.} = \gamma_0 t$

Probabilité totale de succès : $p_{\rm tot} = p\, N_{\rm tent.} \;\propto\; t\,(v_t)^3 \;\propto\; t^{1-\frac{3}{\alpha}}$

Si $1 - \dfrac{3}{\alpha} < 0 \;\Leftrightarrow\; \alpha < 3$, cette probabilité tend vers 0 quand $t \to +\infty$

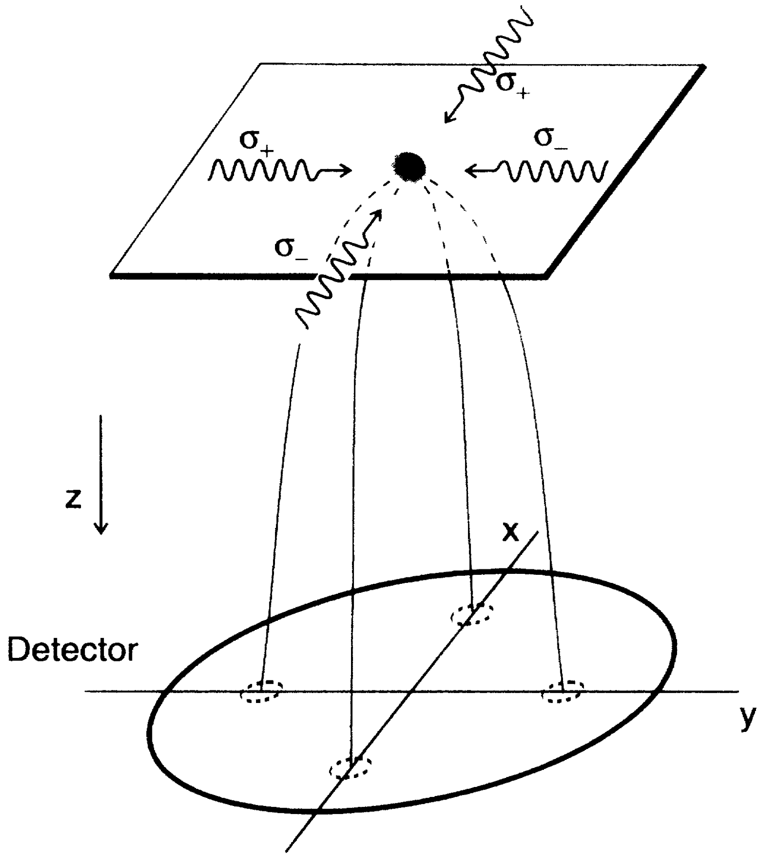
défavorable pour le refroidissement par état noir (α = 2) à 3D

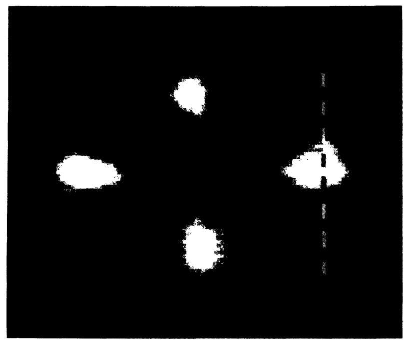
Expériences à 2D et 3D

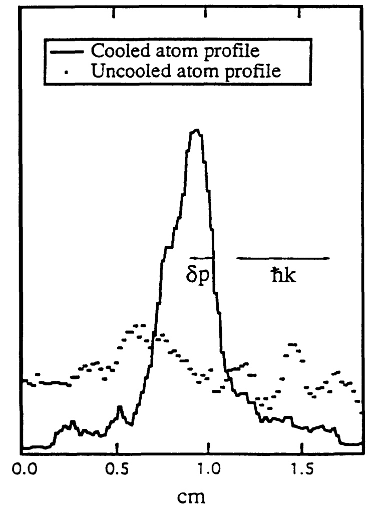
ENS 1994

A une dimension, deux pics en $v = \pm v_{\mathrm{r}}$

A 2D, quatre pics en $\boldsymbol{v} = \pm v_{\mathrm{r}} \boldsymbol{u}_x, \boldsymbol{v} = \pm v_{\mathrm{r}} \boldsymbol{u}_y$





