

Introduction à l'équilibre dans les modèles à horizon infini.

2006-2007.

10.

L'horizon infini : du nombre fini d'agents aux générations imbriquées.

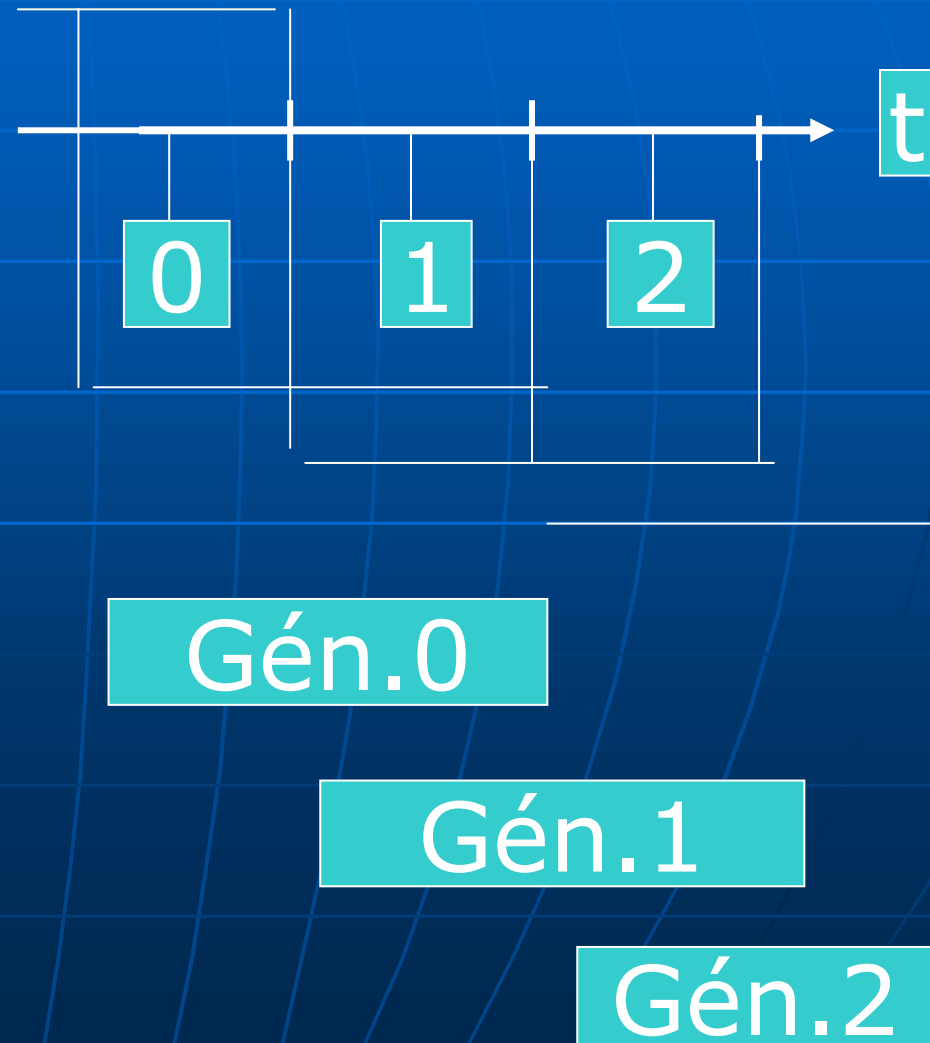
- Nbre d'agents finis.
 - n biens par période, une infinité dénombrable de périodes : $t=1, \dots, +\infty$
 - Dotations, $w(h,t)$ bornées
 - Taux de préférence pour le présent positif.
- Efficacité
 - Un Etat Efficace/Pareto est un équilibre.
 - Argument de séparation vaut dans l'espace considéré.
 - Problème du « dual ». Sous hypothèse « convenable », ...
 - Les prix dans le « dual » de l'esp. des biens : une suite infinie $p(t) \in \mathbb{R}^n$.
 - Aussi : $\text{Max } \sum \alpha(i)U(i,.)$, $\sum x(i)=w$,
- Equilibre.
 - Interprétation Séquentielle..
 - Equilibre de Prix de Plans et d'Anticipations de Prix.
 - Un équilibre (marchés à terme ou séquentiels) existe et est PE.
 - La démonstration $r^*(.)$ surjective s'applique sans modification sensible.
- Cas 2 : générations imbriquées.
 - Les agents ont un horizon de vie fini, Il y a une infinité de générations.

