

Comportement actif des tress

Le chapitre très court discute les propriétés des défauts topologiques dans les tress qui ont un ordre nématique spontané

I. Défauts topologiques dans les tress nématiques actifs

Dans un tress nématique les cellules sont allongées et sont jaillies les uns aux autres sans plante bien définie. On appelle \vec{n} les directions locales (\vec{n} et $-\vec{n}$ sont équivalents) et $q_{\alpha\beta}$ le tenseur nématique $q_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} n_{\alpha} n_{\beta} - \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta}$. On mesure la direction de \vec{n} par un angle φ . Un défaut topologique est un joint où l'orientation est singulière et non définie. La charge topologique est définie en faisant un tour 2π autour du défaut et en mesurant le changement de φ .

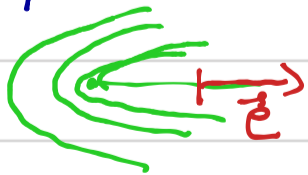


$\Delta\varphi = 2\pi S$. Pour un nématique S est demi-entier (car on revient au même point et l'on observe surtout des défauts $S = \pm \frac{1}{2}$ (Figure))

L'orientation du nématique autour du défaut est telle que le champ nématique $h_i \rightarrow 0$ dans l'approximation où les 3 constantes de Frank sont égales $h_i = k \nabla^2 \varphi$.

En coordonnées planes (r, θ) la solution pour un défaut de charge S est $\varphi = S\theta + \varphi_0$ mais sauf si $S = 1$ on peut choisir les axes pour que $\varphi_0 = 0$.

Nous n'étudions que les défauts $S = +\frac{1}{2}$ et $S = -\frac{1}{2}$. Une différence importante est que le défaut $S = +\frac{1}{2}$ est planaire et nous définissons sa polarité \vec{e} (vecteur unitaire)



Si le tress est actif ces défauts bougent, la charge $S = -\frac{1}{2}$

2. Défauts dans les monocouches de cellules nématiques (épithéliales)
Il y a la raison d'étudier les monocouches nématiques actives

- L'étude de la transition isotrope nématique à deux dimensions. Pour des systèmes thermodynamiques à 2 dimensions il n'y a pas de phase nématique ordonnée (Théorème de Mermin-Wagner). Mais il y a une transition de phase de Kosterlitz-Thouless avec prolifération de paires de défauts $+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ au dessus de la température de transition. La situation est très différente pour un système actif car les défauts portés $S_{\pm} + \frac{1}{2}$ ont une vitesse spontanée. Il semble qu'il y ait une "vraie" phase nématique ordonnée pour un système actif **S. Sanjaan, C. Marchetti Phys Rev X 6 19** présente une phase de défauts paires (tous parallèles) à très faible activité.

Dans les couches épithéliales de tissus **Figure T. Sanjaan** les défauts $S_{\pm} + \frac{1}{2}$ sont des sites préférés d'extrusion (et souvent de mort cellulaire), plus de formation d'une deuxième couche ces cellules au dessus de la monocouche. Les deux premiers articles qui ont montré cet effet sont ceux de M. Sano **Kawasaki Nature 617** et B. Ladoux **Science Nature 617**

L'article de B. Ladoux étudie des cellules MDCK qui montrent le mouvement d'une désinclinaison $S_{\pm} + \frac{1}{2}$ et l'extrusion d'une cellule à l'arrière du défaut (le tissu a une contrainte active externe). Il contient aussi des simulations numériques du groupe de S. Teomans.

L'article de Sano montre les mêmes effets sur des cellules progénitrices de neurones avec un modèle théorique

Deux autres références **K. Copenhagen Nature Physics 6 60** avec des colonies de bactéries *Myxococcus Xanthus*. et **T. Sanjaan et I. Sella** avec des cellules dont l'activité est contractile et qui montrent la formation d'une deuxième couche (Cellules C2C12)

3. Défauts dans les tissus nématiques actifs **L. Pimen, L. Giani, L. Brézin**

Un défaut introduit un gradient d'orientation du directeur dans un nématique actif et donc un écoulement. Seul le défaut $+\frac{1}{2}$ qui a une polarité \vec{e} a une vitesse spontanée

Pour calculer le champ de vitesse on utilise les équations hydrodynamiques de la matière active et les lois de conservation. On va supposer aussi que la couche épithéliale a une friction sur son support solide

$$\xi \vec{\sigma} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma}$$

La contrainte $\sigma_{\alpha\beta} = -P\delta_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}^d + \sigma_{\alpha\beta}^{act} + \eta \nabla_{\alpha} v_{\beta}$. La contrainte élastique est la contrainte usuelle pour les fluides nématiques. Sa divergence est nulle si le champ nématique $h_{\alpha\beta} = 0$. La contrainte active est

$$\sigma_{\alpha\beta}^{act} = \sigma_0 q_{\alpha\beta} = -\xi \Delta \mu h_{\alpha\beta} \quad (\text{Cours de la 19 et cours précédent}). \text{ Elle est contractile si } \sigma_0 > 0 \text{ et extensible si } \sigma_0 < 0$$

