

Création d'une chaire internationale *Formes automorphes* au Collège de France

**Bảo Châu NGÔ, nommé professeur invité,
prononcera sa leçon inaugurale**

*La fonctorialité de Langlands et l'équation fonctionnelle
des fonctions L automorphes*

– le jeudi 12 mars 2020, à 18 heures –

Une nouvelle chaire internationale intitulée *Formes automorphes* est confiée au professeur **Bảo Châu NGÔ**.

Bảo Châu NGÔ est un mathématicien français et vietnamien né en 1972 au Viêt Nam. Il a fait toutes ses études universitaires en France. Admis à l'École normale supérieure en 1992 par la voie du concours international, il obtient son doctorat sous la direction de Gérard Laumon à l'Université Paris-Sud en 1997. Chargé de recherche au CNRS, affecté à l'Université Paris-Nord, de 1998 au 2004, il travaille ensuite à Orsay où il est nommé professeur, avant de rejoindre l'Institut d'études avancées de Princeton, où il séjourne de 2007 à 2010. Depuis 2010, il occupe une chaire de professeur distingué à l'université de Chicago. Il est le directeur scientifique du *Vietnam Institute for Advanced Study in Mathematics*.

Bảo Châu NGÔ est l'un des spécialistes les plus reconnus des représentations et formes automorphes, une branche du domaine général de la théorie des nombres, dans laquelle sont étudiées les propriétés des nombres entiers. On peut mentionner dans ce domaine, le fameux « théorème de Fermat », énoncé par le mathématicien Fermat en 1637 et démontré par Andrew Wiles en 1994. **Bảo Châu NGÔ** a inscrit notamment son travail dans le cadre de ce qu'on appelle le « programme de Langlands », du nom du mathématicien américain d'origine canadienne Robert Langlands qui en 1967 formule une théorie établissant des liens fondamentaux entre l'arithmétique et la théorie des groupes, deux domaines distincts des mathématiques. C'est au début de l'année 2008,

que **Bảo Châu NGÔ** donne une démonstration du « Lemme fondamental », qui était une conjecture formulée dans un article paru en 1987, et dont un cas particulier avait été démontré dans les années 1970. La démonstration de **Bảo Châu NGÔ**, de plus de 150 pages [[Ngô, B.C. Le lemme fondamental pour les algèbres de Lie. Publ.math.IHES 111, 1–169 \(2010\). <https://doi.org/10.1007/s10240-010-0026-7>](#)], est citée dans le magazine Times de décembre 2009 comme l'une des 10 plus belles découvertes scientifiques de l'année.

Les travaux de **Bảo Châu NGÔ** ont été couronnés par de nombreux prix internationaux dont la médaille Fields en 2010. Cette distinction, la plus prestigieuse au monde en mathématiques, a récompensé **Bảo Châu NGÔ** pour sa démonstration du « lemme fondamental ». Depuis 1936, la médaille Fields est attribuée à des mathématiciens de moins de 40 ans à l'occasion du Congrès mondial des mathématiques qui se tient une fois tous les quatre ans. C'est l'évènement scientifique le plus important pour la communauté des mathématiciens.

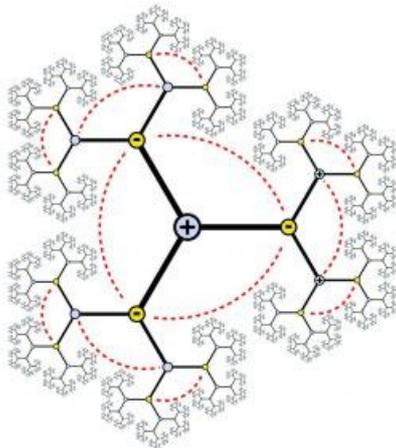


Fig. 1. Cas le plus simple du lemme fondamental : points avec des signes alternés à différentes distances du centre d'une structure arborescente ($1, 1-3 = -2, 1-3 + 6 = 4, 1-3 + 6-12 = -8$, etc.). D'après Bill Casselman (IAS à Princeton).

