

Le marché et le bien-être.

Cours 2006-2007

6-7.

Les vertus de l'équilibre concurrentiel.

- Le point.
 - Le concept d'équilibre concurrentiel.
 - Existence, unicité, « stabilité ».
- L'économie normative d'un marché isolé.
 - Rend compatible les plans des agents...
 - Maximise la somme des surplus des participants.
- L'économie normative du marché généralisé.
 - Rend compatible les plans des agents.
 - Epuise le potentiel de bien-être...
 - Le premier théorème de l'économie du bien-être.

Le critère de Pareto.

- Le critère de Pareto : définition.
 - Une situation A est préférée au sens de Pareto à B
 - \Leftrightarrow chaque agent final préfère A à B, la préférence est stricte pour l'un au moins....
- Le critère de Pareto : usage.
 - Le critère de Pareto induit un pré-ordre partiel
 - sur l'ensemble des états réalisables: Diagramme d'Edgeworth.
 - L'optimalité (ou l'efficacité) au sens de Pareto..
- Une notion abstraite d'équilibre
 - Appelons équilibre : $x^*(h), y^*(j), p^*$:
 - $x^*(h) \max u(h, x(h)), p^* \cdot x(h) \leq p^* \cdot x^*(h)$
 - $y^*(j) \max p^* \cdot y(j), y(j) \in Y(j)$
 - $\sum x^*(h) = \sum y^*(j) + w$

Le premier théorème de l'économie du bien-être

- **Énoncé :**
 - Tout équilibre est efficace au sens de Pareto...
- **Preuve : Par l'absurde..**
 - Meilleur implique plus cher, pour la consommation/
 - Moins de profit pour la production.
 - Contradiction : valeur emplois = valeur des ressources.
- **Corollaire :**
 - Un équ. walrassien / éc. de pr.priv. est efficace / Pareto.
 - Preuve : un équilibre walrassien est un équilibre..
- **Noter :**
 - Pas de convexité dans l'énoncé 1.
 - Convexité implicite dans 2.

Le cœur comme issue d'un processus contractuel généralisé.

- Cadre :
 - oublier la production, économie d'échanges.
 - $z(h)$
 - Une procédure contractuelle :
 - La menace de sécession comme recours...
- Une solution contractuelle : le cœur.
 - Définition : $z^*(h)$, h , est dans le cœur :
 - $\sum_{h \in H} z^*(h) = 0$,
 - On ne peut trouver $S \subset H$, $z'(h)$:
 - $\sum_{h \in S} z'(h) = 0$, $u(h, z'(h)) > u(h, z^*(h))$.
 - On dit encore que la coalition S est bloquante.
 - Une allocation est dans le cœur si on ne peut la bloquer.
 - Pas d'objection recevable au sens donné ici..
 - Implique l'efficacité..

