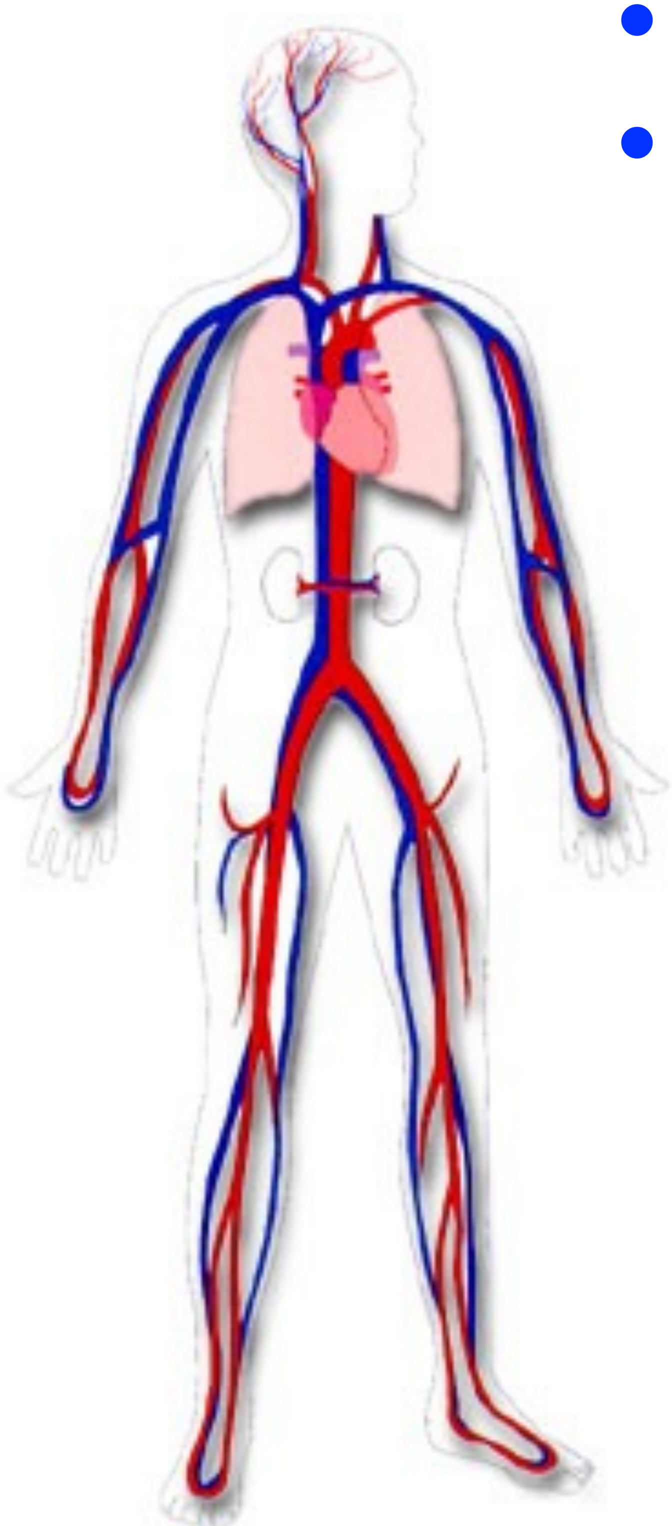
Vers un système vasculaire numérique

Collège de France, le 10 juin 2014

Jean-Frédéric Gerbeau

INRIA & UPMC Paris 6
France

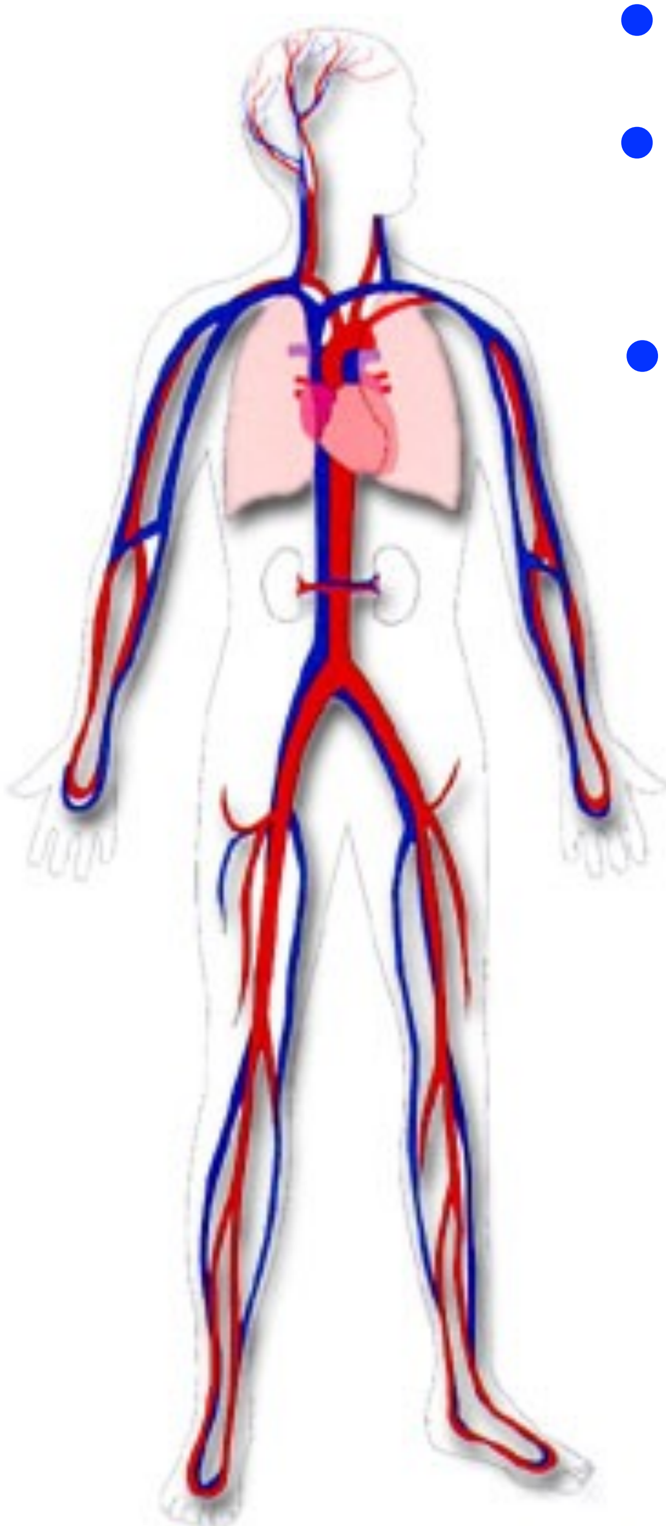
Maladies cardiovasculaires



- Près de la moitié des décès en Europe
- Coût pour l'économie UE: 169 Mds € / an

Source: European Heart Health Charter

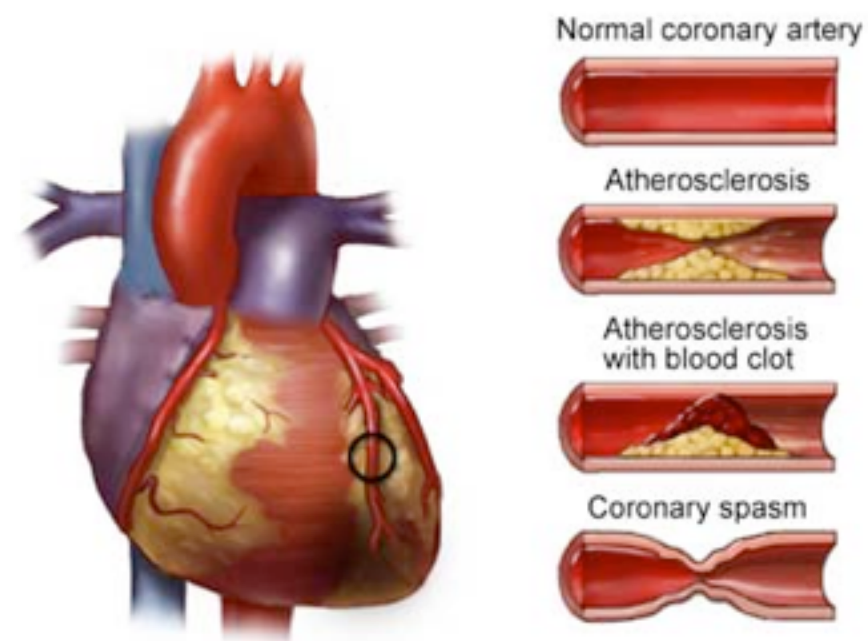
Maladies cardiovasculaires



- Près de la moitié des décès en Europe
- Coût pour l'économie UE: 169 Mds € / an

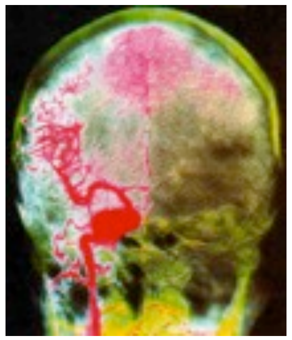
Source: European Heart Health Charter

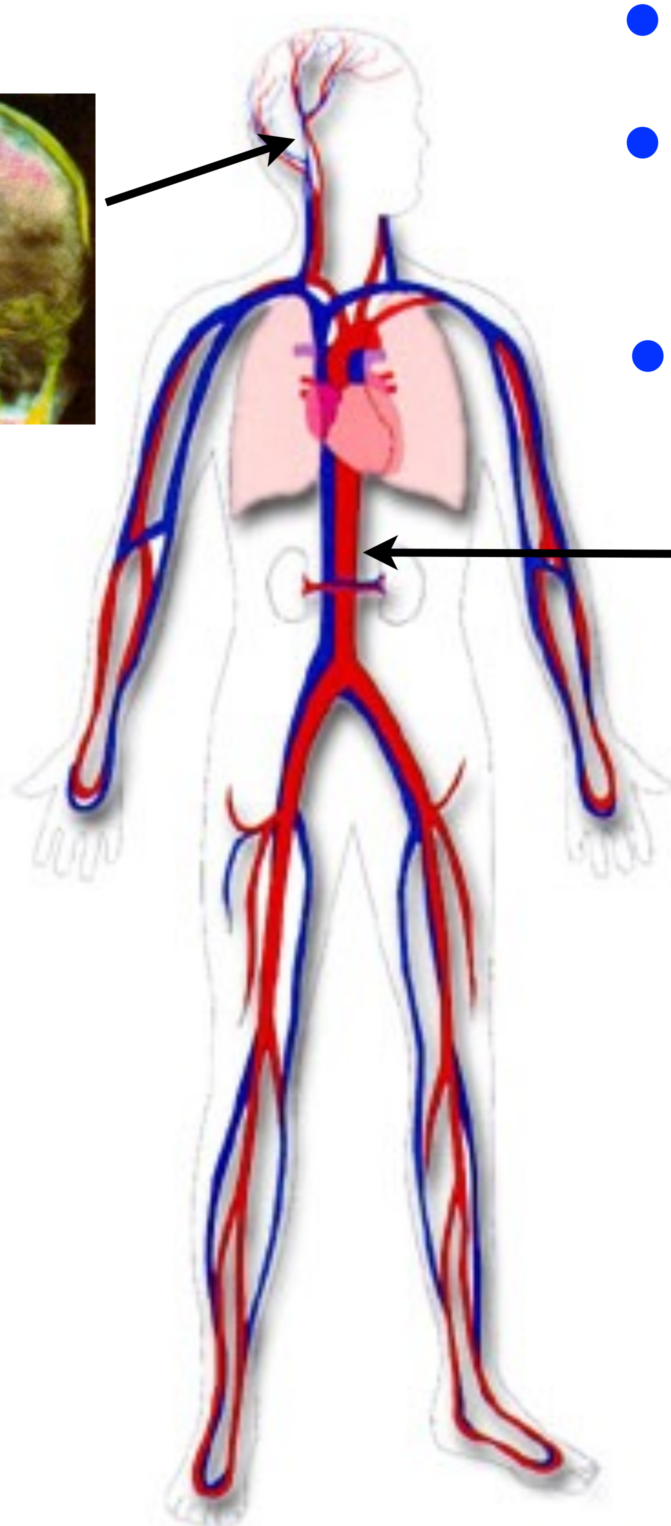
- Exemple de maladies vasculaires:



Athérosclérose

Maladies cardiovasculaires

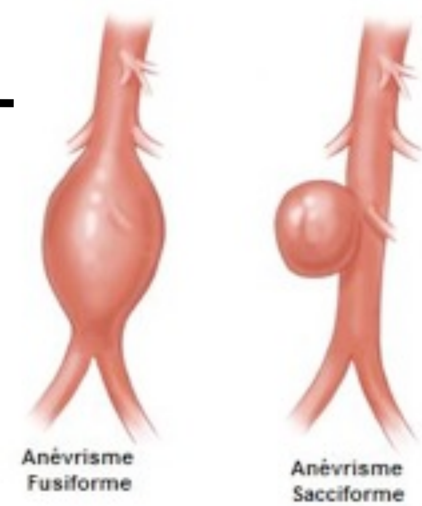


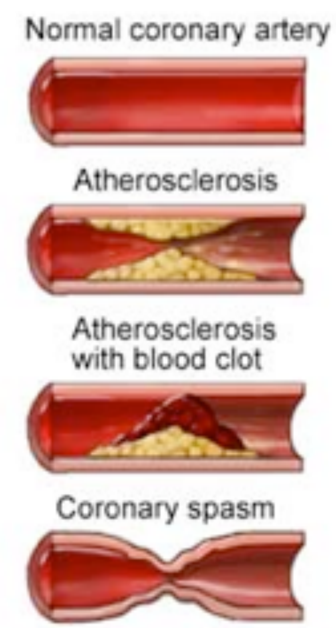


- Près de la moitié des décès en Europe
- Coût pour l'économie UE: 169 Mds € / an

Source: European Heart Health Charter

- Exemple de maladies vasculaires:





Anévrismes

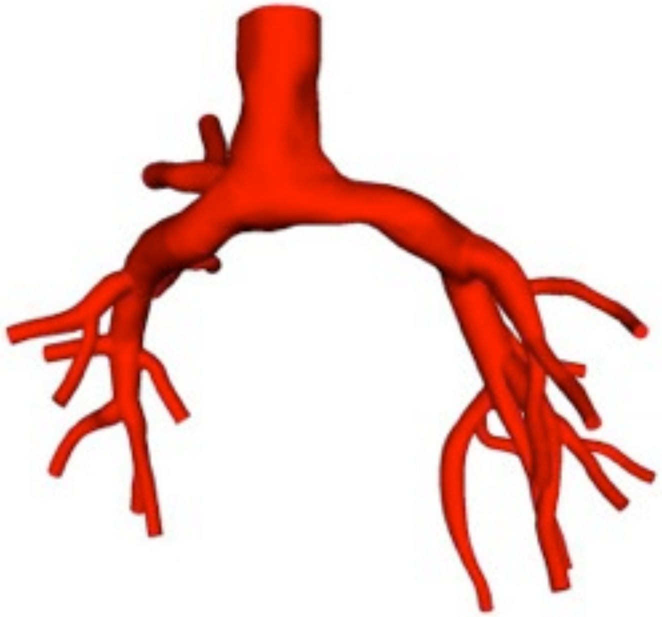
Athérosclérose

Hémodynamiqe:

- étude mécanique de l'écoulement du sang (débit, pression,...)

Hémodynamique numérique:

- modélisation et simulation numérique en hémodynamique



Plan

- Quelques généralités en hémodynamique
- Deux problèmes importants en hémodynamique numérique
  - conditions aux limites
  - interaction fluide-structure
- Vérification, “personnalisation”, validation

Résistance vasculaire:

Dissipation par viscosité

- En première approximation (pour un organe, un compartiment):

Résistance

Débit

$$\boxed{P_{in} - P_{out} = R\,Q}$$

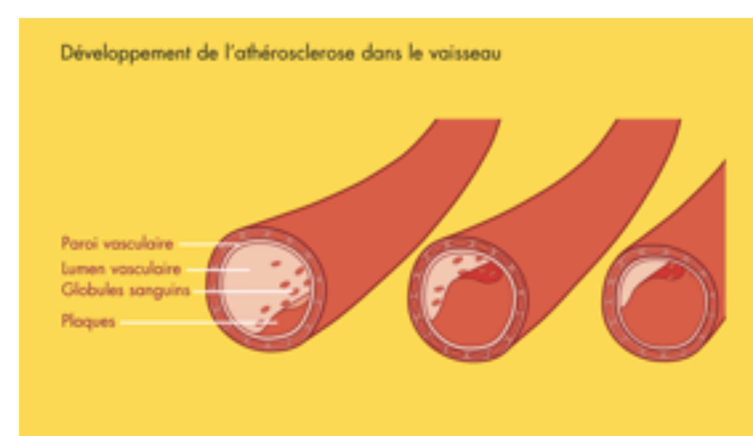
Pression en entrée

Pression en sortie

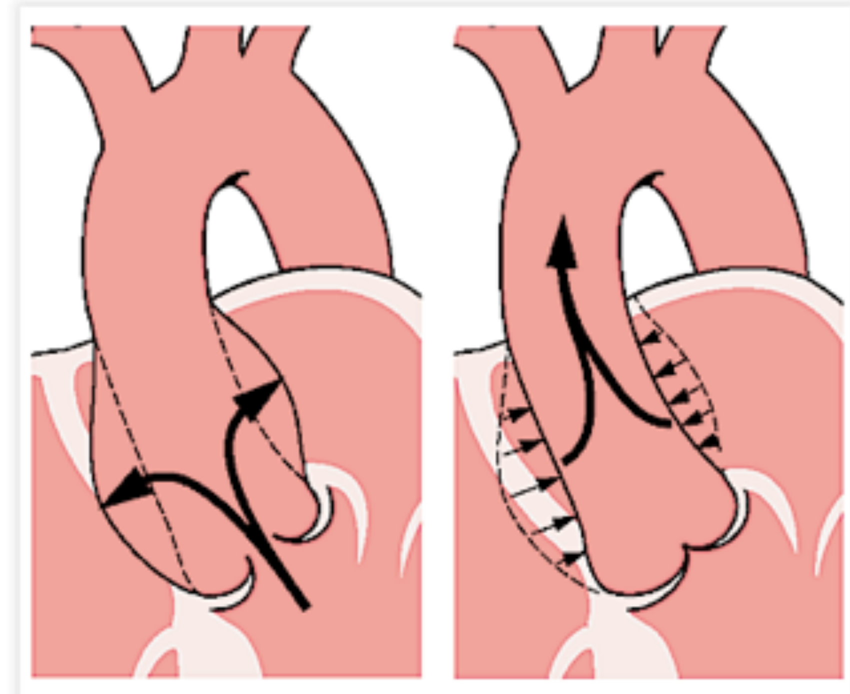
- Exemple : cylindre de longueur *L* et de rayon *r*

Viscosité

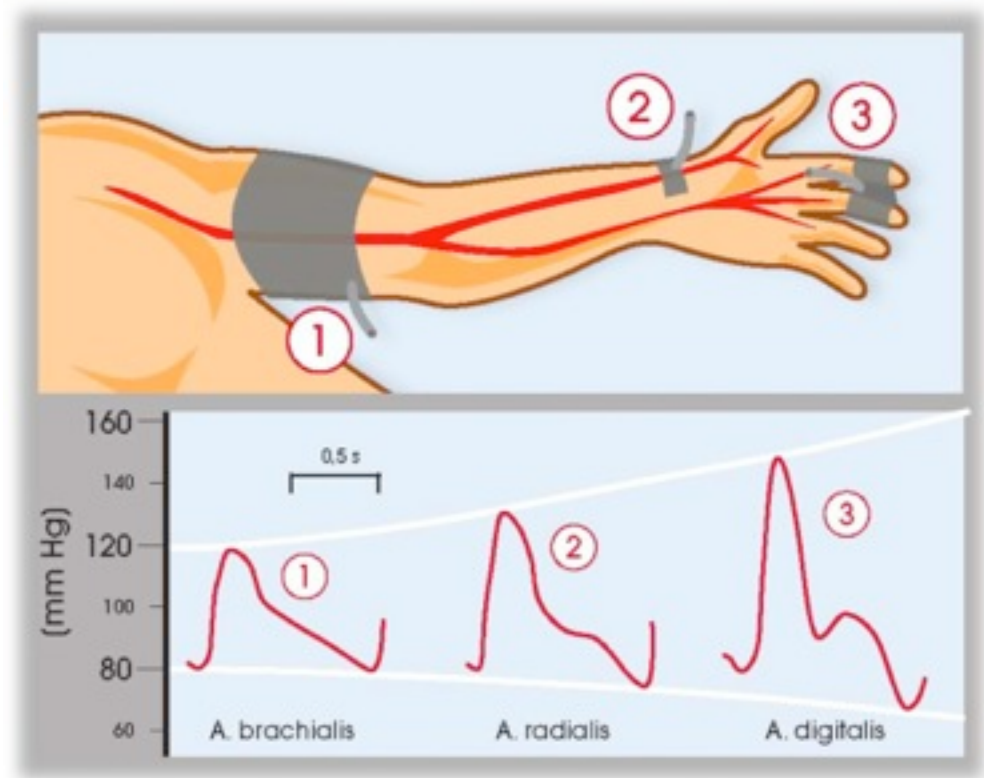
$$\boxed{R = \frac{8L\eta}{\pi r^4}}$$



Compliance vasculaire:
Interaction fluide-structure



- Paroi élastique des grosses artères:
  - Se dilatent pendant la systole
  - Se relâchent pendant la diastole
- C'est l'"effet Windkessel"



- Onde de pression: pouls
- Le long de l'arbe artériel:
  - la pression moyenne décroit
  - la pression maximale peut croitre
- Vitesse de propagation
  - plusieurs m/s

Wikipedia

Hémodynamique numérique

Hiérarchie de modèles

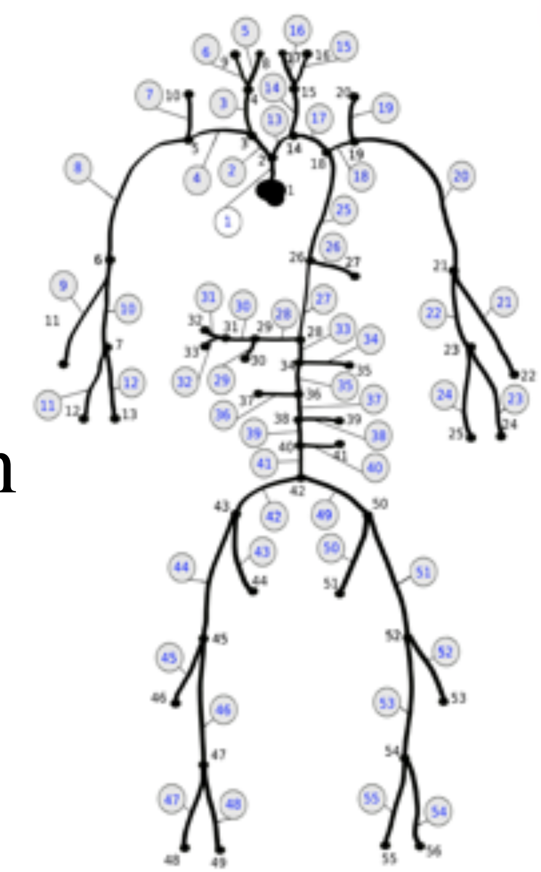
- **Modèles 3D :** fluide seul, ou fluide-structure
  Variables : vitesse, pression, déplacement

Hémodynamique numérique

Hiérarchie de modèles

- **Modèles 3D :** fluide seul, ou fluide-structure

  Variables : vitesse, pression, déplacement



- **Modèles 1D** (Euler equation, 1775)