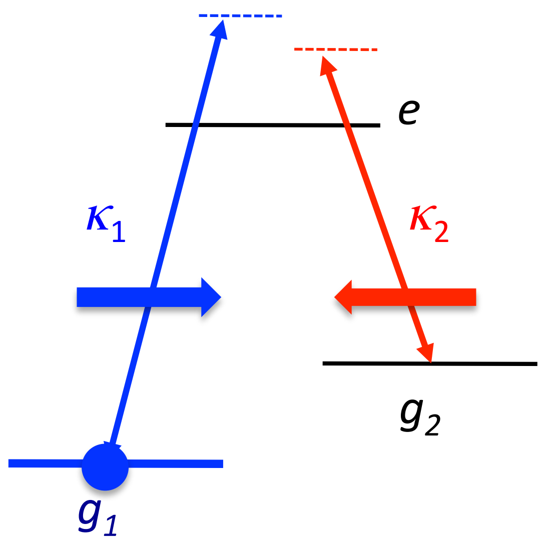


Largeur des pics : $\sim v_{\mathrm{r}}/4$

4.

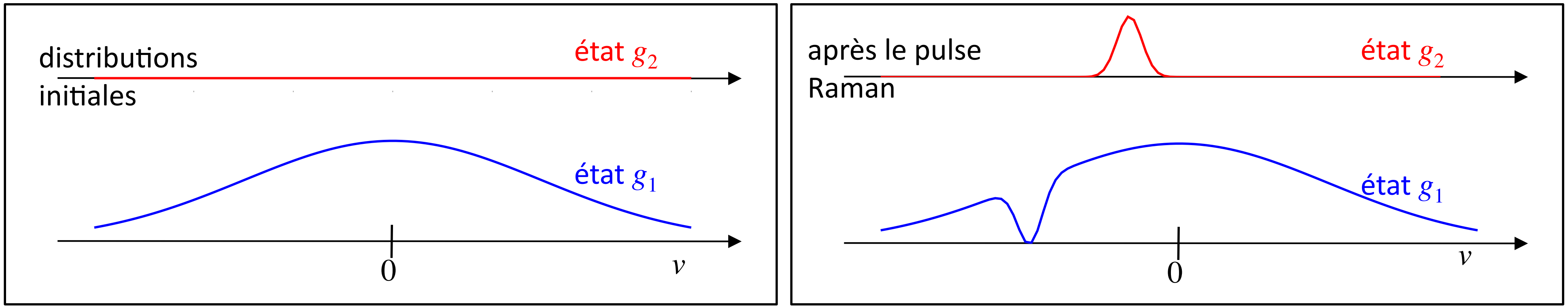
Une ombre sur mesure : le refroidissement Raman

Principe du refroidissement Raman (étape 1)