L'horizon infini avec générations imbriquées.

- Un modèle simple de générations imbriquées.
 - Allais, Samuelson.
 - Chaque agent (génération) vit deux périodes.
 - $u(t, x(t, t), x(t, t+1))$ utilité de la génération t
 - Contrainte de rareté dans une économie d'échanges...
 - $\sum x(j, t) + x(v, t) = w(t). \forall t$
- La notion d'équilibre.
 - Equilibre de marchés à terme.
 - Expérience de pensée.
 - Toutes les générations rassemblées et
 - Marché à terme.
 - Equilibre de Plans de Prix et d'anticipations de prix.
 - Concept naturel.
 - Expérience de pensée : ramener les prix séquentiels à des prix actualisés.
 - Propriété ?
 - Valeur actualisée des dotations totales finie...
 - Le premier théorème de l'économie du bien-être s'applique.
- Questions : relations équilibre-optimum.

Le modèle à générations imbriquées : un cas « d'école ».

- Les Hypothèses;
 - Coexistence de deux générations,
 - Vieux et jeunes.
- Les Hypothèses. suite
 - Un seul bien périssable.
 - Chaque génération reçoit/jeune une unité de bien
 - Une faible dotation de biens en 2^{ème} période.
 - Panier de subsistance : $V' > 0$
 - Une unité de travail ...une unité de bien.
- La chronologie.
 - Voir ci-contre.
- Le début des temps.
 - Vieux dotations faibles.
 - Qu'échanger avec les jeunes ?



Le modèle à générations imbriquées, suite

- L'équilibre séquentiel.
 - Suite de marchés au comptant.
 - (Prix du travail = prix du bien).
 - Pas de transactions.
- L'équilibre séquentiel avec institution financière.
 - Institution (banque?) : transférer de la valeur entre périodes.
 - Titres :
 - Renoncer à une unité de revenu / période t pour x unités en période $t+1$.
 - Entre les périodes: $1 \rightarrow 1+r(t/t+1)$.
 - Equilibre :
 - Banque tient promesses gén. t en faisant payer gén. $t+1$ et ainsi de suite.
- L'équilibre séquentiel avec Banque
 - Le programme du « consommateur », génération t .
 - $\text{Max } U(c(t), c(t+1))$,
 - $(1-c(t))(1+r(t/t+1))= c(t+1)$
 - $c(t)+c(t+1)/ (1+r(t/t+1))=1$. Solution $s(t)= 1-c(t)=D(r(t/t+1))$
 - L'équilibre de la Banque.
 -

L'équilibre séquentiel avec institution financière...

- Le programme du « consommateur » génération t .
 - Solution $1 - c(t) = D(r(t/t+1))$
- L'équilibre de la Banque.
 - $(1 + r(t-1/t))D(r(t-1/t)) = D(r(t/t+1))$
 - $c(v, t) + c(j, t) = 1$
 - Qui est l'équilibre « réel » des marchés....
 - Noter cependant qu'en 1ère période, la banque reçoit du bien sans rien en faire...
- Il y a plusieurs, beaucoup ?, d'équilibres.....
 - L'équilibre autarcique est un équilibre
 - Choisir $r(t/t+1)$ tel que : pas de demande d'épargne.
 - L'équilibre n'est pas efficace au sens Pareto...
 - Le prix actualisé tend vers l'infini.
 - Autres équilibres (voir plus loin)
 - Aucun ne peut-être efficace..
 - Il est impossible de transférer du bien aux vieux 0.

Equilibre séquentiel avec institution financière et optimum...