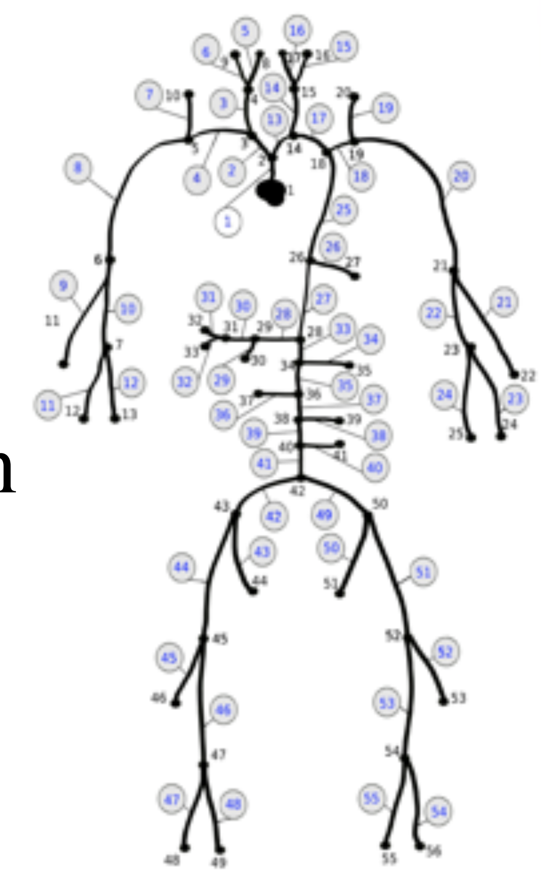
  Variables : débit, pression moyenne, aire section

Hémodynamique numérique

Hiérarchie de modèles

- **Modèles 3D :** fluide seul, ou fluide-structure

  Variables : vitesse, pression, déplacement



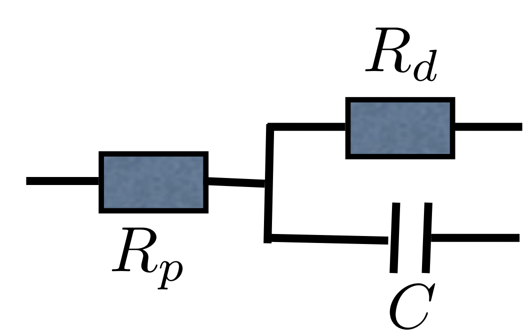
- **Modèles 1D** (Euler equation, 1775)

  Variables : débit, pression moyenne, aire section

- **Modèles 0D** (Equations Différentielles Ordinaires)

  Variables : débit, chute de pression

  (compartiment vasculaire ou **conditions aux limites**)

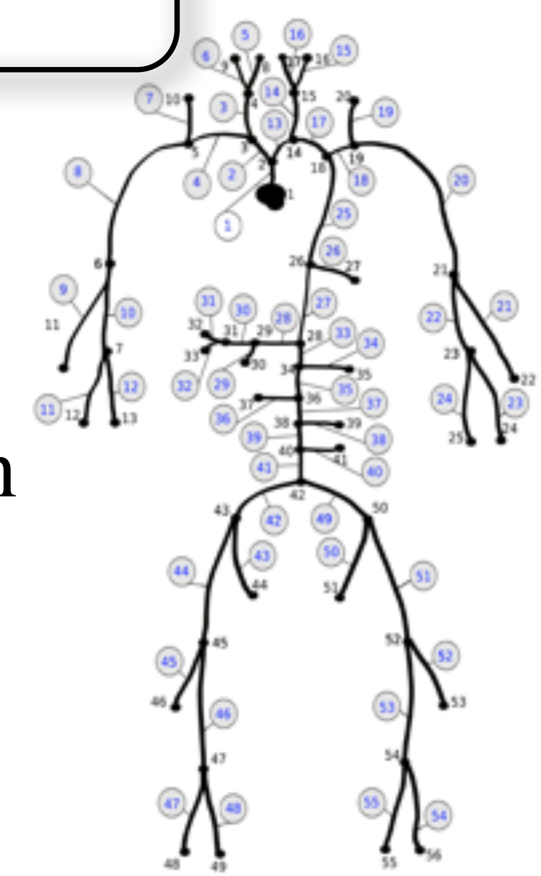


Hémodynamique numérique

Hiérarchie de modèles

- **Modèles 3D :** fluide seul, ou fluide-structure

  Variables : vitesse, pression, déplacement



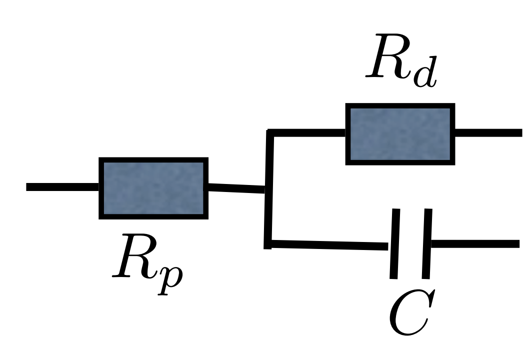
- **Modèles 1D** (Euler equation, 1775)

  Variables : débit, pression moyenne, aire section

- **Modèles 0D** (Equations Différentielles Ordinaires)

  Variables : débit, chute de pression

  (compartiment vasculaire ou **conditions aux limites**)



Equations de Navier-Stokes

Vitesse

tenseur de Cauchy

$$\int_\Sigma \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} = \text{force sur la surface } \Sigma$$

Loi de Newton:

$$\rho \frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} - \mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} = 0$$

Hypothèses

Pression

Viscosité

- Fluide incompressible: $\mathrm{div}\boldsymbol{u} = 0$
- Fluide newtonien:

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma} = -p\,\mathbb{I} + 2\mu\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u})}$$

Vitesse de déformation: $\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u}) = \frac{1}{2}\left(\nabla\boldsymbol{u} + \nabla\boldsymbol{u}^T\right)$

Equations de Navier-Stokes

Loi de Newton:

Vitesse

tenseur de Cauchy

$$\rho \frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} - \mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} = 0$$

$\int_{\Sigma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} =$ force sur la surface Σ

Hypothèses

- Fluide incompressible: $\mathrm{div}\boldsymbol{u} = 0$
- Fluide newtonien:

Pression

Viscosité

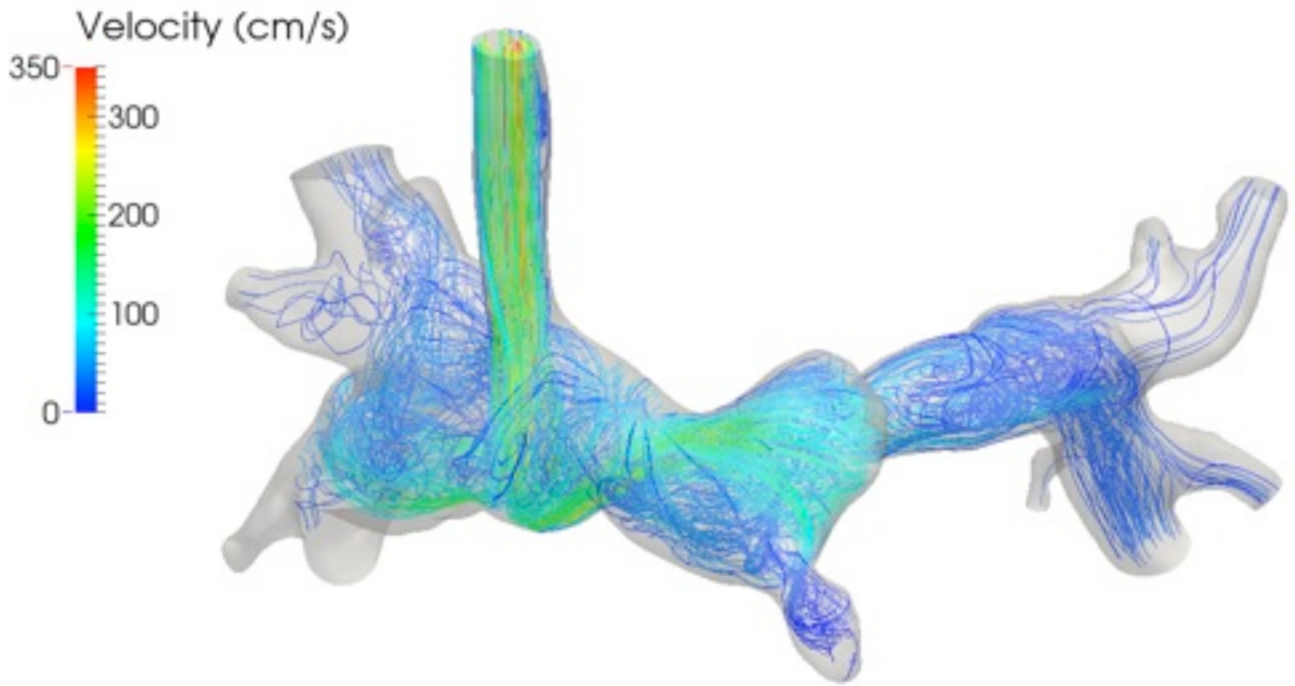
$$\boxed{\boldsymbol{\sigma} = -p\,\mathbb{I} + 2\mu\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u})}$$

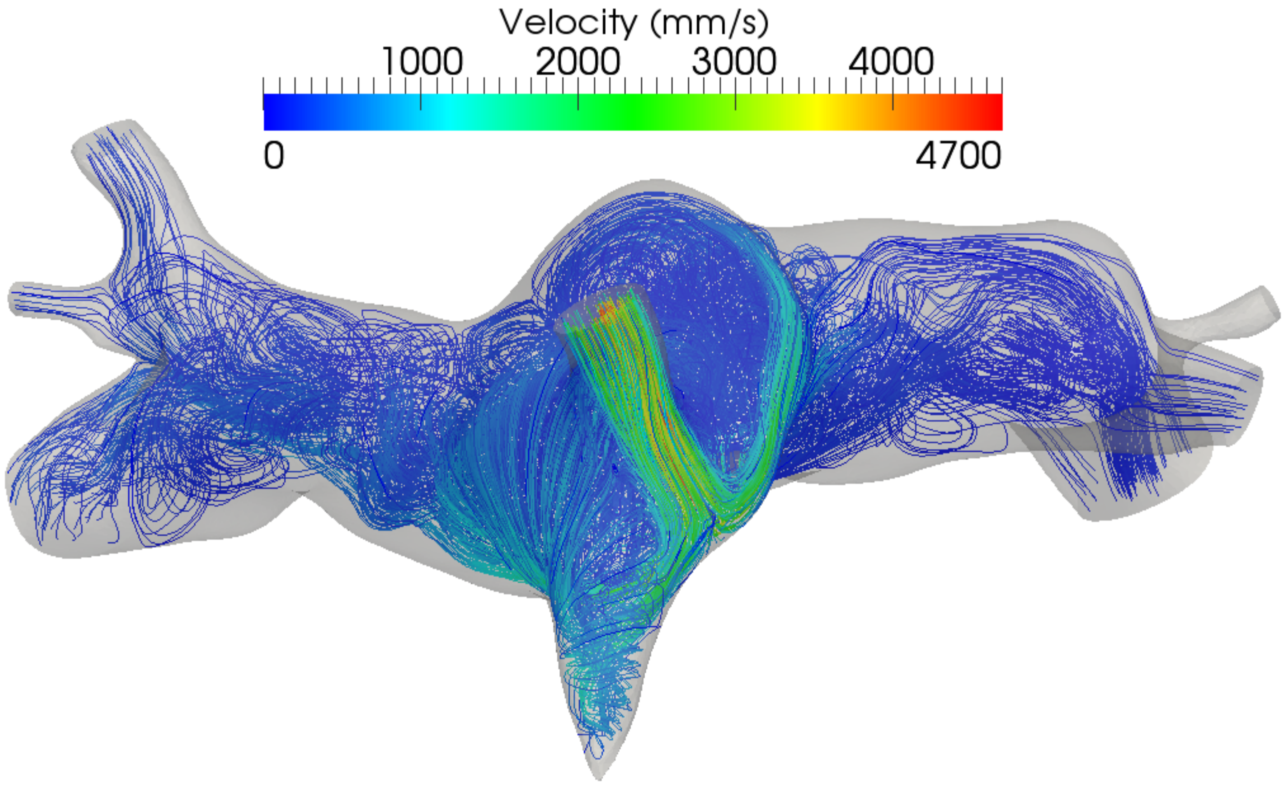
Vitesse de déformation: $\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u}) = \frac{1}{2}\left(\nabla\boldsymbol{u} + \nabla\boldsymbol{u}^T\right)$

Equations de Navier-Stokes

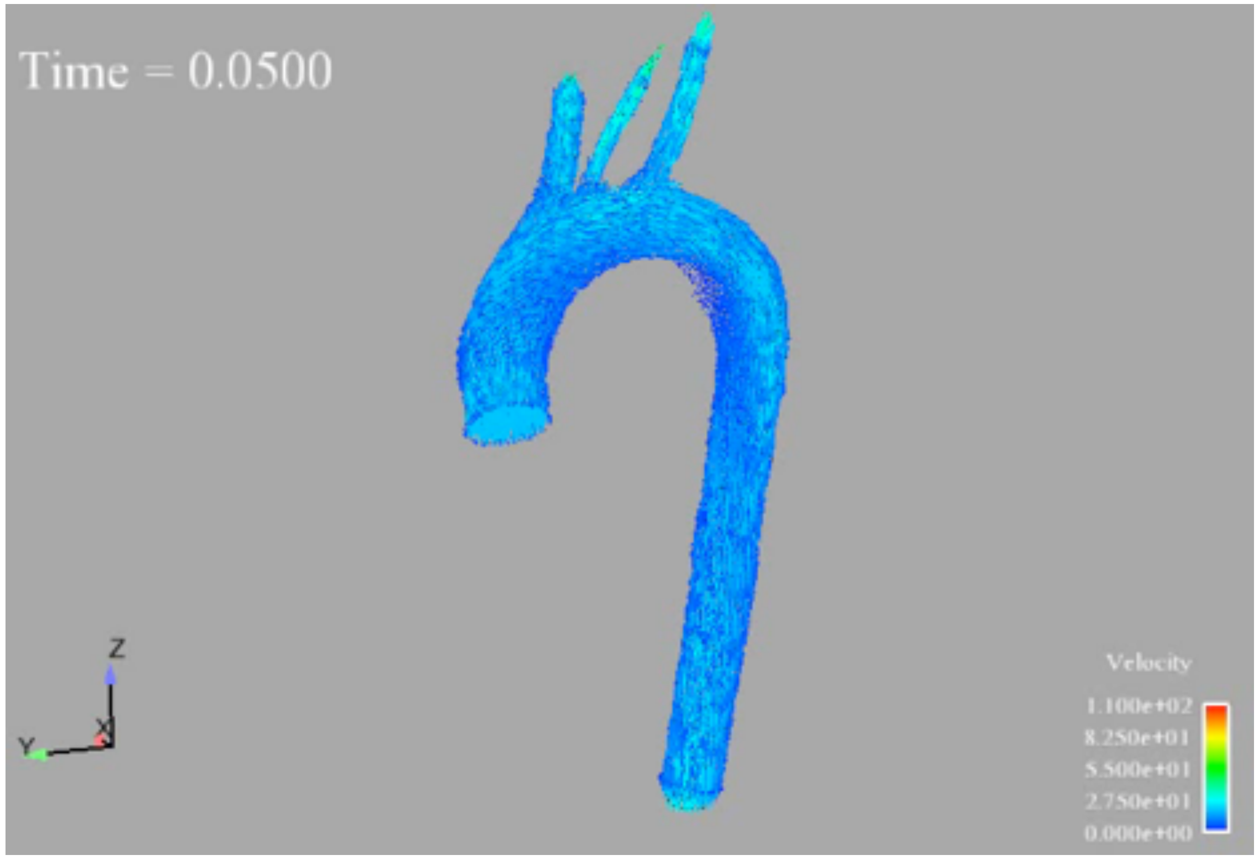
$$\left\{\begin{array}{rcl} \rho\left(\frac{\partial\boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}\right) - \mu\Delta\boldsymbol{u} + \nabla p & = & 0 \\ \mathrm{div}\boldsymbol{u} & = & 0 \end{array}\right.$$

Exemple d’écoulements 3D





Artères pulmonaires



Aorte

Vignon-Clementel, Arbia (Leducq Foundation project)

Lien entre écoulement et lésions vasculaires

- L'athérosclérose est localisée dans des régions privilégiées (aorte abdominale infrarénale, carotide,...) *Zarins et al., Circ Res 1983*

- Correlation avec les propriétés hémodynamiques locales

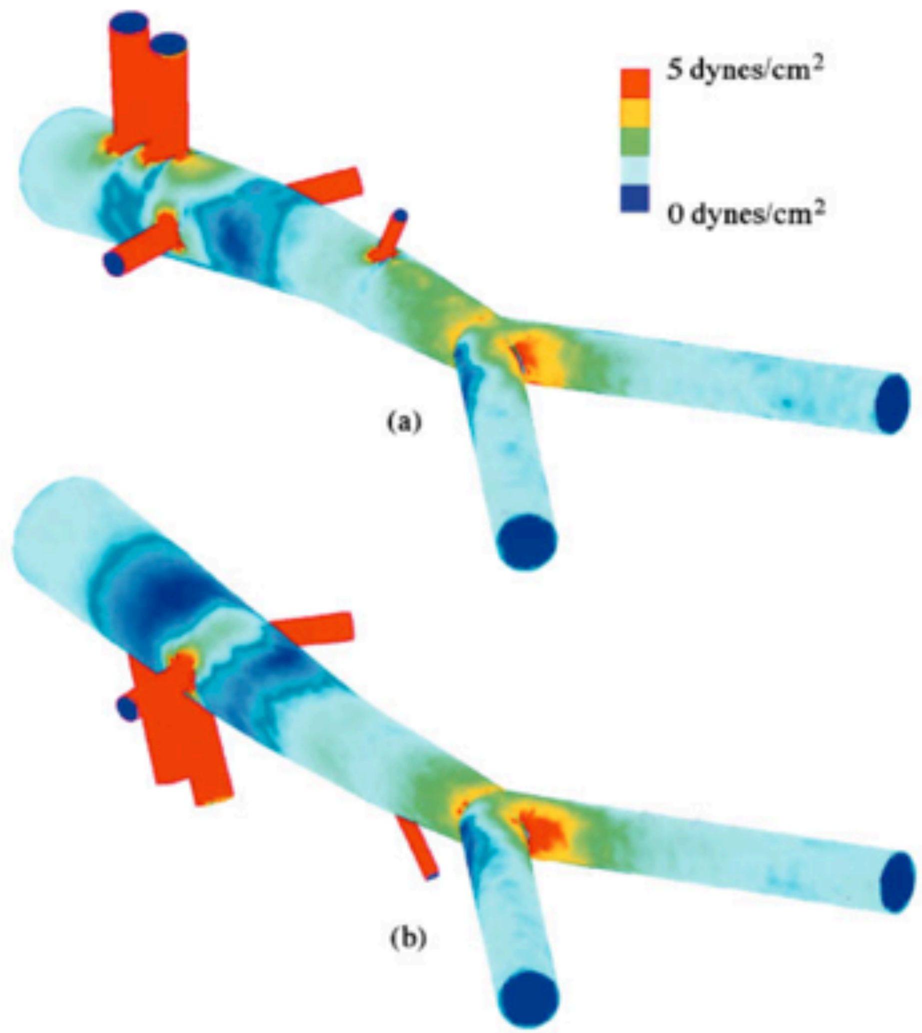
- Contrainte de cisaillement: $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} - (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n})\boldsymbol{n}$

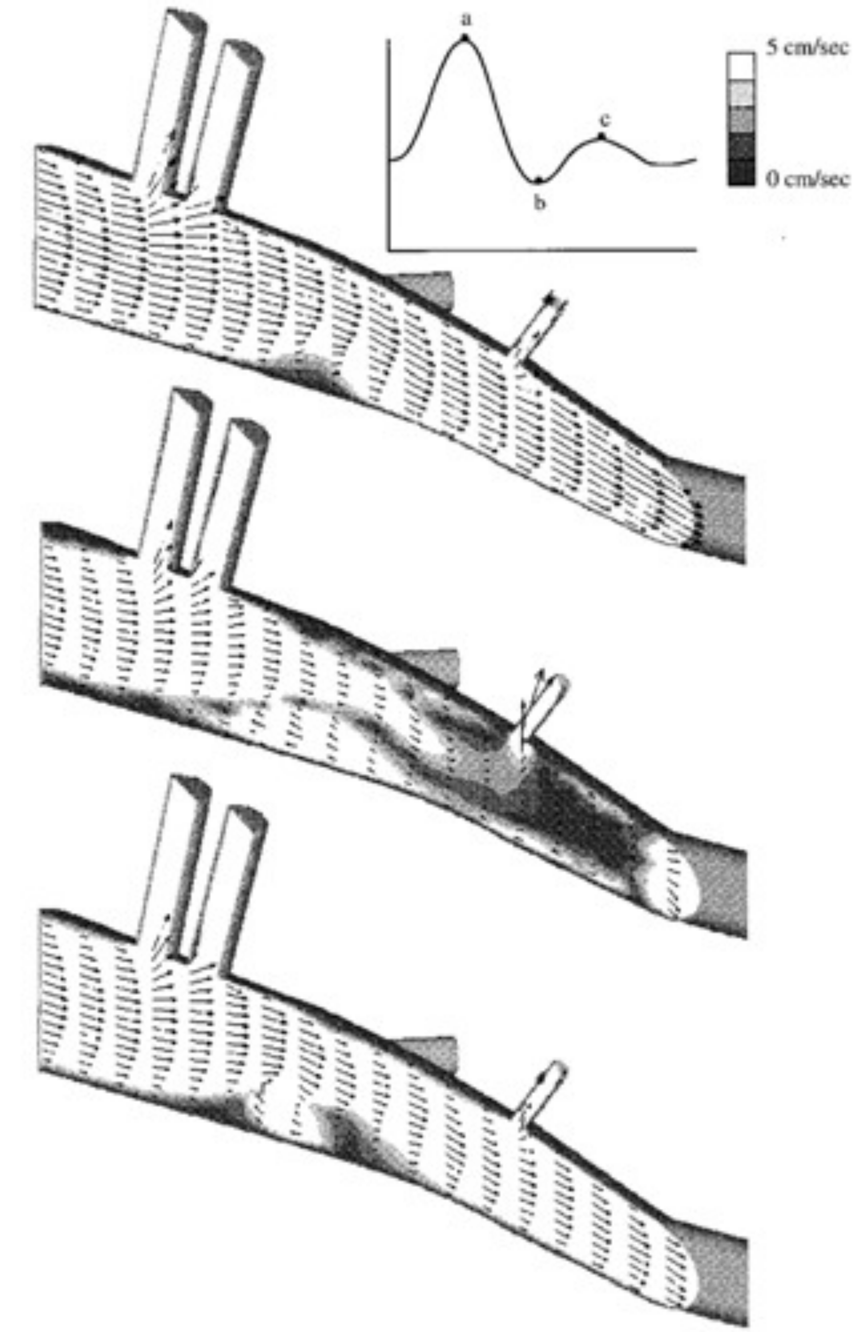
- On définit $\tau_{\text{mean}} = \left| \frac{1}{T} \int_0^T \boldsymbol{\tau} \, dt \right|$ et $\tau_{\text{mag}} = \frac{1}{T} \int_0^T |\boldsymbol{\tau}| \, dt$

- Index de Cisaillement Oscillant: OSI = $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tau_{\text{mean}}}{\tau_{\text{mag}}} \right)$