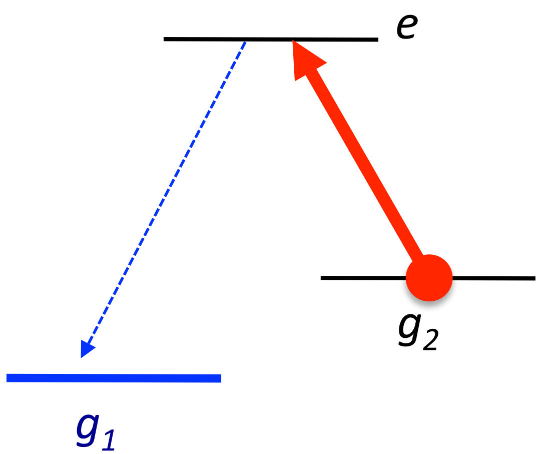


Stanford 1992

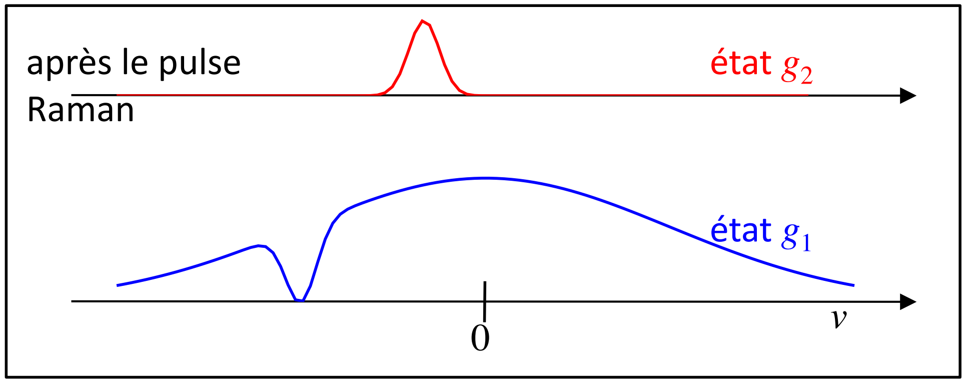
Création d'un trou dans la distribution en vitesse en « sculptant » le spectre d'une impulsion laser κ_1(t) et κ_2(t) et en choisissant les désaccords Δ_1 et Δ_2.

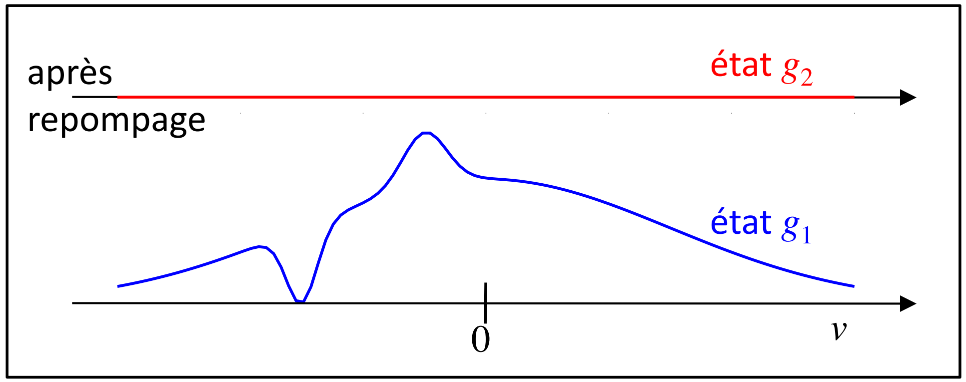


Principe du refroidissement Raman (étape 2)



