

## De Walras à Arrow-Debreu

Annie L. COT\*  
Jérôme LALLEMENT\*\*

Merci à Roger Guesnerie de nous avoir invités à parler de l'histoire de l'équilibre général.

En 1874, Walras publie la 1<sup>ère</sup> édition des *Éléments d'économie politique pure* dans l'indifférence générale.

En 1972, Arrow et Hicks reçoivent le prix de la banque de Suède à la mémoire d'Alfred Nobel pour « leurs contributions à la théorie de l'équilibre général et à la théorie du bien-être ».

En 1983, Debreu est à son tour récompensé par le prix Nobel.

Comment l'indifférence, voire l'hostilité, qui avait accueilli les travaux de Walras sur l'équilibre général s'est-elle muée en reconnaissance officielle ? Que s'est-il passé pendant les 100 ans qui séparent Walras de Arrow et Debreu ?

Pour répondre à ces questions, nous allons retracer l'histoire de la théorie de l'équilibre général. Notre postulat initial est que les modifications de cette théorie sont d'abord des réponses à des questions. Si la théorie de l'équilibre général a évolué, c'est avant tout parce que les questions que l'on s'est posées et qu'on lui a posées ont changé. Et c'est l'histoire de ces questions qui nous retiendra.

Nous distinguerons deux séries de questions. La première série de questions concerne la rigueur logique de la théorie. Ces questions de cohérence logique ont focalisé l'attention sur la démonstration mathématique de l'existence de l'équilibre. Elles manifestent une histoire essentiellement interne, histoire qui s'achève dans les années 1950, avec les démonstrations modernes d'existence. La 1<sup>ère</sup> partie de notre exposé traitera de cette histoire interne.

Mais, à côté de cette histoire interne, on peut aussi mettre au jour une histoire plus complexe, moins linéaire, où l'équilibre général est confronté aux débats de fond qui ont traversé la science économique pendant ces cent ans. La théorie de l'équilibre général a été sollicitée pour éclairer des questions aussi différentes que le bien-être, la

---

\* GRESE-Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne. Courriel : Annie.Cot@univ-paris1.fr

\*\* GRESE et Université René Descartes Paris 5. Courriel : jerome.lallement@univ-paris1.fr

Ce texte conserve la forme orale de l'exposé présenté au séminaire de Roger Guesnerie, le 7 mars 2007, presque sans note de bas de pages et sans aucune bibliographie. Pour les références bibliographiques, les lecteurs pourront se reporter à : A.L. Cot et J. Lallement, « Éléments pour une histoire de l'équilibre général, de Walras à Arrow et Debreu », *Economies et Sociétés*, série PE n°38, déc. 2006, p. 1705-1752. Le présent travail s'inscrit dans le cadre de l'ACI-CNRS « L'équilibre général comme savoir : de Walras à nos jours », sous la responsabilité de Jean-Sébastien Lenfant.

rationalité du socialisme, la supériorité de l'économie de marché, la dynamique, etc. Ici, la théorie de l'équilibre général montre l'ampleur de son propos et la plasticité de ses formulations, mobilisées au service des causes les plus variées. La deuxième partie de notre exposé ne pourra évidemment pas aborder *in extenso* l'ensemble de ces problèmes. Nous nous limiterons à un exemple emblématique, la querelle du calcul socialiste, pour mettre au jour une autre histoire de l'équilibre général (2<sup>e</sup> partie Une autre histoire de l'équilibre général).

## **1<sup>ère</sup> partie : Une histoire interne de l'équilibre général**

Le point de départ est clairement identifié : les *Éléments d'économie politique pure* de Walras. Le point d'arrivée aussi, l'article de Kenneth Arrow et Gérard Debreu de 1954, et le livre de Debreu, *Theorie de la Valeur*, (1959). Il s'agit donc de retracer la généalogie intellectuelle de l'équilibre général à partir de son état le plus achevé, le modèle de Arrow-Debreu.

Dans cette perspective, on retiendra ici trois épisodes, tous trois centrés sur une même question systématiquement reformulée au cours de chaque épisode, la question de l'existence de l'équilibre général. Chacun de ces trois épisodes est associé à un lieu spécifique : Lausanne d'abord, Vienne ensuite dans les années 30, et enfin l'Amérique de la *Cowles Commission* après la seconde guerre mondiale.

### **1<sup>er</sup> épisode : Lausanne et la présomption d'existence**

On sait que Walras n'avait pas démontré mathématiquement l'existence de l'équilibre général. Pour les standards mathématiques de l'époque, l'existence d'un équilibre était suffisamment assurée par l'égalité du nombre des inconnues et des équations. Les économistes de la fin du XIX<sup>e</sup> siècle voyaient dans cette égalité une preuve de la *cohérence* du mécanisme de formation des prix sur les marchés de libre concurrence pure et parfaite (Zylberberg, 2000, p. 171). Walras ne s'est toutefois pas contenté de dénombrer les équations et les inconnues. Il a soulevé divers problèmes tendant à préciser les conditions d'existence, d'unicité et de stabilité de l'équilibre général et il a assorti ses équations mathématiques de commentaires scrupuleux, pas toujours formalisés, mais témoignant d'un raisonnement économique approfondi.

Ces commentaires de Walras, qui accompagnent son analyse de l'équilibre général, incitent à relativiser l'image trop répandue d'un Walras piètre mathématicien. Certes Walras n'a pas démontré formellement, selon les canons actuels des mathématiques, l'existence d'un équilibre, mais il a soulevé des questions très pertinentes associées à l'existence ou à la stabilité.