Ku et al. Atheroscl. 1985

Article pionier: Taylor-Hughes-Zarins, *1998*



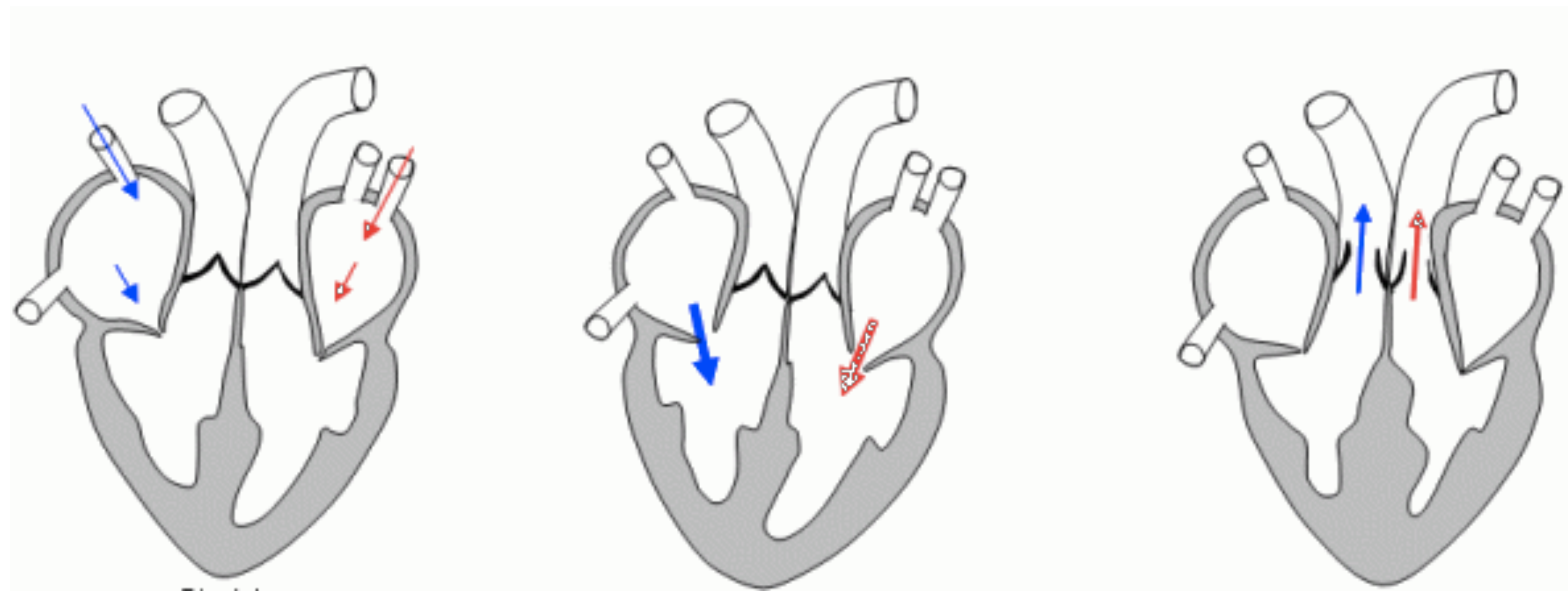


- Bonne correlation entre
  - zones à faible cisaillement moyen et fort OSI
  - zones d'athérosclérose
- Remarque: des études récentes modèrent ce lien

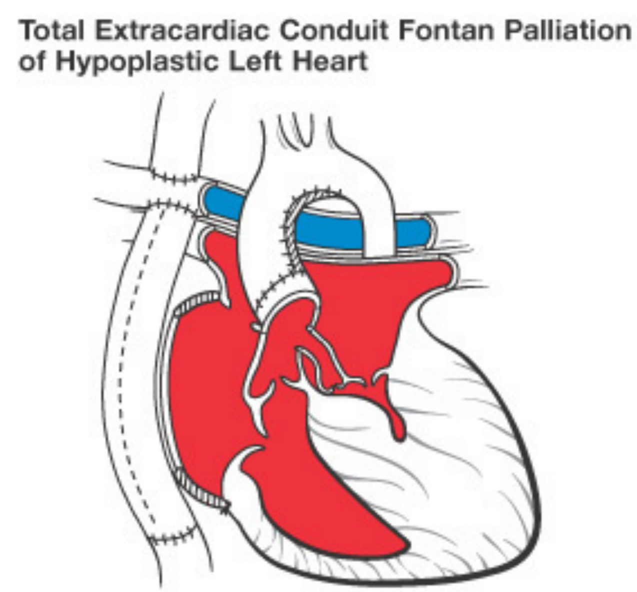
Peiffer, Sherwin, Weinberg, 2013

Exemple: planification chirurgicale

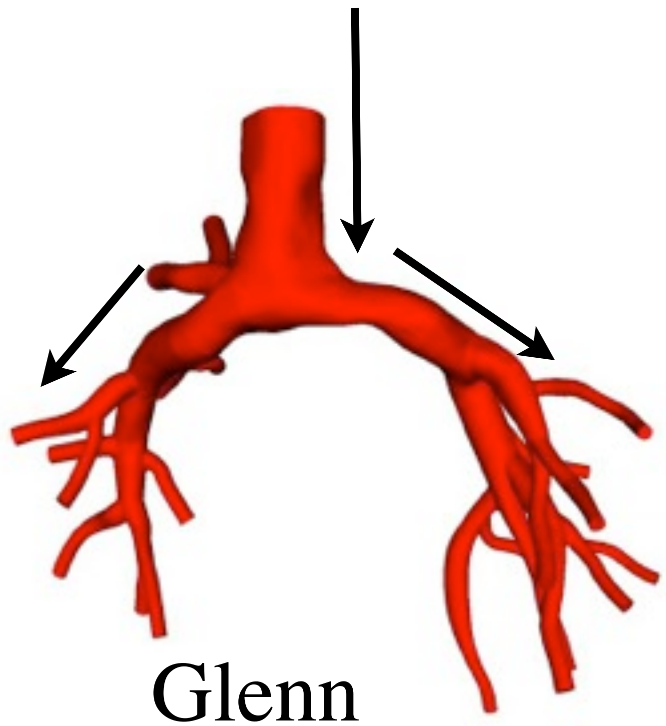
Fonctionnement normal :

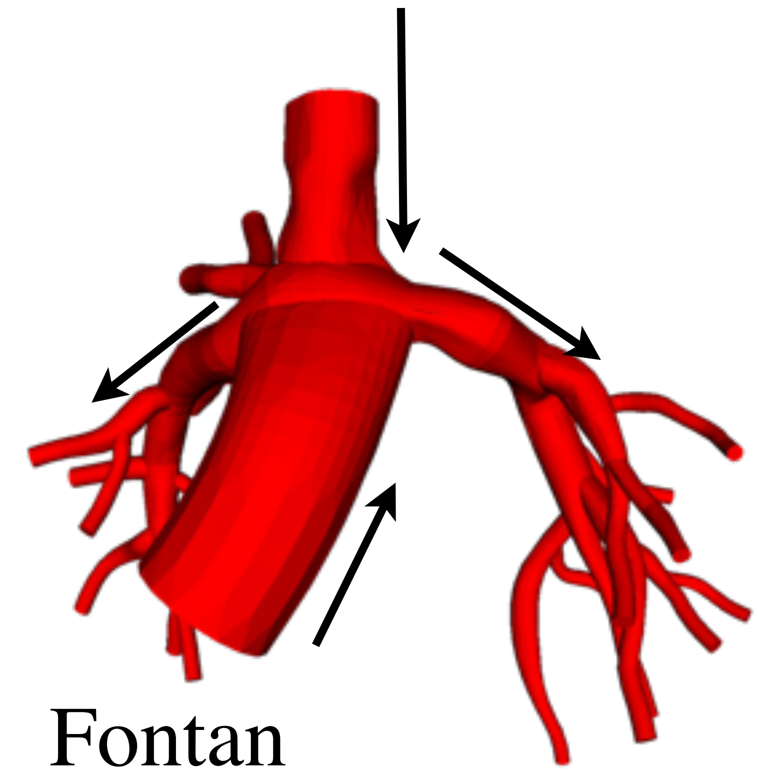


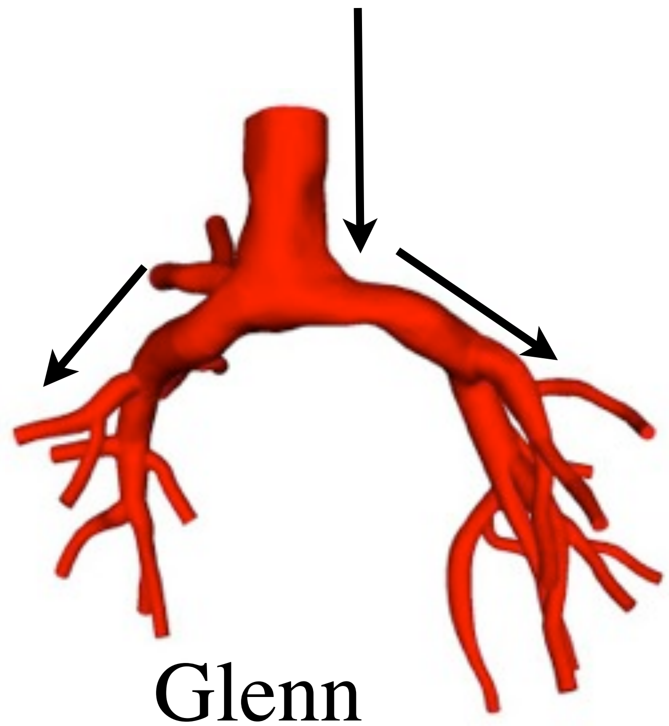
Malformation congénitale:

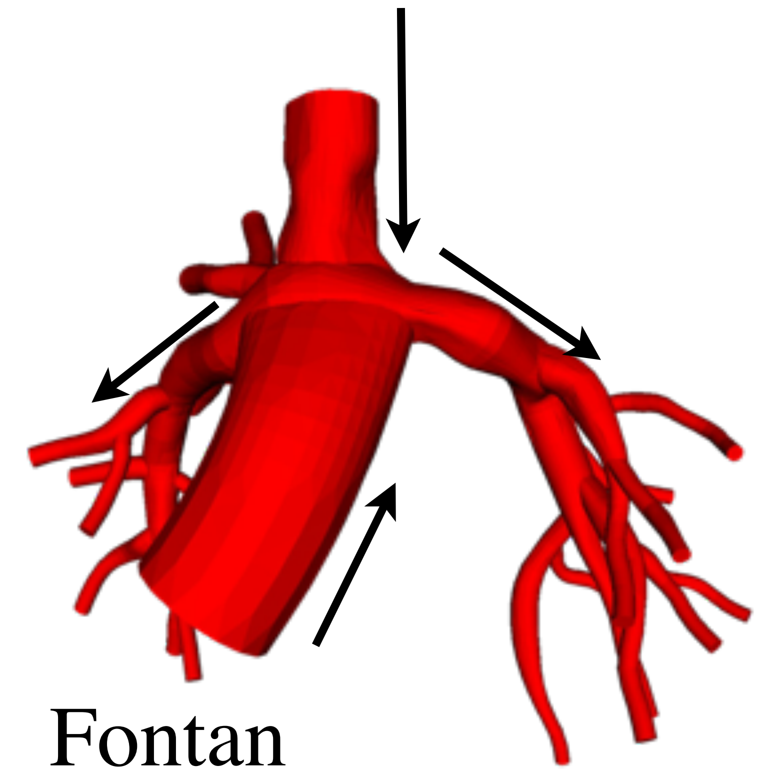


CVBRL, Stanford





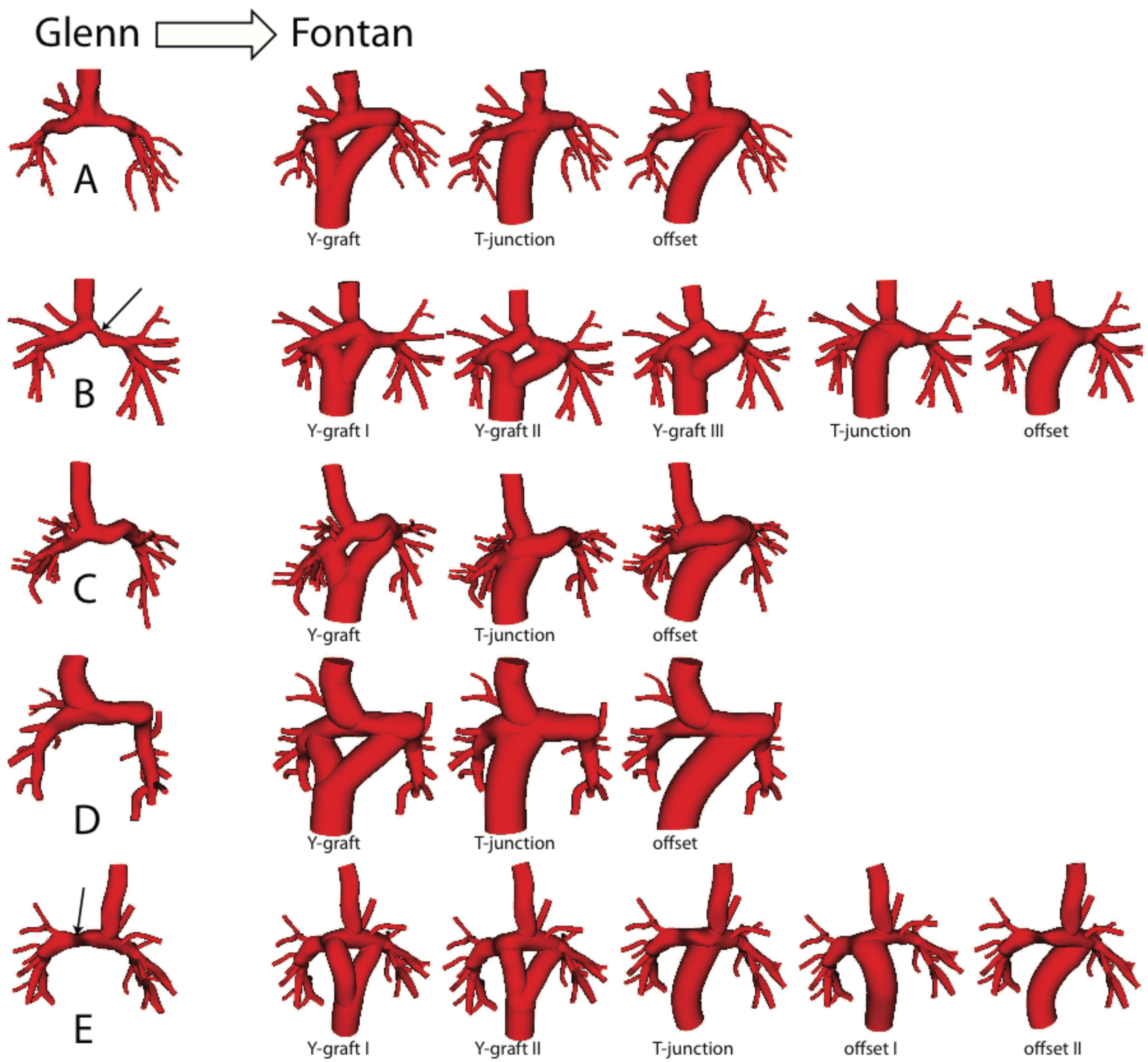




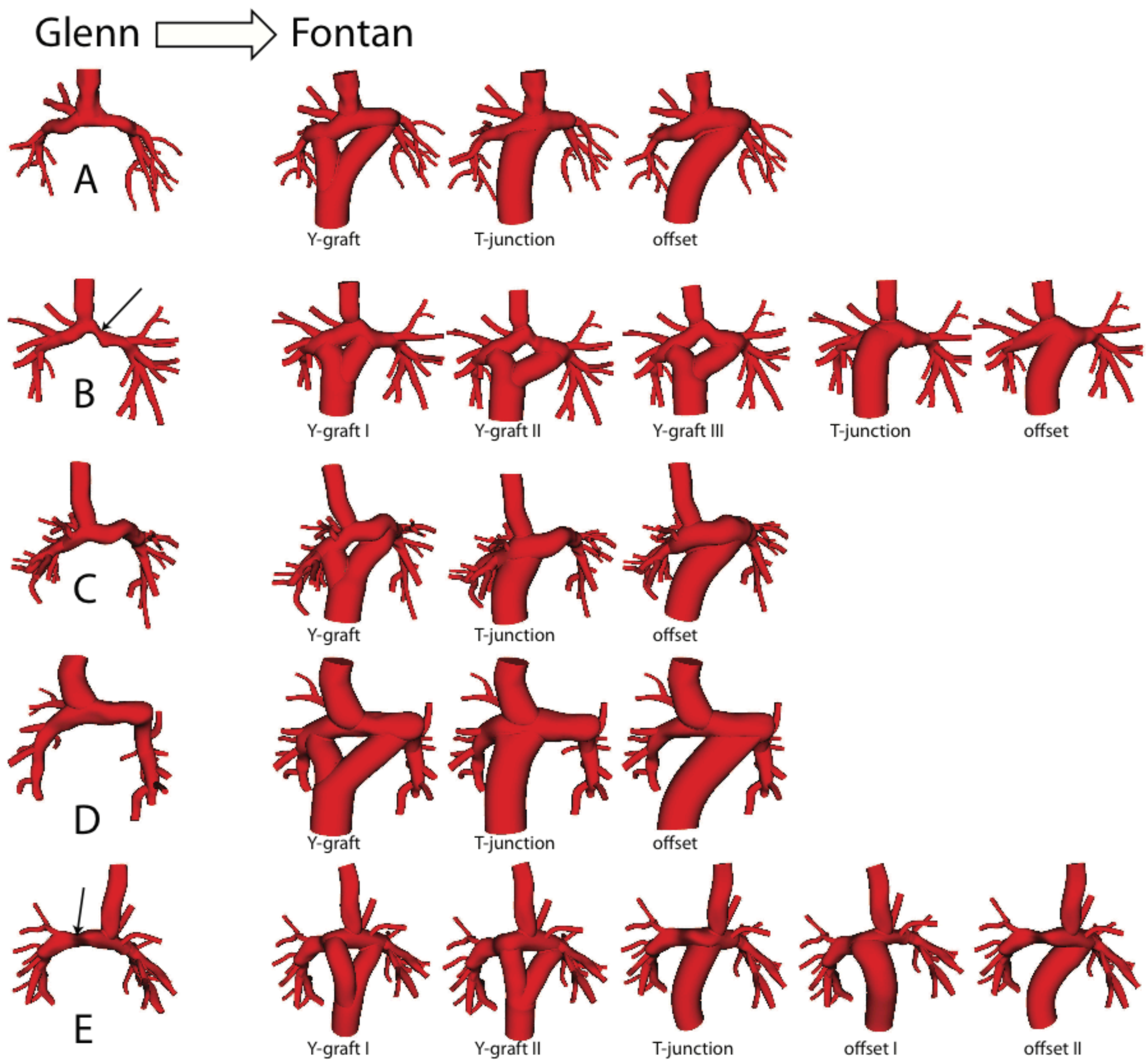
CVBRL, Stanford

Questions

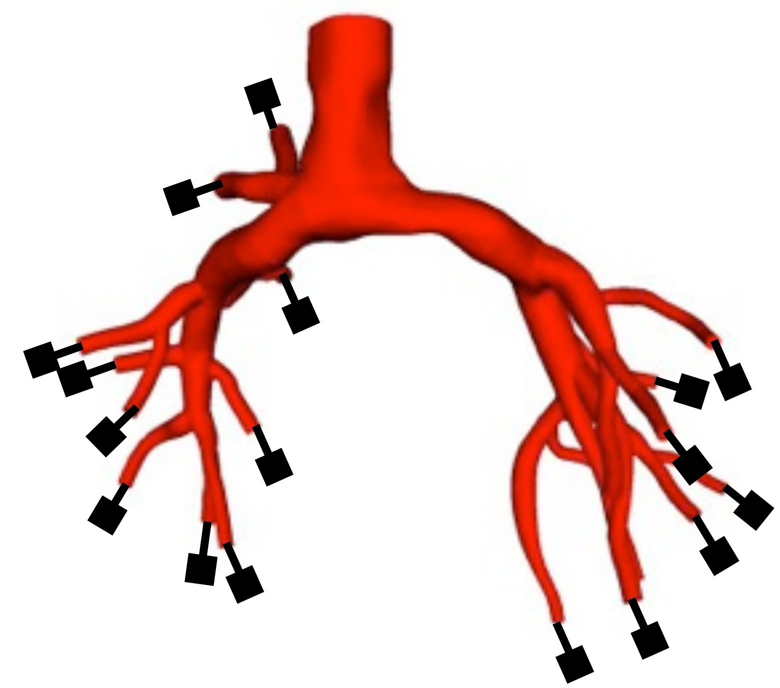
- Chute de pression
- Répartition droite/gauche des débits
- Contrainte sur les parois, zones de stagnation,...



Vignon-Clementel, Marsden, Feinstein, Progress in Pediatric Cardiology, 2010



Challenge:



Environ 20 “sorties”

Vignon-Clementel, Marsden, Feinstein, Progress in Pediatric Cardiology, 2010

Conditions aux limites

- Equations de Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} \right) - \mathrm{div} \boldsymbol{\sigma} = 0$$

- On peut imposer $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_d$ sur Γ_D et $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{g}$ sur Γ_N

$$\int_\Omega \rho \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} \right) \cdot \boldsymbol{v} + \int_\Omega \boldsymbol{\sigma} : \nabla \boldsymbol{v} = \int_{\Gamma_N} \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{v}$$

- Pour fixer les idées: $\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} = -p\boldsymbol{n} + 2\mu\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u}) \cdot \boldsymbol{n} \approx -p\boldsymbol{n}$.

Conditions aux limites

- Equations de Navier-Stokes

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}\right) - \mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} = 0$$

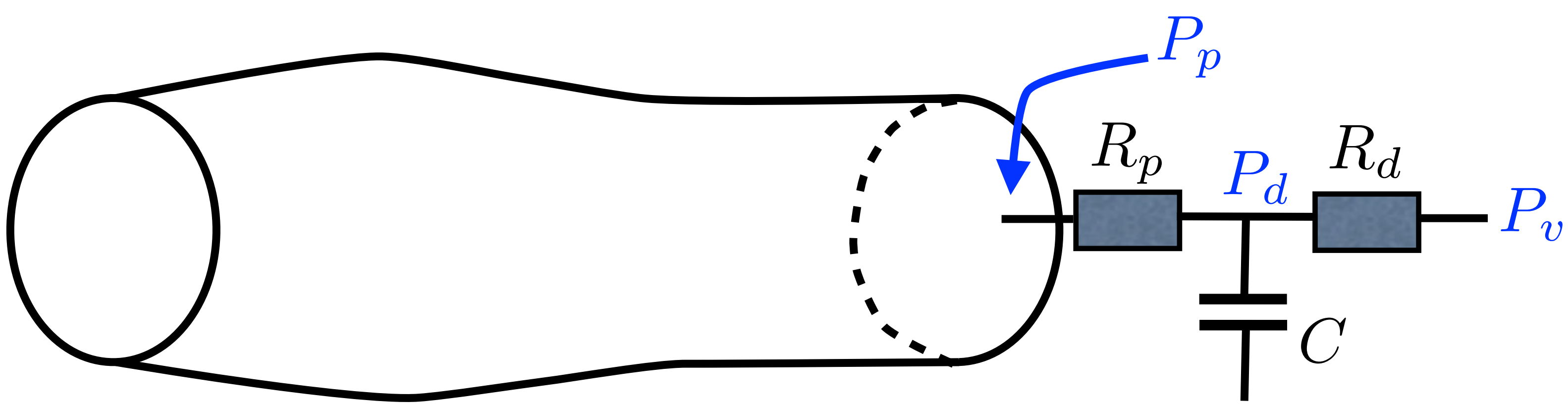
- On peut imposer $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}_d$ sur Γ_D et $\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n} = \boldsymbol{g}$ sur Γ_N

$$\boxed{\int_\Omega \rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}\right)\cdot\boldsymbol{v} + \int_\Omega \boldsymbol{\sigma} : \nabla\boldsymbol{v} = \int_{\Gamma_N} \boldsymbol{g}\cdot\boldsymbol{v}}$$

- Pour fixer les idées: $\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n} = -p\boldsymbol{n} + 2\mu\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u})\cdot\boldsymbol{n} \approx -p\boldsymbol{n}$.

