

INDETERMINATION ET IRRATIONALITE

Cours du 24 janvier

1. Elicitation [anglicisme !] des croyances.

Prenons comme exemple la détermination de la probabilité d'une attaque d'Al Qaida sur le territoire français pendant l'année 2008. On demande à l'individu en question laquelle des deux loteries il préfère :

Loterie I : cent euros dans le cas d'une attaque réussie, autrement 0

Loterie II : cent euros avec probabilité $p\%$, 0 avec probabilité $(100-p)\%$

Le chiffre p est choisi de manière arbitraire. Nous supposons que l'individu en question n'a aucun lien affectif ni avec la France ni avec Al Qaida. Cette stipulation est nécessaire afin d'éliminer un rôle possible de préférences substantielles concernant l'attaque.

Si l'individu exprime une préférence pour la loterie II, c'est que dans sa conception subjective, la probabilité d'une attaque est inférieure à p . On reprend donc en lui donnant le choix entre la loterie I et une troisième loterie :

Loterie III : cent euros avec probabilité p' ($p' < p$), 0 avec probabilité $(100-p')$

S'il préfère la Loterie III à la Loterie I, on baisse encore la probabilité p' jusqu'au point où l'agent est indifférent entre les deux loteries. Supposons que c'est le cas pour la probabilité p^* . On dit alors que sa conception subjective de la probabilité d'une attaque égale p^* . S'il préfère la Loterie I à la Loterie III, on augmente la probabilité jusqu'à ce que cette même indifférence se produise.

Cette procédure permet en effet de tirer de l'agent des énoncés de préférence. Reste à savoir si ceux-ci se prêtent à une interprétation en termes de croyances. On a démontré que la probabilité finale p^* est extrêmement sensible au choix de la probabilité initiale p . Plus l'une est élevée, plus l'autre l'est également. Si le processus ne faisait que révéler des croyances stables et fixes, cet « ancrage » ne devrait pas se produire. L'importance de l'effet d'ancrage indique que nous n'avons pas affaire à des croyances préexistantes qu'il s'agirait simplement de révéler, et que les croyances exprimées sont largement un artefact de la procédure elle-même.

2. Le principe de raison insuffisante.

Même en reconnaissant l'existence de situations d'incertitude, où l'agent ne dispose pas d'informations concrètes lui permettant d'assigner des probabilités précises aux conséquences des diverses options, certains chercheurs affirment néanmoins que cette ignorance même peut servir à la formation de croyances. Le principe de raison insuffisante imposerait en effet l'attribution de probabilités égales à chacune des conséquences possibles. Dans mes observations sur cette idée je me limiterai à l'incertitude brute, même si l'on a aussi proposé d'appliquer le principe de raison insuffisante aux interactions stratégiques.

On peut faire deux objections distinctes à cette procédure. En premier lieu, elle dépend, de manière arbitraire, de la partition de l'espace des états du monde possibles. En deuxième lieu, elle dépend, de manière également arbitraire, de la conceptualisation de ces mêmes états.

Pour la première objection, supposons que nous poursuivons un voleur à travers champ et que nous arrivons à un point de trisection du chemin, qui se divise en deux branches montant vers le nord et une branche descendant vers le sud. Comme nous ne disposons d'aucune information qui rende plus probable le choix du voleur de l'un des trois chemins plutôt que d'un autre, nous faisons

appel au principe de raison insuffisante pour conclure qu'il a pu choisir chacun d'entre eux avec une probabilité d'un tiers. Or puisque nous ne disposons pas non plus d'informations qui permettent de dire s'il est allé au nord ou au sud, chacune de ces alternatives reçoit, selon le même principe, la probabilité de 50%. Or la probabilité qu'il a pris la direction du sud ne saurait être à la fois égale à un tiers et à 50%.

Face à cette objection, on a proposé la solution suivante.