S'il n'y a pas de division cellulaire et si on considère le tissu incompressible $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$

L'équation pour l'angle φ est la même que pour un nématique passif

$$\frac{D\varphi}{Dt} = \frac{h_{\perp}}{\gamma} + \text{alignement par l'écoulement}. \quad \frac{D\varphi}{Dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \varphi - \frac{\omega}{2} \vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{v} = \omega \vec{k}$$

L'idée est de traiter l'activité en perturbation. Si $\sigma_0 \neq 0$ il n'y a pas de champ de vitesse et $\varphi = \frac{\theta}{2}$. Or devant le champ de vitesse à l'ordre linéaire en σ_0 (1) **Force active**

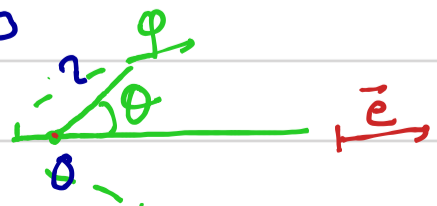
La friction introduit une longueur caractéristique $\lambda = \sqrt{\frac{\eta}{\xi}}$. Tous les champs de vitesse décroissent vite à des distances plus grandes que λ . L'échelle de temps est $\tau = \frac{\eta}{\sigma_0}$ et donc l'échelle de vitesse est $\frac{\sigma_0}{\sqrt{\xi\eta}}$

On fait le calcul dans le référentiel du défaut en coordonnées planes $v_r = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\xi\eta}} \cos\theta \left(\frac{r}{\lambda} \right), v_{\theta} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\xi\eta}} \sin\theta g\left(\frac{r}{\lambda}\right)$. Le champ de vitesse est montré sur la figure et a le vortex tour du défaut si $\gamma = 0$ $\gamma > 0$. L'allure se change pas si la viscosité rotationnelle est finie. La vitesse du défaut est

$\vec{v}_0 = \vec{e}_{\perp} \frac{\pi}{8} \frac{\sigma_0}{\sqrt{\xi\eta}} \left(\frac{r}{4\eta}, v \right)$ calculée pour $\gamma = 0$ $\gamma > 0$ si $\gamma = 0$

Si les cellules ne divisent $\vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} = h_d \cdot h_a = \frac{1}{\xi} (P_h - P)$ la vitesse est alors $\vec{v}_0 = \vec{e}_{\perp} \frac{\pi}{8} \frac{\sigma_0}{\sqrt{\xi\eta}} \left[1 + \left(\frac{\eta}{\xi + \eta} \right)^{1/2} \right]$

Figure



La figure montre la divergence de la vitesse et donc le taux de prolifération l'extrémité fait à l'avant du défaut pour un tissu contractile

Mais dans les manip pas de division notable et les défauts où se produisent l'extrusion semblent avoir une vitesse nulle

Fig. Friction anisotrope **Sano, Coym Pagan**

II Écoulement spontané

Si la contrainte active σ_0 est grande (extensible ou contractile), il n'y a pas d'état stationnaire sans écoulement et à grande activité on observe un état chaotique de turbulences active. La longueur caractéristique est $l_a = \sqrt{\frac{\kappa}{\sigma_0}}$ et la condition pour que l'activité du défaut soit jetée

est $\lambda < l_a$.

Transition d'écoulement spontané Federichs si $L > l_a > \lambda$
voir le cours de 2019

Malgré la complexité de la biologie, les tissus (notamment les tissus épithéliaux) sont de bons modèles de nématiques actifs

* (1) Force active qui crée le mouvement du défaut $f_x^{act} = \partial_y \sigma_{xy}^{act}$

$$f_x^{act} = \vec{e}_x \frac{\sigma_0}{2l}$$



$$f_x = \frac{\partial}{\partial x} \sigma_{xx}^{act} + \frac{\partial}{\partial y} \sigma_{xy}^{act}$$

$$f_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$$

$$= \frac{\sigma_0}{2} \left[-\sin \theta \frac{d\theta}{dx} + \cos \theta \frac{d\theta}{dy} \right]$$

$$\text{si } \frac{\theta}{2} = \varphi$$

$$= \frac{\sigma_0}{2} \vec{e}_\theta \cdot \vec{\nabla} \theta = \frac{\sigma_0}{2l}$$

$$f_y = \frac{\sigma_0}{2} \vec{e}_y \cdot \vec{\nabla} \theta = 0$$

(3) A l'infini la vitesse est $-\vec{v}_0$