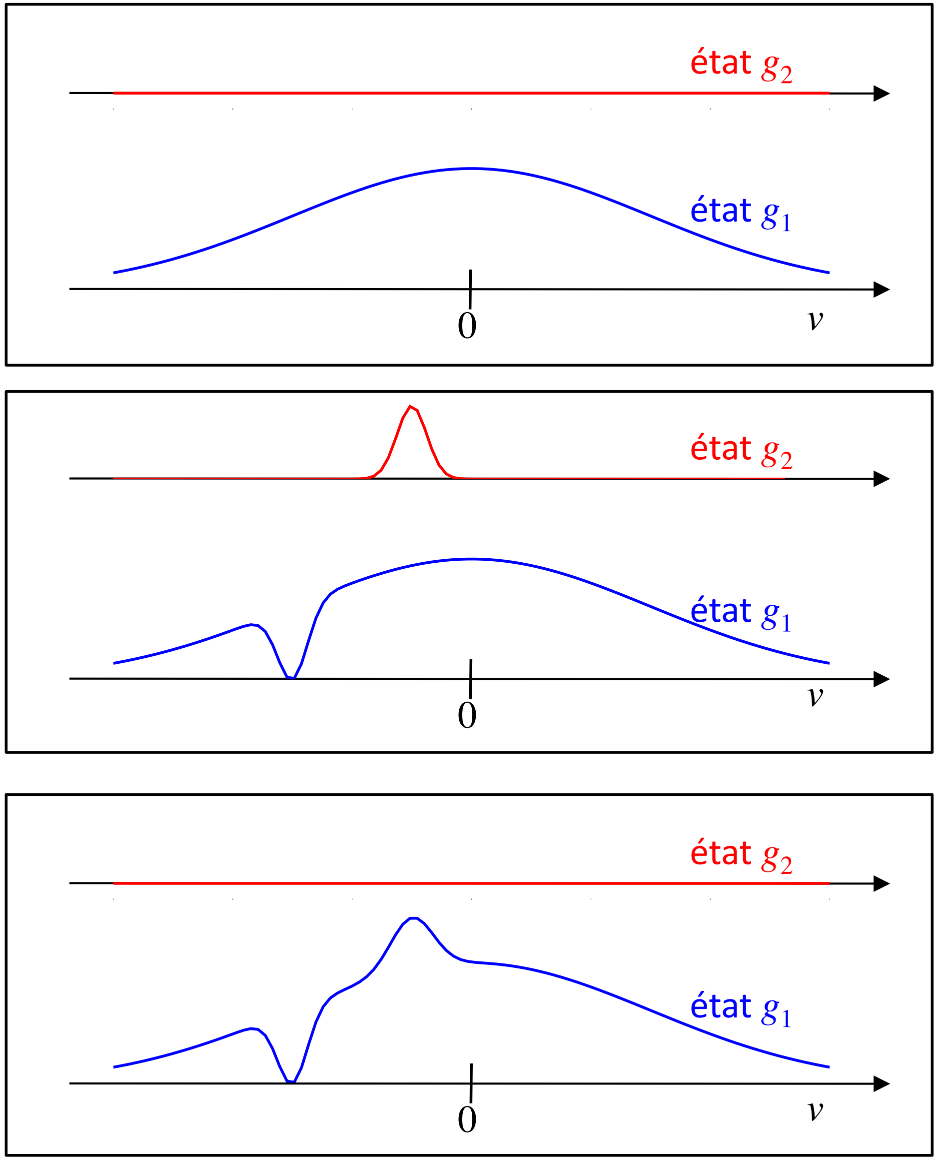
On ramène ensuite les atomes de g_2 vers g_1 par un processus de pompage optique impliquant l'émission spontanée d'un photon





On peut ensuite recommencer avec une autre classe de vitesse

En résumé, principe du refroidissement Raman



processus cohérent, pas de dissipation

processus dissipatif

$\kappa_{\text{eff}}(t)$: couplage effectif de g_1 vers g_2

Proba. d'excitation d'une classe de vitesse (limite perturbative) :

$$p(v) \propto |\hat{\kappa}_{\text{eff}}(\omega)|^2$$

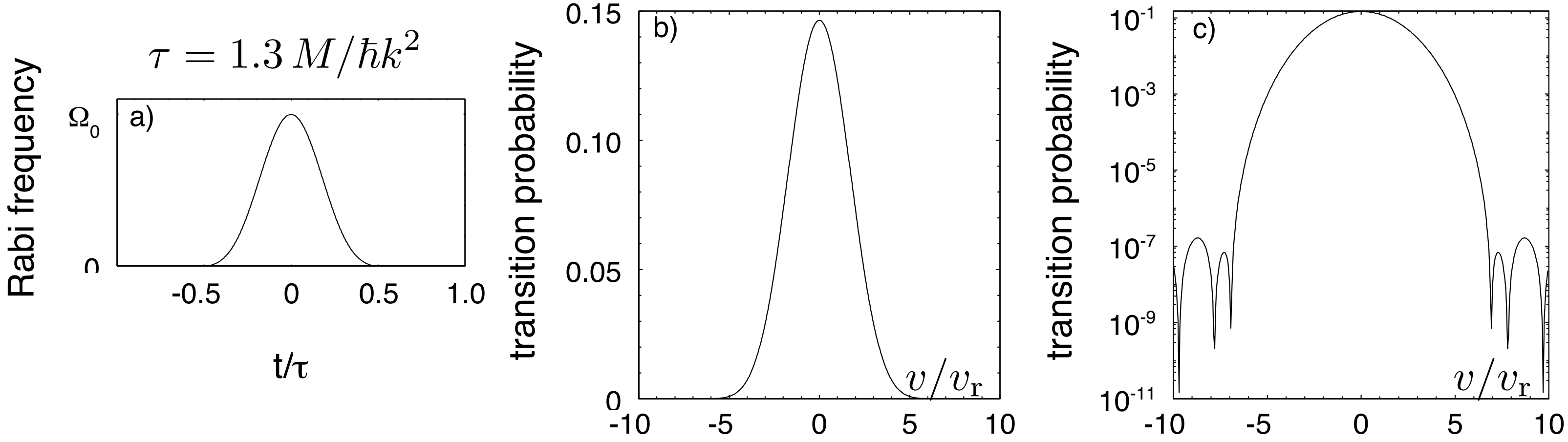
$$\hat{\kappa}_{\text{eff}}(\omega) \text{ : T.F. de } \kappa_{\text{eff}}(t)$$