Werner Sinn, "Rehabilitation of the principle of insufficient reason",
Quarterly Journal of Economics 1980

Puisque rien ne nous permet de préférer ni la partition en deux ni la partition en trois, nous devons considérer ces deux partitions comme également plausibles. Ainsi la probabilité que le voleur ait pris le chemin descendant serait la moyenne d'un tiers et de la moitié, autrement dit cinq douzièmes.

Sans insister sur le caractère artificiel de cette solution, observons simplement qu'elle ne saurait s'appliquer aux situations comportant un nombre indéfini de partitions possibles. Imaginons, par exemple, qu'il n'y ait pas de chemins mais simplement un paysage vallonné qui permet au voleur de s'échapper dans tout un éventail de directions possibles.

On peut illustrer la deuxième objection par le cas de la prévision du climat. En tentant de quantifier les effets de l'émission de gaz à effet de serre, on suppose souvent que les variables pertinentes ont une distribution de probabilité uniforme, c'est-à-dire que la vraie valeur de la variable a une probabilité égale de se trouver dans chaque intervalle de longueur égale. Même si les auteurs ne font pas explicitement appel au principe de raison insuffisante, c'est bien de celui-ci qu'il s'agit.

Dans un article récent,

D. Stainforth et al., « Confidence, uncertainty and decision-support

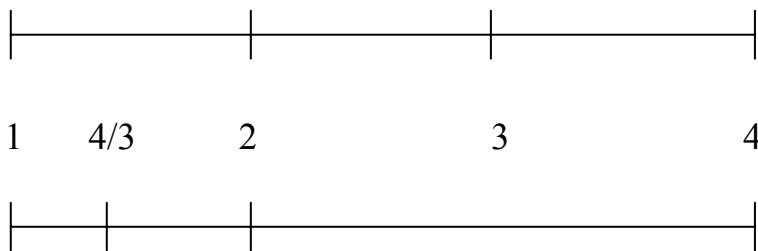
relevance in climate predictions”, Philosophical Transactions of the Royal Society 2007

on a démontré la part d’arbitraire de ces procédés. Pour modéliser le processus de changement climatique, on est parfois libre de choisir ou bien une variable x ou son inverse $1/x$. Dans leur exemple, on peut utiliser ou bien la variable « la durée de rétention de la glace par les nuages » ou bien la variable « taux de chute de la glace des nuages », la seconde étant l’inverse de la première. Or si l’on utilise la distribution uniforme pour la première variable, la seconde aura une distribution non uniforme.

Supposons que tout ce que nous savons, c’est qu’à cause de contraintes physiques, la valeur vraie de x se trouve entre 1 et 4.

Distribution uniforme de x : probabilité égale que la vraie valeur de x se trouve dans $[1, 2]$, $[2, 3]$ et $[3, 4]$.

Distribution uniforme de $1/x$: probabilité égale que la vraie valeur de $1/x$ se trouve dans $[1/4, 1/2]$, $[1/2, 3/4]$, $[3/4, 1]$, donc probabilité égale que la vraie valeur de x se trouve dans $[1, 4/3]$, $[4/3, 2]$ et $[2, 4]$.



Comme vous le constatez, les intervalles dans lesquelles la vraie valeur de x se trouve à probabilité égale sont très différentes dans les deux hypothèses. Comme il n’y a aucune raison de choisir l’une des conceptualisations plutôt que l’autre, le principe de raison insuffisante se montre, encore une fois, indéterminé.

3. Le choix d’une filière d’éducation

Revenons au problème du choix d'une carrière du point de vue des interactions stratégiques, et considérons le cas précis d'une personne qui vient de passer son baccalauréat et qui se demande quelle filière universitaire choisir. Tout ce qui l'intéresse, c'est le salaire qu'elle pourra obtenir à la fin de ses études. Sachant que ce salaire est une fonction de l'offre et de la demande dans les diverses professions et ayant de bonnes raisons, supposons-le, de croire que la demande va rester constante, cette personne n'a plus qu'à se former une idée de l'offre. Cette dernière dépend évidemment du nombre d'autres individus qui se trouvent dans des situations semblables à la sienne et qui feront le choix de telle ou telle filière. En d'autres termes, nous avons affaire à une interaction stratégique qu'on peut représenter dans le cadre de la théorie des jeux, comme l'ont fait notamment Raymond Boudon, Janina Lagneau et Philippe Cibois dans un article classique :

Raymond Boudon, Janina Lagneau et Philippe Cibois, « L'enseignement supérieur court et pièges de l'action collective », Revue française de sociologie 16 (1975), 159-88.

