

DE LA PHYSIQUE STATISTIQUE
AUX SCIENCES SOCIALES

VI. EFFETS COLLECTIFS, CRISES,
DISCONTINUITES

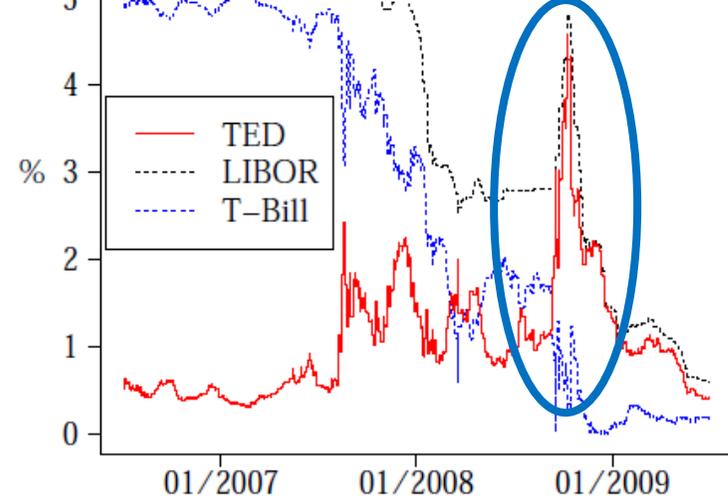
Chaire de l'Innovation L. Bettencourt

Jean-Philippe Bouchaud



Helmsman Economics Ltd., 2010

Krach 1929

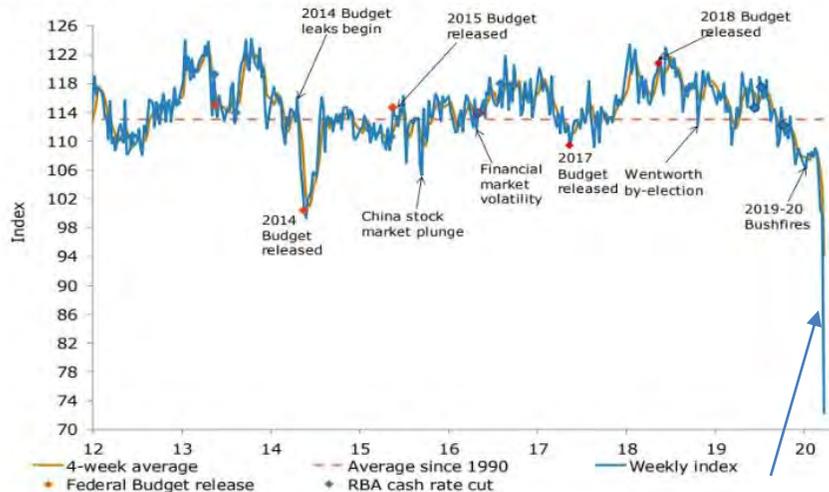


LIBOR: London Interbank Offered Rate

TED spread : jauge de « méfiance » interbancaire

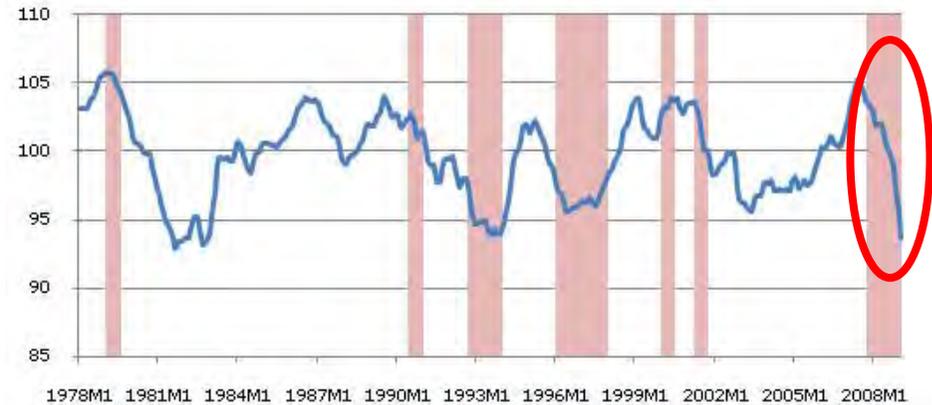
1. Quelques exemples de discontinuités/effondrements

Confidence drops massively

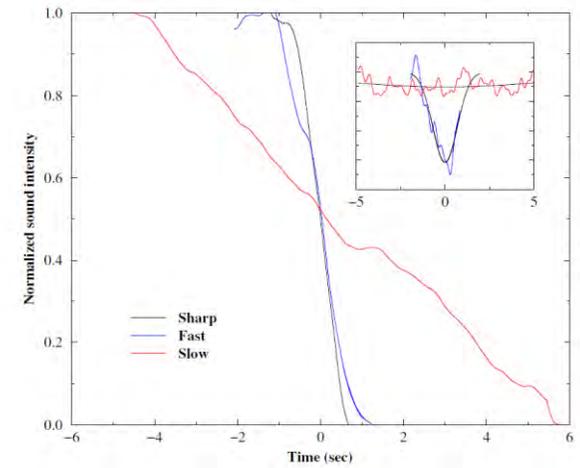
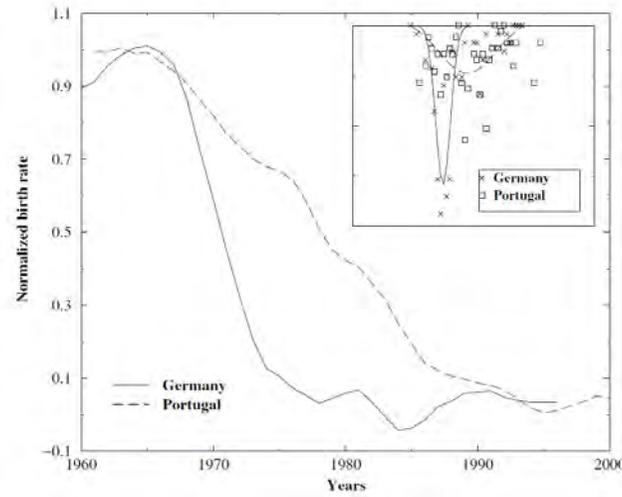
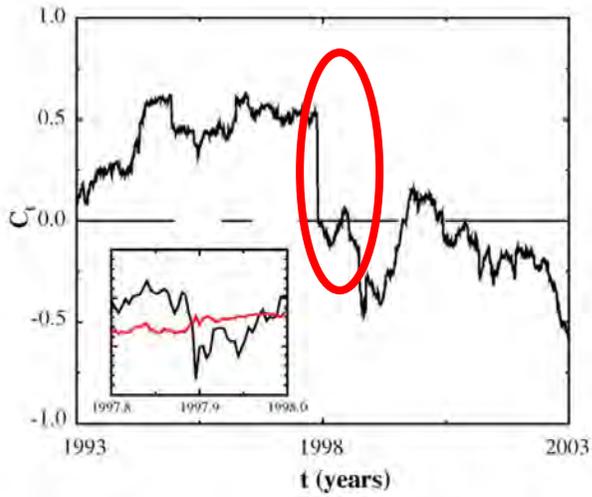


Source: ANZ-Roy Morgan, ANZ Research

COVID 2020



Indice de confiance, Allemagne (1978-2009)