- Si la vitesse ou la pression sont connues sur les bords : OK !
... mais ce n'est presque jamais le cas !

Couplage 3D - 0D



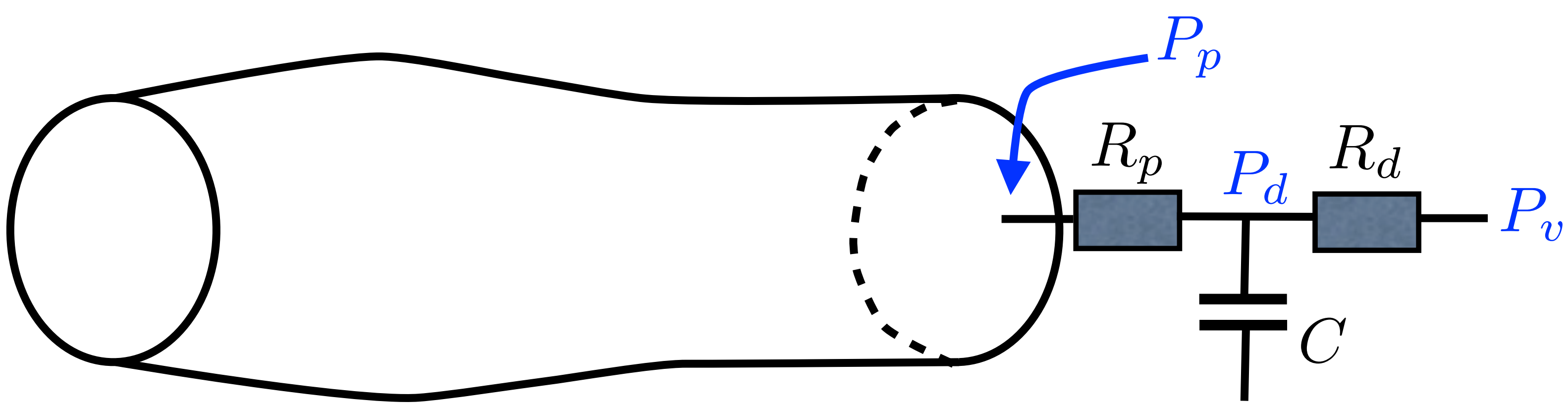
- Sur la partie 0D

$$\left\{ \begin{array}{rcl} C\dfrac{dP_d}{dt} + \dfrac{P_d - P_v}{R_d} & = & q \\ P_p & = & P_d + R_p q \end{array} \right.$$

- Sur la partie 3D, plusieurs options. Par exemple:

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \displaystyle\int_{\Gamma_{out}} \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} & = & q \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{n} & = & P_p \text{ sur } \Gamma_{out} \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{rcl} \displaystyle\int_{\Gamma_{out}} \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{n} & = & q \\ p & = & P_p \text{ sur } \Gamma_{out} \end{array} \right.$$

Couplage 3D - 0D



- Sur la partie 0D

$$\begin{cases} C\dfrac{dP_d}{dt} + \dfrac{P_d - P_v}{R_d} & = & q \\ P_p & = & P_d + R_p q \end{cases}$$

- Sur la partie 3D, plusieurs options. Par exemple:

$$\begin{cases} \displaystyle\int_{\Gamma_{out}} \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n} & = & q \\ \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{n} & = & P_p \text{ sur } \Gamma_{out} \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \displaystyle\int_{\Gamma_{out}} \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n} & = & q \\ p & = & P_p \text{ sur } \Gamma_{out} \end{cases}$$

mais beaucoup d'autres choix possibles…

Bilan d'énergie dans la partie 3D:

- Energie cinétique: $\mathcal{E}_{K_\Omega} = \int_\Omega \frac{\rho}{2}|\boldsymbol{u}|^2$
- Puissance dissipée: $\mathcal{P}_{V_\Omega} = 2\mu \int_\Omega \varepsilon(\boldsymbol{u}) : \varepsilon(\boldsymbol{u})$
- Puissance entrante: $\mathcal{P}_{\text{in}} = \int_{\Gamma_{\text{in}}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} - \rho \int_{\Gamma_{\text{in}}} \frac{|\boldsymbol{u}|^2}{2} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u}$

$$\frac{d}{dt}\mathcal{E}_{K_\Omega} + \mathcal{P}_{V_\Omega} = \mathcal{P}_{\text{in}} + \int_{\Gamma_{\text{out}}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} - \rho \int_{\Gamma_{\text{out}}} \frac{|\boldsymbol{u}|^2}{2} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u}$$

Bilan d'énergie dans la partie 0D:

$$C \frac{d}{dt} \frac{P_d^2}{2} + \frac{P_d^2}{R_d} + R_p q^2 = P_p q$$

Bilan d'énergie dans la partie 3D:

- Energie cinétique: $\mathcal{E}_{K_\Omega} = \int_\Omega \frac{\rho}{2} |\boldsymbol{u}|^2$
- Puissance dissipée: $\mathcal{P}_{V_\Omega} = 2\mu \int_\Omega \varepsilon(\boldsymbol{u}) : \varepsilon(\boldsymbol{u})$
- Puissance entrante: $\mathcal{P}_{\text{in}} = \int_{\Gamma_{\text{in}}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} - \rho \int_{\Gamma_{\text{in}}} \frac{|\boldsymbol{u}|^2}{2} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u}$

$$\frac{d}{dt}\mathcal{E}_{K_\Omega} + \mathcal{P}_{V_\Omega} = \mathcal{P}_{\text{in}} + \int_{\Gamma_{\text{out}}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} - \rho \int_{\Gamma_{\text{out}}} \frac{|\boldsymbol{u}|^2}{2} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u}$$

Bilan d'énergie dans la partie 0D:

$$C \frac{d}{dt} \frac{P_d^2}{2} + \frac{P_d^2}{R_d} + R_p q^2 = P_p q$$

- Pour obtenir un bilan énergétique correct:

$$\frac{d}{dt}\mathcal{E}_{K_\Omega} + \mathcal{P}_{V_\Omega} + C\frac{d}{dt}\frac{P_d^2}{2} + \frac{P_d^2}{R_d} + R_p q^2 = \mathcal{P}_{\text{in}}$$

le “bon” choix serait

$$\left\{\begin{array}{rcl} \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n} - \dfrac{\rho}{2}|\boldsymbol{u}|^2\boldsymbol{n} & = & -P_p\boldsymbol{n} \\ \displaystyle\int_{\Gamma_{out}} \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n} & = & q \end{array}\right.$$

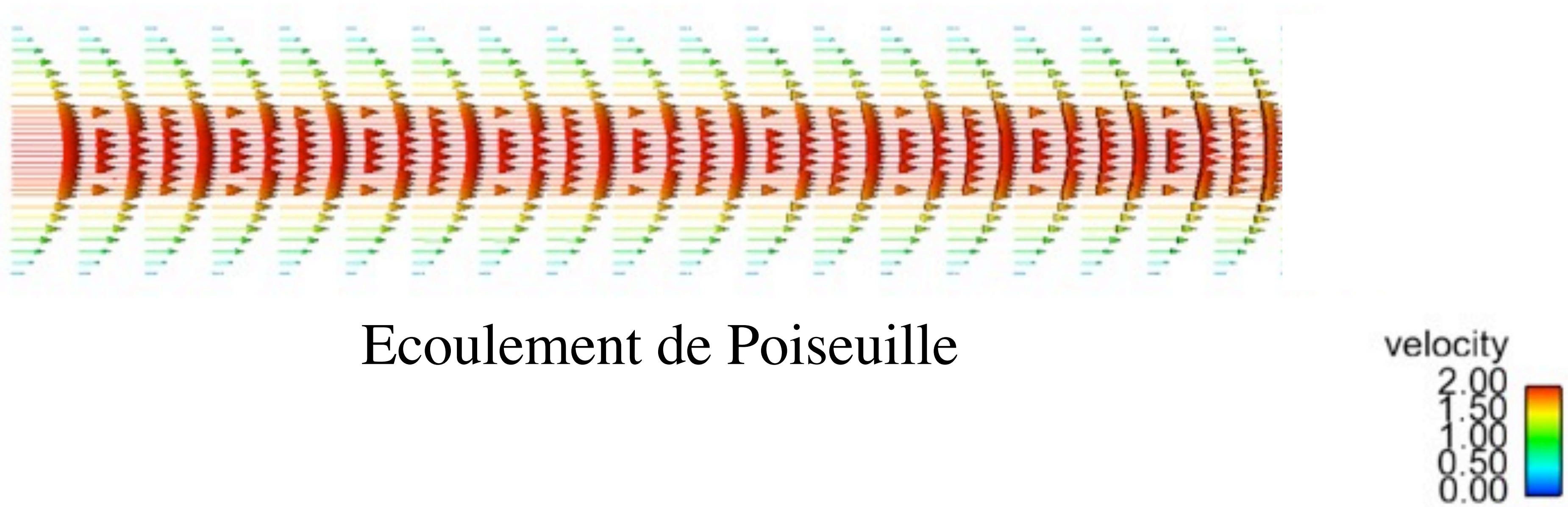
- Pour obtenir un bilan énergétique correct:

$$\frac{d}{dt}\mathcal{E}_{K_\Omega} + \mathcal{P}_{V_\Omega} + C\frac{d}{dt}\frac{P_d^2}{2} + \frac{P_d^2}{R_d} + R_p q^2 = \mathcal{P}_{\text{in}}$$

le “bon” choix serait

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n} - \frac{\rho}{2}|\boldsymbol{u}|^2\boldsymbol{n} & = & -P_p\boldsymbol{n} \\ \int_{\Gamma_{out}} \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n} & = & q \end{array} \right.$$

- Mais ces conditions ne sont pas vérifiées par des écoulements types !



Ecoulement de Poiseuille

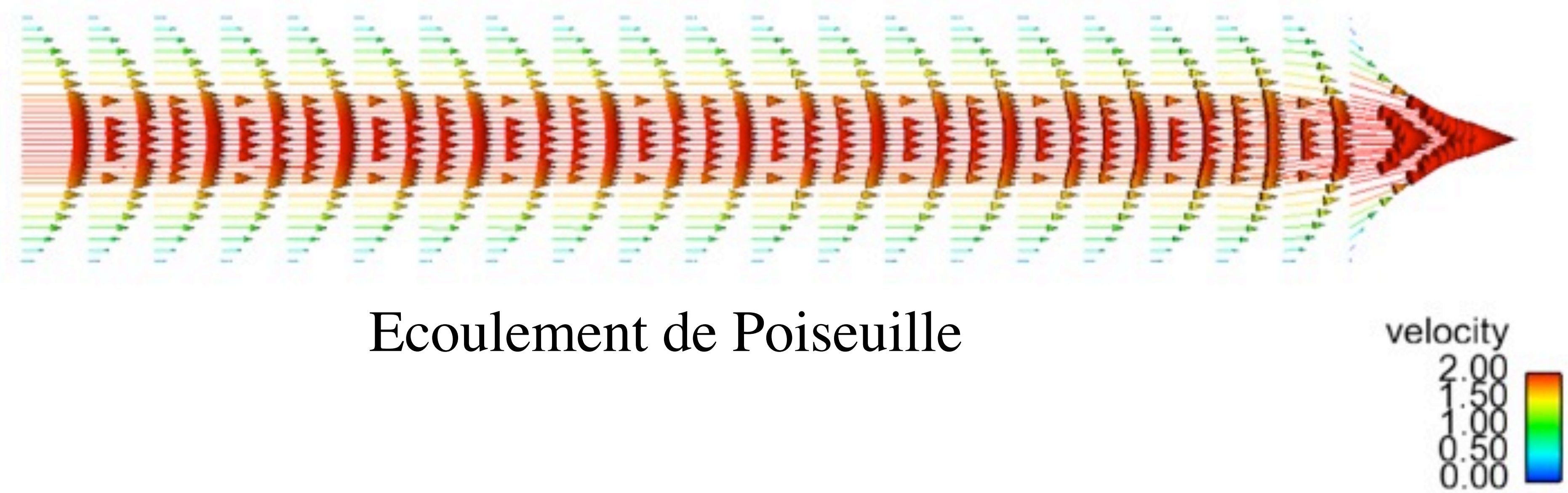
- Pour obtenir un bilan énergétique correct:

$$\frac{d}{dt}\mathcal{E}_{K_\Omega} + \mathcal{P}_{V_\Omega} + C\frac{d}{dt}\frac{P_d^2}{2} + \frac{P_d^2}{R_d} + R_p q^2 = \mathcal{P}_{\text{in}}$$

le “bon” choix serait

$$\left\{\begin{array}{rcl} \boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{n} - \frac{\rho}{2}|\boldsymbol{u}|^2\boldsymbol{n} & = & -P_p\boldsymbol{n} \\ \int_{\Gamma_{out}} \boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{n} & = & q \end{array}\right.$$

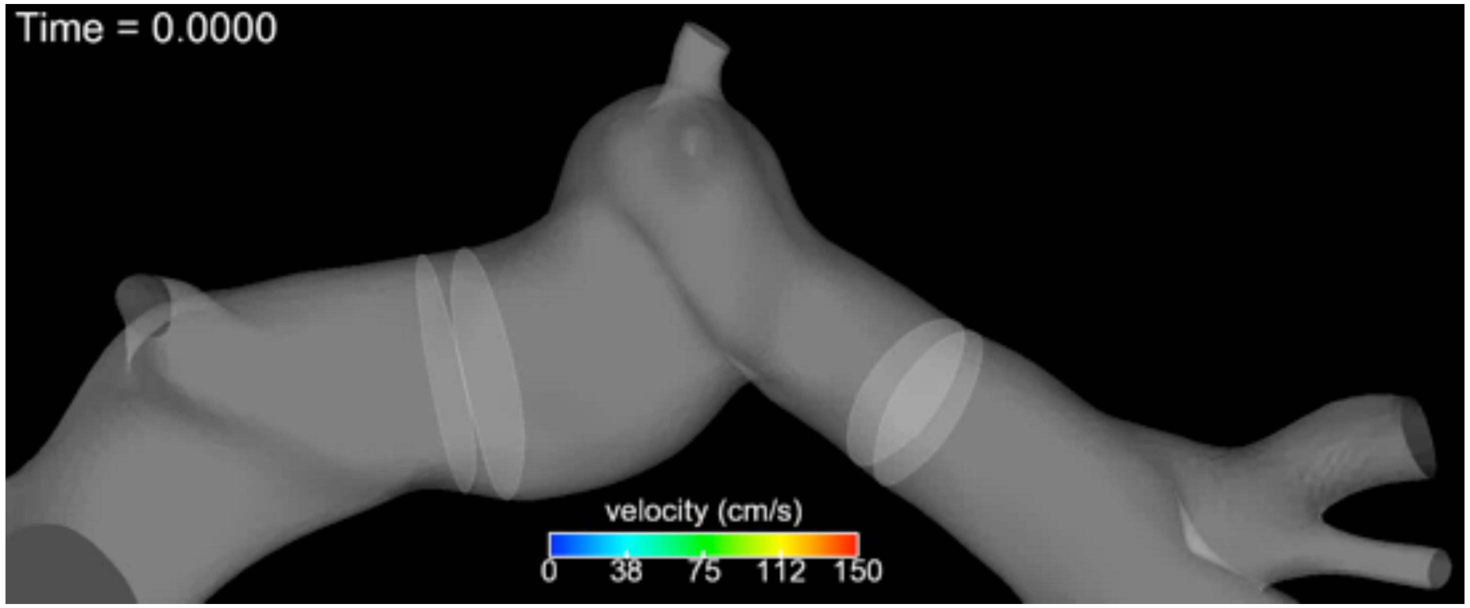
- Mais ces conditions ne sont pas vérifiées par des écoulements types !



Ecoulement de Poiseuille

- Bilan énergétique important quand $\rho \int_{\Gamma_{\text{out}}} \frac{|\boldsymbol{u}|^2}{2} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} < 0$

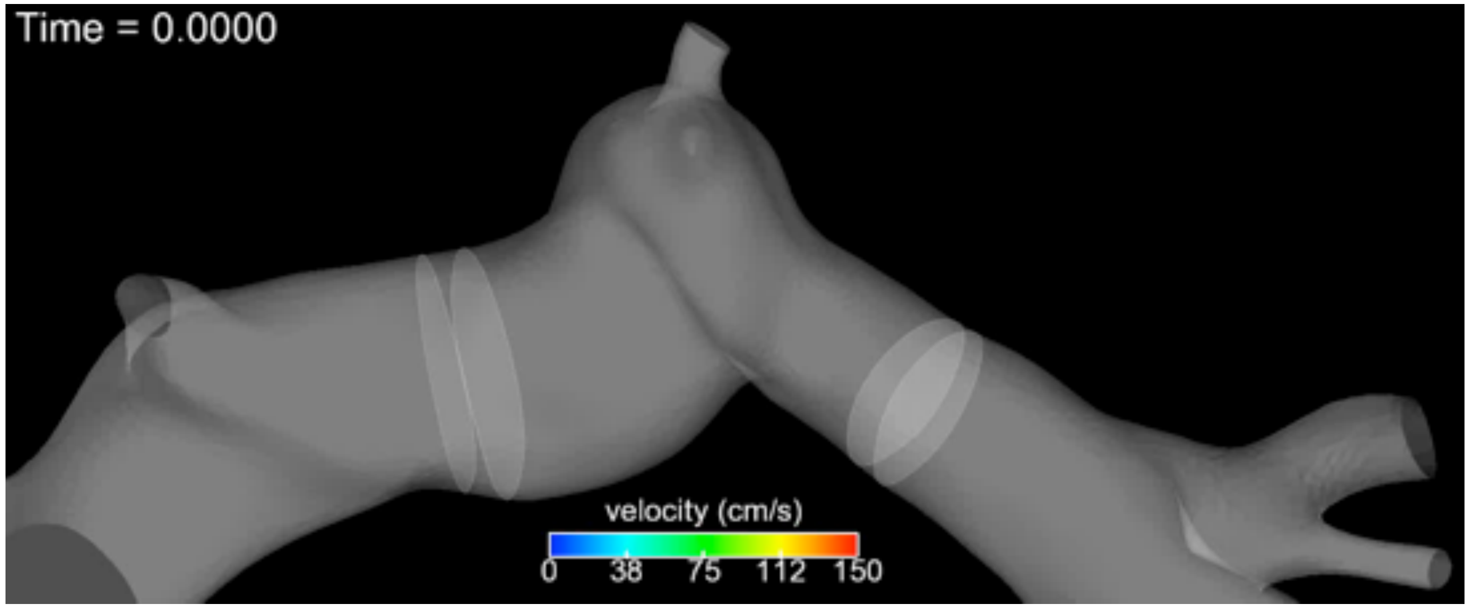
(écoulement rétrograde: classique en diastole !)

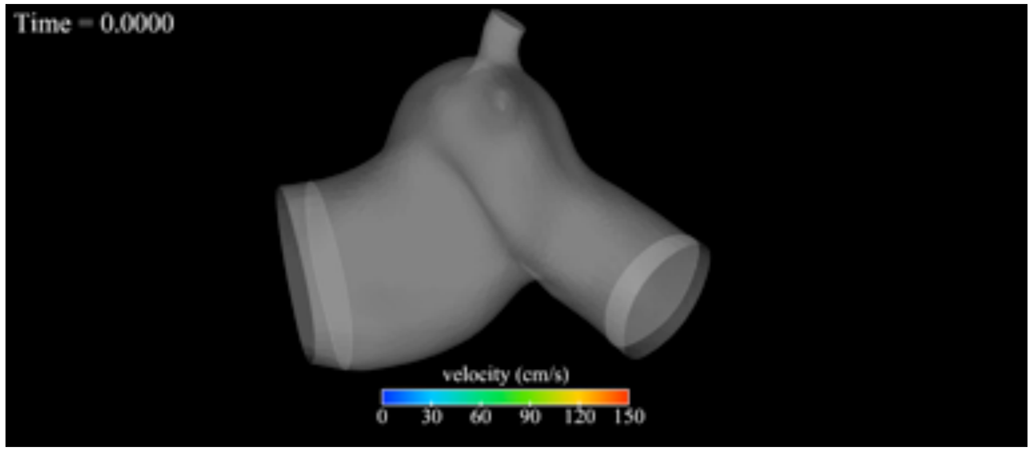


Simulation: G. Arbia

- Bilan énergétique important quand $\rho \int_{\Gamma_{\text{out}}} \frac{|\boldsymbol{u}|^2}{2} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} < 0$

  (écoulement rétrograde: classique en diastole !)



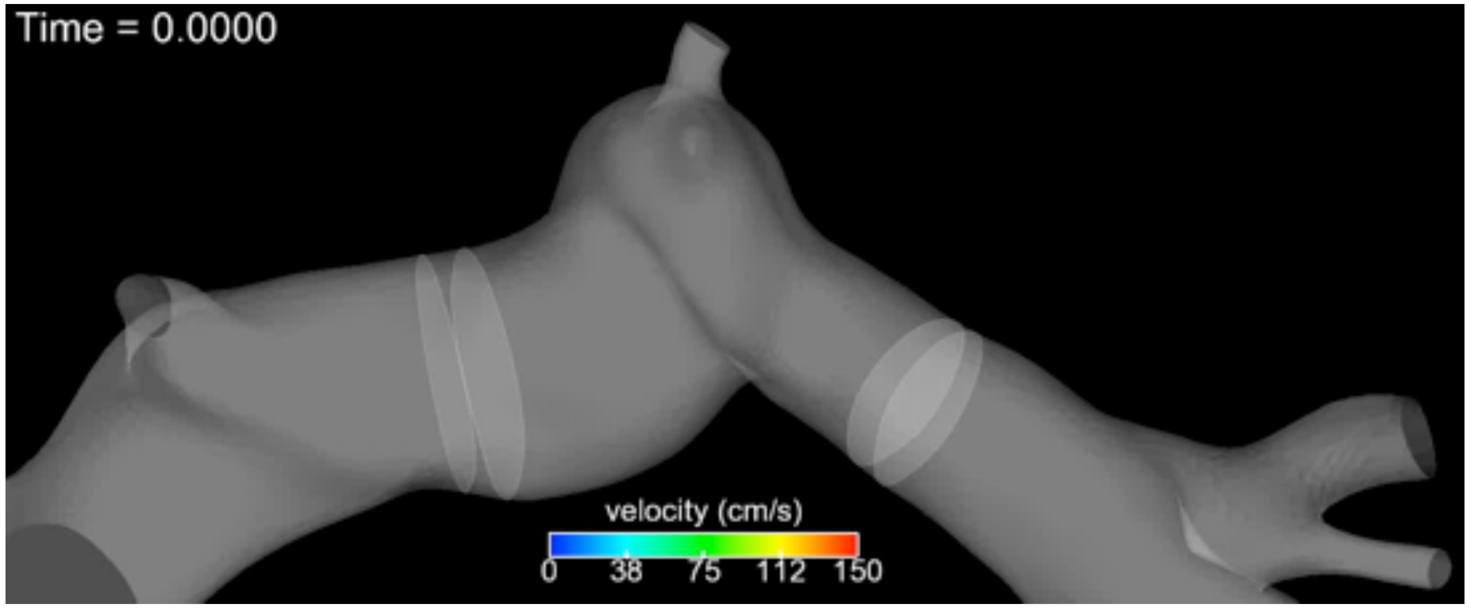


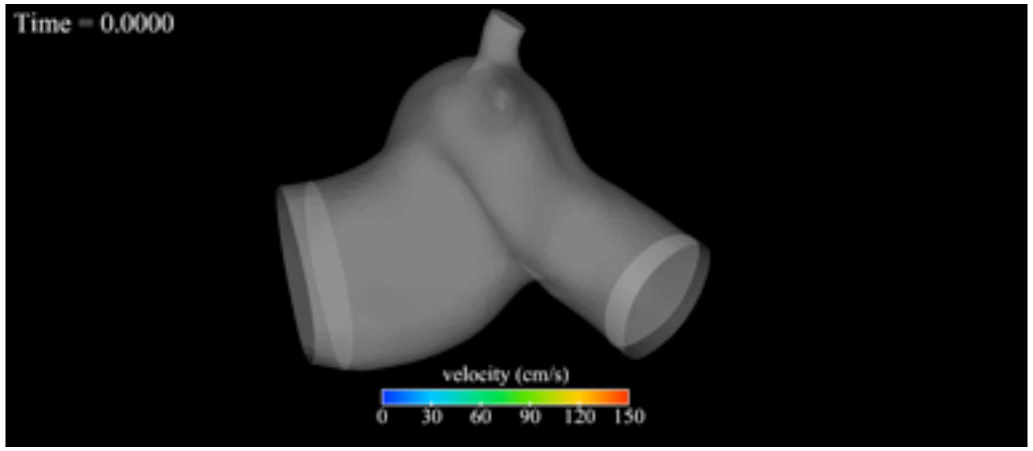
- Des méthodes de stabilisation été récemment proposées...