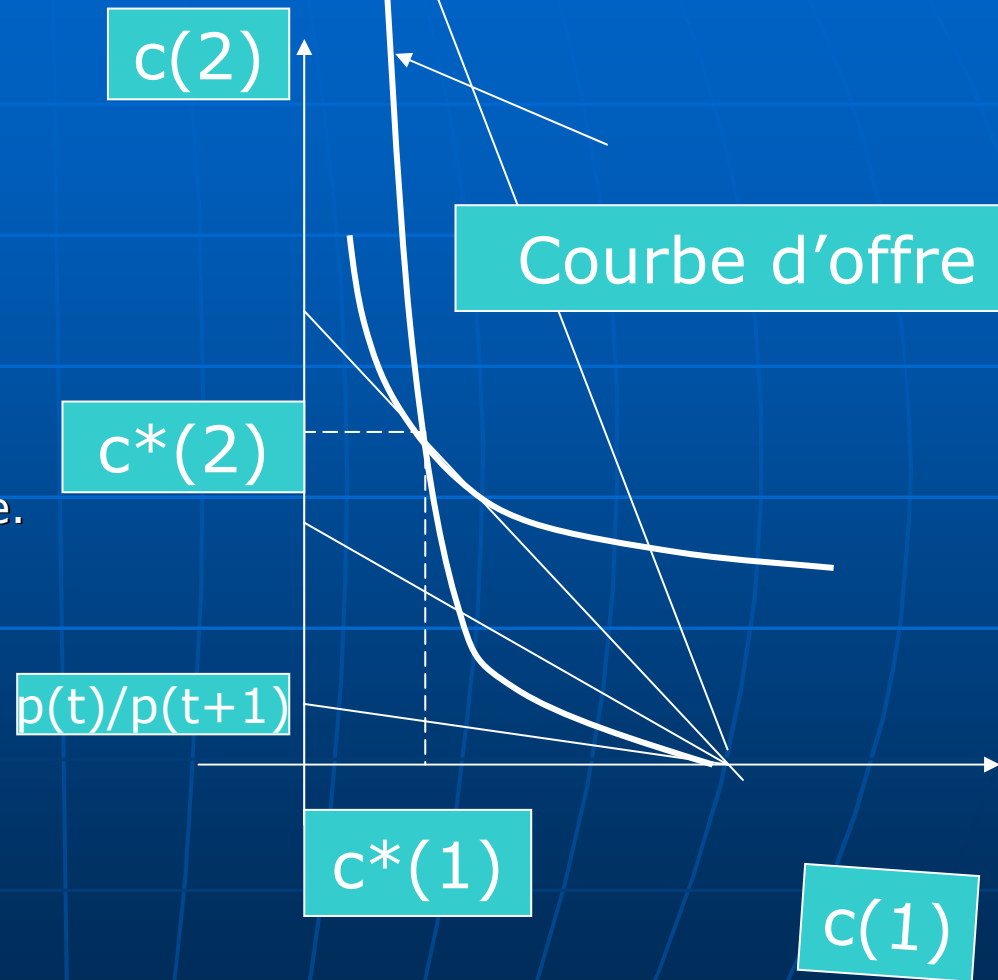
- Un optimum est il un équilibre ?
 - Une approche « modeste » : Prendre un optimum.
 - Voir si on peut le concrétiser cadre considéré
- L'optimum stationnaire.
 - Donner le même niveau de vie à toutes les générations.
 - Etat stationnaire $c(v,t)=c(v,t+1)=c(2)$, idem $c(j...)=c(1)$
 - $\max U(c(1), c(2)), c(1)+c(2)=1$.
 - C'est un état efficace au sens de Pareto !
- L'optimum stationnaire est un équilibre..
 - C'est un équilibre $r(t,t+1)=0$,
 - Avec transferts de revenus....
 - Donner revenu à la génération 0!!!!
 - Thème général.... (cf non-convexités)
 - Noter la valeur actualisée des ressources n'est pas finie.
 - Mais passe le critère de Cass (voir aussi Malinvaud (53))

Décentralisation de l'optimum : l'interprétation standard avec monnaie.