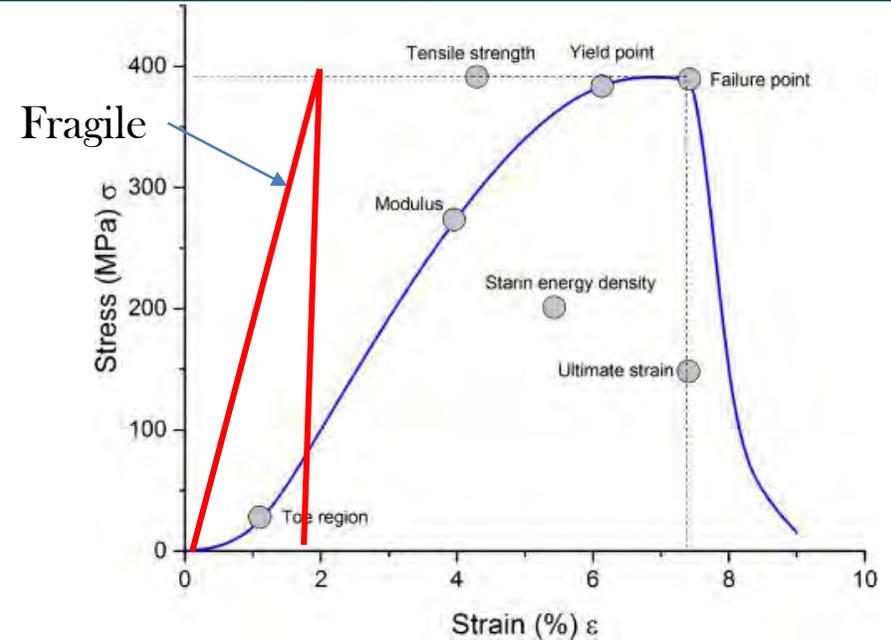
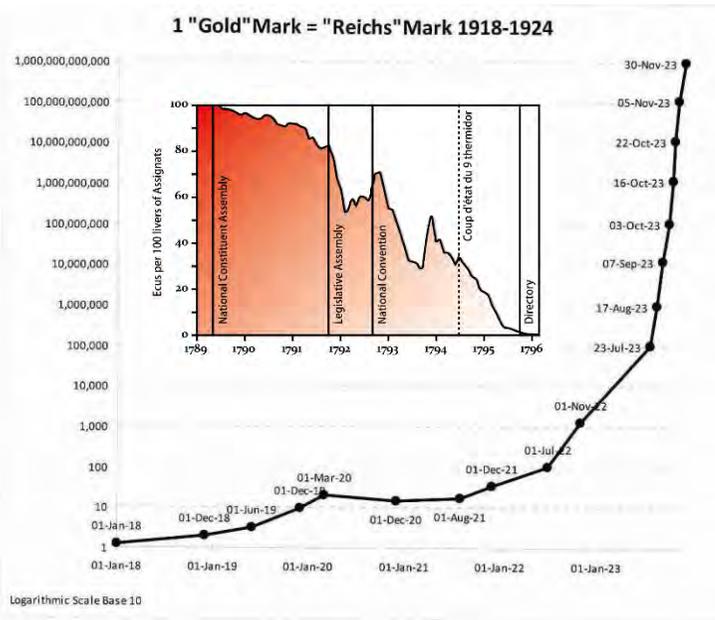


Corrélation 100j actions/ obligation 1999

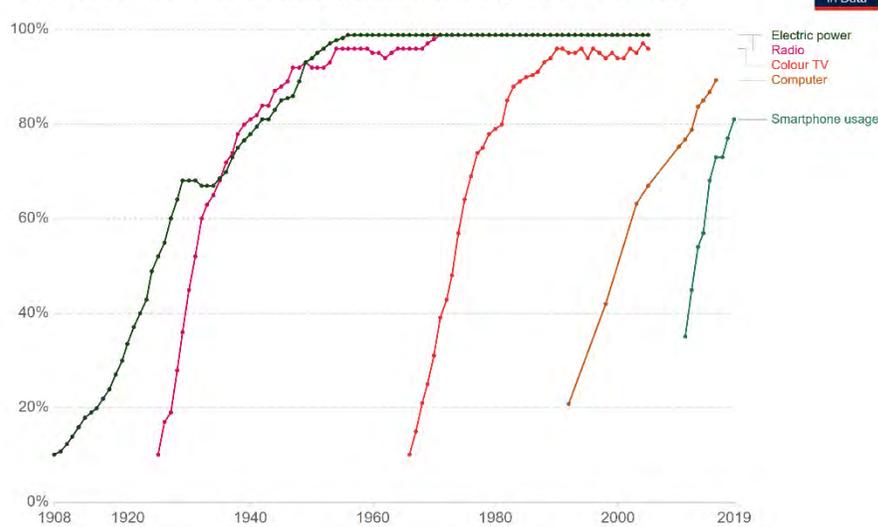
Chute de la natalité en Europe

Phase finale d'applaudissements

1. Quelques exemples de discontinuités/effondrements



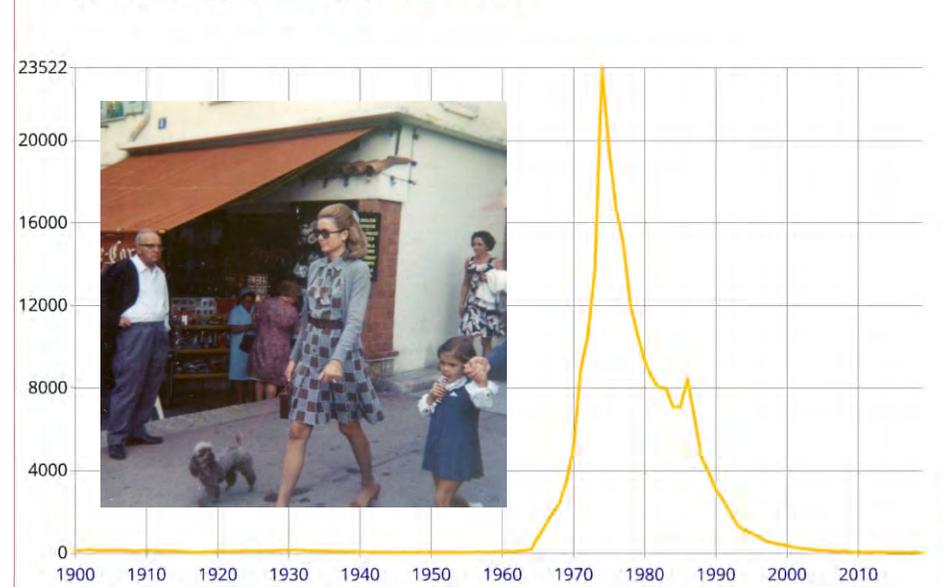
Share of US households using specific technologies, 1908 to 2019



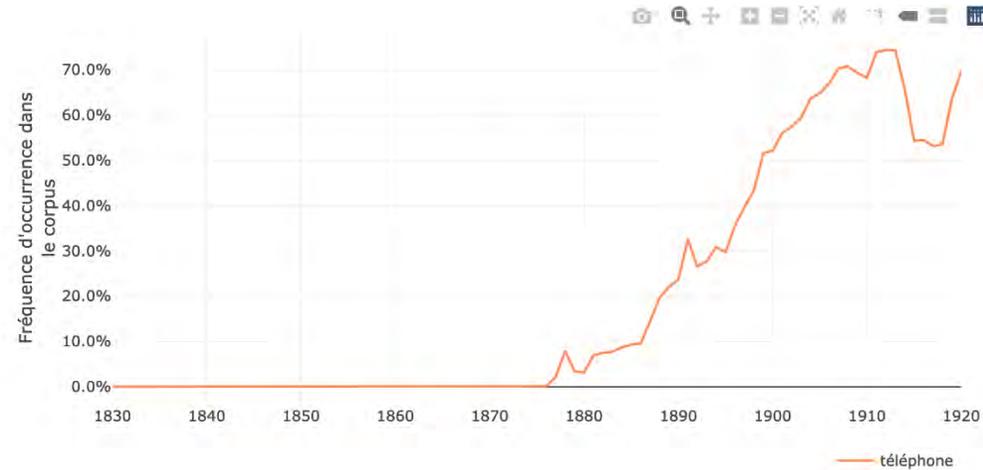
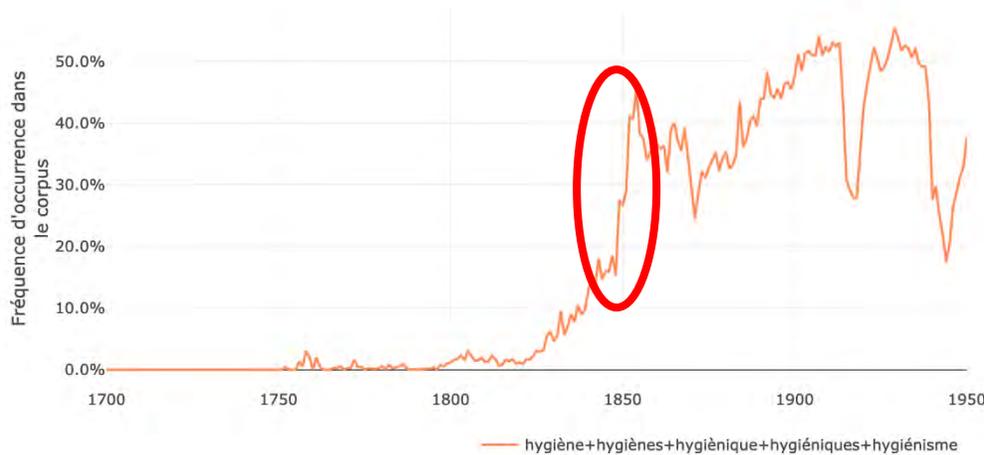
Source: Comin and Hobbijn (2004) and others
Note: See the sources tab for definitions of adoption rates by technology.

