Physique mésoscopique

M. Michel Devoret, membre de l'Institut
(Académie des sciences), professeur

Enseignement au Collège

Cours : Introduction au calcul quantique

En informatique, la notion de « bit », unité élémentaire d'information, est souvent discutée en termes mathématiques, par exemple lorsqu'on aborde les opérations booléennes ou la capacité d'un canal de transmission. Ceci est justifié par l'universalité de la plupart des algorithmes de calcul et des protocoles de communication, qui sont largement indépendants des détails concrets de l'implémentation physique des signaux. Toutefois, quand on s'intéresse aux limites ultimes du traitement de l'information, et en particulier à celles de ses caractéristiques comme le débit, le volume de données, la consommation d'énergie, le temps de latence, etc., la nature physique des degrés de liberté porteurs de l'information et leurs interactions mutuelles deviennent cruciales. Dans les cours de physique mésoscopique, nous explorons la physique des dispositifs et des circuits électroniques qui traitent l'information au niveau le plus élémentaire : le un et le zéro sont représentés par la présence et l'absence d'un quantum d'excitation des champs électromagnétiques du circuit. Les leçons de cette année ont abordé les principes fondamentaux du calcul quantique, la manipulation coordonnée des bits d'un registre quantique.

La **première leçon** a été consacrée à la discussion des différences entre bits classiques et bits quantiques, puis s'est poursuivie par un rappel des opérations élémentaires à la base du calcul classique. Le but de ce rappel était d'introduire le concept fondamental de jeu d'opérations universelles sur lequel est construite la notion d'algorithme. Une autre idée-force introduite dans cette leçon a été celle d'opération élémentaire réversible, indispensable pour comprendre le passage des opérations classiques aux opérations quantiques. Dans une mémoire vive classique, par exemple la mémoire d'un registre de données du processeur d'un microordinateur, un bit d'information est représenté par un système à deux états stables séparés par une barrière de potentiel. Ainsi, dans le circuit « flip-flop » CMOS, les deux attracteurs correspondent à deux états de tension du nœud électrique situé entre deux transistors complémentaires. Écrire une valeur du bit, par exemple zéro, revient à placer le système dans celui de ces deux états qui a été choisi par convention pour représenter le zéro. L'opération booléenne NON correspond au basculement du système d'un état à l'autre. Le caractère dissipatif du système classique est crucial. En effet, lorsqu'une perturbation (bruit thermique ou parasite électromagnétique) écarte du point attracteur le point représentatif du système, celui-ci y revient rapidement, à moins que le bruit soit tel que le système ait atteint la séparatrice entre les deux attracteurs. Le basculement incontrôlé du système d'un état à l'autre, qui crée une erreur, nécessite donc une fluctuation possédant une énergie de l'ordre de la hauteur de la barrière séparant les deux attracteurs. Ce processus activé, soumis à la loi d'Arrhénius, est extrêmement rare en pratique, ce qui explique le très faible taux d'erreur des ordinateurs actuels, souvent négligeable par rapport à celui des erreurs logicielles du système d'exploitation. L'information quantique, en revanche, est représentée par une paire d'états d'un système dynamique non-dissipatif. Elle ne possède donc pas de mécanisme correcteur d'erreur intégré, ce qui la rend beaucoup plus fragile que l'information classique. En fait, la dissipation tend à détruire le caractère quantique de l'information car elle crée de l'intrication entre le système représentant l'information et des degrés de liberté incontrôlés de l'environnement. Nous avons aussi établi dans cette leçon la distinction entre les opérations booléennes linéaires, comme le OU exclusif, et celles non-linéaires, comme le NAND. Le cours de cette année s'est limité aux opérations quantiques linéaires, mais elles sont suffisantes pour réaliser la correction quantique d'erreur, tâche de fond de tout processeur quantique.