Simulation: G. Arbia

- Bilan énergétique important quand $\rho \int_{\Gamma_{\text{out}}} \frac{|\boldsymbol{u}|^2}{2} \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{u} < 0$

  (écoulement rétrograde: classique en diastole !)



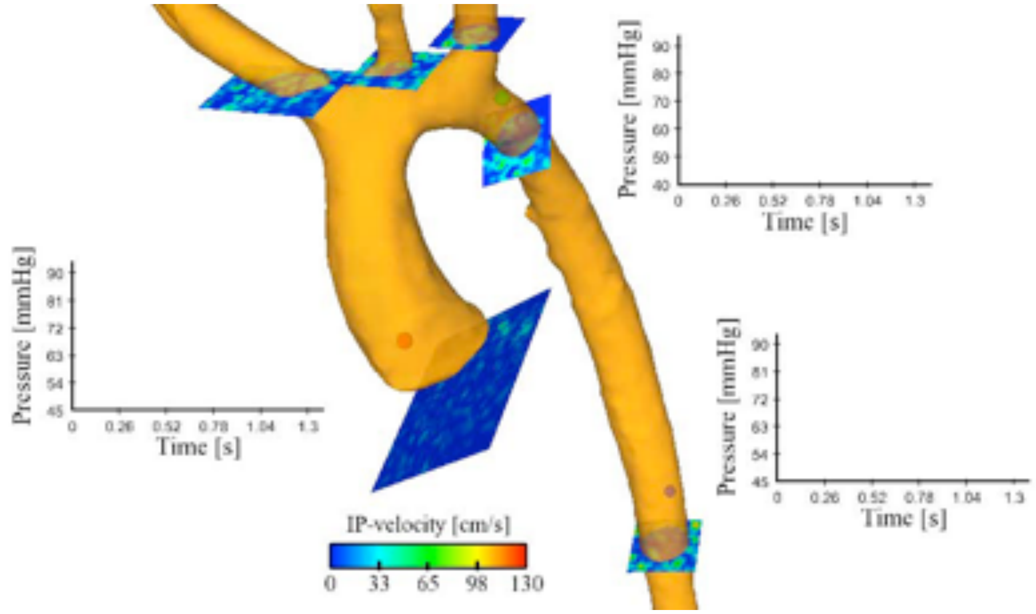


- Des méthodes de stabilisation été récemment proposées...

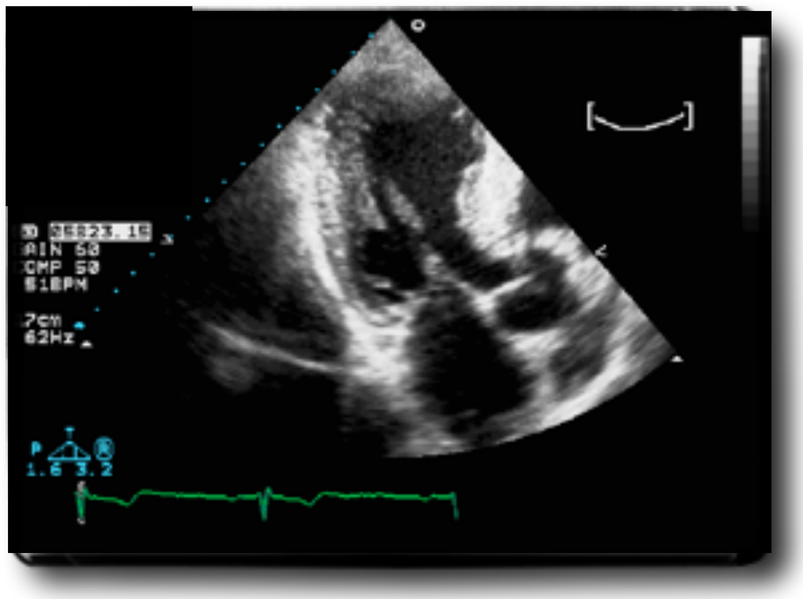
Mais à ce jour, pas de solution complètement satisfaisante pour les conditions aux limites

Simulation: G. Arbia

Interaction fluide-structure

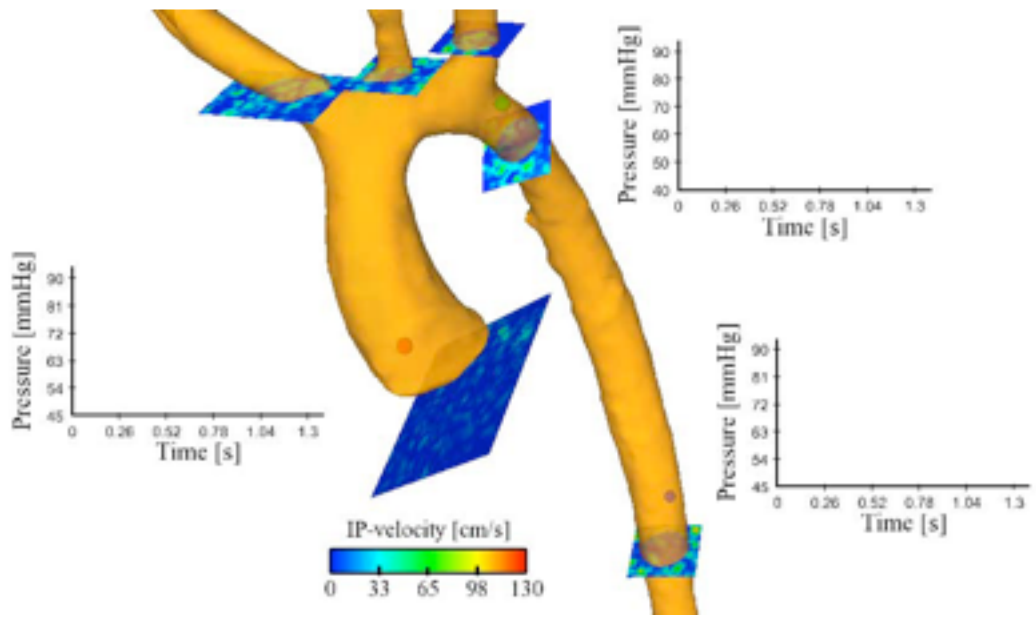


KCL (euHeart)

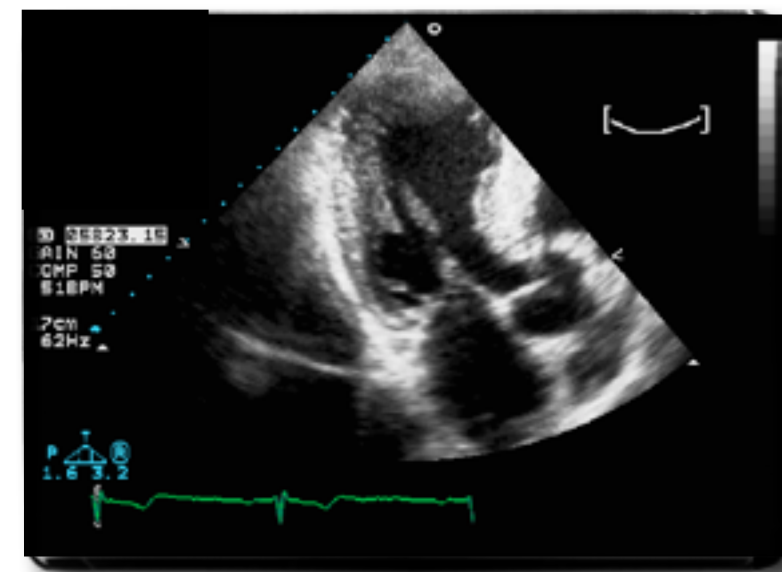


Hôpital Laval

Interaction fluide-structure



KCL (euHeart)



Hôpital Laval

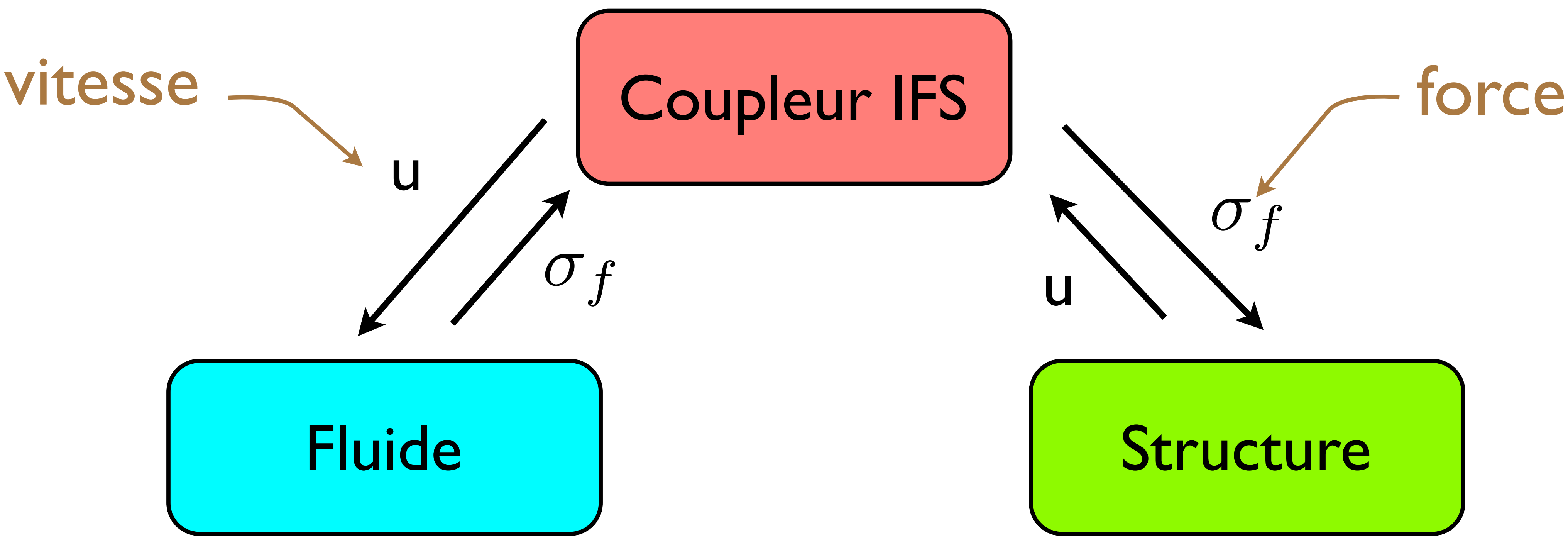
- Couplage “multi-physique”:

$$\rho^{\mathrm{f}} \left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}_{|\widehat{\boldsymbol{x}}} + (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{w}) \cdot \boldsymbol{\nabla} \boldsymbol{u} \right) - 2\mu \mathbf{div} \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{u}) + \boldsymbol{\nabla} p = \boldsymbol{0}, \quad \text{in} \quad \Omega^{\mathrm{f}}(t)$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{u} = 0, \quad \text{in} \quad \Omega^{\mathrm{f}}(t)$$

$$\rho^{\mathrm{s}} \frac{\partial^2 \boldsymbol{d}}{\partial t^2} - \mathbf{div}\big(\boldsymbol{F}(\boldsymbol{d}) \boldsymbol{S}(\boldsymbol{d})\big) = \boldsymbol{0}, \quad \text{in} \quad \widehat{\Omega}^{\mathrm{s}}$$

Interaction fluide-structure



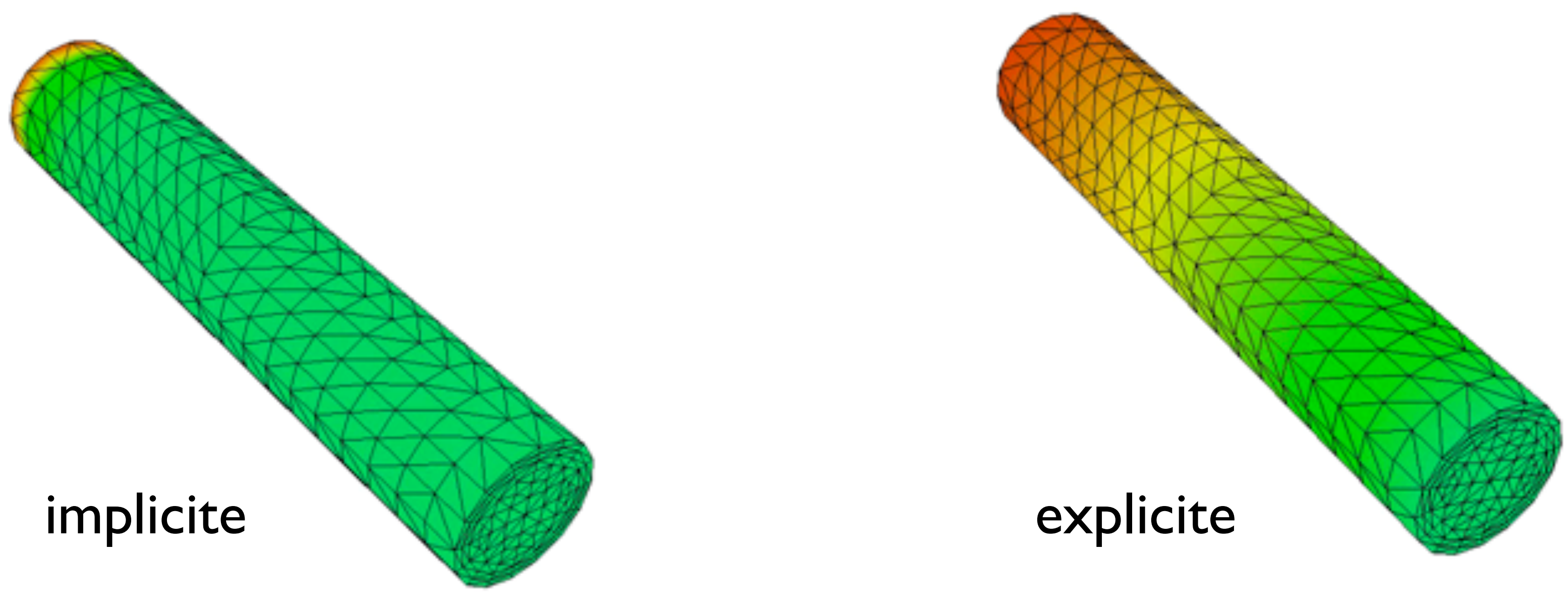
- Couplage **implicite**: nombreuses sous-itérations à chaque pas de temps
- Couplage **explicite**: 1 (ou quelques) sous-itération(s) par pas de temps

Interaction fluide-structure

- Couplage explicite *a priori* très efficace**:**

$$\text{Coût IFS} \approx \text{coût Fluide} + \text{coût Solide}$$

- **.. mais les itérations “classiques” sont instables !**



- Couplage explicite, observations empiriques:

➡ Les instabilités disparaissent quand la densité du solide est plus grande

➡ Les instabilités sont indépendantes du pas de temps

➡ Les instabilités sont sensibles à la longueur du domaine

Interaction fluide-structure

Periode 1997-2007

- Algorithmes implicites, pour la stabilité: très cher !

L'effet de masse ajoutée *(Le Tallec, Mouro 2001)*
instabilité inconditionnelle des schémas explicites si

$$\frac{\rho_f \mu_{max}}{\rho^s \epsilon} \geq 1$$

valeur propre (Steklov-Poincaré)

épaisseur

Causin, JFG, Nobile, 2005

Interaction fluide-structure

Periode 1997-2007

- Algorithmes implicites, pour la stabilité: très cher !

L'effet de masse ajoutée *(Le Tallec, Mouro 2001)*
instabilité inconditionnelle des schémas explicites si

$$\frac{\rho_f \mu_{max}}{\rho^s \epsilon} \geq 1$$

valeur propre (Steklov-Poincaré)

épaisseur

Causin, JFG, Nobile, 2005

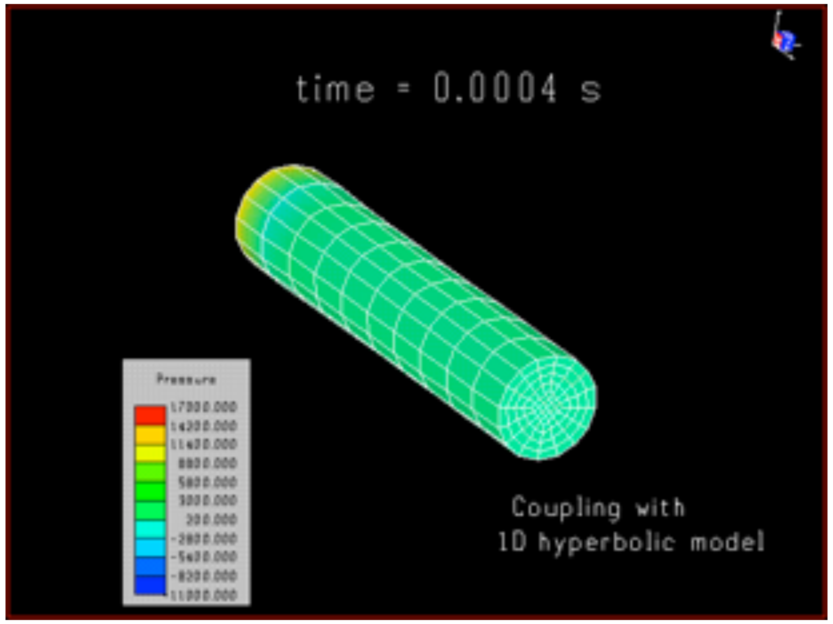
Periode 2007-2009

- Premier schéma partiellement explicite stable
  (Fernández, JFG, Grandmont, 2007)
- Premier schéma totalement explicite stable *(Burman, Fernández, 2009)*

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{u}^{n+1}, p^{n+1})\boldsymbol{n} + \frac{\gamma\mu}{h}\boldsymbol{u}^{n+1} = \frac{\gamma\mu}{h}\partial_\tau \boldsymbol{d}_s^{n+1} + \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{u}^n, p^n)\boldsymbol{n} \quad \text{on} \quad \Sigma^n$$

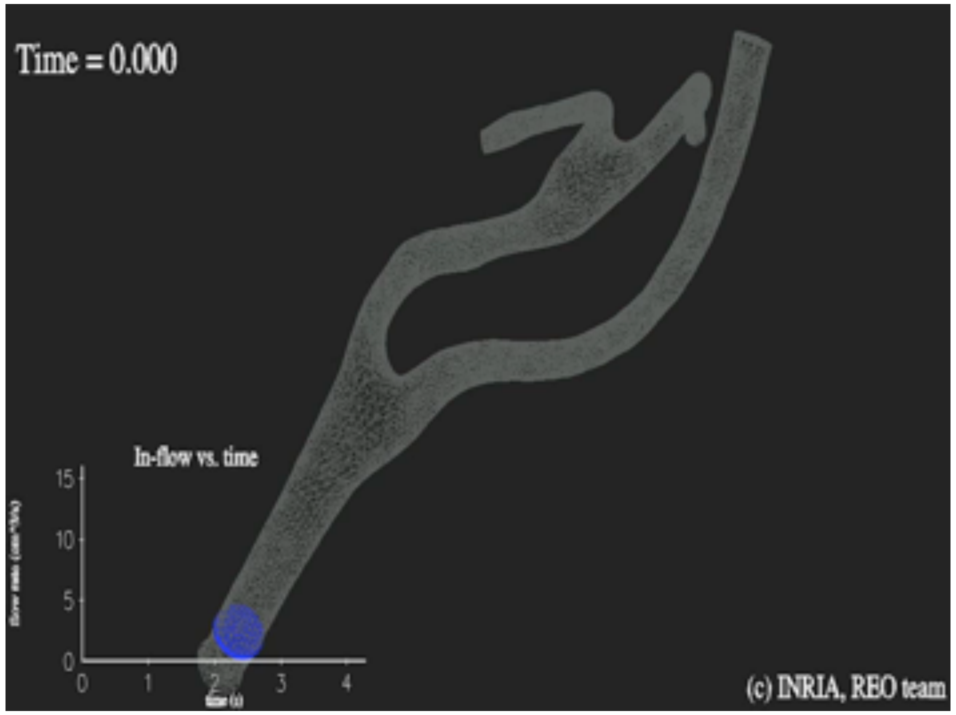
- Nouveau challenge: précision !