OurWorldInData.org/technology-adoption/ • CC BY

Nombres des STEPHANE STÉPHANIE



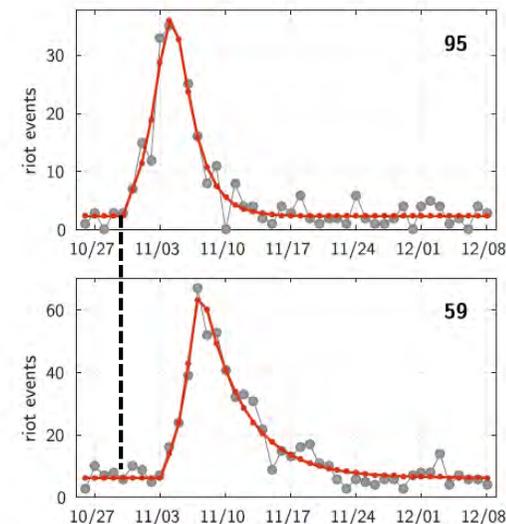
1. Quelques exemples de discontinuités/surgissements



(B. de Courson)

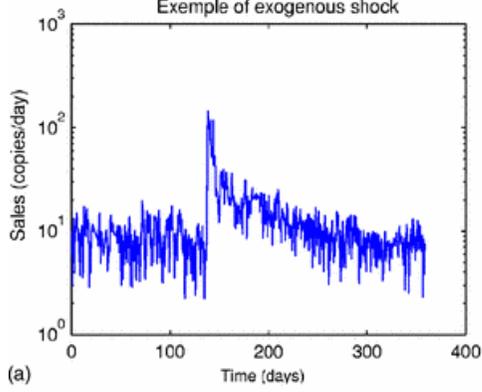


1. Quelques exemples de discontinuités/surgissements

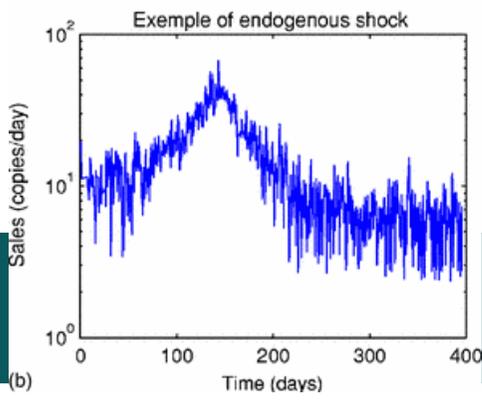


Clichy s/
Bois, 2005

Emeutes (Granovetter, Schelling, Bonnasse-Gahot, Beresticky, Nadal ...)

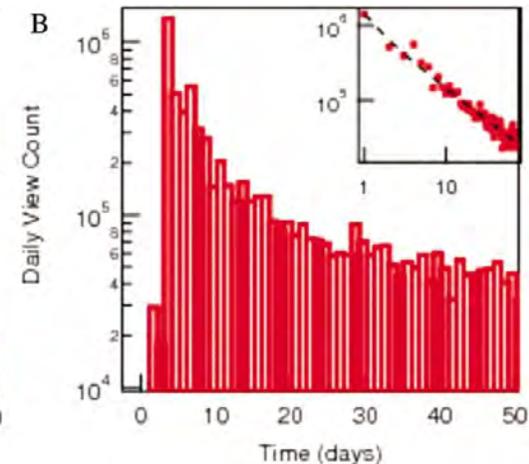
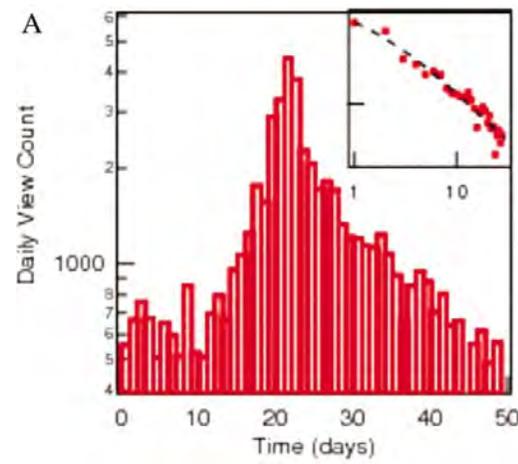


(a)



(b)

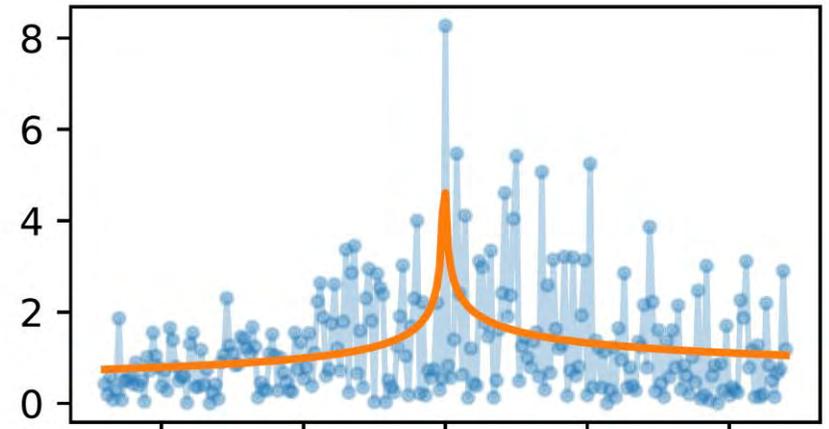
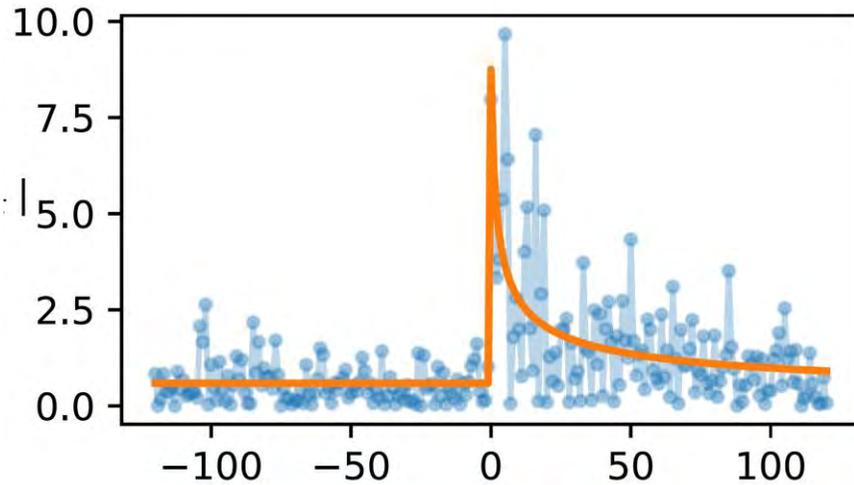
Vente de livres sur Amazon (Sornette et al.)