$$\omega = 2kv$$

Quelles formes de pulse choisir ?

Pulse Blackman : $f(t) = 0.42 + 0.5\cos(2\pi t/\tau) + 0.08\cos(4\pi t/\tau) \quad \text{pour} \quad |t| < \tau/2$

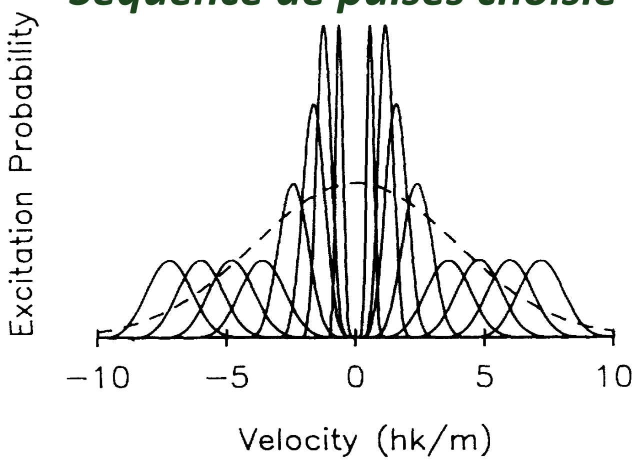
Stanford 1992 : 1D, 1994-96 : 2D et 3D (libre et piège), ENS 1999 : 3D (piège)