L'enseignement du Pr **Bảo Châu NGÔ** au Collège de France débutera le 19 mars (thème en 2019-2020 : *Comptage de points et intégration sur la fibration de Hitchin*). La **leçon inaugurale** sera prononcée le 12 mars à 18 heures (thème : *La fonctorialité de Langlands et l'équation fonctionnelle des fonctions L automorphes*). Elle sera publiée en coédition par les éditions Fayard et le Collège de France courant 2020/21 et mise en ligne sur le portail OpenEdition (<https://books.openedition.org/cdf>).

Cours, séminaires et leçon inaugurale sont ouverts à tous et gratuits, sans condition d'inscription préalable (sous réserve des places disponibles). Sauf exception, ils sont diffusés sur le site de l'établissement (www.college-de-france.fr). La leçon inaugurale y sera retransmise en direct.

Lien vers les pages du Pr **Bảo Châu NGÔ** sur le site du Collège de France : <https://www.college-de-france.fr/site/bao-chau-ngo>.

Formes automorphes

Par Bảo Châu NGÔ

Les travaux de Poincaré (1854-1912) ont eu une influence profonde sur les mathématiques contemporaines, tout particulièrement en géométrie et topologie comme attestait l'importance historique de sa conjecture sur la sphère à trois dimensions résolue en 2003 par Gregori Perelman. Son influence sur le développement de la théorie des nombres, tout aussi profonde mais peut-être moins directe, s'est faite par le biais de son invention des formes automorphes. Les formes automorphes sont des fonctions analytiques sur un groupe de Lie (groupe des déplacements continus) qui sont invariantes sous l'action d'un réseau (sous-groupe discret de covolume fini). C'est une généralisation de fonctions trigonométriques comme des sinusoïdales et des fonctions elliptiques qui sont des fonctions méromorphes d'une variable complexe, et qui sont invariantes sous la translation par un réseau. La généralisation des fonctions trigonométriques et elliptiques aux fonctions automorphes n'est pas aisée pour notre imagination qui est plus habituée à représenter l'action de translation d'un réseau sur le plan que l'action d'un réseau dans un groupe de Lie non-commutatif. Dans les faits, Poincaré a découvert l'existence des fonctions automorphes après avoir initialement cru à leur non-existence.

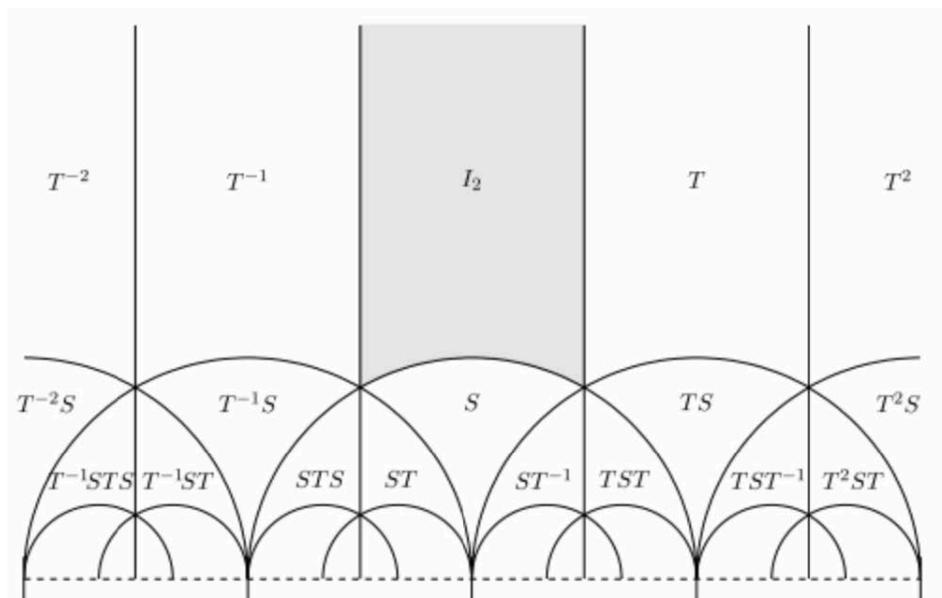


Fig. 2. Demi-plan de Poincaré.