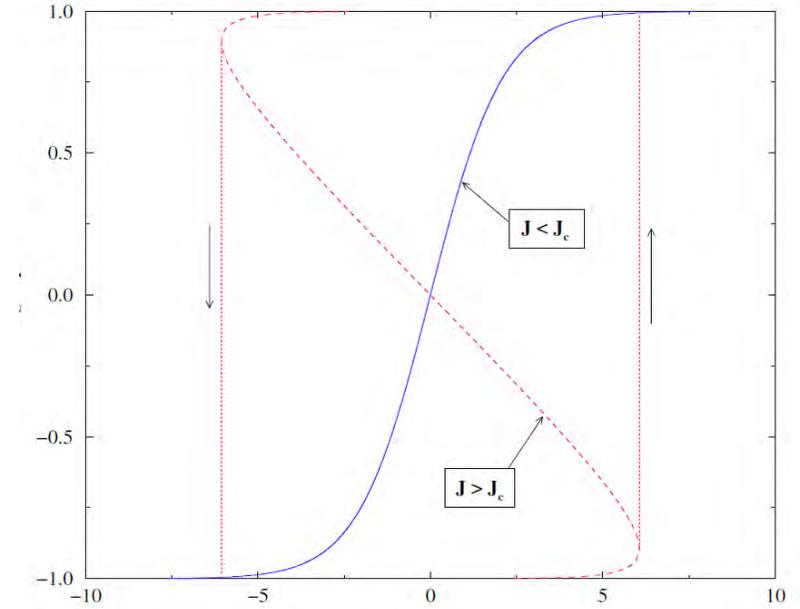
Vues sur YouTube (Sornette et al.)

1. Exogène vs. Endogène ?

Sauts de prix (actions US)



R. Marcaccioli et al.



2. Le RFIM, un modèle unificateur

$$S_i(t) = \text{signe} \left[h_i + H(t) + \sum_j J_{ij} S_j(t-1) \right]$$

h_i : Propension individuelle $\rho(h)$ (statique)
 $H(t)$: Information publique (e.g. qualité - prix)
 $J_{ij} S_j(t-1)$: Pression sociale

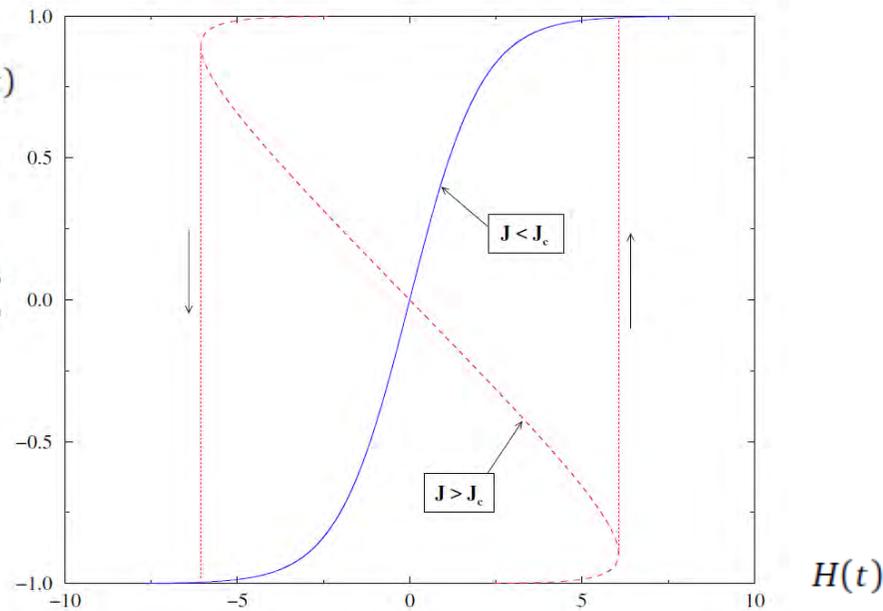
$S_i = \pm 1; \quad i = 1, \dots, N$
 ↑
 Confiance/Défiance
 Achat/Vente
 Vote/Abstention
 Etc.

2. Le RFIM : un modèle unificateur

➤ Le RFIM

- Modèle simplifié d'aimants désordonnés
- Modèle générique conduisant à une transition entre régime individuel et régime collectif
- Equilibres multiples, hystérèse
- Avalanches, discontinuités

$$m(t) = \frac{1}{N} \sum_i S_i(t)$$

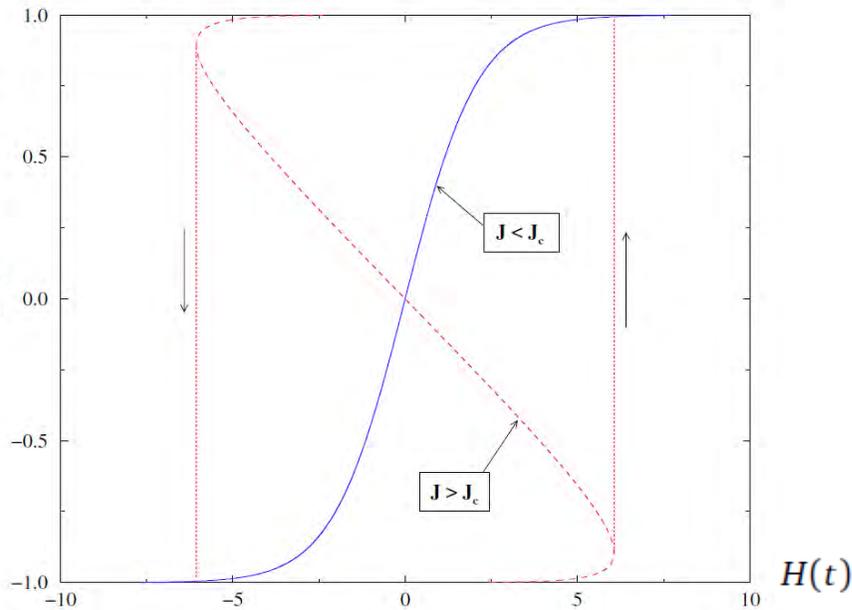


2. Le RFIM : un modèle unificateur

➤ Solution de champ moyen

- $J_{ij} = J/N \quad \forall ij$
- $J < J_c (=A \sigma)$: équilibre unique $\forall H$
- ➔ Régime individuel : courbe de « demande » peu déformée, qui se « raidit » au fur et à mesure que J augmente
- $J > J_c$: 1 ou 3 équilibres (dont un instable) dépendant de H
- ➔ Hystérèse et basculement collectif brutal (avec précurseur)

$$m(t) = \frac{1}{N} \sum_i s_i(t)$$



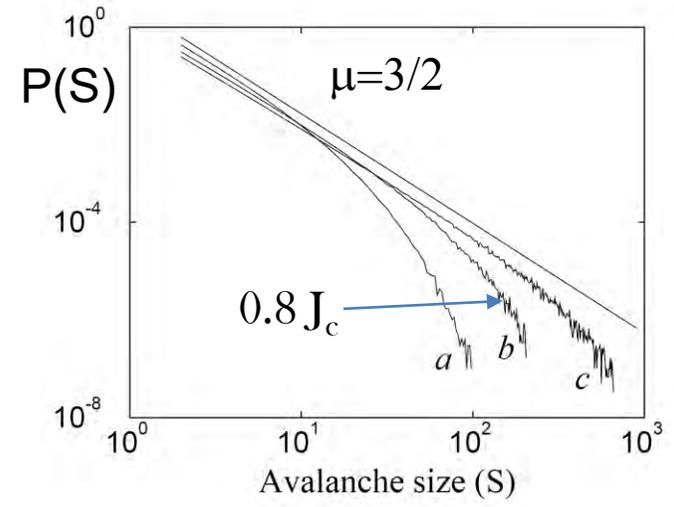
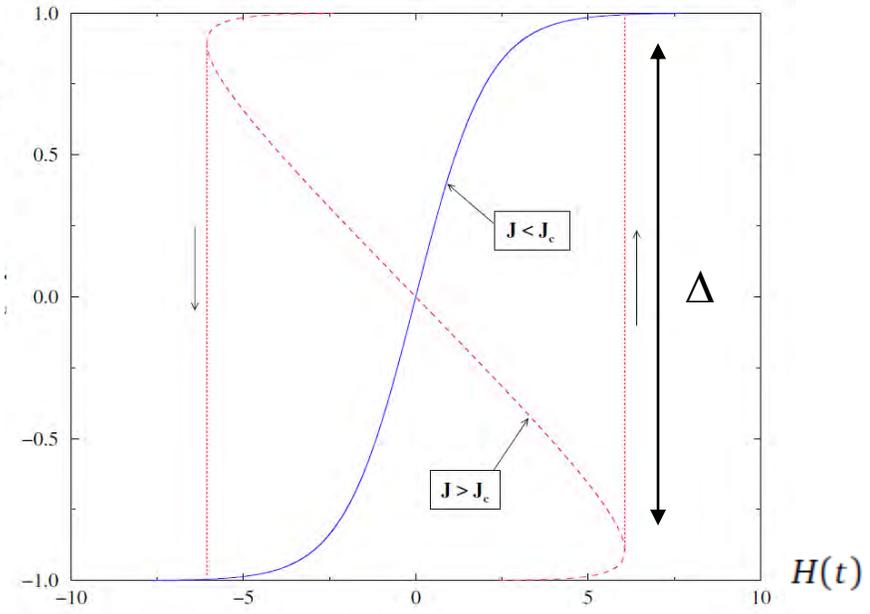
A conventional valuation which is established as the outcome of the mass psychology of a large number of ignorant individuals is liable to change violently as the result of a sudden fluctuation of opinion due to factors which do not really make much difference. . . .
 JM Keynes