Extraits de la thèse de J. Reichel

Chaque pulse est bien localisé dans l'espace de Fourier

Séquence de pulses choisie

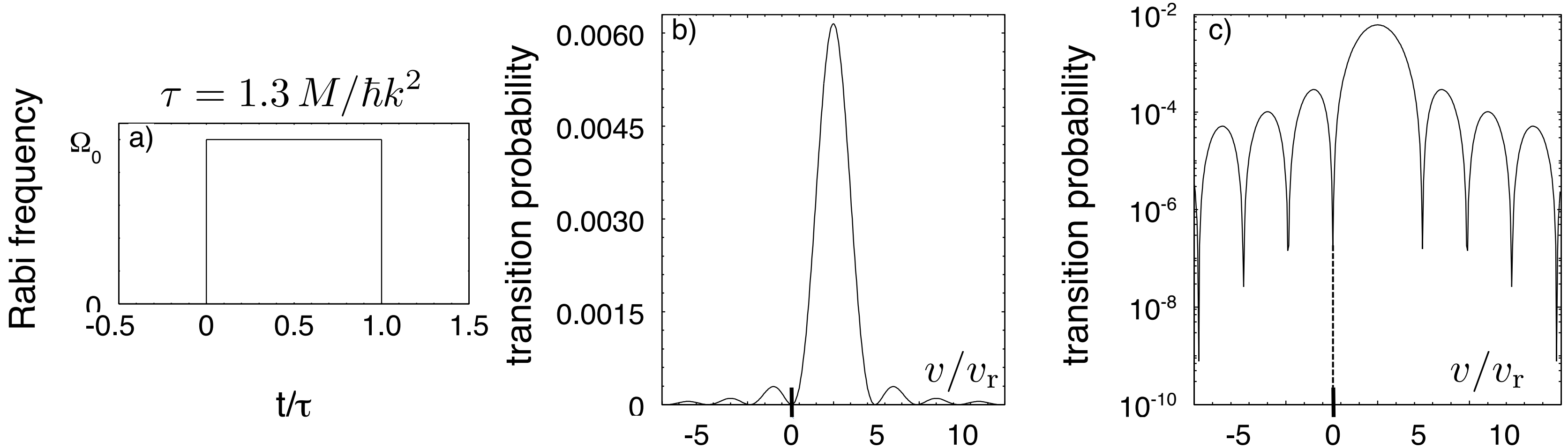


Performances :

$$1\text{D} : \Delta v \sim 0.2\, v_r$$
$$3\text{D (libre)}: \Delta v \sim 2.3\, v_r$$
$$3\text{D (piège)}: \Delta v \sim 0.65\, v_r$$

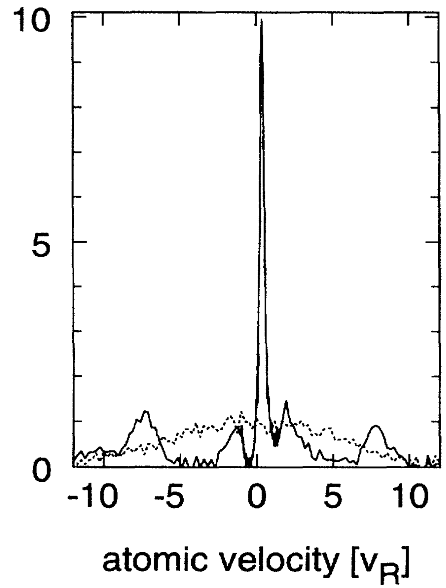
Quelles formes de pulse choisir (suite) ?

ENS, 1995 : pulse carré

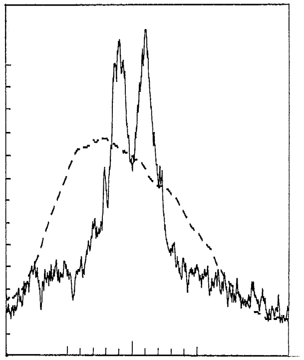


Fournit un état noir parfait si on prend soin de toujours mettre le premier minimum en $v = 0$

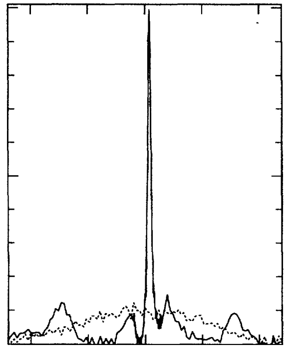
$$1\mathrm{D} \,:\, \Delta v \sim 0.12\, v_\mathrm{r}$$



NIST, 2004 $\quad 2\mathrm{D} \,:\, \Delta v \sim 0.39\, v_\mathrm{r}$



En conclusion...



Méthodes sub-recul très performantes à 1D, que ce soit avec la méthode des états noirs ou avec le refroidissement Raman

$$\Delta v \sim v_{\mathrm{r}}/10$$

3 nanoKelvins seulement pour l'atome de césium

Le passage à 3D pour des atomes libres est délicat, en raison des lois d'échelle défavorables au moins pour une zone d'obscurité en $\gamma(v) \propto v^2$

Le cas d'atomes piégés à 3D semble plus prometteur :

Stanford (1995), Paris (1999) : densités dans l'espace des phases de $\sim 10^{-3}$

Encore loin de la dégénérescence quantique, mais 1000 fois mieux qu'un piège magnéto-optique ordinaire ; limitations dues à des effets collectifs comme la diffusion multiple ou des collisions inélastiques (sodium F=2, césium F=4)...