Pour mes fins ici je me pencherai seulement sur le cas spécial que les auteurs soulèvent dans la note 41 de l'article. Il s'agit d'un cas stylisé, mais qui permet néanmoins de saisir l'essentiel de la situation de choix interdépendants.

Nous contemplons une cohorte de 20 étudiants, de talent égal. Ils ont le choix entre la filière longue de l'université classique et la filière courte des Institutions Universitaires de Technologie. S'ils choisissent la filière courte, ils ont tous la garantie d'un emploi rémunéré à 1.5 franc (je retiens les chiffres, évidemment arbitraires, de l'article). S'ils prennent la filière longue, l'issue dépend du nombre d'autres étudiants qui l'ont choisie. De manière plus précise, pour ces étudiants il y aura six emplois payés deux francs chacun et huit emplois payés 1 franc chacun. Si plus de 14 étudiants choisissent la filière longue, le surplus sera au chômage et ne gagnera rien. On suppose que le hasard détermine qui appartiendra à chacune des trois catégories.

Supposons maintenant que x étudiants sur vingt font le choix de la filière longue. Tant que $x \leq 6$, ils auront chacun un salaire de deux francs. Avec $6 \leq x \leq 14$, le salaire total sera de $6 \cdot 2 + (x-6) \cdot 1 = x+6$, et le salaire moyen ou attendu donc de $(x+6)/x = 1+6/x$. Le salaire attendu de la filière longue égale donc le salaire de la filière courte lorsque $x = 12$. Pour chaque étudiant supplémentaire qui choisit la filière longue, le salaire attendu baisse au-dessous du salaire de la filière courte.

Dans ces conditions, les étudiants n'ont pas de stratégie dominante. Chacun d'entre eux doit se faire une opinion sur le choix probable des autres avant de faire son propre choix. Dans ce qu'on appelle l'équilibre du jeu, chacun choisit une stratégie qui est la réponse optimale à l'ensemble des stratégies choisies par les autres, en ce sens que personne n'a intérêt à dévier de manière unilatérale.

Dans le jeu qui nous concerne, l'équilibre consiste en un ensemble de stratégies mixtes : chaque étudiant choisit la filière longue avec une probabilité de $12/20$ et la filière courte avec une probabilité de $8/20$. En simplifiant un peu, on aura 12 étudiants pour la filière longue, juste le nombre qui égalise leur salaire attendu et le salaire de la filière courte. Au total, on aura six étudiants qui gagnent deux francs, six qui gagnent un franc, et six qui gagnent 1.5 franc.

Comme l'indique le titre de leur article, les auteurs s'intéressent surtout à une propriété perverse de cet équilibre. Il serait mieux pour la cohorte tout entière que les étudiants choisissent la filière courte avec une probabilité de $6/20$, puisque alors il y aura six étudiants qui gagnent deux francs et 14 qui gagnent 1.5 francs. Or la rationalité individuelle va à l'encontre de l'optimalité collective.