- L'optimum ; décentralisation avec monnaie.
 - Histoire équivalente à banque + tsfts de revenus...
 - Monnaie « externe » possédée / vieux, cédée jeunes, de gén. à gén.
 - **L'optimum est un équilibre avec monnaie (Samuelson).**
 - Monnaie supplée : l'institution fin. transferts de rev. vieux prés. en 0
- **L'équilibre avec monnaie.**
 - $p(t)$ prix du bien en monnaie
 - $\text{Max } U(c(t), c(t+1))$,
 - $(p(t))(1-c(t))=m, p(t+1)c(t+1)=m.$
 - $c(t)+[p(t+1)/p(t)]c(t+1)=1.$
- **A comparer avec :**
 - $c(t)+c(t+1)/(1+r(t/t+1))=1.$
 - $p(t)/p(t+1)=1+r(t/t+1)$
 - Solution $1-c(t)=d((p(t+1)/p(t))=D(..), c(v,t)+c(j,t)=1.$

Optimum et équilibre monétaire...

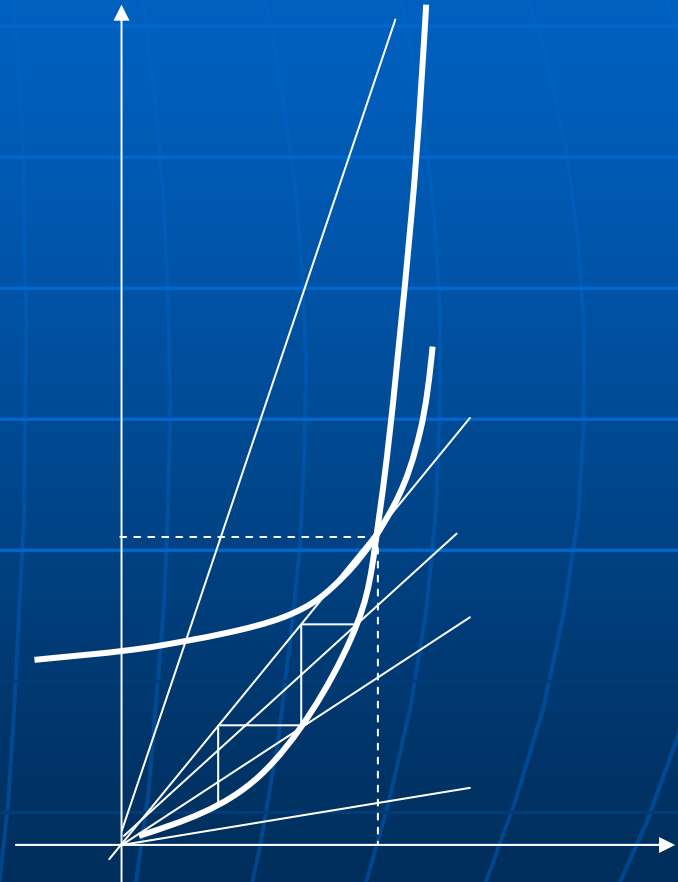
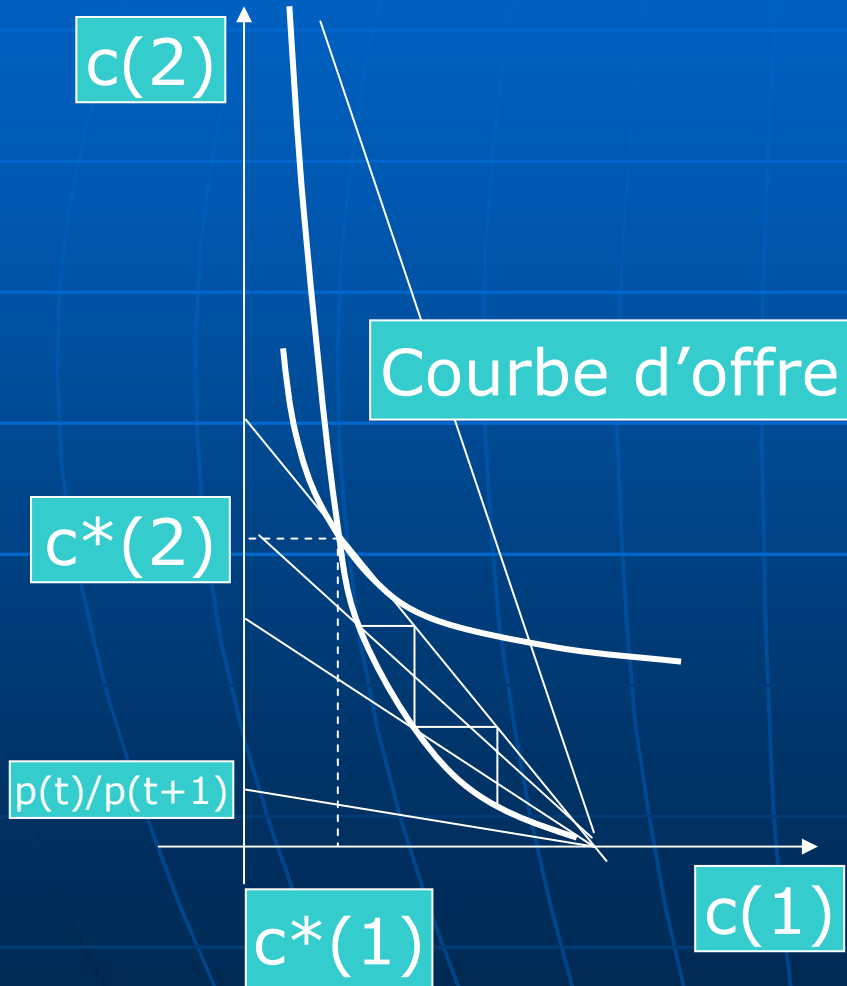
- Visualisation des choix.
 - $\text{Max } U(c(t), c(t+1)),$
 - $(p(t))c(t)+m=p(t),$
 $p(t+1)c(t+1)=m.$
 - $c(t)+[p(t+1)/p(t)]c(t+1)=1.$
- Courbe d'offre.
 - Epargne réelle croît aux d'intérêt...
- L'optimum stationnaire (âge d'or?) est un équilibre monétaire.
 - $c^*(1), c^*(2),$
 - $\text{Max } U(c(1), c(2)),$
 $c(1)+c(2)=1.$
 - C'est un équilibre monétaire
 - $p(t) = p^*; M/p^*=c^*(2).$
 - M quantité tle monnaie disponible.
- Monnaie...ou bulle ?