La **seconde leçon** a été consacrée aux propriétés des matrices de Pauli et à la description des primitives de l'information quantique. En effet, si le traitement de l'information classique est basé sur le très élémentaire groupe de Boole, l'information quantique, quant à elle, est basée sur le groupe non commutatif des quaternions, dont les matrices de Pauli donnent une base de représentation. Le groupe des quaternions est en fait le plus petit groupe non-commutatif dont tous les sous-groupes sont normaux, c'est-à-dire invariant par conjugaison avec les autres éléments du groupe. Cette propriété mathématique fondamentale se traduit physiquement par le caractère parallèle des observables et des opérateurs d'évolution en mécanique quantique. La géométrie de la sphère de Bloch, sur laquelle on peut voir très concrètement états et opérateurs quantiques pour un qubit unique, a été traitée en détail. Nous avons aussi introduit dans cette leçon la notion de registre quantique et celle d'opérateurs de Pauli généralisés à plusieurs qubits. L'universalité de certaines portes quantiques, à partir de laquelle on peut réaliser n'importe quel algorithme, a également été introduite. Enfin, nous avons discuté le caractère réversible du calcul quantique et la notation de « portée musicale » dans laquelle chaque qubit est une ligne et où les opérations à un qubit se présentent à la manière de notes de musique.

Dans la **troisième leçon**, nous avons traité le formalisme des stabilisateurs pour la représentation des états quantiques. Ces stabilisateurs jouent en effet un rôle très important pour toutes les opérations quantiques de base, en particulier la correction quantique d'erreur. Ces sous-groupes commutatifs particuliers du groupe de Pauli pour le registre correspondent à des ensembles d'observables dont les mesures sont compatibles entre elles : la mesure de l'une ne modifie pas la mesure des autres. L'ensemble des états propres de tous ces stabilisateurs constitue une sorte de squelette de l'espace de Hilbert du système. Plutôt que d'être représentés par leur fonction d'onde dans la base de calcul, ces états propres peuvent être donnés par la liste des opérateurs de Pauli constituant le stabilisateur. Cette notation devient extrêmement économe quand on traite des registres à plus de deux qubits et fait mieux ressortir à la fois les symétries des états, et la façon dont on peut passer de l'un à l'autre par les portes primitives. La leçon s'est terminée par les « cartes » de stabilisateurs exprimant les relations de voisinage entre eux. Ce mode de représentation permet de mieux apprécier le caractère conservatif d'un algorithme quantique en mettant toutes les bases sur un pied d'égalité.

Le calcul de Clifford a été traité dans la **quatrième leçon.** Chaque opération quantique peut-être vue comme une rotation dans l'espace de Hilbert des états du registre. Si on se limite aux rotations de $\pi/2$, on obtient ce que l'on appelle le groupe de Clifford du registre, qui est un sous-groupe du groupe complet du registre noté SU(2N), où N est le nombre de qubits. Chaque opération sur le registre est maintenant un élément discret d'un groupe fini, et le calcul quantique peut être considéré dans cette mécanique quantique miniature comme une simple généralisation non-commutative du calcul booléen. Nous avons commencé la leçon par une revue approfondie des propriétés des stabilisateurs sur lesquels sont effectuées les opérations de Clifford. Le logarithme de leur nombre, que l'on peut voir comme la mesure de l'information quantique, est super-extensif. Il croît en effet comme le carré du nombre de qubits. Cette propriété indique nettement la supériorité de l'information quantique sur l'information classique. Toutefois, elle est à la base du théorème de Gottesman et Knill qui ont démontré que si l'on se limite aux opérations de Clifford, l'algorithmique quantique ne peut offrir qu'un avantage polynomial par rapport à l'algorithmique classique correspondante. Dans la dernière partie de la leçon nous avons discuté d'une caractéristique fondamentale des portes quantiques : celle d'être symétrique vis-à-vis de l'ensemble des qubits mis en jeu. Contrairement aux portes classiques pour lesquelles bit de contrôle et bit cible jouent des rôles intrinsèquement irréconciliables, les bits quantiques jouent dans une porte les deux rôles simultanément, ce qui est réclamé en fait par le principe universel d'action et réaction. Si les bits classiques semblent échapper à ce principe de base de la physique, qui transcende la dichotomie classique-quantique, c'est qu'ils sont en fait implémentés par un très grand nombre de degrés de liberté effectifs, la plupart étant cachés.