2. Le RFIM : un modèle unificateur

➤ Solution de champ moyen

- $J_{ij} = J/N \quad \forall ij$
- $J < J_c (=A \sigma)$: équilibre unique $\forall H$
- ➔ Régime individuel : courbe de « demande » peu déformée, qui se « raidit » au fur et à mesure que J augmente
- $J > J_c$: 1 ou 3 équilibres (dont un instable) dépendant de H
- ➔ Hystérèse et basculement collectif brutal (avec précurseur)

$$m(t) = \frac{1}{N} \sum_i S_i(t)$$



3. Avalanches et lois d'échelle

➤ Solution de champ moyen

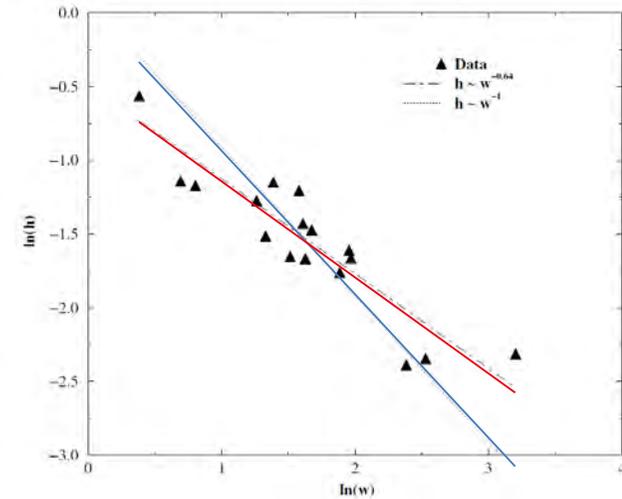
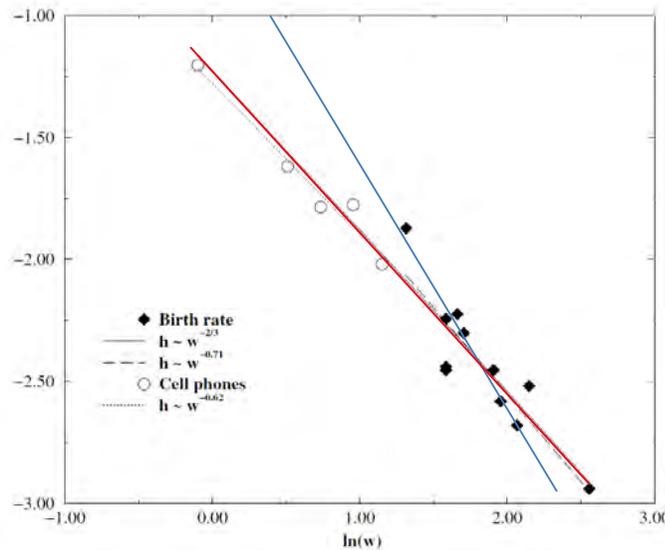
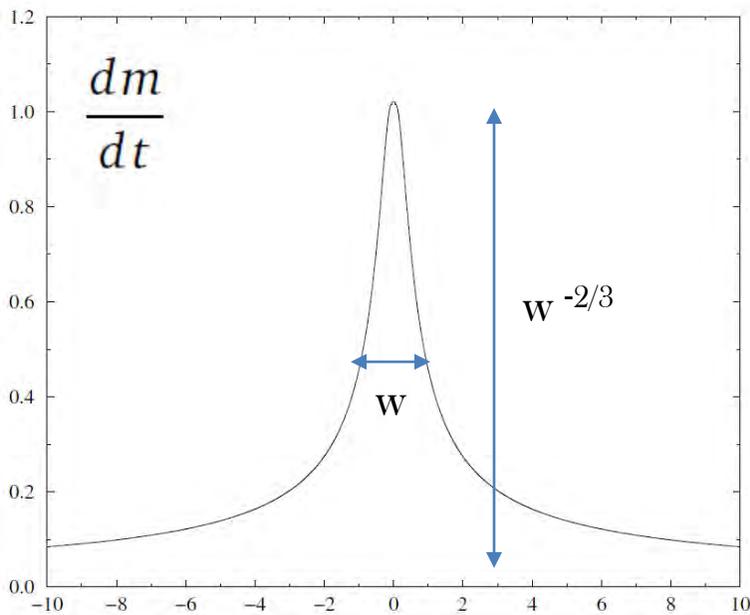
- $J < J_c$: équilibre unique $\forall H$
- $J > J_c$: 1 ou 3 équilibres (dont un instable), dépendant de H

• Discontinuité (saut) : $\Delta \sim (J - J_c)^{1/2}$

• Voisinage de J_c : avalanches critiques

Note : processus de branchement $\rightarrow \mu=3/2$

• Région critique assez étendue ($\sim 30\%$; cf. Dahmen & Sethna)



3. Avalanches et lois d'échelle

- Pour un graphe quelconque (de connectivité suffisante)
 - $J < J_c$: équilibre unique \rightarrow courbes d'adoption en S classiques
 - $J > J_c$: emballement divergent et courbes d'adoption discontinues
- Voisinage de J_c :
 - Avalanches critiques, exposants non triviaux
 - Accélération anormale de l'effondrement/du surgissement
 - Accord qualitatif avec les données (fertilité, applaudissements)



G. Becker

4. Optimisation fragile: le problème du restaurant

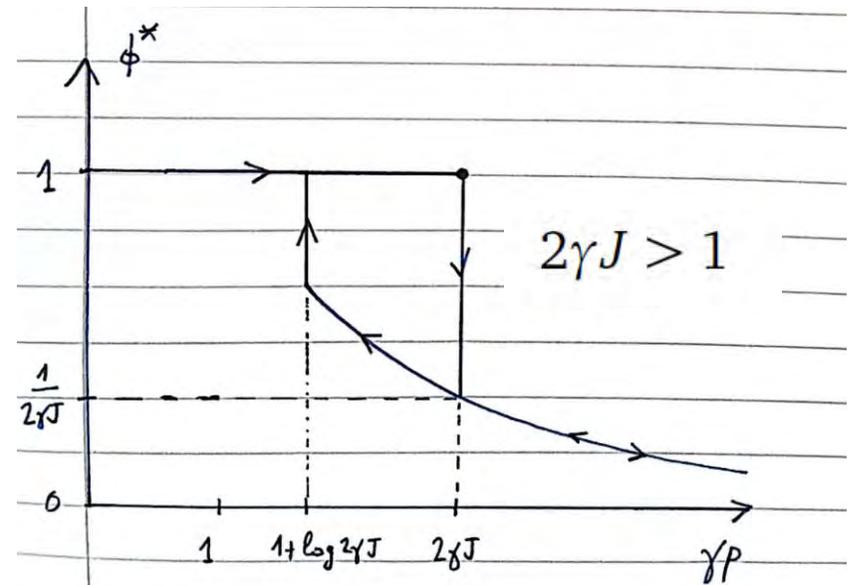
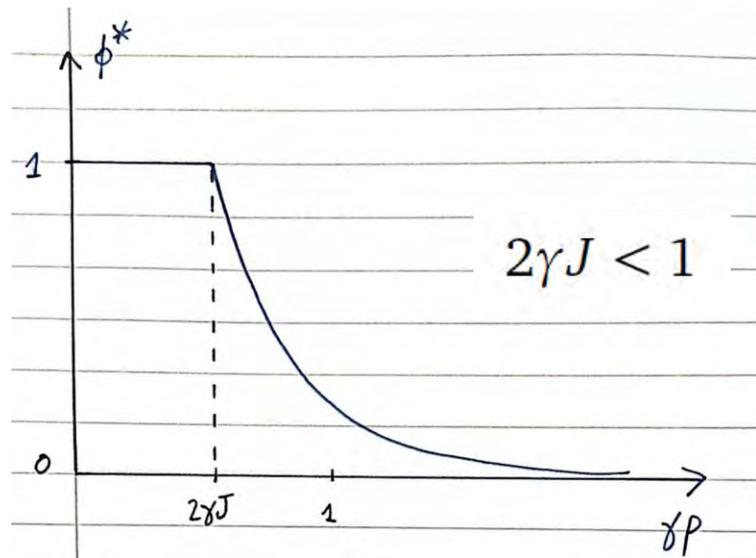