Au cours de cette première période, qui s'achève avec les années 20, l'attention se focalise plus sur la signification et la portée de l'équilibre général que sur la question de son existence. « Que signifie l'équilibre général pour une économie de marché ? Et pour une économie socialiste ? » Voilà des questions qui sont jugées, à l'époque, beaucoup plus importantes. En tant que telle, l'existence n'est qu'une question parmi beaucoup d'autres, ni plus ni moins importante que les autres, et pour laquelle on considère généralement que le décompte des équations constitue une présomption de preuve.

### **2<sup>e</sup> épisode : Vienne, l'émergence du problème de l'existence de l'équilibre**

La diffusion sur une grande échelle de la théorie de l'équilibre général sera assurée par la publication, en 1918, de *Theoretische Sozialökonomie (Traité d'économie politique)*. Cet ouvrage écrit en allemand par un Suédois, Gustav Cassel, s'inspire largement des *Éléments* de Walras, mais sans jamais citer Walras. Cassel procède à des simplifications importantes pour alléger l'exposé walrassien. En particulier, il élimine toute référence à des fonctions d'utilité individuelles. La seule addition substantielle au système de Walras consiste en une série d'équations qui expriment l'épuisement des ressources rares initialement disponibles. Le système de Cassel est très en retrait par rapport au modèle walrassien complet : il ne contient ni capital, ni crédit, ni monnaie.

Il n'y aurait pas lieu de mentionner cette version casselienne de l'équilibre général si, dans les années 20 et 30, cette version simplifiée n'avait fourni à beaucoup de théoriciens, qui n'avaient lu ni Walras ni Pareto, un accès indirect à la théorie de l'équilibre général. Paradoxalement, c'est surtout à cause de ses imperfections et des questions ou des critiques qu'il va susciter, que le modèle de Cassel constitue le cadre de référence pour les discussions des années 30 autour de la question de l'existence.

En effet, le système d'équations de Cassel soulève plusieurs problèmes qui seront formulés dans des revues de langue allemande et qui vont ouvrir un débat entre germanophones. Hans Neisser (1932) fait remarquer que le système de Cassel peut ne pas avoir de solution mathématique et que, si une solution mathématique existe, elle peut être dépourvue de toute signification économique, (avec par exemple des quantités ou des prix négatifs). De son côté, Frederik Zeuthen (1933) souligne que les égalités, ajoutées par Cassel, égalités qui expriment l'épuisement des ressources initialement disponibles, n'ont aucune raison d'être systématiquement vérifiées et qu'il conviendrait d'introduire dans chacune de ces équations un résidu exprimant la quantité de ressource initiale qui n'est pas utilisée dans la production.

C'est à ces nouvelles questions que va s'attaquer Karl Schlesinger au début des années 1930. Banquier et homme d'affaires viennois, mais aussi théoricien, Schlesinger connaît non seulement l'exposé de Cassel mais aussi les travaux de Walras. Pour résoudre l'incohérence liée à la définition *a priori* des facteurs rares, Schlesinger complète les équations de Cassel par des contraintes qui s'expriment sous la forme d'inégalités : si la demande d'un facteur est supérieure à la quantité initialement disponible, alors ce facteur est rare et son prix est positif ; si la demande est inférieure à la quantité disponible, alors le prix de ce facteur est nul.

L'introduction de ces contraintes va avoir un impact considérable pour l'avenir de la théorie de l'équilibre général. La question de l'existence de l'équilibre va désormais se poser explicitement. En effet, si l'égalité entre le nombre d'équations et d'inconnues pouvait passer jusque-là pour une présomption d'existence de l'équilibre, les nouvelles contraintes, explicitées par Schlesinger, anéantissent cette présomption. L'existence d'un équilibre devient une question en soi qui va échapper aux économistes pour être résolue par les mathématiciens. Ce que l'on observe immédiatement : Schlesinger pose un problème économique, mais c'est un mathématicien, Abraham Wald, qui propose une solution.

*Le Mathematische Kolloquium* de Karl Menger

La collaboration d'un économiste, Schlesinger, et d'un mathématicien, Wald, pour explorer la théorie de l'équilibre général n'est pas le fruit du hasard. Elle résulte du bouillonnement intellectuel de Vienne, dans les années 20 et 30. Karl Menger, jeune et brillant mathématicien, assiste aux réunions du Cercle de Vienne, mais il finit par se lasser des discussions qui n'aboutissent pas. Il crée son propre séminaire de théorie mathématique, le *Mathematische Kolloquium*. Ce séminaire réunit non seulement les meilleurs mathématiciens de l'époque mais aussi des physiciens, des logiciens ou des économistes comme, par exemple, Karl Schlesinger, Karl Popper, ou Norbert Weiner. On y traite de problèmes où les mathématiques ne sont pas seules en cause<sup>1</sup>.

Menger présente Wald à Schlesinger qui cherchait un professeur de mathématique. Leur collaboration sera fructueuse. Le 19 mars 1934, Schlesinger expose au séminaire de Menger les équations d'un modèle de production comportant des égalités et des inégalités. Le même jour, Wald, en partant du système d'équations de Schlesinger, démontre l'existence d'une solution unique de ce système<sup>2</sup>.

Deux exposés de Wald sur le même sujet suivront. Mais l'Histoire bouleversera le déroulement de cette histoire. En 1938, la publication des *Ergebnisse* (les compte-rendus du séminaire de Menger) est interrompue par l'Anschluss. Schlesinger se suicide le jour de l'entrée des nazis en Autriche et Wald émigre aux États-Unis<sup>3</sup>. Désormais la suite de l'histoire de l'équilibre général se déroulera aux États-Unis. La traversée de l'Atlantique va changer la donne<sup>4</sup>.