Les formes modulaires sur le demi-plan de Poincaré représenté ci-dessus avec l'action du groupe discret $Sl_2(\mathbb{Z})$, cas particulier des formes automorphes, n'ont jamais cessé de nous fasciner par leur apparition multiple dans des domaines des mathématiques les plus divers.

L'école de Gelfand (1913-2009), fleurissant dans l'ex-union soviétique dans les années 1960, a transformé la conception des fonctions automorphes de Poincaré : celles-ci ne seront plus perçues comme des fonctions analytiques invariantes sous un groupe discret et satisfaisant une certaine équation différentielle, mais comme des vecteurs dans certaines représentations de

dimension infinie des groupes de Lie, des représentations automorphes. L'introduction de la notion des adèles, inventée par Chevalley (1909-1984), a permis de clarifier davantage le concept des représentations des formes automorphes : celles-ci sont certains produits tensoriels restreints des représentations de dimension infinie des groupes de Lie réels et p-adiques.

L'impact des fonctions automorphes dans la théorie des nombres s'est fait sentir de façon retentissante après une lettre de Robert Langlands à Weil (1906-1998) dans laquelle il esquisse une généralisation de la loi de réciprocité d'Artin (1898-1962). L'un des problèmes centraux en théorie des nombres consiste à formuler une généralisation non-abélienne de la loi de réciprocité d'Artin qui classe les extensions abéliennes des corps de nombres en termes de groupes des classes d'idèles. Langlands a trouvé une réponse conjecturale à cette question : les caractères du groupe des classes d'idèles auront pour généralisation naturelle les représentations automorphes et celles-ci devraient être classifiées par les homomorphismes du groupe de Galois, ou leurs extensions, dans les groupes de Lie. Un des cas particuliers de la conjecture de réciprocité de Langlands est le célèbre théorème de Wiles sur la modularité des représentations galoisiennes associées aux courbes elliptiques. Le théorème de Wiles a eu un retentissement au-delà du monde mathématique parce qu'il est possible d'en dériver une solution à la dernière énigme de Fermat.

La correspondance entre formes automorphes et représentations galoisiennes induit une correspondance entre les composantes locales des représentations automorphes et des représentations des groupes de Galois des corps locaux. La formulation précise de la correspondance de Langlands nécessite la notion des fonctions L : en gros, une représentation automorphe correspond à une représentation galoisienne si celles-ci ont la même fonction L. Tout comme la fonction ζ de Riemann qu'elles généralisent, les fonctions L automorphes sont définies sur un demi-plan complexe comme un produit eulérien des facteurs associées aux composantes locales d'une représentation automorphe. L'un des problèmes majeurs de la théorie est de démontrer que les fonctions L automorphes ont des prolongements méromorphes satisfaisant une équation fonctionnelle analogue à celle de la fonction ζ de Riemann. Dans la même lettre à Weil, Langlands énonce la conjecture de fonctorialité, l'autre pilier de sa théorie, qui implique le prolongement méromorphe et l'équation fonctionnelle de toutes les fonctions L automorphes. Les deux piliers de cette théorie, la conjecture de réciprocité et de fonctorialité sont un peu le graal de la théorie automorphe telle qu'elle fut conçue par Langlands et est encore en plein développement à ce jour.

Mon enseignement au Collège de France portera sur les aspects géométriques de la conjecture de fonctorialité. Nous étudierons la fibration de Hitchin, les fibres de Springer affines, les faisceaux pervers et d'autres objets de la géométrie algébrique qui ont trait aux questions de nature d'analyse harmonique directement liées à la conjecture de fonctorialité de Langlands.

B.C.N.

Biographie



Crédit : Collège de France / Patrick Imbert

Bảo Châu NGÔ est un mathématicien français et vietnamien né en 1972 à Hanoi (Viêt-Nam). Deux fois lauréat de la médaille d'or aux Olympiades internationales de mathématiques (en 1988 et 1989), il effectue son parcours universitaire d'abord à l'Université Pierre et Marie Curie (1990-1992), avant d'être admis à l'Ecole normale supérieure.