G. Becker

4. Optimisation fragile: le problème du restaurant

- $H(t)$ = qualité - prix $p(t)$
- h_i = « willingness to pay » idiosyncratique
- J = attrait pour un restaurant plein
- ϕ = taux de remplissage du restaurant

$$\phi = \mathbb{P}[h > p - 2J\phi]$$



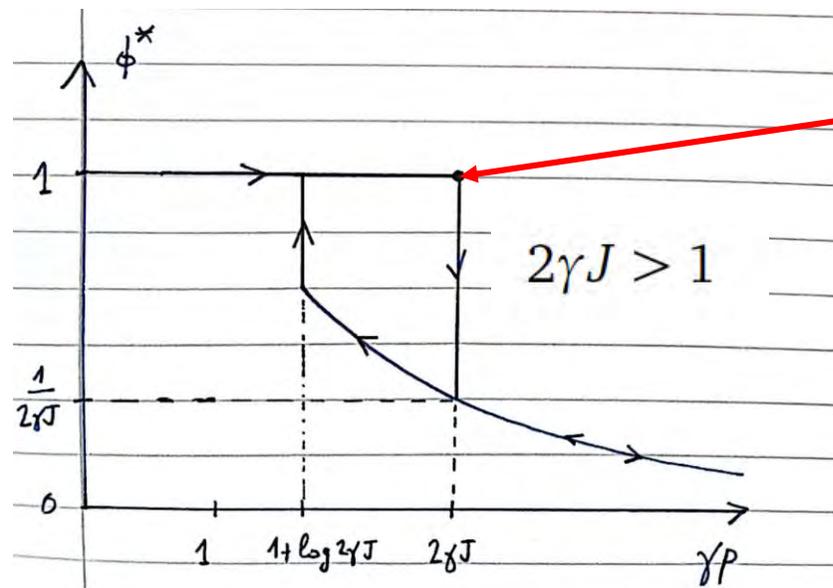
4. Optimisation fragile: le problème du restaurant

$$\phi = \mathbb{P}[h > p - 2J\phi]$$

$$\rho(h) = \gamma e^{-\gamma h}, \quad (h \geq 0)$$

$$\phi = \exp[\min(2J\phi - p, 0)]$$

- $2\gamma J < 1$: 1 solution $\phi^* \forall p$
- $2\gamma J > 1$: 2 ϕ^* possibles pour un certain intervalle de prix $[p_<, p_>]$



Point de fonctionnement optimal
(pour le restaurateur)

Cf. Nadal, Gordon, et al.

4. Optimisation fragile: le problème du restaurant

- $2\gamma J > 1$: le restaurateur peut augmenter son prix jusqu'à $p=2J$, en augmentant son profit sans perdre de clients, via sa popularité (J)
- Mais le point optimal est au bord d'une « falaise » : une légère augmentation du prix au-delà de $2J$ (mal connu) conduit à un effondrement irréversible de la clientèle
- Optimisation fragile (cf. 4, 7, 8) : souvent, optimisation = instabilité
- Note : pas de signal précurseur dans ce cas (cf. rupture fragile)

$$\mathbb{P}[S_i(t) = \pm 1] = \frac{e^{\pm\beta U_i(t)}}{2 \cosh(\beta U_i(t))}$$

Théorie du choix
 β : mesure d'irrationalité

$$U_i(t) := h_i + H(t) + \sum_j J_{ij} S_j(t-1)$$

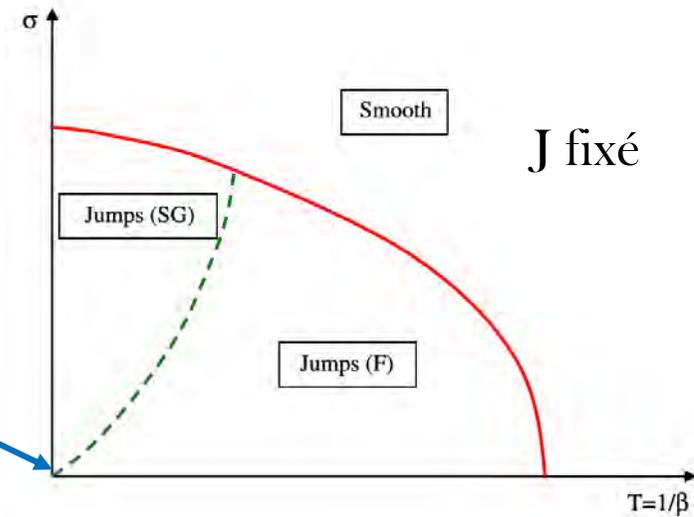
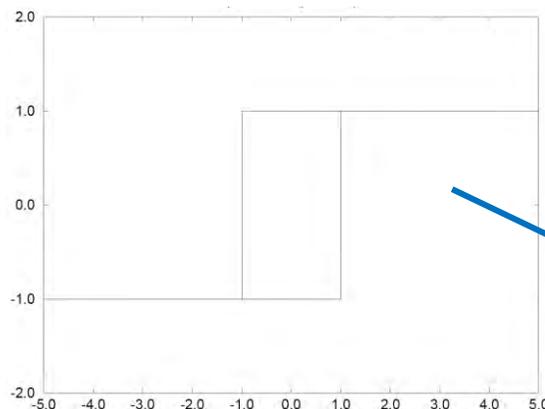
Propension
 individuelle
 $\rho(h)$, variance σ^2

Information
 publique

Pression
 sociale

5. Le RFIM à température non nulle

- La phénoménologie résiste à l'introduction de choix « irrationnels » tant que $\beta=1/T$ n'est pas trop petit



$$\mathbb{P}[S_i(t) = \pm 1] = \frac{e^{\pm\beta U_i(t)}}{2 \cosh(\beta U_i(t))}$$

Théorie du choix

β : mesure d'irrationalité

$$U_i(t) := h_i + H(t) + \sum_j J_{ij} S_j(t-1)$$

Propension
individuelle

$\rho(h)$ (statique)

Information
publique

Pression
sociale

5. Le RFIM à température non nulle

➤ Effets à N fini ou sur un graphe de connectivité finie : hystérèse « transitoire »

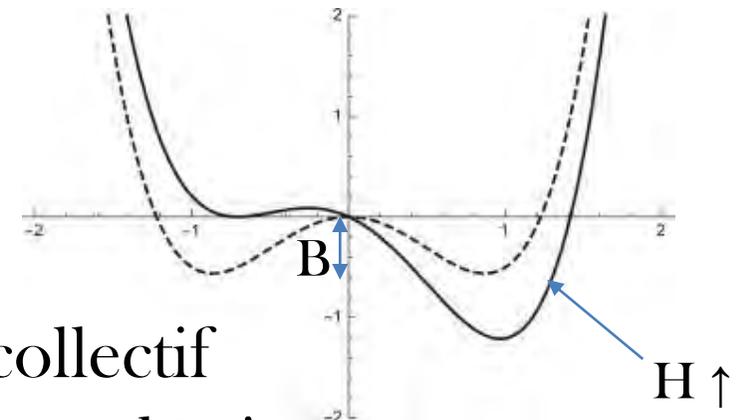
➔ Activation $\tau \sim \exp(\beta B)$

• Champ moyen: $B \sim N$

• $B(H_{\rightarrow}) = 0$

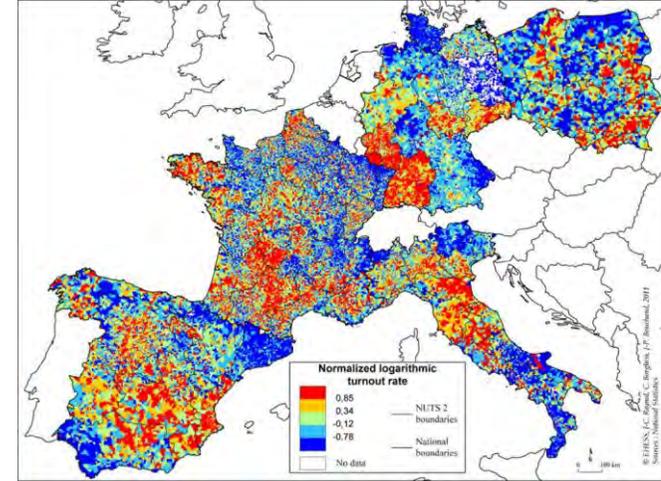
➤ Franchissement de la barrière : un effet collectif

➔ Catalyse de la transition: coordination ou nucléation





Emeutes, 2005, Clichy sous Bois
 Bonnasse-Gahot, Beresticky, Nadal et al.