Interaction fluide-structure



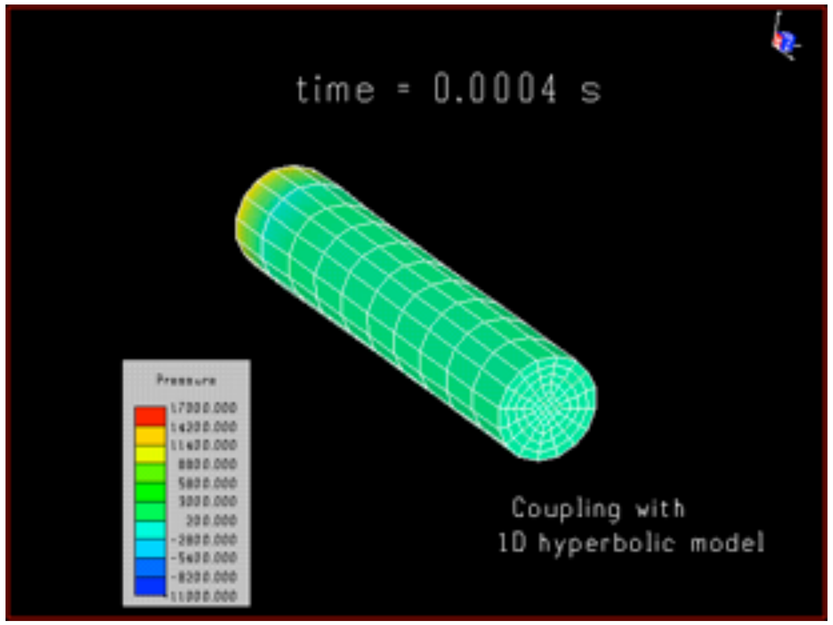
1999

2003

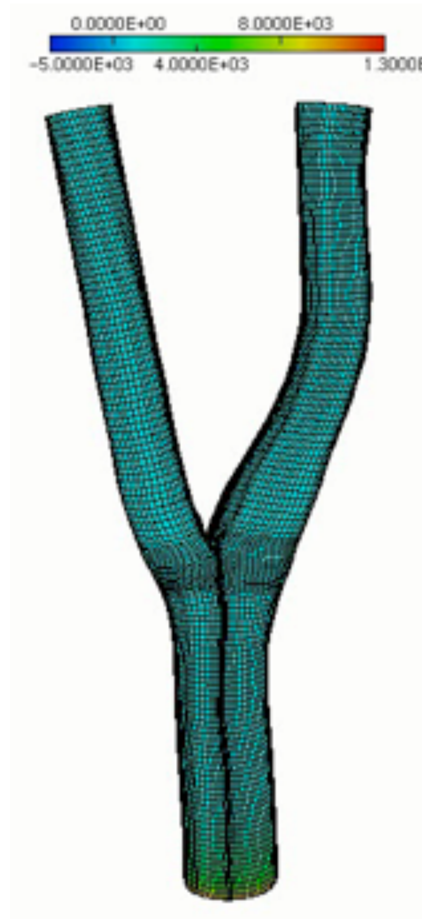


2007

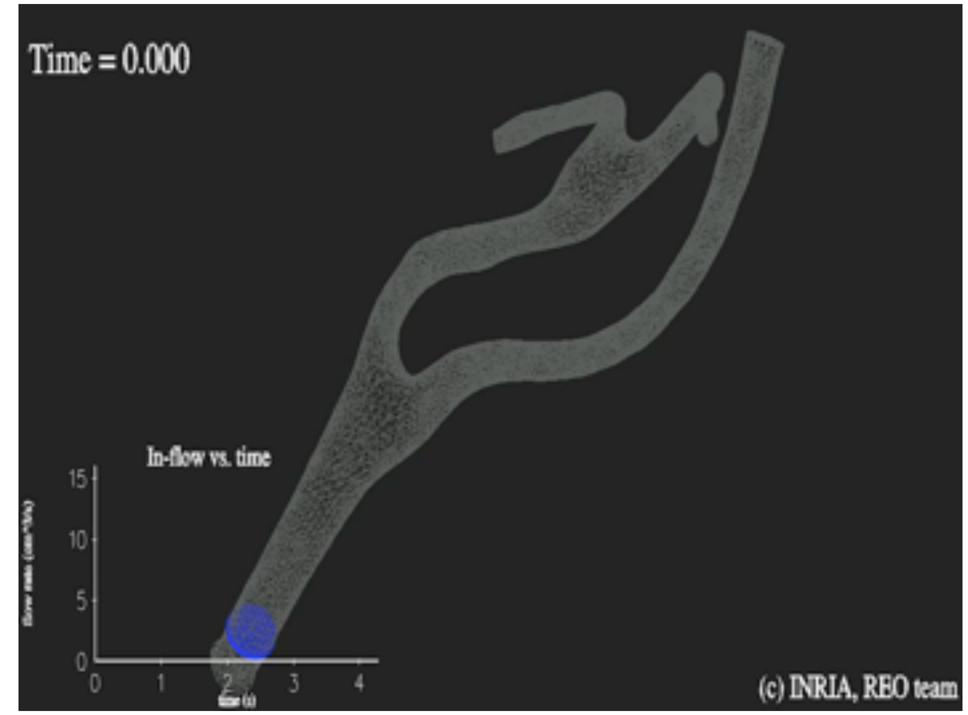
Interaction fluide-structure



1999



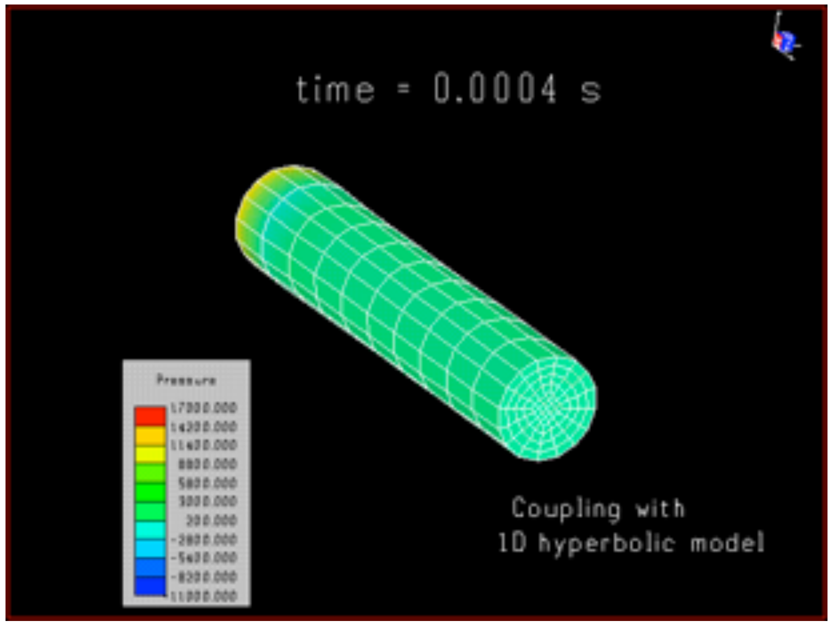
2003



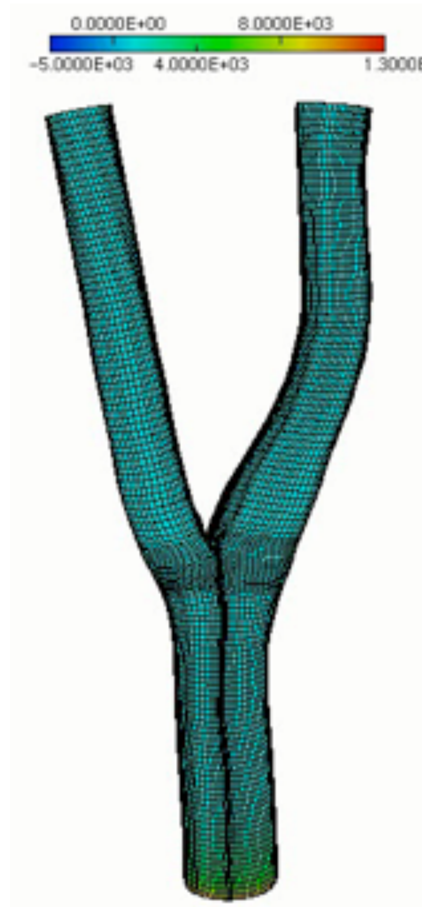
2007

	2002	**2003**	**2007**	**2012**
Temps de calcul	50	20	4	1

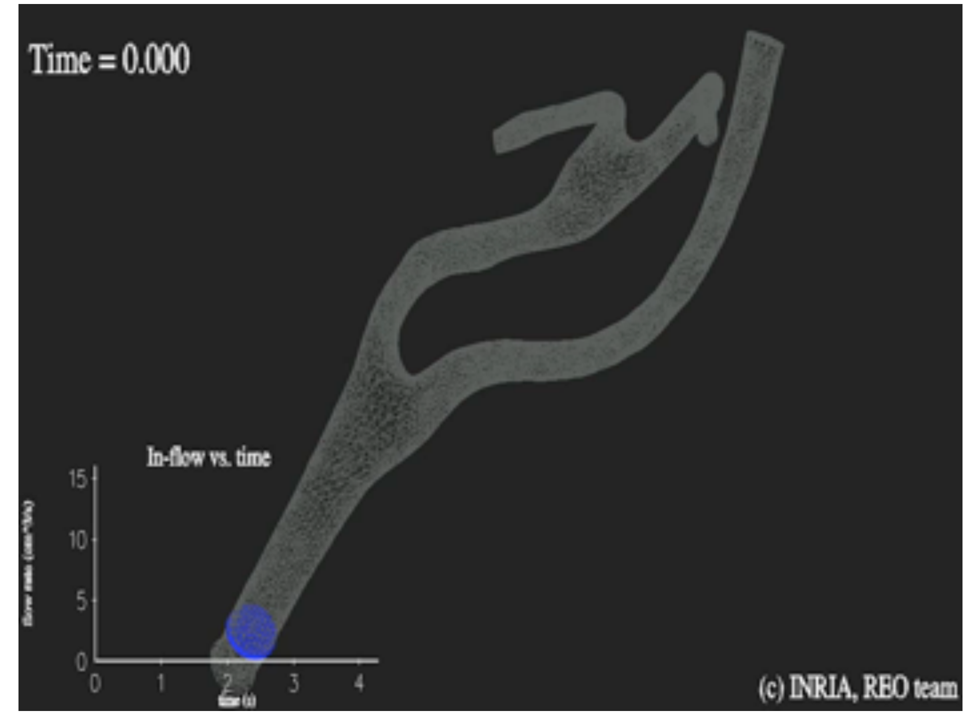
Interaction fluide-structure



1999



2003



2007

	2002	2003	2007	2012
Temps de calcul	50	20	4	1

Grâce à des progrès algorithmiques!

JFG, Vidrascu, M2AN 2003
Causin, JFG, Nobile, CMAME 2005
Fernández, JFG, Grandmont, IJNME 2007
Burman, Fernández, CMAME 2009

Fernández, Numer. Math 2012
Fernández, Landajuela, CRAS 2013
Fernández, Mullaert, Vidrascu, CMAME 2013

Vérification, “Personnalisation”, Validation

Vérification

- Numérique : précision, stabilité, ...
- Physique : conservation de la masse, de l’énergie, ...

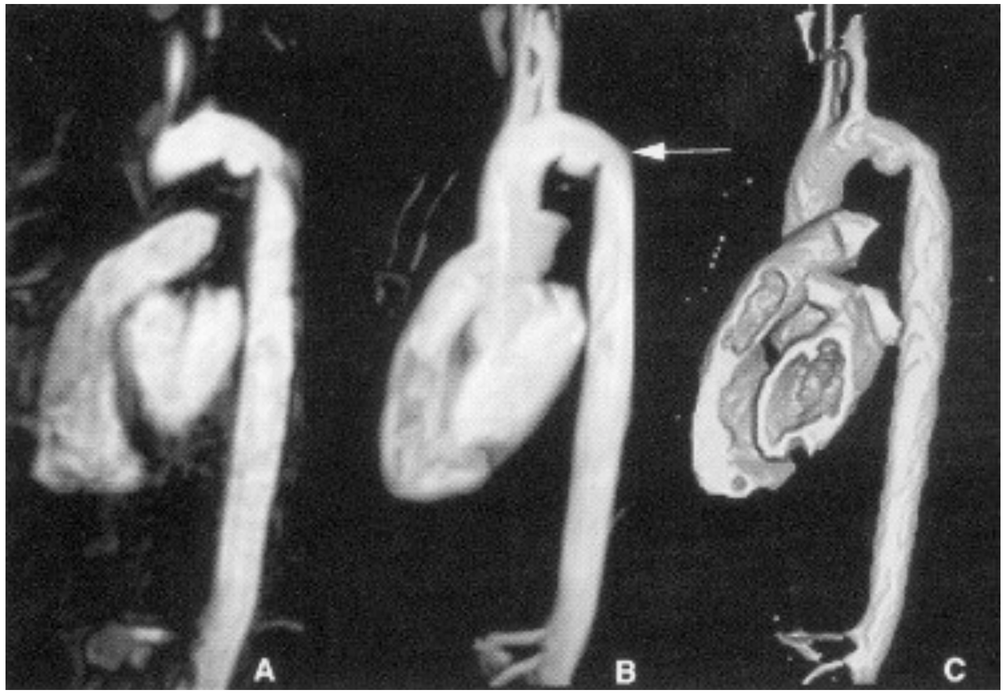
“Personnalisation” (Identification)

- Identifier l’état et les paramètres en réduisant l’écart entre modèle et mesures (images médicales, ...)

Validation

- S’assurer que pour les quantités auxquelles on s’intéresse, le modèle est capable de prédire le résultat

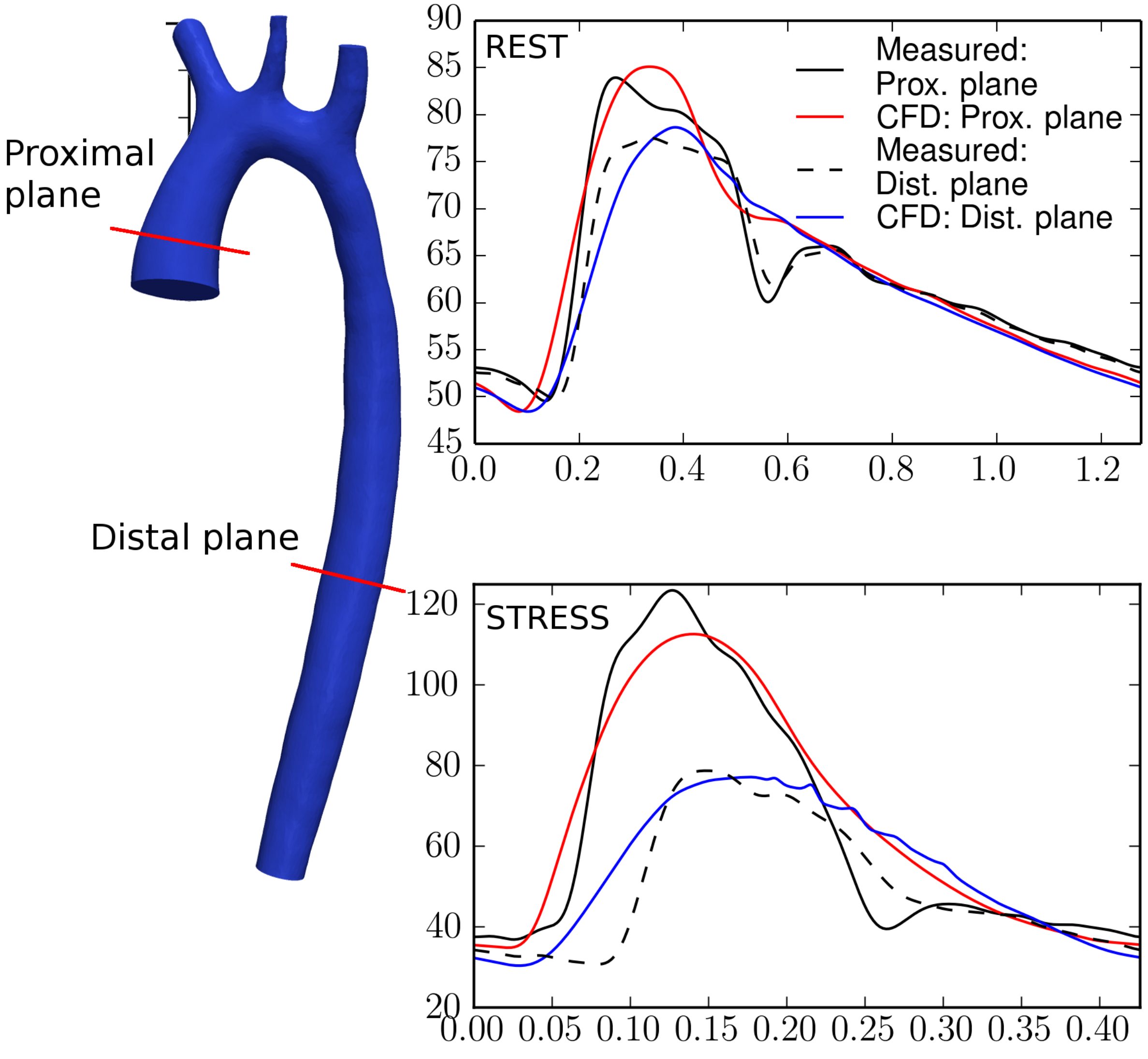
Exemple: coarctation de l’aorte

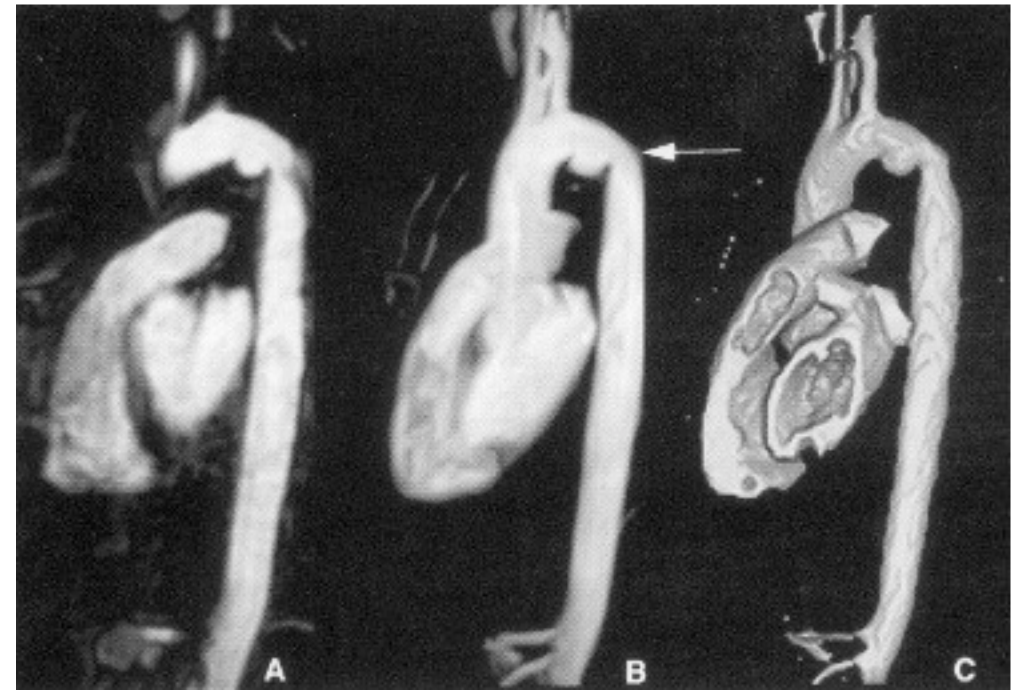


Source: O. Peruta

- **Suivi post-opératoire :** repos / effort
- Prédire la chute de pression ?

Exemple: coarctation de l’aorte



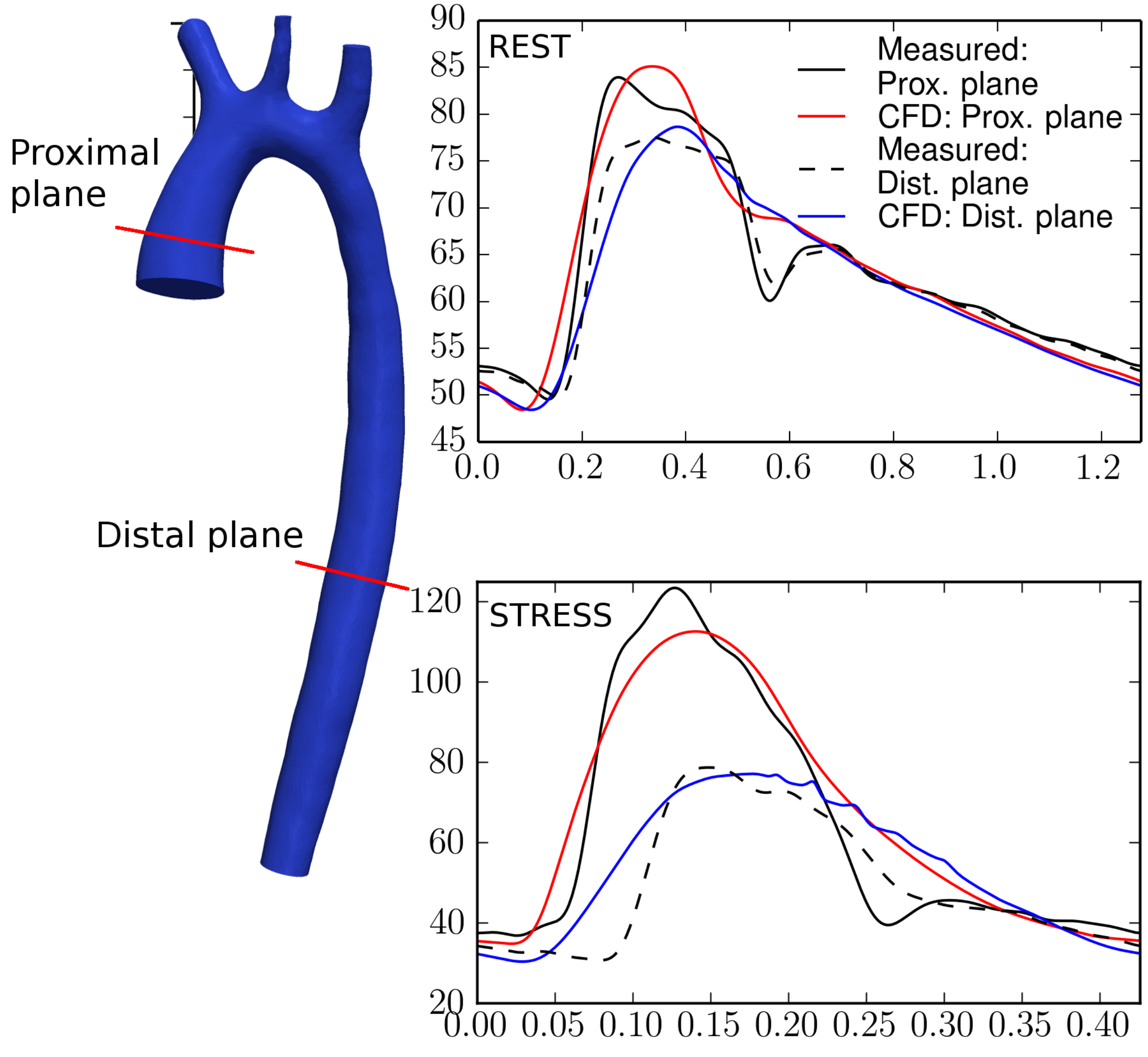


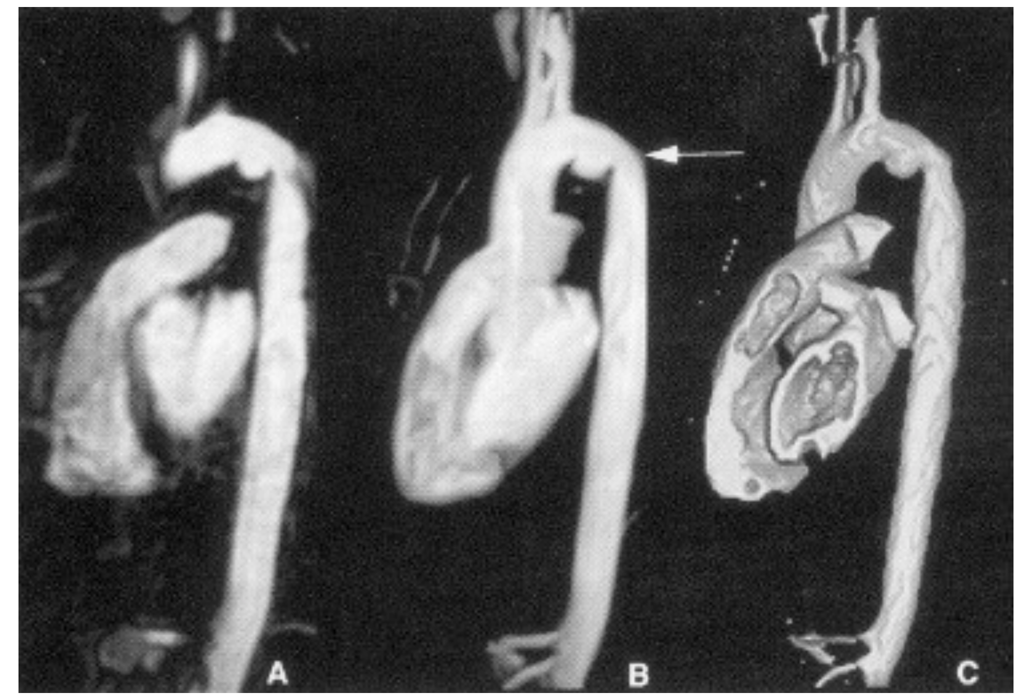
Source: O. Peruta

- **Suivi post-opératoire :** repos / effort
- Prédire la chute de pression ?