Il poursuit ses études par un DEA, puis une thèse soutenue en 1997 à l'Université Paris-Sud 11, sous la direction de Gérard Laumon. Chargé de recherche au CNRS de 1998 à 2004, **Bảo Châu NGÔ** obtient en 2003 son habilitation à diriger les recherches à l'Université Paris-Nord. En 2004, il est nommé professeur à l'Université d'Orsay (Paris-Sud 11) et détaché à l'*Institute for Advanced Study* de Princeton (Etats-Unis) pendant trois ans avant de rejoindre l'Université de Chicago, où il occupe un poste de *Distinguished Professor* à la chaire *Francis and Rose Yuen*. Depuis 2011, il est le directeur scientifique du *Vietnam Institute for Advanced Study in Mathematics*, institution qu'il a contribué à fonder pour promouvoir la recherche en mathématique en Asie du sud-est.

Principaux prix et distinctions :

- 2016 : Membre étranger de l'Académie des Sciences de Paris
- 2012 : Membre de l'Académie américaine des Arts et des Sciences
- 2012 : Membre de l'*American Mathematics Society*
- 2011 : Docteur *honoris causa* de l'Université nationale du Vietnam
- 2010 : Médaille Fields, Congrès mondial des mathématiques
- 2007 : Prix Oberwolfach, Fondation Oberwolfach
- 2007 : Prix Sophie Germain, Académie des Sciences de Paris
- 2004 : *Clay Research Award*

Conférences :

Le Pr **Bảo Châu NGÔ** a donné de nombreuses et prestigieuses conférences parmi lesquelles :

- 2018 : *Distinguished Ordway Lectures*, Université du Minnesota
- 2018 : *Erwin Schrodinger Lectures*, Université de Vienne
- 2016 : Takagi Lectures, Université de Tokyo
- 2015 : *Oppenheim Lectures*, Université nationale de Singapour
- 2014 : *Chern Lectures*, Université de Californie à Berkeley
- 2013 : *Leonardo da Vinci Lectures*, Université de Milan
- 2012 : *Fields Medal Symposium Lectures*, Institut Fields de Toronto
- 2010 : *Plenary Address*, Congrès mondial des mathématiques (Hyderabad)
- 2010 : *Eilenberg Lectures Series*, Université Columbia
- 2009 : *Hahn Lectures*, Université de Yale
- 2006 : *Sectional Address*, Congrès mondial des mathématiques (Madrid)

Biographie complète, prix, distinctions, CV et bibliographie :

<https://www.college-de-france.fr/site/bao-chau-ngo>



Enseignement du professeur **Bảo Châu NGÔ** au Collège de France

L'enseignement du professeur **Bảo Châu NGÔ** au Collège de France portera sur les progrès récents dans le prolongement méromorphe et l'équation fonctionnelle des fonctions L automorphes, notamment en relation avec le travail de Godement-Jacquet et le programme de Braverman-Kazhdan.

Les cours se dérouleront le jeudi à 14h00 (début : 19 mars)

Thème : *Comptage de points et intégration sur la fibration de Hitchin* (8 séances)

Les séminaires se dérouleront le jeudi à 10h00 (début : 23 avril).

Thème : *Théorie des représentations et géométrie* (5 séances)

Accès à l'agenda des cours et des séminaires : <https://www.college-de-france.fr/site/bao-chau-ngo/course-2019-2020.htm>



À propos du Collège de France

Le Collège de France, grand établissement public, répond depuis 1530 à une double vocation : être à la fois le lieu de la recherche la plus audacieuse et celui de son enseignement. On y enseigne ainsi à tous les publics intéressés, sans aucune condition d'inscription, « le savoir en train de se constituer dans tous les domaines des lettres, des sciences ou des arts ». Le Collège de France a également pour mission de favoriser l'émergence de disciplines nouvelles, l'approche multidisciplinaire de la recherche de haut niveau et de diffuser les connaissances en France et à l'étranger.

La grande majorité des enseignements qui y sont dispensés sont librement disponibles sur son site internet dans des formats variés : films et enregistrements des cours, podcasts, iconographie et références bibliographiques, publications originales des éditions du Collège de France, etc.

Le Collège de France est membre associé de l'Université PSL.

www.college-de-france.fr