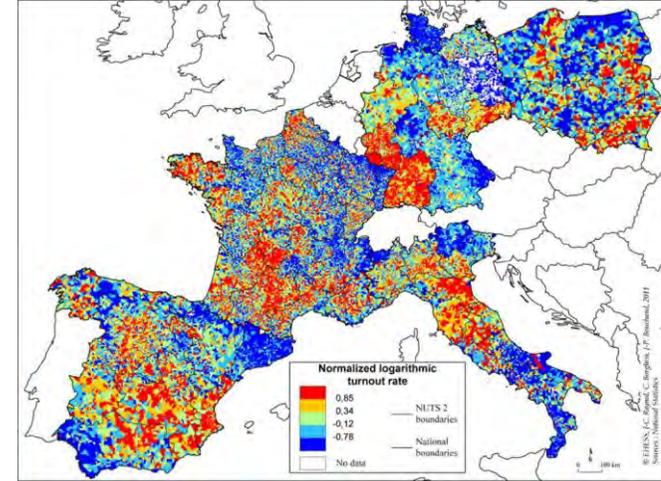


Taux de participation, Européennes 2004
 Borghesi, Raynal, JPB

6. Pression sociale, contagion: effets spatiaux



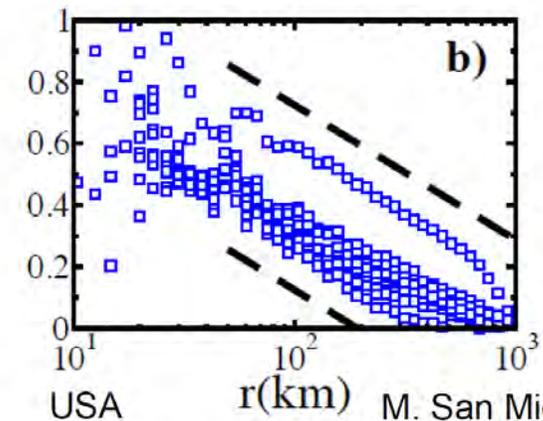
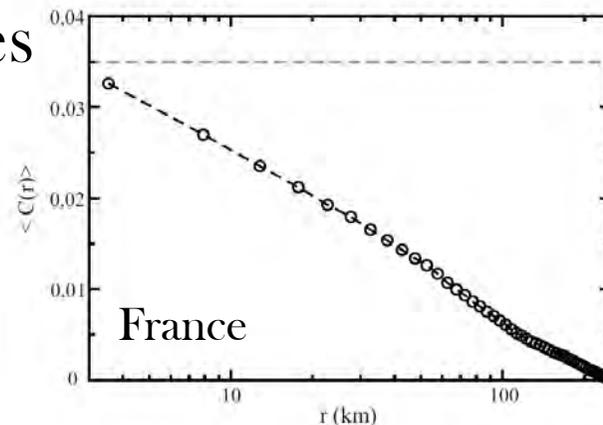
Emeutes, 2005, Clichy sous Bois
Bonnasse-Gahot, Beresticky, Nadal et al.

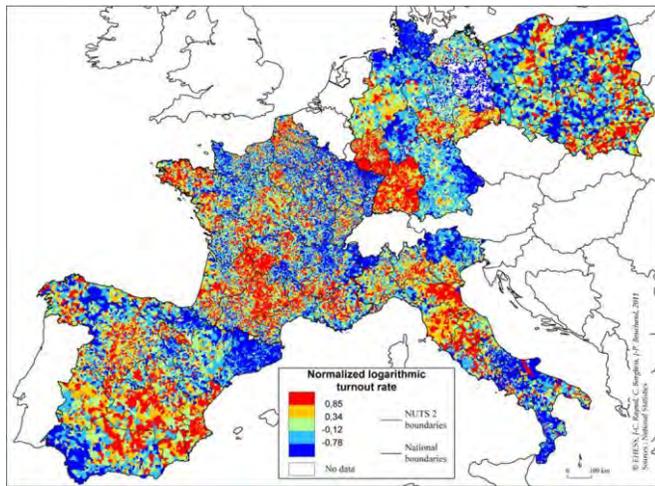


Taux de participation, Européennes 2004
Borghesi, Raynal, JPB

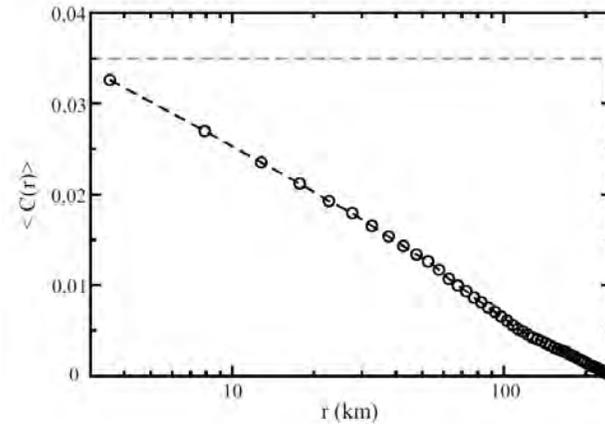
6. Pression sociale, contagion: effets spatiaux

- Diffusion spatiale des émeutes
- Corrélation logarithmique des taux de participation, ou de la polarisation des votes





Taux de participation, Européennes 2004
Borghesi, Raynal, JPB



6. Pression sociale, contagion: effets spatiaux

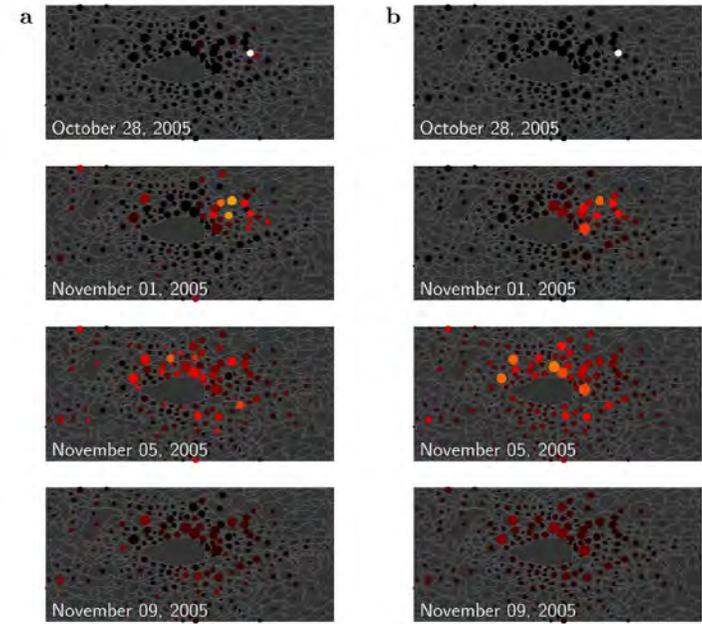
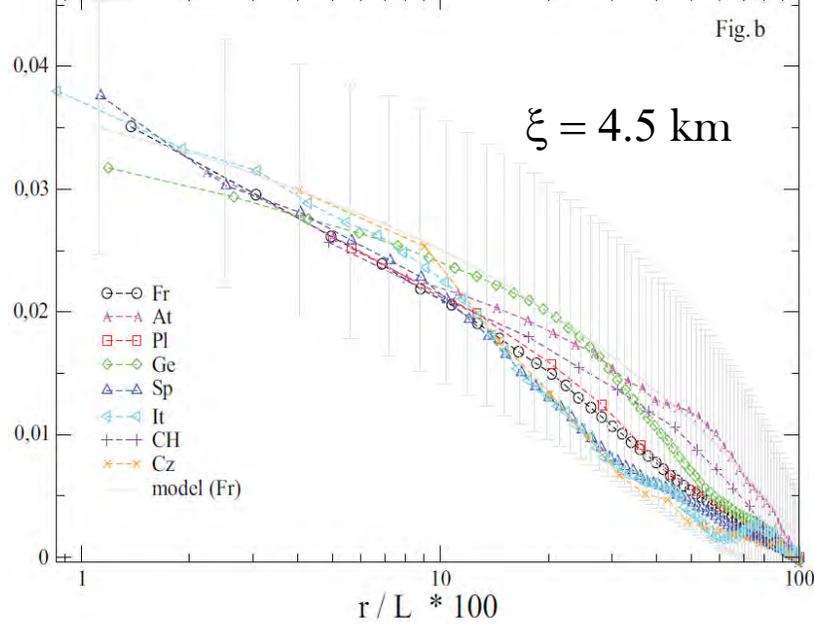
- Un modèle phénoménologique sur l'évolution des idiosyncrasies locales h