Les portes quantiques de base ayant été discutées en détail, nous avons pu aborder les algorithmes quantiques qui ont fait l'objet de la **cinquième leçon**. Nous avons commencé par introduire la notion d'opération à un qubit

« conditionnelle », c'est-à-dire s'effectuant si et seulement si un autre qubit est dans l'état un, et nous avons indiqué par quel hamiltonien elle pouvait être réalisée. Le rôle particulier de l'hamiltonien d'Ising a été souligné. Les deux portes classiques C-NOT et C-PHASE ont été alors disséquées en portes primitives de bases. Puis nous avons traité l'exemple de la préparation de l'état Greenberger-Horne-Zeilinger (GHZ) qui se décompose en deux opérations C-PHASE encadrées par des rotations à un qubit. La mécanique du calcul par le formalisme des stabilisateurs à été démontée, et en principe, les participants à cette leçon ont du être convaincus qu'il était possible de compiler des segments d'algorithme quantique par une « division » faisant intervenir les stabilisateurs de départ et d'arrivée. La dernière partie du cours a été consacrée à la description de l'algorithme de la téléportation. Celui-ci, tout en restant dans le cadre simplifié des opérations de Clifford, met en lumière les propriétés très particulières de l'information quantique, et en particulier le rôle joué par le théorème interdisant le clonage d'états quantiques.

Enfin, la **sixième et dernière leçon** a eu pour sujet les codes correcteurs d'erreurs. Ces codes constituent une sorte de joyau de l'algorithmique quantique. Sans eux l'ordinateur quantique ne serait qu'une machine théorique sans aucune possibilité de réalisation pratique. Le formalisme des stabilisateurs, accumulé dans les leçons précédentes, trouve ici toute sa puissance. La leçon a commencé par le rappel du fonctionnement des codes de corrections d'erreur pour un registre classique. Nous avons ensuite abordé le cas quantique de la correction d'erreur partielle se limitant à la correction des erreurs de type bit-flip. Celle-ci nécessite deux qubits ancillaires et plusieurs portes CNOT. Le signal de correction peut être calculé classiquement en dehors du processeur quantique, ce qui nécessite une boucle rapide de contre-réaction, ou bien peut-être calculé quantiquement, ce qui nécessite alors une porte de Toffoli (NAND quantique réversible) et une remise à zéro des deux qubits ancillaires. Avant d'aborder les codes complets correcteurs d'erreur, nous avons exposé le concept d'erreur généralisée et expliqué pourquoi la correction simultanée d'erreurs à la fois suivant X et Z suffisait pour la correction complète de toutes les erreurs possibles. Celles-ci sont en effet beaucoup plus diverses dans le cas quantique que dans le cas classique. Ainsi le phénomène de relaxation, qui semble relativement élémentaire, a besoin pour être corrigé de l'arsenal complet de l'algorithme de correction général. La dernière partie de la leçon a traité du code correcteur d'erreur de Steane à sept qubits qui nécessite plus de ressources que le code minimal de Gottesman, mais qui permet de conserver un qubit logique facilement accessible aux opérations à un et deux qubits. Le cours s'est terminé sur les relations entre correction quantique d'erreur et rétroaction quantique, laquelle fera l'objet du cours de l'année prochaine.

Séminaires

11 mai : Cristian Urbina (*Groupe Quantronique, SPEC-CEA Saclay*) : « Josephson Effect in Atomic Contacts and Carbon Nanotubes ».

18 mai : Benoît Douçot (*LPTHE, université de Jussieu, Paris*) : « Towards physical realization of topologically protected qubits ».

1er juin : Takis Kontos (*LPA, École normale supérieure, Paris*) : « Points quantiques et ferromagnétisme ».