Avant d'aborder le troisième épisode, il faut d'abord achever l'épisode viennois. En effet, c'est Wald qui est chargé de publier le célèbre article de von Neumann « Über ein ökonomisches Gleichungssystem und eine Verallgemeinerung des Brouwerschen Fixpunktsatzes », dans les compte-rendus du séminaire de Menger.<sup>5</sup> (« Sur un système d'équations économiques et une généralisation du théorème du point fixe de Brouwer »). Dans cet article, publié en 1937, von Neumann généralise le résultat de Brouwer et l'applique à un modèle de croissance équilibrée, ouvrant ainsi un nouvel

---

<sup>1</sup> Aidé d'abord par Gödel et Nöbelling puis par Alt et Wald, Menger publie chaque année une brochure intitulée *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* (Résultats d'un séminaire de mathématiques) qui rassemble pour l'année universitaire écoulée, les exposés présentés et quelques remarques tirées des discussions qui ont suivi ces exposés. Le volume 1 des *Ergebnisse* comprend les travaux de l'année 1928-1929 ; le volume 8, le dernier, présente une partie seulement des travaux de l'année 1935-1936, faute de place pour publier l'intégralité des communications de cette année-là. Les *Ergebnisse* ont été récemment réédités par Dieker et Sigmund (1998).

<sup>2</sup> Les deux communications seront publiées l'une après l'autre dans les *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums 1933-1934*, vol. 6, (1935), p. 10 à 11 et p. 12 à 18, avec des commentaires de Schams et de Menger, p. 18 à 20.

<sup>3</sup> Entre Vienne et l'université Columbia où Wald est recruté comme attaché de recherche, ce troisième article de Wald s'est perdu et n'a jamais été retrouvé. Wald n'abordera plus cette question dans ses travaux ultérieurs surtout consacrés aux statistiques.

<sup>4</sup> Sur ce point voir l'avant-propos de Debreu (1998a) à la réédition des *Ergebnisse* par Dieker et Sigmund (1998).

<sup>5</sup> Ce texte de von Neumann est issu d'une conférence prononcée à Princeton en 1932, où von Neumann, après avoir été invité en 1931, venait d'obtenir un poste de professeur à l'*Institute for Advanced Study*. Il semble qu'il ait été présenté oralement au séminaire de Menger pendant l'année universitaire 1935-1936. Morgenstern (1976, p. 807) parle de l'exposé de von Neumann auquel Menger l'avait convié et auquel il n'a pas pu assister car il était à une conférence de la Société des Nations à Genève, mais il situe l'épisode en 1937. Or, à cette date, le texte de von Neumann était déjà publié dans le volume 8 des *Ergebnisse*, volume qui rassemble des communications présentées au cours de l'année universitaire 1935-1936. Y aurait-il une erreur ?

espace théorique, dont la programmation linéaire et la recherche opérationnelle seront les fleurons. Avec les travaux de von Neumann, le théorème du point fixe se révèle un outil idéal pour les questions d'existence, en théorie des jeux comme pour l'analyse de l'équilibre général.

Le bilan de l'épisode viennois est le suivant :

Dans les années 30, l'existence d'un équilibre général devient un problème ; ce problème économique nouveau apparaît à la suite de l'analyse de Cassel. Dans le même temps, la formulation mathématique de ce problème (un système d'égalités assorti de restrictions exprimées par des inégalités) donne un tour nouveau à la théorie de l'équilibre général. L'existence de l'équilibre général apparaît désormais comme une question spécifique, posée en termes mathématiques, et nécessitant, de ce fait, une solution qui requiert des compétences mathématiques de haut niveau.

### **3<sup>e</sup> épisode : L'Amérique de la *Cowles Commission***

La traversée de l'Atlantique par les européens va mettre en contact des personnalités jusque-là dispersées. Les nouveaux immigrants européens vont entamer de nombreuses collaborations avec leurs collègues américains.

La *Cowles Commission* bien sûr, mais aussi la Société d'économétrie, les travaux de Leontief sur la structure de l'économie américaine, l'analyse d'activités ainsi que les débuts de la théorie des jeux témoignent de ces collaborations. Je passe vite sur ce point dont Annie parlera plus longuement dans la 2<sup>e</sup> partie.

Cette effervescence intellectuelle de l'après-guerre suscite les travaux d'abord séparés de Arrow et de Debreu puis leur collaboration. Debreu, ancien élève de l'École normale supérieure, influencé par l'école de Lausanne à travers la tradition française des ingénieurs économistes comme Divisia et Allais, arrive aux États-Unis grâce à une bourse Rockefeller ; il est recruté par la Cowles en 1950<sup>6</sup>. En 1951, il présente à Harvard une démonstration des deux théorèmes fondamentaux de l'économie du bien-être ; la même année, Arrow, à Berkeley, présente un exposé sur le même sujet. Les deux auteurs vont alors collaborer et présenter, le 27 décembre 1952, le célèbre article publié en 1954 « L'existence d'un équilibre pour une économie concurrentielle ». Cet article marque, pour la communauté scientifique, la première démonstration moderne d'existence d'un équilibre.

En 1959, Debreu dans *Theorie de la valeur* donne une démonstration plus élégante, plus simple et plus générale de l'existence d'un équilibre général.

Finalement on peut considérer que la démonstration de l'ouvrage de 1959, marque une étape définitive pour la théorie de l'équilibre général. Après cette date, d'autres problèmes seront abordés, mais la théorie économique tiendra pour acquise la démonstration mathématique de l'existence d'un équilibre.

### **Quelques mots pour conclure cette histoire interne**

---

<sup>6</sup> On reviendra plus longuement sur le rôle de la *Cowles Commission* dans la deuxième section.