De mon point de vue, il est plus intéressant de contester la proposition selon laquelle chaque étudiant va faire le choix probabiliste en supposant que les autres vont faire de même. Cet équilibre est extrêmement fragile, car il comporte pour chaque étudiant un salaire attendu de 1.5 franc, c'est-à-dire exactement le même

que celui qu'il est certain de pouvoir gagner en prenant la filière courte. Pourquoi donc courir le risque d'un surplus d'étudiants, c'est-à-dire plus de douze, dans la filière longue, ce qui ferait baisser le salaire au-dessous de 1.5 franc? Ne vaut-il pas mieux opter pour la filière courte? Certes, un individu rationnel ne manquera pas de se demander si les autres ne vont pas en faire autant. S'ils le font, il pourra s'assurer un salaire de deux francs en choisissant la filière longue. Un moment de réflexion suffira pourtant pour qu'il comprenne que les autres sont capables de faire le même raisonnement, et ainsi de suite. Puisque l'idée de croyance rationnelle est indéterminée, celle de choix rationnel l'est aussi.

4. Deux jeux à équilibres multiples

Considérons les deux jeux souvent appelés, pour des raisons sans intérêt pour notre propos, « La Lutte des Sexes » et le « Jeu de la Poule Mouillée » (Game of Chicken). Je vais illustrer le premier par l'adoption d'un système de poids et de mesures et le second par la construction d'un phare.

Dans le monde contemporain coexistent deux systèmes de poids et de mesures, qu'on peut appeler, pour faire bref, le système anglais et le système continental. Supposons qu'il soit dans l'intérêt de chaque bloc de pays d'avoir un système commun, en ce sens que même pour le bloc qui aurait à adopter le système de l'autre les gains l'emporteraient sur les coûts de transition.

		Le bloc anglais	
		Adopter le système anglais	Adopter le système continental
Le bloc continental	Adopter le système anglais	(3, 4)	(1, 1)
	Adopter le système continental	(2, 2)	(4, 3)

LA LUTTE DES SEXES

Comme d'habitude, le premier nombre dans chaque case représente l'évaluation de la situation du point de vue du bloc continental et le second chiffre l'évaluation qu'en fait le bloc anglais. On peut évidemment ignorer la case (1, 1), qui représente la situation dans laquelle chaque bloc adopterait le système de l'autre. La case (2, 2), qui constitue le statu quo, n'est pas un équilibre, car chaque bloc gagnerait à en dévier unilatéralement. Les deux autres cases constituent des équilibres distincts, dont chacun offre aux deux blocs les avantages de la coordination tandis que l'un des blocs y souffre les coûts de transition. Si l'on suppose, comme on le fait toujours dans la théorie des jeux, que la décision d'adopter ou non un nouveau système se fait de manière unilatérale et non coordonnée, on voit que la parfaite symétrie des deux équilibres rend impossible la coordination tacite sur l'un d'entre eux. Aucun des deux blocs ne saurait former une anticipation rationnelle du choix de l'autre.

Dans la pratique, de telles questions se résolvent souvent par la négociation et par la compensation du perdant par le gagnant. Si cette solution ne s'est pas produite pour les systèmes de poids et de mesures, la raison ne s'en trouve pas forcément dans l'indétermination que je viens d'expliquer. Il se peut aussi que les coûts de transition, qui se feront sentir immédiatement, pèsent plus lourd que les gains à long terme, non seulement parce que ces derniers sont plus éloignés dans le temps mais aussi parce qu'ils sont sujets à des incertitudes beaucoup plus importantes. On constate donc, dans cet exemple, la présence de multiples obstacles à la formation de croyances rationnelles.

Pour illustrer le Jeu de la Poule Mouillée, considérons le cas de deux armateurs utilisant le même port. Chacun d'eux a besoin d'un phare, et serait même prêt à en payer tout seul les frais de construction. S'il le faisait, il mettrait nécessairement du même coup le phare à la disposition gratuite de son concurrent. Comme le phare est un bien public, il serait impossible de faire payer un loyer au concurrent.

		Armateur B	
		Construire	Ne pas construire
Armateur A	Construire	(3, 3)	(2, 4)
	Ne pas construire	(4, 2)	(1, 1)

|

LE JEU DE LA POULE MOUILLEE

Comme vous le constatez, il est dans l'intérêt de chaque armateur de construire le phare si et seulement si l'autre ne le fait pas. Le choix est donc entièrement indéterminé.