Challenge Stacom / Miccai 2013
Pant, Fabrèges, JFG, Vignon-Clementel (en préparation)

Exemple: coarctation de l’aorte



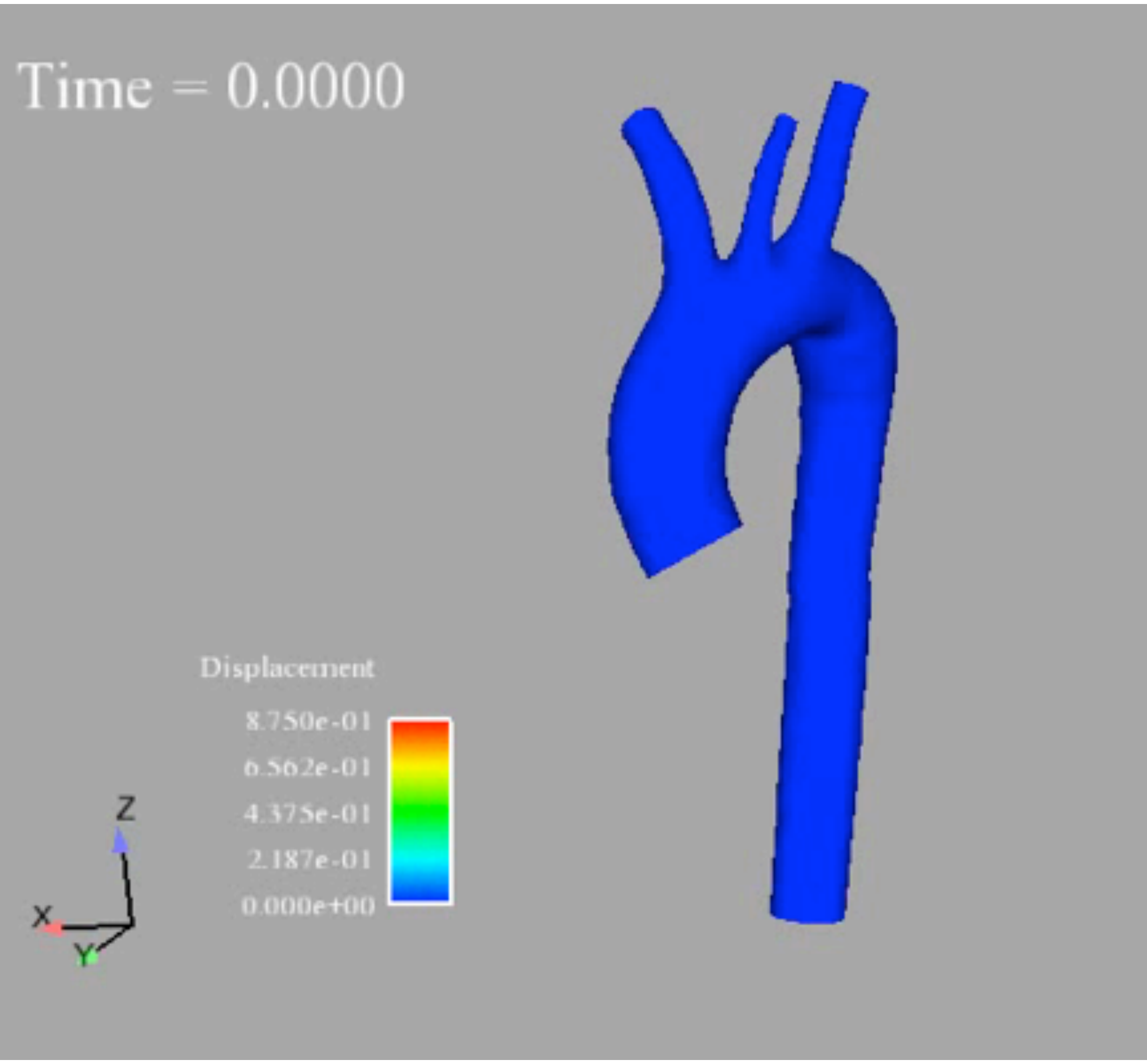


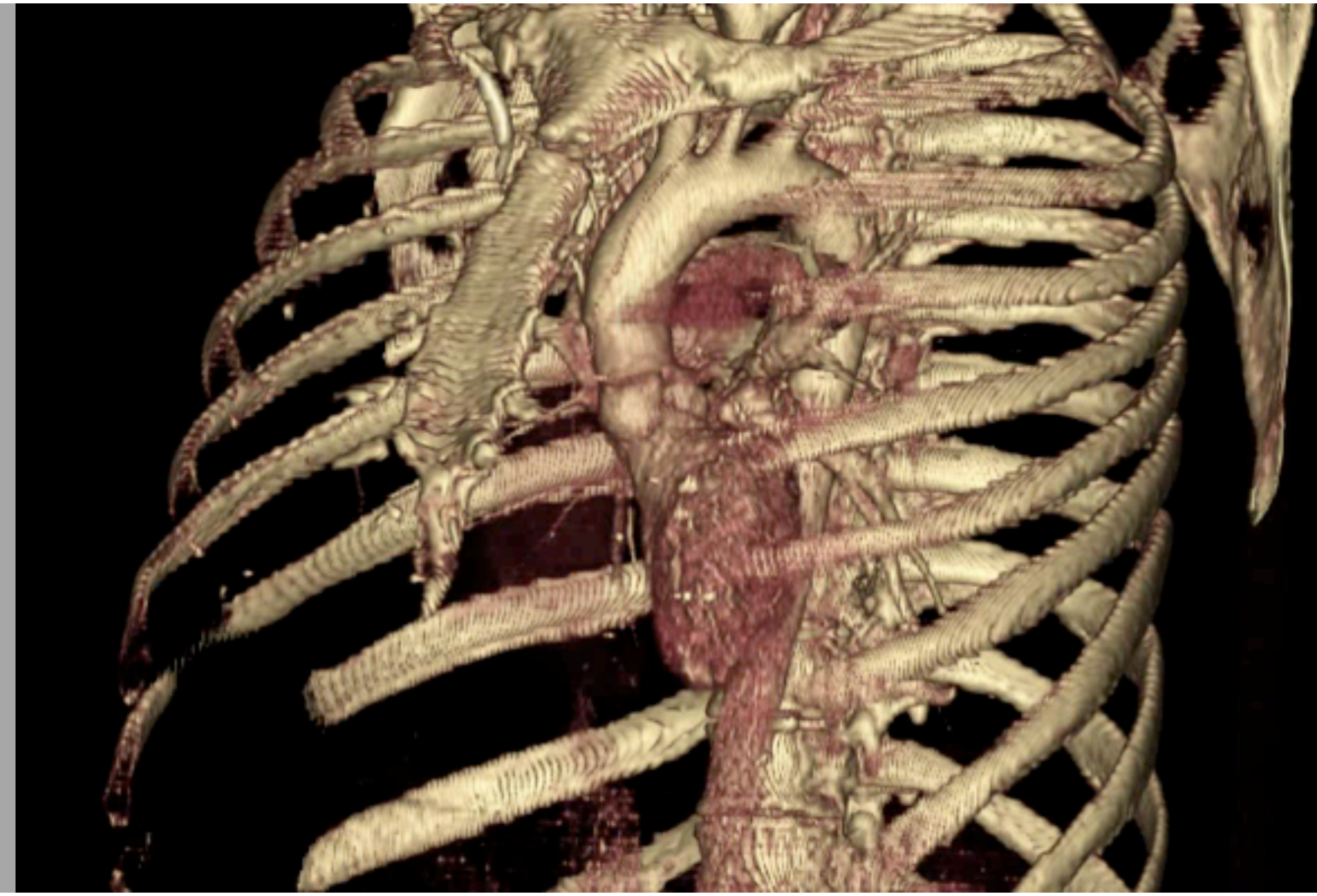
Source: O. Peruta

- **Suivi post-opératoire :** repos / effort
- Prédire la chute de pression ?

Challenge Stacom / Miccai 2013
Pant, Fabrèges, JFG, Vignon-Clementel (en préparation)

- Peut-on éviter le test d’effort ?
- Peut-être... si on parvient à estimer les propriétés mécaniques de l’aorte





INRIA *CVBRL, Stanford*

Assilimation de données

- Identifier paramètres et états du modèle à l'aide de mesures
- Accéder à des quantités "cachées"
- Régulariser les mesures

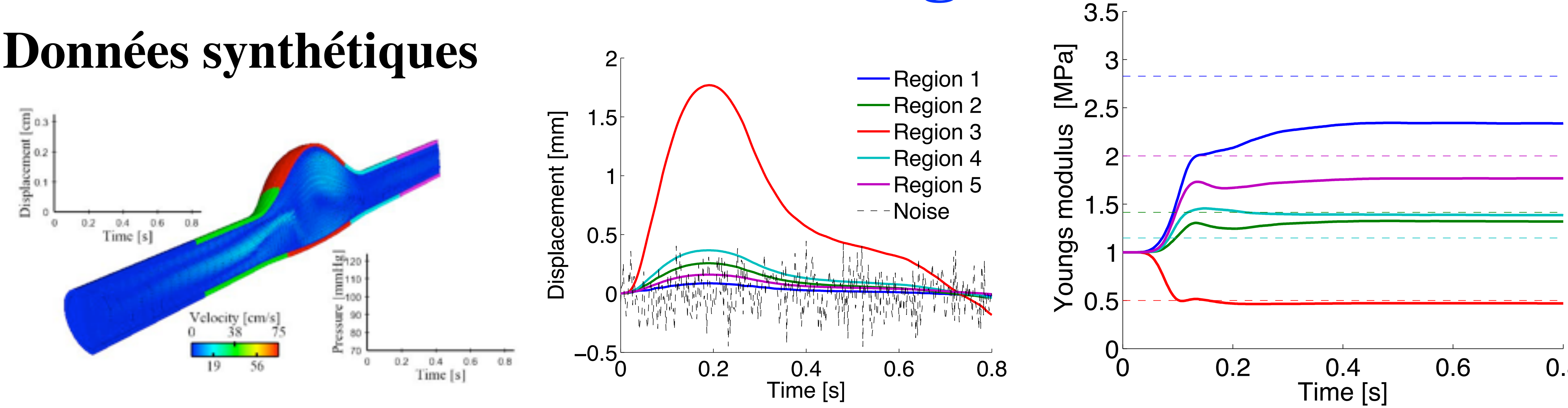
Bertoglio, Chapelle, Fernandez, JFG, Moireau, 2013

Moireau, Bertoglio, Xiao, Figueroa, Taylor, Chapelle, JFG, 2012

Bertoglio, Moireau, JFG, 2013

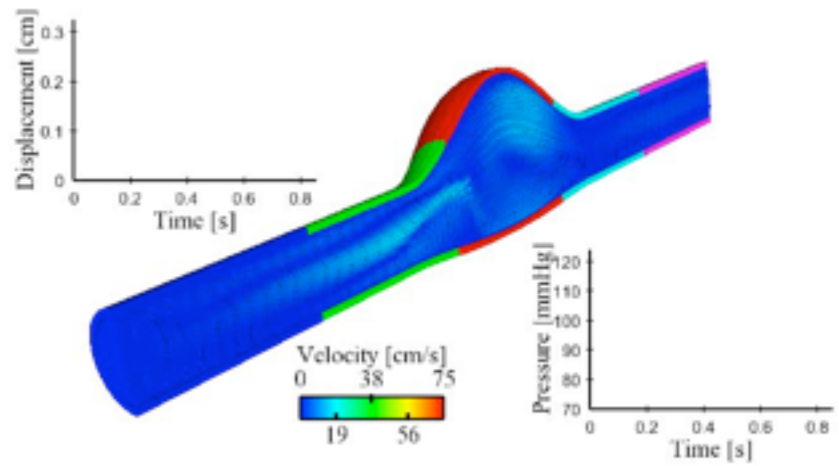
Ex: estimation de la rigidité artérielle

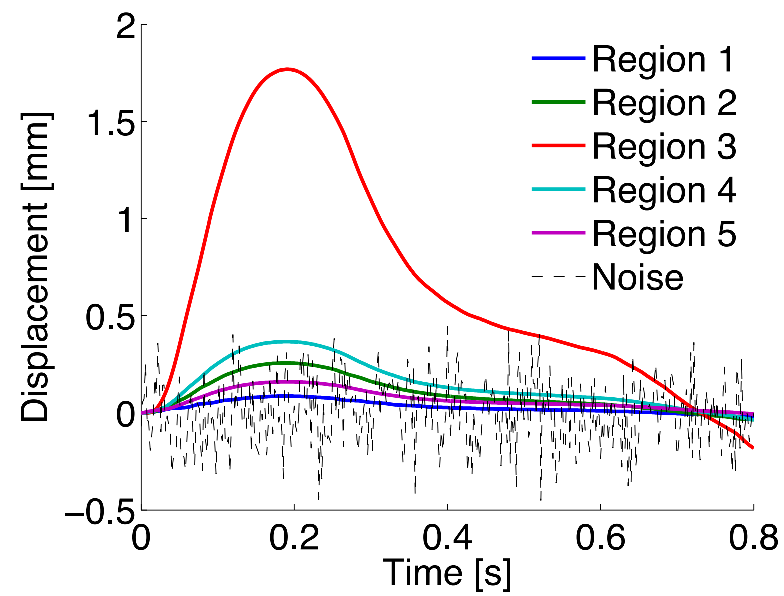
Données synthétiques

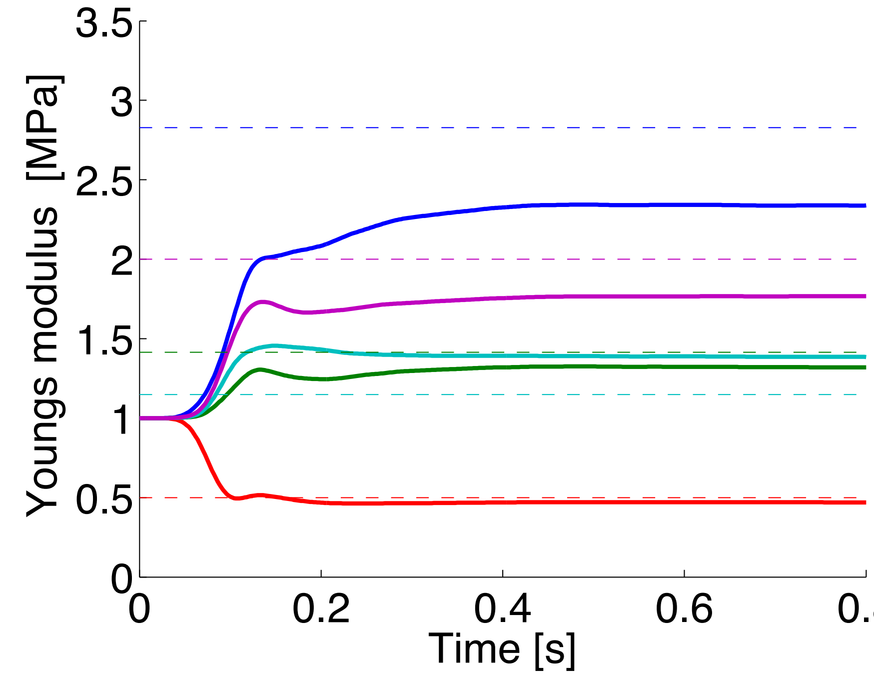


Ex: estimation de la rigidité artérielle

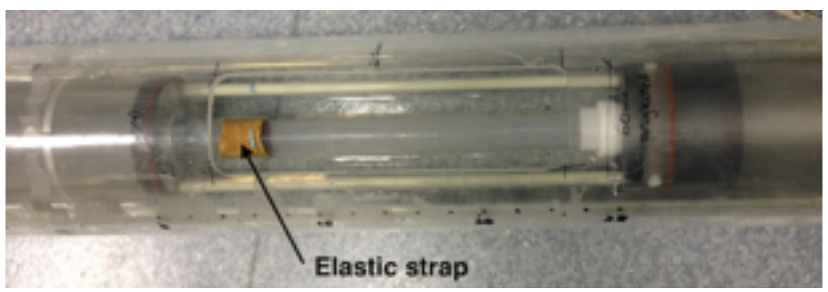
Données synthétiques

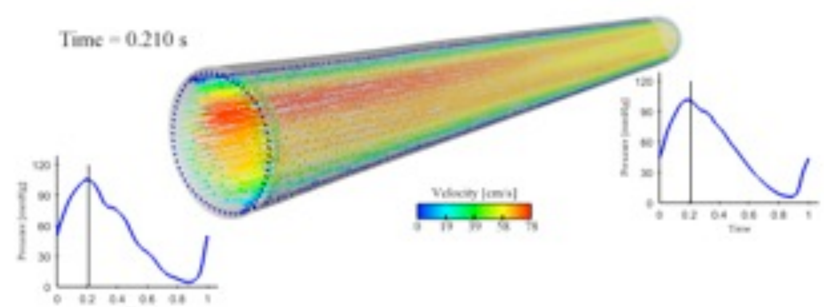






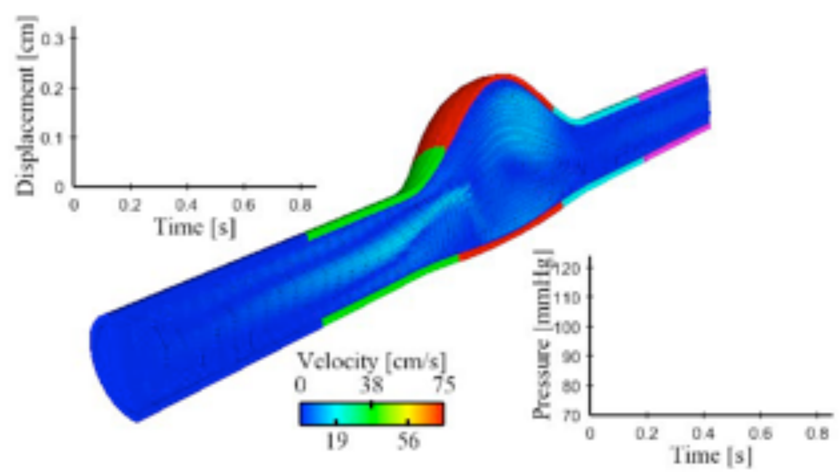
Experience *in vitro* (KCL & Sheffield, euHeart)

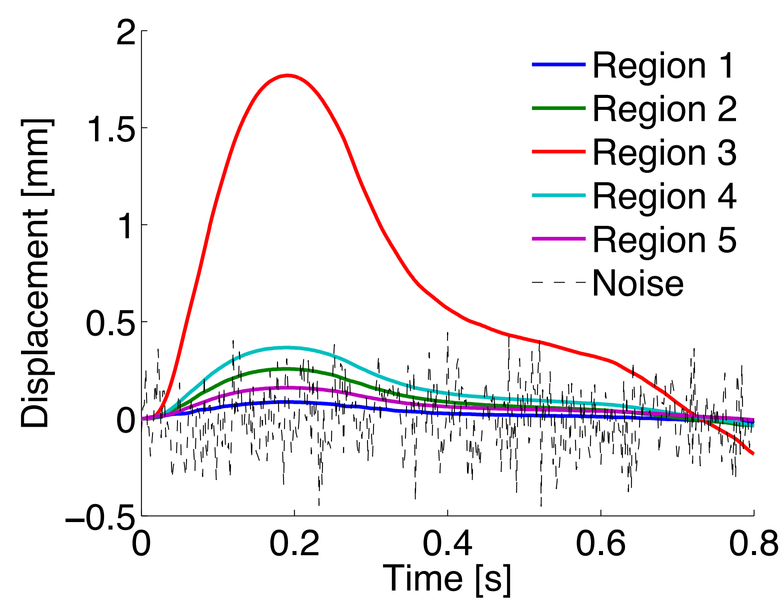


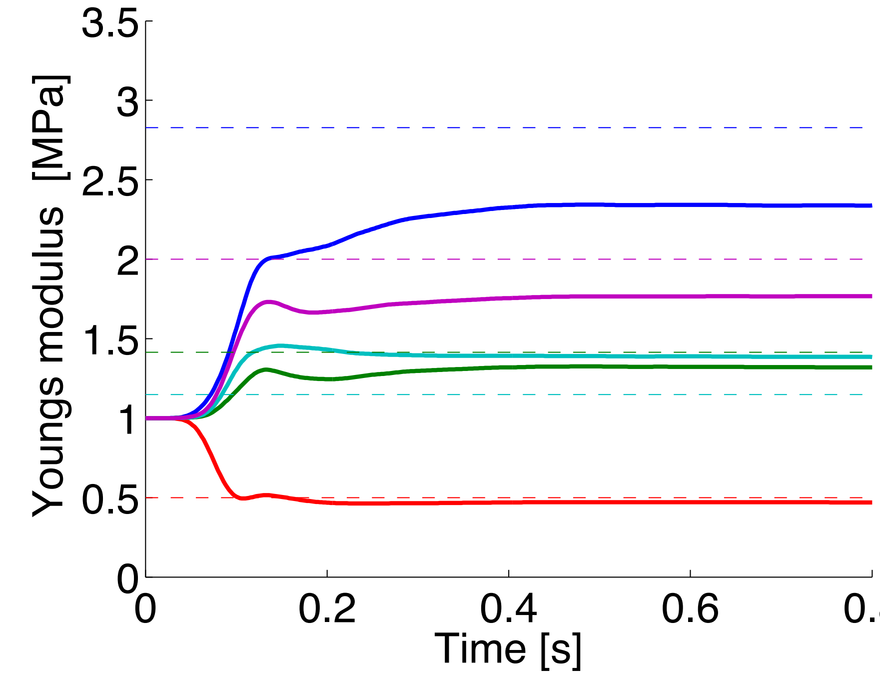


Ex: estimation de la rigidité artérielle

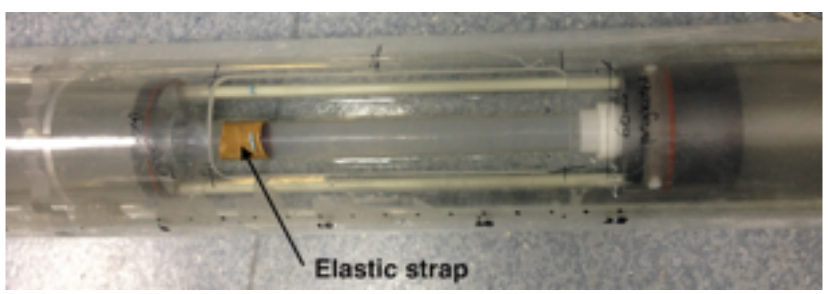
Données synthétiques

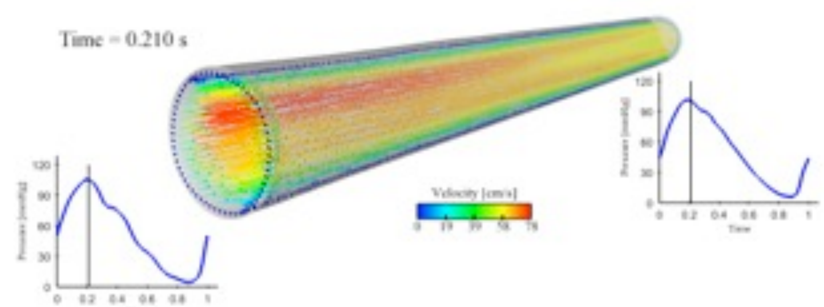




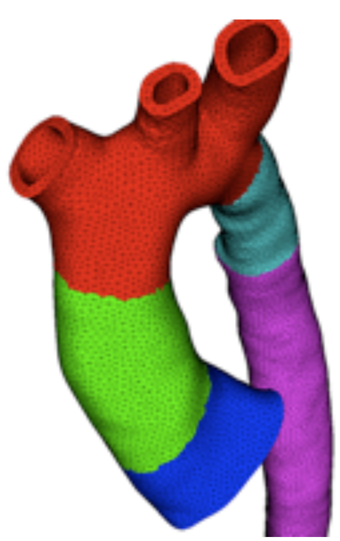


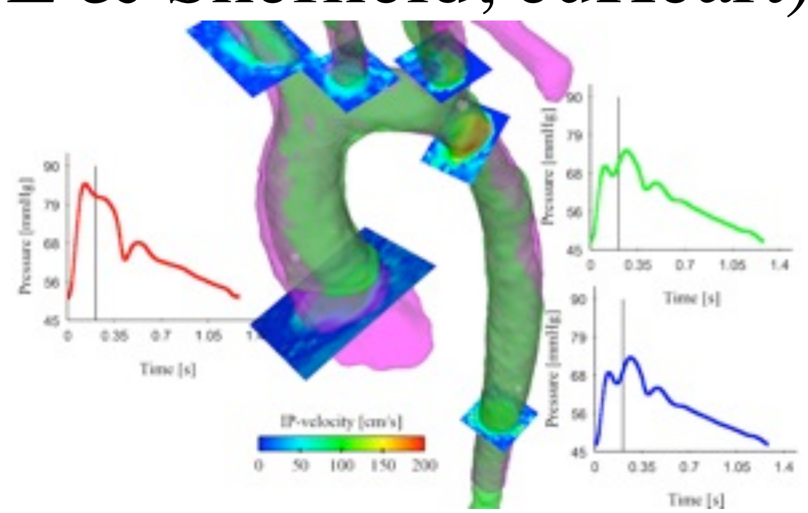
Experience *in vitro* (KCL & Sheffield, euHeart)