L'existence d'un équilibre général, question relativement secondaire pour Walras, n'est devenue une question importante que dans les années 30. C'est à partir de la version de Cassel que la question se pose. Curieusement, les arguments mathématiques soulevés par Lexis, dès 1881, puis par Zeuthen, à propos de l'absence de signification économique de certaines solutions mathématiques du système walrassien ne suscitent aucune recherche nouvelle. Le seul problème qui retient l'attention est celui soulevé par les équations de Cassel. Schlesinger introduit des contraintes supplémentaires et Wald démontre l'existence d'une solution pour un système d'équations de production, beaucoup plus limité que le système de Walras. Mais c'est l'article de von Neumann qui propose une solution générale à la question de l'existence.

Pour établir cette généalogie de la démonstration d'existence de Arrow et Debreu, il est justifié de partir de l'état actuel des connaissances, pour remonter jusqu'à Walras en passant par von Neumann, Wald, Schlesinger et Cassel. Mais cette généalogie, simple en apparence, n'est pas aussi linéaire qu'il peut sembler au premier abord. Je ferai quatre remarques sur cette histoire interne :

1) Il y a eu des découvertes multiples. La même année, en 1952, quatre démonstrations d'existence d'un équilibre économique général sont produites simultanément et indépendamment les unes des autres : celle de Arrow et Debreu, présentée au colloque de *l'Econometric Society* à Chicago ; celle de Lionel McKenzie, présentée dans le cadre du même colloque de *l'Econometric Society*<sup>7</sup> ; celle de David Gale, qui sera publiée en 1955, et celle de Hukukane Nikaido, publiée en 1956 dans *Metroeconomica*.

2) La généalogie telle qu'elle a été explicitée plus haut correspond très étroitement aux sources revendiquées par Arrow et Debreu dans leur article de 1954.

Mais la généalogie de chacune des trois autres démonstrations d'existence du début des années 1950 est spécifique et révèle d'autres racines. Par exemple, le travail de McKenzie (1954) montre l'importance de l'analyse *input-output* de Leontief qui inspira les travaux de Graham sur le commerce international, travaux qui sont eux-mêmes à l'origine de l'article de McKenzie.

3) L'histoire des démonstrations de la théorie de l'équilibre général apparaît largement tributaire de l'histoire des instruments mathématiques mis en œuvre. Cette histoire peut paraître simple du côté de la progression des instruments mathématiques : le calcul différentiel pour Walras, les mathématiques hilbertiennes pour Wald, le théorème de Brouwer pour von Neumann, la révolution bourbakiste pour Debreu. Toutefois, cette histoire n'est pas linéaire. Par exemple, dès 1881, Lexis soulève la question de la pertinence économique des résultats mathématiques, mais sa critique des travaux de Walras demeure lettre morte jusqu'à ce qu'elle soit redécouverte, au début des années 1930, à propos de la version de Cassel.

4) Restituer, comme on l'a fait ici, la généalogie des démonstrations d'existence est loin d'épuiser l'histoire de la théorie de l'équilibre général. Cette généalogie ascendante a pour elle le mérite de la simplicité, mais, même ainsi simplifiée, elle n'est pas univoque comme on vient de le voir (quatre démonstrations en 1952 qui ont chacune leur histoire). En outre, si l'on admet que la théorie de l'équilibre général est articulée autour de trois problèmes majeurs (existence, unicité et stabilité), alors il faut souligner que notre généalogie, limitée à la question de l'existence, est très partielle. Si l'on était parti de la question de la stabilité, on aurait raconté une histoire, moins

---

<sup>7</sup> McKenzie donnera plus tard, dans une lettre adressée à Roy Weintraub, un récit coloré de la réaction de Debreu à son papier : un extrait de cette lettre est cité in Weintraub, 1985, p. 103.

glorieuse (pour reprendre le terme de Roger Guesnerie sur « la généralité en gloire » de l'équilibre général). Les difficultés identifiées à propos du tâtonnement ont trouvé un aboutissement négatif dans le théorème de Sonnenschein-Mantel-Debreu (1972 et 1974). Ce théorème peut être interprété comme un coup d'arrêt au programme de recherche autour de l'équilibre général. La stabilité étant improbable (mais Walras l'avait déjà laissé entendre), l'argument de Samuelson dans les *Fondements de l'analyse économique* retrouve toute sa pertinence : à quoi sert de s'intéresser à l'existence d'un équilibre si celui-ci est instable. Au lieu de s'achever par une démonstration unanimement reconnue comme celle Debreu, l'histoire de l'équilibre général se termine alors plutôt sur un constat d'échec relatif : le choix d'une question (existence ou stabilité) modifie toute l'histoire.

## 2<sup>e</sup> partie : Une autre histoire de l'équilibre général

Nous venons de parler d'une histoire de l'équilibre général : de l'histoire classique, balisée par les historiens de la discipline, des démonstrations d'existence. Pour la seconde partie de cet exposé, nous allons explorer d'autres histoires que cette histoire interne, par ailleurs essentielle, de la théorie de l'équilibre général.

On pourrait citer plusieurs histoires :

1. Celle de la thèse de Fisher, *Mathematical Investigations in the Theory of Value and Prices*, rédigée en 1890, soit moins de 15 ans après les *Eléments* de Walras, publiée en 1892 - et tombée aux Etats-Unis dans un oubli que seule la venue d'immigrés européens chassés par la montée du nazisme contribuera à effacer.
2. Celle des recherches tâtonnantes sur la dynamique de l'équilibre général, depuis les premiers travaux de Wicksell et de Cassel, jusqu'à la synthèse de Myrdal et les ouvrages de Hicks et de Samuelson.
3. Celle encore, des « applications » de la théorie, depuis les modèles *input-output* jusqu'aux développements les plus récents des modèles d'équilibre général calculable dont Katheline Schubert parlera ici la semaine prochaine.