8 juin : Prof. Cristiano Ciuti (*Laboratoire MPQ, université Paris-Diderot, Paris*) : « Ultrastrong coupling circuit QED : vacuum degeneracy and quantum phase transitions ».

15 juin : Prof. Leo Di Carlo (*Yale University, États-Unis / T.U. Delft, Pays-Bas*) : « Preparation and measurement of multi-qubit entanglement in a superconducting quantum circuit ».

22 juin : Vladimir Manucharyan (*Yale University, États-Unis*) : « The fluxonium circuit : an electrical dual of the Cooper pair box ? ».

Enseignement en dehors du Collège

Septembre 2009 : Série de trois leçons données à l'université de Yale (États-Unis), intitulées « Introduction to Mesoscopic Physics ».

Décembre 2009 : Série de deux leçons données à l'université de Rutgers (États-Unis), intitulées « Quantum Superconducting Circuits ».

Juillet 2010 : Série de quatre leçons sur les circuits quantiques données dans le cadre de l'école d'été de physique organisée par l'université Chalmers à Hindas, Suède.

Activité de recherche

Signaux et circuits quantiques

Avec Nicolas Bergeal, Flavius Schackert, Baleegh Abdo, Archana Kamal, Benjamin Huard et Nicolas Roch

Le phénomène d'amplification des signaux électriques par un composant électronique actif est à la base d'un grand nombre d'applications dans tous les domaines de la physique. Les limites ultimes d'un amplificateur sont soumises à un principe dérivé de la relation d'incertitude de Heisenberg : un amplificateur préservant la phase ajoute au moins un bruit, dont l'énergie correspond à un demi-photon à la fréquence du signal. En revanche, aucune limitation n'intervient pour un amplificateur qui ne mesure qu'une quadrature d'un signal ou que son énergie. Le but de notre recherche est de réaliser un amplificateur « utile » qui ne soit limité que par le bruit quantique, et de vérifier les prédictions théoriques concernant le bruit ajouté au signal. Nous travaillons dans le régime micro-onde avec des fréquences de signaux aux alentours de $f = 10$GHz et des températures $T \ll hf/k \sim 500$mK. Nous utilisons des résonateurs micro-ondes supraconducteurs dans lesquels est placé un milieu non-linéaire purement dispersif basé sur des réseaux de jonctions tunnel Josephson pompés par irradiation micro-onde. La limite quantique est atteinte dans ce type de système du fait de l'absence de dissipation parasite dans les jonctions supraconductrices. Nous avons montré, à la fois théoriquement et expérimentalement, qu'il est possible d'obtenir une bande passante de l'ordre de 10 MHz et un gain de l'ordre de 20 dB pour un amplificateur basé sur un modulateur en anneau Josephson, qui comprend quatre jonctions. Au cours de cette année, nous avons analysé théoriquement et mesuré expérimentalement l'étendue dynamique de l'amplificateur. Il ressort de ces recherches que cette dernière est limitée par le courant critique des jonctions du modulateur en anneau et leur fréquence plasma, laquelle est à son tour limitée par la densité de courant critique des jonctions. En pratique, pour des jonctions tunnel fabriquées en aluminium, et compte tenu des limitations de l'ingénierie micro-ondes pour adapter les résonateurs à la faible impédance des jonctions, l'étendue dynamique de notre amplificateur paramétrique Josephson ne peut excéder quelques photons. Cela le rend néanmoins parfaitement utilisable pour la mesure sans démolition d'un bit quantique Josephson, expérience à laquelle nous nous sommes attaqués cette année. En particulier nous avons réalisé une nouvelle série d'amplificateurs fabriqués en une seule couche de lithographie électronique, en évitant le croisement de fils qui créait des couplages parasites dans la version précédente. Cette implémentation repose sur l'utilisation de lignes microonde « *stripline* » avec lesquelles nous pouvons mieux contrôler les capacités qui déterminent le facteur de qualité des résonateurs définissant la bande passante du système.