$$h_a = \mathbb{E}_{i \in a} [h_i]$$

$$\frac{\partial h_a}{\partial t} = \Gamma \sum_{b \neq a} F(|R_a - R_b|) (h_b - h_a) + \eta_a(t)$$

↑ Diffusion inter-communes des opinions
 ↑ Chocs idiosyncratiques

- Diffusion 2d bruitée (« EW », champ libre) → corrélations log



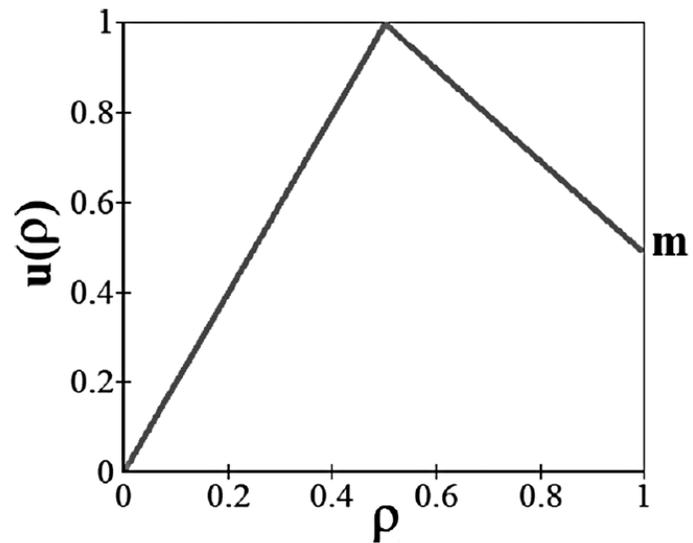
6. Pression sociale, contagion: effets spatiaux

- Un modèle phénoménologique pour l'évolution des idiosyncrasies locales h

$$h_a = \mathbb{E}_{i \in a}[h_i]$$

$$\frac{\partial h_a}{\partial t} = \Gamma \sum_{b \neq a} F(|R_a - R_b|)(h_b - h_a) + \eta_a(t)$$

- Note: un couplage similaire entre modèles « SIR » locaux pour le modèle de propagation d'émeutes (Bonnasse-Gahot, Beresticky, Nadal et al.)

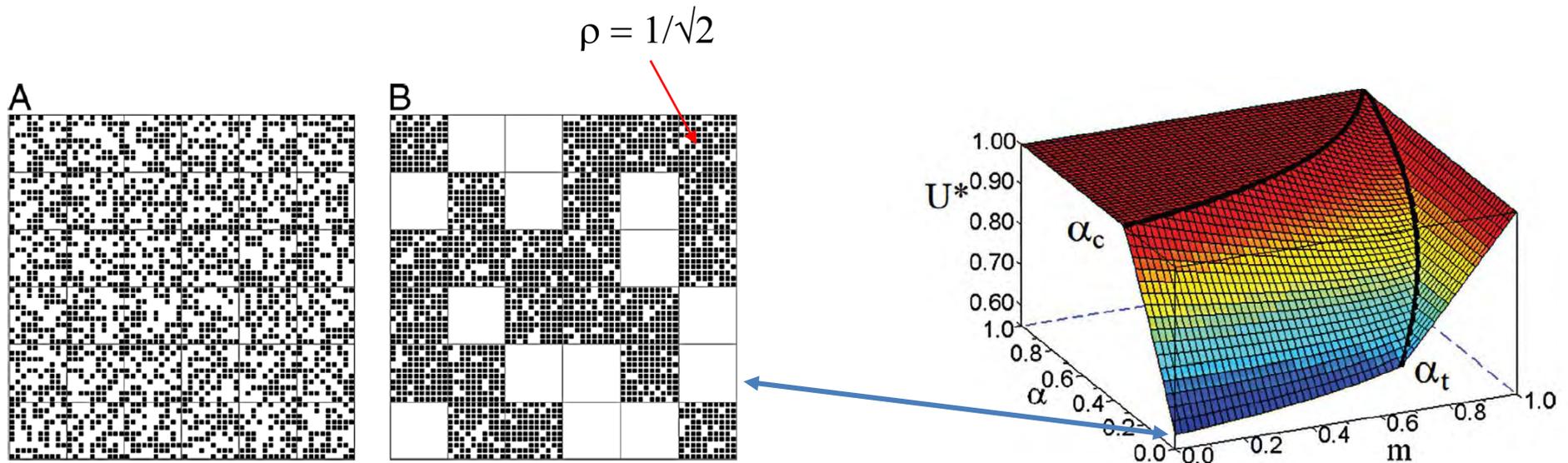


Grauwin, Bertin, Lemoy, Jensen

7. Ségrégation : le modèle de Schelling

- Chaque agent vit dans un « quartier » de densité locale ρ
- Son « utilité » est maximale lorsque $\rho = 1/2$
- Chaque agent peut choisir de déménager vers un autre quartier de densité ρ' avec probabilité

$$p = \frac{1}{1 + e^{\beta(u(\rho) - u(\rho'))}}$$
- La densité moyenne est égale à $1/2$ ce qui permet en principe à tous les agents de maximiser leur utilité



7. Ségrégation : le modèle de Schelling

- Mais à temps long et pour $\beta > \beta^*$, le système évolue vers un état ségrégué, analogue à la séparation de phase liquide-gaz
- La décision de chaque agent ne dépend pas de l'impact subi par les autres → état collectif sous optimal et faillite de la « main invisible » d'Adam Smith
- L'ajout d'une « taxe » α pénalisant les mouvements qui défavorisent les autres agents permet de retrouver l'optimum

« Our workers are no less productive than when this crisis began. Our minds are no less inventive, our goods and services no less needed than they were last week... »

Barack Obama, Janvier 2009

8. Conclusion : « Tipping Points »

- Agents hétérogènes sans interaction → comportement agrégé continu, courbes d'adoption en « S »
- En présence d'interaction (imitation): discontinuités, basculements
- Le RFIM : un modèle unificateur, que l'on peut calibrer sur des données pour tenter de séparer effets exogènes et endogène
- cf. Hawkes, cours 1
- Optimisation « fragile » (« Cliff-Edge » optimisation, cours 8)

8. Conclusion : « Tipping Points »

- Importance des courbes d'adoption & ingénierie sociale :
 - Vaccination, hygiène
 - Acceptation des règles, « nudge » : masques, vitesse limite, impôts, délinquance, criminalité
 - Abstention, polarisation politique, conventions sociales
- Contagion sociale et récits viraux (« narratives », cf. Shiller)

Pour aller plus loin

- Références: voir page d'accueil du cours
- Séminaire: Irene Giardina
**Collective Behaviour in Animal Groups: A
Statistical Physics Perspective**