Je choisirai aujourd'hui un autre épisode, le plus éloigné, en apparence de la lignée historiographique traditionnelle : celui des débats sur le calcul socialiste.

Cela, pour deux raisons :

- ces débats, qui portent d'abord –et avant tout– sur le statut épistémologique de la théorie de l'équilibre général ont joué un rôle essentiel sur le développement interne, analytique, des démonstrations mathématiques de la théorie.
- Ils éclairent plus que n'importe quel autre épisode « classique » la dimension essentiellement plurielle du programme de la théorie de l'équilibre général.

### 2.1. La querelle du calcul économique socialiste et l'interprétation des équations de l'équilibre général

Je vous propose donc de revenir en Europe, quelques années en arrière. Et de découvrir que les recherches des années 1920 et 1930 sur les reformulations de la

théorie de l'équilibre économique général sont loin de s'arrêter aux débats mathématiques qui occupent les participants au *Mathematisches Kolloquium* de Menger. Et que ces recherches portent aussi, de manière très centrale, sur la possibilité - ou l'impossibilité - d'établir un calcul économique rationnel dans une économie planifiée de type soviétique.

Le thème a une longue histoire dans la tradition de la théorie de l'équilibre général. Il a été placé par Pareto et Barone au cœur de la réflexion sur les liens entre équilibre économique général et optimum social : Pareto, en 1896, dans son *Cours d'économie politique*, en reprenant la question de l'existence d'un équilibre général sous l'angle de l'affectation optimale des ressources dans un Etat socialiste ; Barone, en 1908, qui reformule l'intuition de Pareto dans l'article « Le ministère de la production dans un état collectiviste » et pose les fondements analytiques de ce qui deviendra la « deuxième » économie du bien-être<sup>8</sup>.

Les enjeux, alors, ne sont que théoriques. Le débat rebondit évidemment au cours des années vingt et trente, autour de l'appréciation, à la fois théorique et politique, des mesures économiques prises par la jeune révolution soviétique.

Le premier à ouvrir le feu - et à lancer la querelle - est Otto Neurath : il est tout à la fois économiste, sociologue, et philosophe, il a été membre du séminaire de Böhm-Bawerk, à Vienne, comme Otto Bauer, Rudolph Hilferding et Joseph Schumpeter. Il a fondé le Cercle de Vienne avec Rudolph Carnap et Moritz Schlick.

Dès les années vingt, il travaille sur l'économie de guerre, en opposant l'irrationalité et le désordre des économies de marché, à la rationalité et à l'ordre des économies de guerre, dont le système de prix est remplacé par un principe de planification en nature des ressources rares. De là, il tire l'idée d'étendre le système aux temps de paix en promouvant une comptabilité en nature des *inputs* et des *outputs* de l'économie comme instrument d'une rationalisation des économies de marché - qui permette un équilibre général de l'économie<sup>9</sup>.

Les libéraux réagissent à travers la plume de Ludwig von Mises, qui publie en 1920 un article qui deviendra séminal. Mises y dénie toute possibilité théorique de calcul économique rationnel dans une économie socialiste, qu'il définit comme caractérisée 1° par la propriété collective des moyens de production et 2° par l'absence de prix monétaires. L'idée est simple - elle fera florès : « Là où il n'y a pas de marché libre, il n'y a pas de mécanisme de fixation des prix ; et sans mécanisme de fixation des prix, il n'y a pas de calcul économique ».

Publié en allemand, l'article de Mises fait grand bruit, dans le monde germanique comme dans le monde anglo-saxon. Et les premières répliques ne proviennent pas des économistes soviétiques, eux aussi occupés à débattre des relations entre le plan et le marché - mais dans un tout autre cadre. Elles viennent d'abord de sociaux-démocrates de langue allemande. Comme, le Russe Jacob Marschak, un ancien élève de Slutsky qui vient juste d'émigrer après avoir été à 19 ans ministre d'une minuscule république menchevik dans le Caucase, et qui publie une réponse à Mises en 1924. Ou Karl Polanyi, qui engage avec Mises un débat nourri dans les colonnes de la revue *Archiv für Sozialwissenschaft und Sozialpolitik*. L'article de Mises paraît en 1920. La réponse de

---

<sup>8</sup> Barone, 1908 [1935]. L'optimum y est décrit selon le critère de Pareto et caractérisé, à l'équilibre d'une économie concurrentielle, par la double égalité des taux marginaux de substitution entre deux biens pour l'ensemble des consommateurs et des taux marginaux de productivité des facteurs pour l'ensemble des branches.

<sup>9</sup> Cette proposition d'une économie sans monnaie sera toutefois critiquée par certains économistes marxistes de langue allemande, comme Otto Bauer ou Emil Lederer.

Polanyi paraît en 1922, qui met l'accent sur les conflits entre intérêts individuels et intérêt social liés à la question de la rareté des ressources. Mises répond en 1924, et Polanyi répond à son tour toujours en 1924.

A partir de là le débat s'organise en deux temps et en deux lieux, croisés les uns aux autres : le débat théorique, en Europe ; le débat appliqué, dans l'Amérique de la *Cowles Commission*.