Propriétés de l'équilibre inter-temporel.

- Avertissement : équilibre inter-temporel monétaire.
- Propriétés positives....
 - Il existe un équilibre stationnaire.
 - Il existe une infinité d'équilibres non-stationnaires.
 - Choisir un prix du bien $> p^*$ à la période 0
 - Rationaliser l'épargne de la génération 0 par $p(1) \rightarrow c(v,1)$
 - Et donc $c(j,1)$ qui à nouveau peut être rationalisé par $p(2)$.
 - ... $p(t)$ croît indéfiniment mais le processus peut être prolongé..
 - Equilibre « inflationniste » convergent vers l'autarcie...
 - Il en existe une infinité..
 - Mais aucun ne converge vers l'équilibre stationnaire
 - dans la configuration soulignée...
 - Il est dit déterminé...

Equilibre avec monnaie



Conclusions provisoires...

- Une modification assez sensible de la situation.
 - Relation optimum équilibre :
 - Une lumière un peu différente sur les institutions.
 - Nombre d'équilibres ...
 - Nouvelle multiplicité :
 - Statut : monnaie-bulle ?
 - Nombre d'équilibres.
 - Attracteurs comme l'équilibre stationnaire
 - Peut être ... Indéterminé non localement isolé.
 - Efficacité
 - non assurée....
 - Lien avec la détermination et l'indétermination.
- Généralité.
 - dans le modèle considéré.
 - Avec production...