Enfin, nous avons achevé le montage d'une nouvelle expérience qui utilisera un réfrigérateur à dilution « sec » et qui, grâce à un amplificateur limité quantiquement, pourra explorer l'effet de stabilisation de la fréquence de Rabi d'un système à deux niveaux par rétroaction quantique. Cette expérience ambitieuse de contrôle quantique repose sur la possibilité, obtenue en combinant différents savoir-faire du laboratoire, d'une acquisition et d'un traitement du signal quantique plus rapides que le temps de décohérence du système à deux niveaux. Nous disposons en effet maintenant de qubits supraconducteurs dont le temps de cohérence dépasse une microseconde (voir plus bas) et dont la mesure sans démolition peut s'effectuer, grâce à un amplificateur paramétrique Josephson, en une durée de l'ordre de 50 ns.

Qubits supraconducteurs

Avec Vladimir Manucharyan, Kurtis Geerlings, Nick Masluk et Archana Kamal

Nous avons poursuivi cette année la mise au point et l'analyse d'un nouvel atome supraconducteur artificiel surnommé « fluxonium ». Il est réalisé en shuntant une jonction de grande énergie de charge par une très forte inductance réalisée grâce à un réseau d'environ 50 jonctions tunnel en série. Ces dernières jonctions ont une surface environ dix fois supérieure à celle de la jonction principale. Le court-circuit effectué par le réseau supprime complètement les fluctuations basses fréquences de la charge de décalage, tout en laissant aux fluctuations quantiques de la phase supraconductrice la possibilité de s'exprimer. Ces dernières permettent d'atteindre un régime où le potentiel Josephson, qui est l'équivalent pour l'atome artificiel du potentiel coulombien du noyau de l'atome naturel, va présenter des niveaux d'énergie réalisant la configuration d'atome à trois niveaux. En effet, ce qui est recherché dans les qubits supraconducteurs est une situation dite « lambda », bien comprise dans le cadre de la physique atomique traditionnelle. Dans cette configuration, l'état fondamental et le premier niveau excité ne sont pas couplés par une transition radiative, alors que le second état excité est couplé aux deux premiers par ce type de transition. Nous avons tout d'abord effectué cette année la mesure spectroscopique des niveaux d'énergie de trois échantillons de ce type d'atome, ce qui nous a conduit aux paramètres de l'hamiltonien avec une précision de l'ordre de 1/1000 et à la vérification que cet hamiltonien ne dépendait que de trois énergies caractéristiques : celle de la capacité de la jonction, celle de l'inductance Josephson de la même jonction, et enfin celle de l'inductance correspondant au réseau des plus grandes jonctions. Nous avons aussi effectué la mesure détaillée des paramètres de la décohérence de ces atomes artificiels (relaxation et déphasage) et avons pu identifier les sources de cette décohérence. Elle est limitée par trois facteurs : 1) la dissipation dans les diélectriques entourant la jonction principale, 2) le bruit en flux de l'anneau et 3) les fluctuations de la charge de décalage des îles du réseau. Ce dernier mécanisme passe par l'effet Arahonov-Casher, qui module la faible amplitude de probabilité qu'a un fluxon contenu dans l'anneau d'en sortir en empruntant une des jonctions du réseau plutôt que la jonction principale. Ce dernier mécanisme de décohérence doit pouvoir être éliminé en accroissant la taille des jonctions du réseau, ce que semblent confirmer les expériences de contrôle en cours. Les deux premiers mécanismes pourront être combattus dans les prochains échantillons en ajustant les autres paramètres du circuit. Enfin, les expériences réalisées cette année ont confirmé la valeur des paramètres du couplage entre l'atome et le résonateur utilisé pour la lecture dispersive du bit quantique. Nous pourrions ainsi, grâce à ce couplage, lire en 50 ns environ l'état du bit quantique avec un seul photon dans le résonateur. De telles conditions rendent possible un contrôle de l'état de l'atome par rétroaction quantique et ouvrent ainsi la voie à l'implémentation des codes quantiques correcteurs d'erreur.