### **1<sup>er</sup> temps donc : en Europe, le débat théorique.**

Dans la littérature de langue anglaise, trois auteurs s'attellent à la tâche de répondre à Mises : en Angleterre, Henry Dickinson, en 1933; aux Etats-Unis, Fred Taylor, qui, en 1928, y consacre son adresse présidentielle à *l'American Economic Association*, et en 1931 Crosby Roper, qui publie l'ouvrage *The Problem of Pricing in a Socialist State*. Tous trois s'appuient sur le cadre de l'équilibre général et sur la théorie du tâtonnement pour répondre à l'argumentaire de Mises et démontrer qu'un calcul économique rationnel est, en théorie, possible dans une économie socialiste. L'argument est simple : là où la solution d'un système d'équations d'équilibre général est donnée par le marché dans un système capitaliste, elle pourrait l'être par le plan dans un système socialiste.

Et c'est aussi dans un cadre d'équilibre général qu'Oskar Lange contribue au débat. Lange quitte la Pologne avec une bourse Rockefeller en 1934 et s'installe aux Etats-Unis en 1936 : d'abord à l'Université du Michigan, puis à l'Université de Chicago, où il arrive la même année que les chercheurs de la *Cowles Commission* - qu'il rejoint aussitôt.

En 1935 il critique sévèrement la théorie marxiste au profit de ce qu'il appelait « la théorie économique moderne » - le cadre walrassien de la théorie de l'équilibre général. En 1936 il publie deux articles fondateurs sur la théorie de l'équilibre général appliquée à une économie socialiste. La démonstration est double. 1) Lange affirme qu'un système de prix n'est pas nécessairement lié à l'institution du marché - et donc qu'un calcul économique rationnel peut être envisagé dans un autre système institutionnel que le système capitaliste. L'argument lui permet une offensive à fronts renversés où il reproche à Mises d'être « institutionnaliste » quand il soutient que les lois économiques n'auraient de validité que relativement à leur contexte historique.

2<sup>e</sup> argument, plus théorique : Lange pose les bases d'une procédure de planification itérative, enracinée dans l'analogie entre un mécanisme de planification centralisée et un mécanisme de tâtonnement walrassien - ce qui lui permet de conclure à la réalisation possible, à la fois d'un équilibre économique général et d'un état d'optimalité parétienne dans une économie centralement planifiée.

La balle est dans le camp des libéraux. Lionel Robbins ouvre le feu en mettant l'accent sur le lien inextricable qui lie la production de l'information et les mécanismes de concurrence - absents des économies planifiées. Conséquence : si une solution mathématique du problème du calcul économique peut être envisagée en termes purement théoriques, en pratique, cette solution est impossible : Elle impliquerait l'écriture de millions d'équations sur la base de millions de données statistiques, fondées sur encore plus de millions de calculs individuels. »

Mais l'argumentaire théorique le plus développé est celui de Hayek, récemment débauché de l'université de Vienne par Robbins, qui le fait venir en 1932 à la *London*

*School*<sup>10</sup>. En 1935, Hayek rassemble une série d'articles sur le débat du calcul socialiste, et y ajoute sa propre contribution.

L'argumentaire est large. Il porte d'abord sur la théorie de l'information - un thème que Hayek développera longuement par la suite - et de l'impossible coordination des informations détenues par les agents dans un système centralement planifié. Il vise ensuite le degré de calculabilité du système d'itération - ou de tâtonnement - proposé par Lange. Il vise enfin la critique de la portée « réaliste » attribuée par les socialistes de marché à la théorie de l'équilibre général.

L'enjeu analytique dépasse donc largement l'objet initial de la querelle sur le calcul socialiste : il concerne le statut même de la théorie de l'équilibre général. La position de Hayek consiste ici à affirmer qu'à condition d'adopter une hypothèse d'information parfaite, la théorie de l'équilibre général pourrait s'appliquer « sans contradiction logique » à un système de prix socialistes.

Et Hayek précise que la « vraie nature du problème » est ailleurs que dans la construction théorique d'un système de prix : elle tient au fait que son application effective est « humainement impraticable et impossible »<sup>11</sup>.

L'historiographie récente a insisté sur cette opposition entre Hayek et Lange à propos de la possibilité matérielle de définir et de résoudre un système d'équilibre général, opposition entre deux conceptions polaires de la théorie de l'équilibre général.

D'un côté, on a l'héritage théorique de Cassel -, qui a été, on l'a dit, le principal accès à la théorie de l'équilibre général pour les auteurs des années vingt et trente - et qui sert de base aux plaidoyers de Dickinson, de Taylor et de Lange. La perspective est réaliste, l'équilibre est conçu comme un équilibre stationnaire, qui peut être mis en œuvre par un mécanisme effectif de tâtonnement.

De l'autre, l'héritage analytique de Walras et Pareto, que mobilise Hayek dans son plaidoyer contre Lange. L'équilibre général y est défini dans une perspective rationaliste et abstraite, comme un instrument purement théorique d'analyse d'un point d'équilibre instantané (et non plus stationnaire), issu d'une procédure fictive de tâtonnement : comme un équilibre abstrait, compatible avec le principe d'une économie non marchande, mais impossible à appliquer effectivement dans un système non marchand. Il ajoute que la seule solution, qui permette de dépasser le cadre statique des fondateurs, consiste à construire un modèle inter-temporel d'équilibre général en prévision parfaite - mais toujours comme un modèle purement théorique, et non comme un cadre susceptible de décrire le fonctionnement concret d'une économie.

La querelle de méthode entre ces deux lectures du statut des équations d'équilibre général va rebondir pendant plus de quinze ans, jusqu'à l'abandon définitif par Hayek de toute référence à la théorie de l'équilibre économique général. Mais elle continue d'organiser le programme théorique de la théorie de l'équilibre général dans les années d'après-guerre.