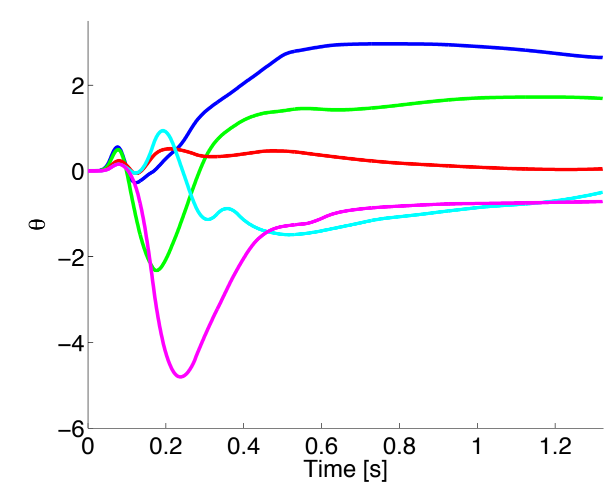




Données cliniques (KCL & Sheffield, euHeart)







Bertoglio et al. 2014

1ère difficulté: l’artère est pré-contrainte

- problème inverse pour obtenir l’état de référence

1ère difficulté: l'artère est pré-contrainte

- problème inverse pour obtenir l'état de référence

2ème difficulté: le *déplacement* n'est en général pas mesuré

- Sur les images segmentées:
  - Déplacements normaux : OK
  - **Déplacements tangentiels différents de ceux des particules matérielles**
- L'écart entre modèle et image est évalué à l'aide d'une distance signée:

$$\mathrm{dist}_{\mathcal{S}_k} : \left| \begin{array}{l} (L^2(\Sigma))^3 \mapsto (L^2(\Sigma))^3 \\ \qquad \mathrm{x}(\boldsymbol{\xi}) \to \mathrm{dist}_{\mathcal{S}_k}(\mathrm{x}(\boldsymbol{\xi}))\boldsymbol{n}_{\mathcal{S}_k}(\mathrm{x}(\boldsymbol{\xi})) \end{array} \right.$$

1ère difficulté: l'artère est pré-contrainte

- problème inverse pour obtenir l'état de référence

2ème difficulté: le *déplacement* n'est en général pas mesuré

- Sur les images segmentées:
  - Déplacements normaux : OK
  - **Déplacements tangentiels différents de ceux des particules matérielles**
- L'écart entre modèle et image est évalué à l'aide d'une distance signée:

$$\mathrm{dist}_{\mathcal{S}_k} : \left| \begin{array}{l} (L^2(\Sigma))^3 \mapsto (L^2(\Sigma))^3 \\ \quad \mathrm{x}(\boldsymbol{\xi}) \to \mathrm{dist}_{\mathcal{S}_k}(\mathrm{x}(\boldsymbol{\xi}))\boldsymbol{n}_{\mathcal{S}_k}(\mathrm{x}(\boldsymbol{\xi})) \end{array} \right.$$

3ème difficulté: tissus environnant

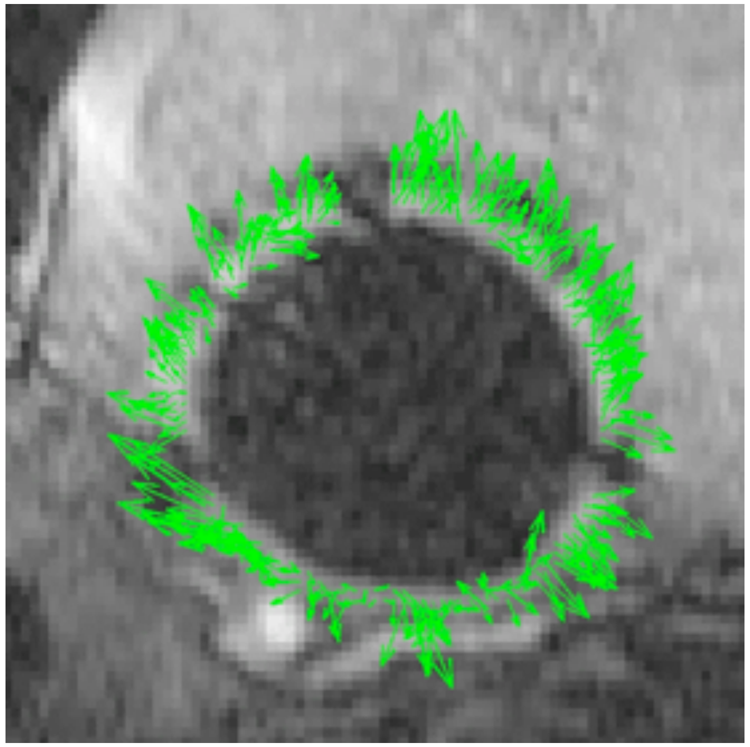
- L'artère n'est pas isolée !

- Conditions aux limites les plus utilisées
  sur la paroi extérieure de l'artère: $\boldsymbol{\sigma}_s \boldsymbol{n} = p_0 \boldsymbol{n}$

Aorte abdominale

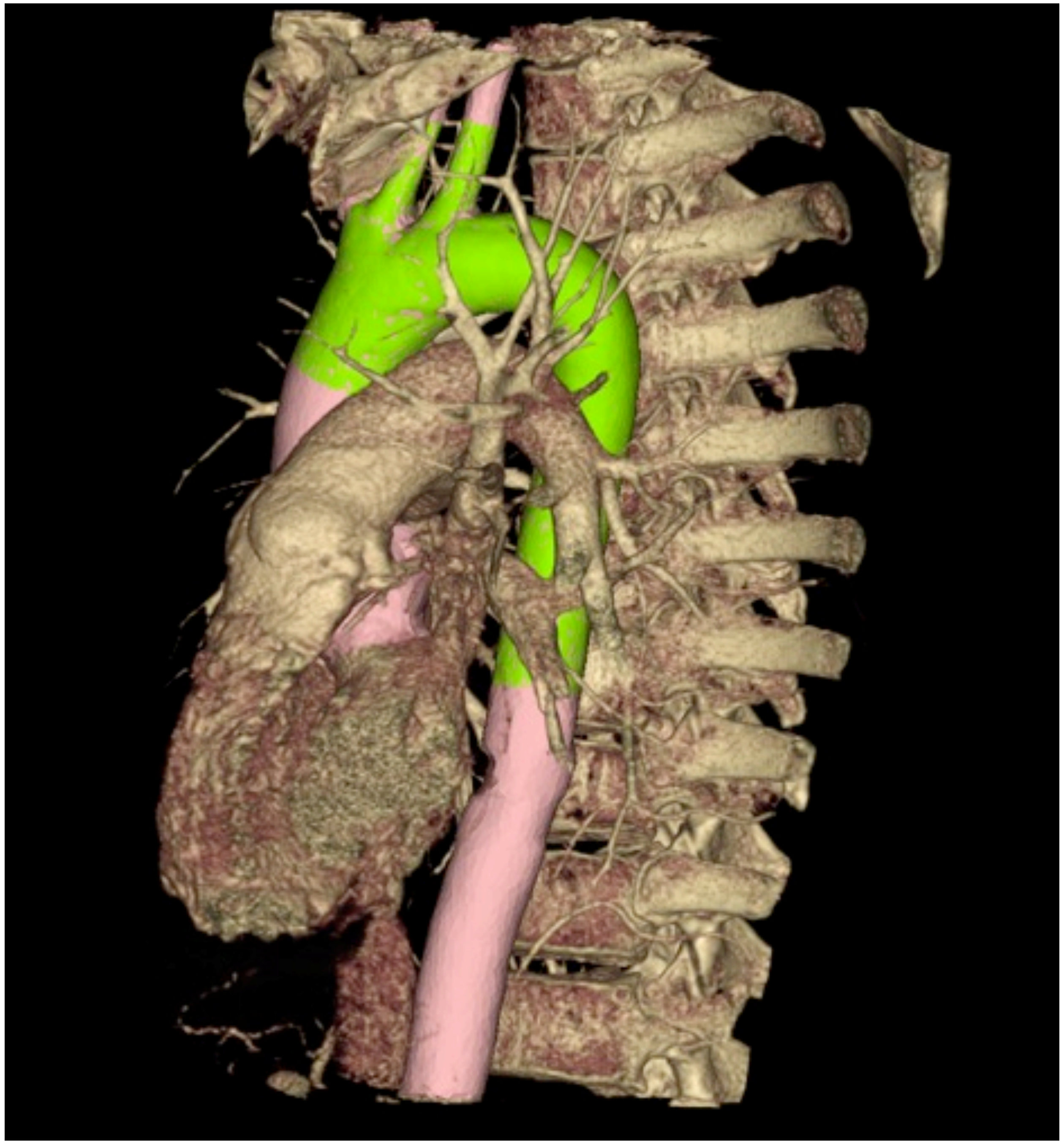
C. Taylor et al.

- Conditions aux limites les plus utilisées sur la paroi extérieure de l'artère: $\boldsymbol{\sigma}_s \boldsymbol{n} = p_0 \boldsymbol{n}$



Aorte abdominale
C. Taylor et al.

- Conditions sur la paroi

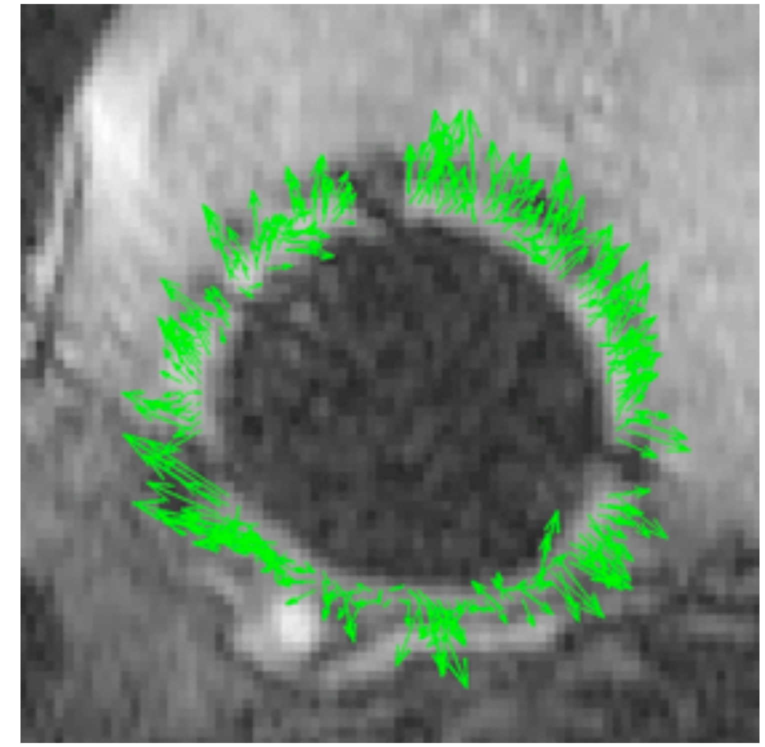


Aorte abdominale

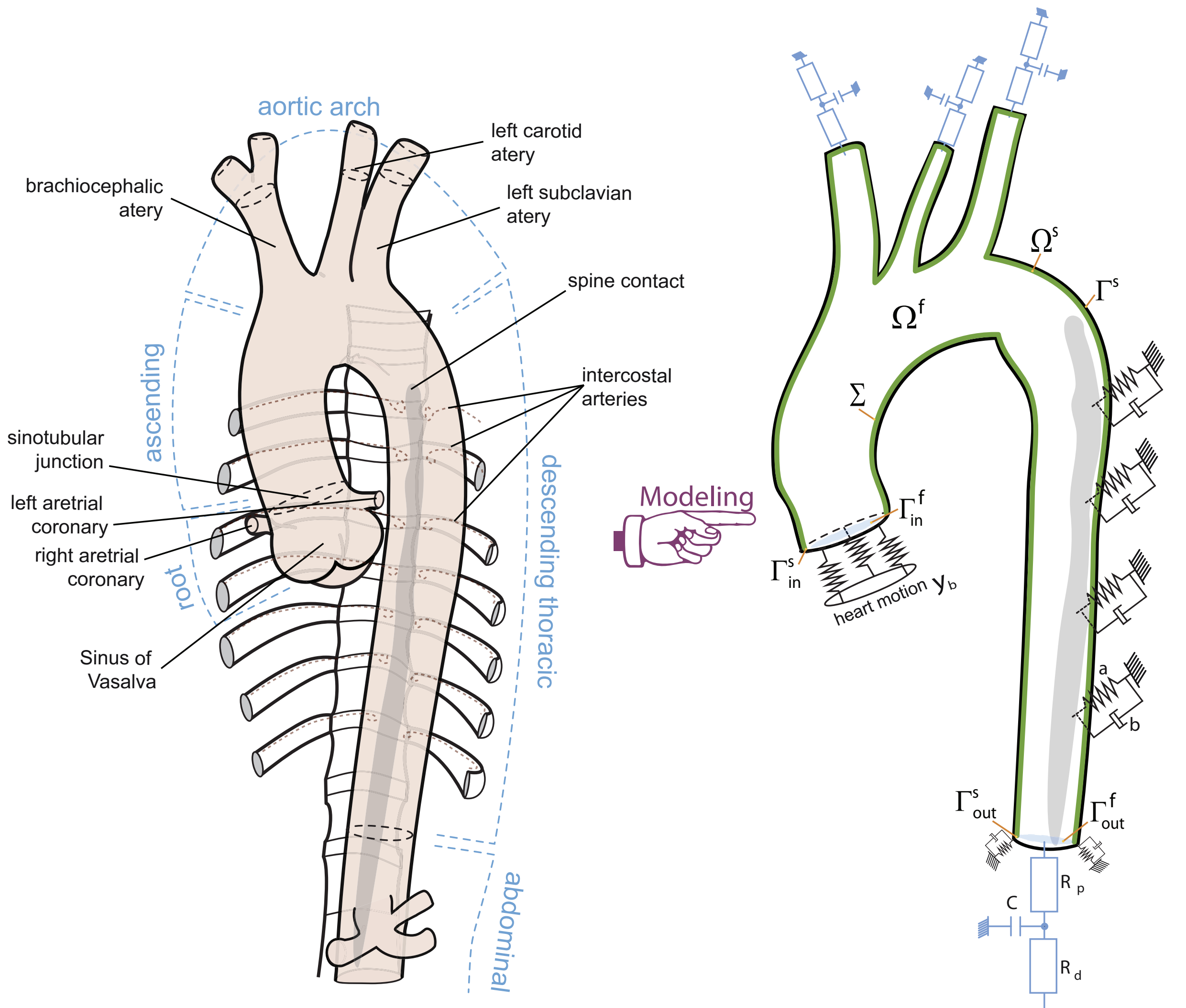
C. Taylor et al.

- Conditions aux limites les plus utilisées sur la paroi extérieure de l'artère: $\boldsymbol{\sigma}_s \boldsymbol{n} = p_0 \boldsymbol{n}$

- Modélisation "réduite" des tissus extérieurs



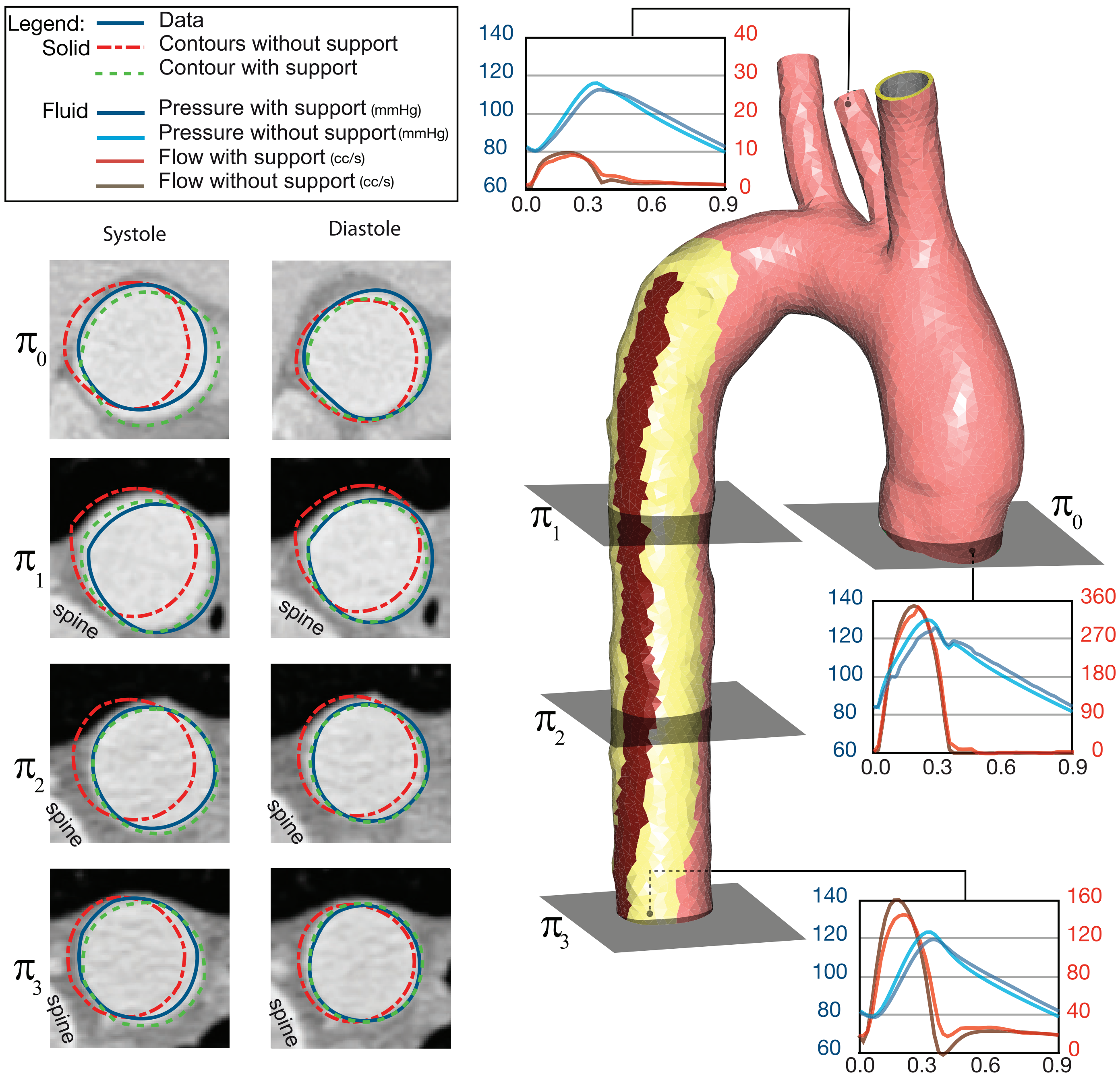
Aorte abdominale
C. Taylor et al.



$$\boldsymbol{\sigma}_s \boldsymbol{n} = -k_s \boldsymbol{d} - c_s \frac{\partial \boldsymbol{d}}{\partial t}$$

Moireau, Xiao, Astorino, Figueroa, Chapelle, Taylor, JFG, 2012

- Identification des paramètres pour les tissus extérieurs:



Moireau, Xiao, Astorino, Figueroa, Chapelle, Taylor, JFG, 2012

Moireau, Bertoglio, Xiao, Figueroa, Taylor, Chapelle, JFG, 2013

Conclusion

Hémodynamique numérique

- Progrès considérables depuis 15 ans : *couplage fluide-structure*, *couplage multi-résolution*,...
- Beaucoup de questions encore ouvertes: *conditions aux limites*, *comportement en temps long*, *adaptation*, *régulation*, ...

Conclusion

Hémodynamique numérique

- Progrès considérables depuis 15 ans : *couplage fluide-structure*, *couplage multi-résolution*,...
- Beaucoup de questions encore ouvertes: *conditions aux limites*, *comportement en temps long*, *adaptation*, *régulation*, ...

Applications

- Planification de gestes chirurgicaux, ...
- Tests de dispositifs médicaux (en complément de test animaux)

Conclusion

Hémodynamique numérique

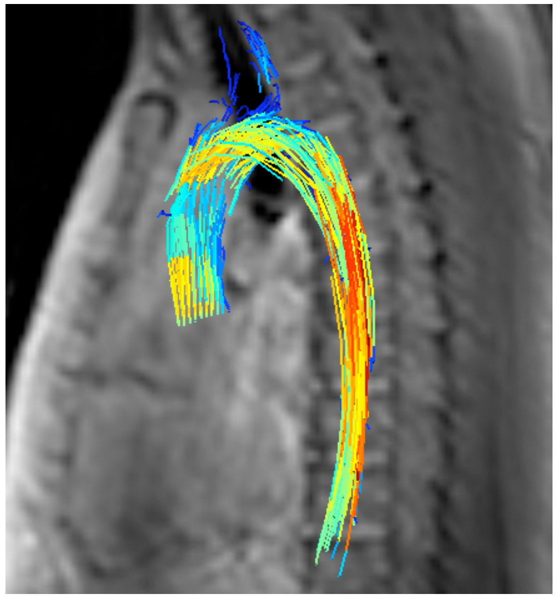
- Progrès considérables depuis 15 ans : *couplage fluide-structure*, *couplage multi-résolution*,...
- Beaucoup de questions encore ouvertes: *conditions aux limites*, *comportement en temps long*, *adaptation*, *régulation*, ...

Applications

- Planification de gestes chirurgicaux, ...
- Tests de dispositifs médicaux (en complément de test animaux)

Personnalisation & validation

- Premières étapes encourageantes
- Exploiter toutes les informations disponibles
- Les couplages multiphysiques peuvent améliorer l'identifiabilité



Remerciements

Inria Reo:

- G. Arbia
- C. Bertoglio
- M. Fernández
- C. Grandmont
- S. Pant
- I. Vignon-Clementel
- M. Vidrascu

Inria Medisim:

- D. Chapelle
- P. Moireau

Stanford / KCL:

- A. Figueroa
- C. Taylor
- N. Xiao