Publications

Manucharyan V.E., Koch Jens, Glazman L.I., Devoret M.H., « Single Cooper pair circuit free of charge offsets », *Science,* 326, 2009, 113-116.

Koch Jens, Manucharyan V.E., Devoret M.H., Glazman L.I., « Charging effects in the inductively shunted Josephson junction », *Phys. Rev. Lett.,* 103, 2009, 217004.

Girvin S.M., Devoret M.H., Schoelkopf R.J., « Circuit QED and engineering charge-based superconducting qubits », *Physica Scripta,* T137, 2009, 014012.

Vijay R., Devoret M.H., Siddiqi I., « The Josephson Bifurcation Amplifier », *Rev. Sci. Instrum.,* 80, 2009, 111101.

Huard B., Bergeal N., Devoret M.H., « Amplification at the Quantum Limit with the Josephson Ring Modulator », *Proceedings of the Enrico Fermi School on Quantum Coherence in Solid State Systems*, IOS Press, Amsterdam, 2009, 151.

Marblestone A., Devoret M.H., « Exponential quantum enhancement for distributed addition with local nonlinearity », *Journal of Quantum Information Processing,* 9, 2010, 47-59.

Bergeal N., Vijay R., Manucharyan V.E., Siddiqi I., Schoelkopf R.J., Girvin S.M., Devoret M.H., « Analog information processing at the quantum limit with a Josephson ring modulator », *Nature Physics,* 6, 2010, 296-302.

Bergeal N., Schackert F., Metcalfe M., Frunzio L., Schoelkopf R.J., Girvin S.M., Devoret M.H., « Phase-preserving amplification near the quantum limit with a Josephson ring modulator », *Nature*, 465, 2010, 64-70.

Rigetti C., Devoret M.H., « Fully microwave-tunable universal gates in superconducting qubits with linear couplings and fixed transition frequencies », *Phys. Rev. B.,* 81, 2010, 134507.

Clerk A., Devoret M.H., Girvin S.M., Schoelkopf R.J., « Introduction to quantum noise, measurement and amplification », *Rev. Mod. Phys*. 82, 2010, 1155-1208.

Chow J.M., Di Carlo L., Gambetta J.M., Nunnenkamp A., Bishop Lev S., Frunzio L., Devoret M.H., Girvin S.M., Schoelkopf R.J., « Detecting highly entangled states with a joint qubit readout », *Phys. Rev.*, A 81, 2010, 062325.

Di Carlo L., Reed M.D., Sun L., Johnson B.R., Chow J.M., Gambetta J.M., Frunzio L., Girvin S.M., Devoret M.H., Schoelkopf R.J., « Preparation and measurement of three-qubit entanglement in a superconducting circuit », *Nature,* 467, 2010, 574-578.

Kamal A., Clarke J., Devoret M.H., « Noiseless nonreciprocity in a parametric active device », accepté par *Nature Physics*.

Manucharyan V.E., Koch Jens, Glazman L., Devoret M.H., « Evidence for coherent quantum phase-slips across a Josephson junction array », arXiv : 1012.1928.

Conférences

Exposés donnés sur invitation

Octobre 2009 : « The Physics of Information », Connecticut College, New London, États-Unis.

Novembre 2009 : « Signal Processing at the Quantum Limit », Quantum Metrology Conference, Heraeus Meeting, Bad Honnef, Allemagne.

Mars 2010 : « Macroscopic Quantum Coherence », Center for Quantum Information, University of Waterloo, Canada.

Avril 2010 : « The Fluxonium Qubit », CIFAR Cavities Workshop, Montréal, Canada.

Juin 2010 : « Amplification at the Quantum Limit », CEA-Saclay, Gif-sur-Yvette.

Juin 2010 : « Quantum-limited Amplifiers », Institut Louis Néel, Grenoble.