---

<sup>10</sup> Hayek était devenu professeur à l'université de Vienne après des études à Vienne, aux Etats-Unis, puis à nouveau à Vienne. En 1931, il est invité à faire une série de conférences sur la théorie des cycles à la *LSE*, où il restera professeur de 1932 jusqu'à son départ pour l'université de Chicago en 1950.

<sup>11</sup> « Il nous faut maintenant admettre qu'il ne s'agit pas ici d'une impossibilité dans le sens où elle serait logiquement contradictoire [...] Il suffit d'envisager les conséquences *pratiques* qu'auraient la mise en œuvre de cette méthode pour l'éliminer comme humainement *impraticable* et impossible. » (Hayek, 1935, p. 297-208 ; nous traduisons et nous soulignons, ALC, JL).

## 2<sup>e</sup> moment : la traversée de l'Atlantique et le déplacement vers un débat appliqué

On a signalé l'importance de la *Cowles commission* dans l'histoire des démonstrations d'existence. Elle est aussi directement liée à l'histoire que je raconte ici.

Une première raison tient aux acteurs qui ont fondé la *Cowles* : beaucoup d'entre eux ont fait leurs premières armes dans le débat du calcul socialiste - et cela en liaison directe avec les recherches menées en Europe sur l'équilibre général.

On a cité Marschak. A peine émigré et installé à New York, il monte un séminaire de recherche en économie mathématique et en économétrie sous l'égide du NBER dont Abraham Wald, lui aussi émigré récent, fait, évidemment, partie.

Lorsqu'il succède, en janvier 1943, à Yntema, comme directeur scientifique de la *Cowles*, il continue évidemment 1). à soutenir le combat dans lequel Lange s'est engagé dans la controverse sur le calcul socialiste et 2). à promouvoir les recherches conduites dans un cadre d'équilibre général comme autant de réponses apportées aux autrichiens sur la question du calcul socialiste.

En 1942, deux articles de Lange, dans *Econometrica*, vont cristalliser les nouvelles lignes de recherches issues de ce débat,.

L'un, « The Foundations of Welfare Economics » fournit la première démonstration rigoureuse de l'équivalence entre un équilibre général concurrentiel et un optimum - ce qui deviendra le premier et le deuxième théorèmes de l'économie du bien-être.

Lange ouvre par là un chantier qui se déploiera comme domaine central de la théorie de l'équilibre général dans les années quarante et cinquante, jusqu'aux contributions décisives, en 1951 de Kenneth Arrow et en 1952, de Gérard Debreu - et dont le lien avec le débat sur le calcul socialiste continue d'être revendiqué, comme le montre la contribution de Bergson à l'histoire du débat sur l'économie socialiste publiée en 1948.

Le deuxième article ouvre le chantier des travaux sur la stabilité d'un équilibre général. Lui aussi, il incite les chercheurs de la *Cowles* à se re-pencher sur les débats du calcul socialiste des années trente, comme le fera Franco Modigliani en 1947, dans un article publié par le *Giornale degli Economisti e Annali di Economia*<sup>12</sup>.

Le programme de recherche de la *Cowles* continue ainsi d'être organisé autour de l'association entre la théorie de l'équilibre général et la recherche d'un optimum social - cela, s'il le faut, par le moyen d'une forme d'intervention étatique dans une économie de marché.

Il en naît une tension grandissante à Chicago entre les élèves de Knight et les chercheurs de la *Cowles*. Et, dans ses souvenirs de Chicago, Don Patinkin se rappelle qu'à Chicago « c'était le socialiste Oskar Lange qui vantait les beautés de l'optimum de Pareto produit par un marché parfaitement concurrentiel - et [...] Frank Knight qui nous enseignait que les véritables implications de l'optimum en termes de bien-être étaient assez limitées. ».

---

<sup>12</sup> Cet article de Modigliani (1947) reprend de près la ligne d'argumentation de l'article publié en 1924 par Marschak en réponse à Mises.

Mais le débat sur le calcul socialiste avait tracé deux lignes de recherches parallèles, l'une théorique, l'autre appliquée. Et, parallèlement à la réflexion sur les équivalences analytiques établies par Lange entre équilibre général et optimum social, cette 2<sup>e</sup> ligne de recherches se développe à la *Cowles* autour de la possibilité d'appliquer concrètement les équations d'équilibre général à la planification des économies de marché.

Structurellement associée, depuis son origine, à la Société d'économétrie, la *Cowles* est animée depuis toujours par cette conviction simple : les estimations empiriques des équations d'équilibre général constituent le meilleur moyen de faire advenir une gestion planifiée et efficiente des ressources et des marchés, dans une économie socialiste comme dans une économie capitaliste.

C'est dans cette optique que la Commission développe ses recherches sur les instruments économétriques d'une telle planification. Et c'est dans cette optique aussi que se font les recrutements. En 1944, la Commission contacte Koopmans (qui a travaillé avec Jan Tinbergen, aux Pays-Bas et à la Société des Nations), et le convainc de rejoindre l'équipe. C'est ensuite le tour de Leonid Hurwicz, qui a lui aussi été très engagé dans le débat sur le calcul socialiste. Suivent Lawrence Klein et Kenneth Arrow, dont on sait que le premier projet de thèse consistait à appliquer le modèle de Tinbergen à l'économie américaine.

En dépit du départ de Lange, Marschak et Koopmans n'ont jamais caché leur volonté d'élaborer, dans un cadre d'équilibre général, un modèle de planification qui puisse servir à la politique économique américaine. Comme le dira Mirowski, « dans l'immédiat après-guerre, la *Cowles* était la *ground zero* d'un socialisme de marché walrassien aux Etats-Unis. »

En 1948, le passage de relais entre Marschak et Koopmans marque une transformation du contenu des travaux de la *Cowles* : une transformation qui associe deux nouveaux personnages. ; John von Neumann, proche de Koopmans depuis l'arrivée de celui-ci aux Etats-Unis en 1940, et George Dantzig.

Les relations de von Neumann avec la *Cowles Commission* se nouent en mai 1945, lorsqu'il est invité à faire deux conférences sur la théorie des jeux. Les liens se poursuivent au-delà de ce premier contact ? Ils vont permettre aux chercheurs de la *Commission* de s'initier à de nouvelles théories mathématiques, dont la manipulation contribuera largement à renouveler le statut de l'équilibre général, toujours, à la fois comme modèle théorique et comme instrument de rationalisation d'une politique économique active.

Parallèlement, Koopmans se rapproche aussi d'un spécialiste de recherche opérationnelle (R.O.), auteur de la méthode du « simplexe », et chargé par l' *US Air Force* de développer les techniques de résolution des modèles de R. O. à l'aide des premiers ordinateurs : George Dantzig.

Cette double association conduit Koopmans à développer les méthodes de programmation linéaire - dernier avatar de la controverse, désormais éteinte, sur le calcul socialiste.

Koopmans sera toujours très clair sur ce point : l' « analyse d'activités » constitue bien un développement du modèle de Lange, dans lequel le marché est représenté comme un « programme », dont les prix seraient les variables duales des algorithmes de Dantzig.

Le programme de recherche sur l'analyse d'activités se développe dès lors parallèlement à celui de la démonstration renouvelée de l'existence d'un équilibre économique général par Arrow, Debreu et McKenzie, avec de multiples interférences entre les deux : Arrow participe à l'ouvrage dirigé par Koopmans sur l'analyse d'activités, Koopmans assiste aux séminaires animés par Arrow et Debreu.

Le cadre de la *Cowles Commission* joue ainsi un rôle largement plus complexe dans l'évolution de la théorie de l'équilibre général que ce qu'en laisse croire l'historiographie classique. D'autant qu'à cet ancrage fort et continu dans les débats sur le calcul socialiste et la nécessité de penser la politique économique comme une manière de planification indicative dans le cadre des équations d'équilibre général, on peut ajouter la participation d'Abraham Wald au volet économétrique des travaux menés dans par les chercheurs de la *Cowles*, ainsi que la collaboration régulière de Karl Menger, devenu professeur de mathématiques dans l'Illinois, aux séminaires qu'elle organise, où il présente plusieurs papiers: encore un élément qui relie les deux dernières périodes et les deux derniers lieux évoqués par Jérôme.

Je conclurai par quatre remarques qui font directement écho aux quatre remarques qui ont conclu la première partie.

**Première remarque :** La première partie de notre exposé évoquait des procédures de « découvertes multiples ». Au regard de la deuxième partie, on peut souligner à la fois la grande unité des individus et des parcours, qui marque l'évolution de la théorie de l'équilibre général, et l'incroyable diversité des problématiques, des centres d'intérêt et des formalismes qui en jalonne l'histoire. À cet égard, la *Cowles Commission* joue un rôle, topique, de creuset, où, entre 1938 et 1954, se croisent dans des bureaux, dans des colloques, dans des séminaires, les acteurs des démonstrations viennoises des années 1930, les participants au débat sur le calcul socialiste, les initiateurs de l'analyse d'activités et les jeunes économistes mathématiciens qui s'appêtent à mobiliser la topologie pour refonder la démonstration d'existence d'un équilibre général. Ce mélange est essentiel : dans un entretien récent, Robert Solow, interrogé sur l'histoire de la théorie de l'équilibre général aux Etats-Unis, soulignait très explicitement qu'il s'agissait pour lui d'abord et avant tout d'une histoire européenne - importée aux Etats-Unis par des vagues successives d'immigration : Marschak, Wald, Menger, Hurwicz, Leontiev dans les années 1930 ; Debreu dans les années 1950.

**Deuxième remarque :** L'exemple du calcul socialiste permet lui aussi de souligner le caractère non linéaire de l'histoire du programme d'équilibre général. D'une part en notant la différence qui marque les objets dont se saisissent les auteurs (Barone ne parle pas du même objet que Hayek, Pareto ne définit pas l'objet de l'équilibre général comme Lange ou Arrow). D'autre part en soulignant la permanence des deux programmes parallèles de recherche qui s'étaient constitués dans le creuset du débat des années 30 : un programme purement théorique, dans lequel s'inscrivent les démonstration de Arrow, Debreu et McKenzie, l'autre fait d'économétrie, de calcul de recherche opérationnelle. Les individus circulent de l'un à l'autre (comme Arrow, ou Lange), mais les frontières des programmes, elles, restent pérennes.

**Troisième remarque :** L'histoire de la théorie de l'équilibre général ne peut être séparée de celle de ses instruments formels. La première partie de cet exposé a souligné le rôle essentiel du passage de l'algèbre linéaire aux axiomatisations hilbertiennes et à la topologie dans les démonstrations d'existence. Les débats sur le calcul socialiste

montrent comment d'autres instruments formels viennent s'ajouter aux premiers avec les matrices input-output, les modèles économétriques, ou la programmation linéaire.

**Quatrième remarque**, enfin : si l'histoire interne des démonstrations d'existence pouvait donner l'apparence d'une ligne de recherche ciblée, précise, linéaire dans ses développements, un regard plus englobant révèle un programme beaucoup plus large que celui des démonstrations d'existence, d'unicité et de stabilité : un programme qui organise et éclaire une large partie des développements théoriques du XXe siècle. Et ici encore, le choix d'un point d'arrivée de l'histoire nous conduit à raconter celle-ci différemment.