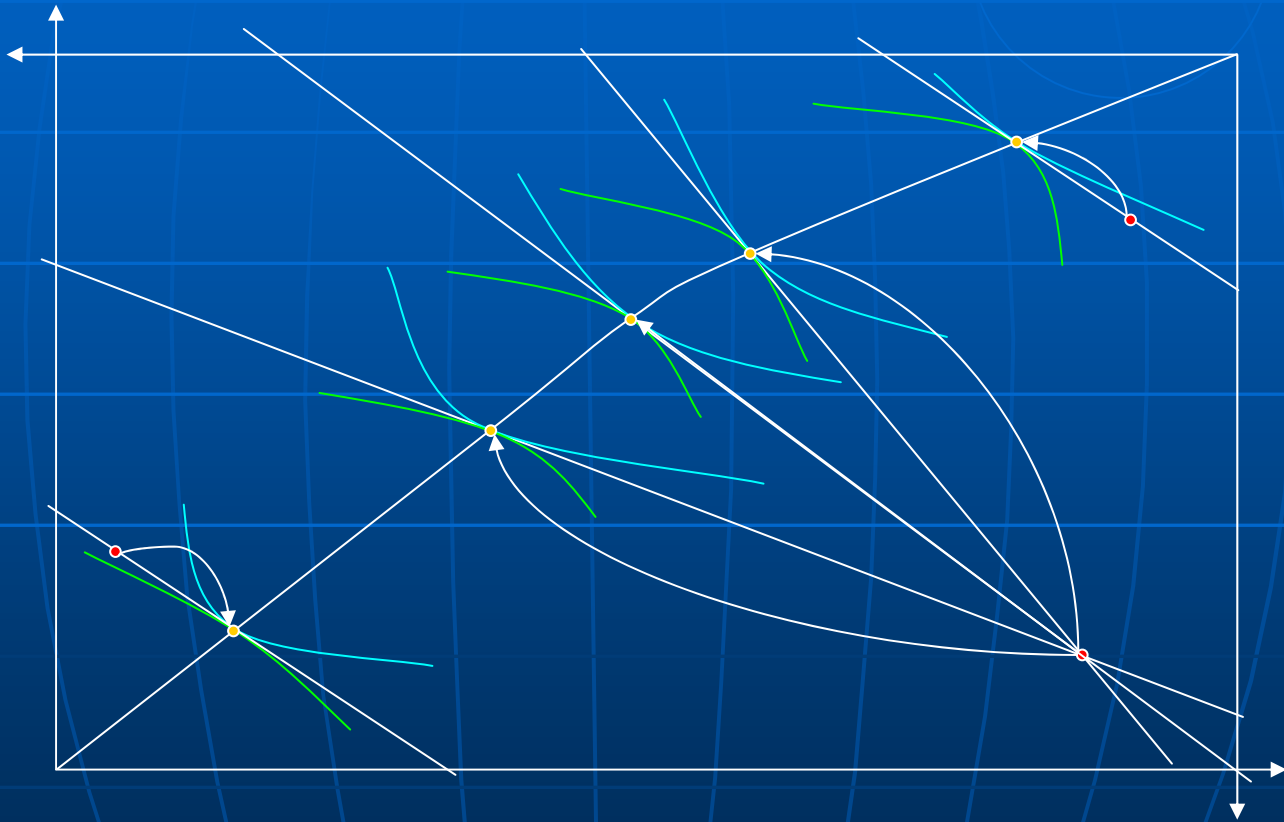
L'équilibre concurrentiel et le coeur.

- Cadre :
 - L'équilibre d'une économie d'échanges.
 - $\sum_h D(h, p^*, p^* \cdot w(h)) = \sum_h w(h)$
 - .. $\sum_h [D(h, p^*, p^* \cdot w(h)) - w(h)] = \sum_h (z(h, p^*)) = 0.$
- THM 1 :
 - L'équilibre concurrentiel appartient au coeur...
 - Preuve : élémentaire..
- THM 2: (agents nombreux)
 - Le coeur et l'équilibre concurrentiel coïncident.
 - Preuve : sophistiquée (Liapounov avec continu d'agents)
- Commentaire.
 - Une justification qui va au-delà de l'efficacité
 - Équité horizontale ?

Où en sommes nous ?

- Une économie abstraite, n biens.
 - Agents finaux, recettes techniques (ensembles de production).
 - Equilibre concurrentiel walrassien..
- Etude.
 - Existence de l'équilibre de propriété privée.
 - Multiplicité ou unicité.
 - Le marché comme machine à calculer..
 - Marché généralisé # marché isolé :
- Le point de vue normatif.
 - Le marché walrassien : une forme d'équité « horizontale... »?
 - Satisfaisant : issue efficace, dans le cœur.
 - Mais point de vue partiel... problématique...et arbitraire ?
 - Insatisfaisant derrière « le voile de l'ignorance »

Effacité et distribution du bien-être.



Un point de vue normatif plus exigeant.

- Un point de vue :
 - Réformateur social : planificateur social « bienveillant »..
 - Un point de vue « utopiste » mais utile.
 - Souhaitable et possible...
 - Souhaitable : arbitrage ex. entre les intérêts particuliers.
 - Possible...Economie abstraite précédente.
- Plan :
 - Le souhaitable et le marché généralisé : le 2^{ème} thm.
 - Mieux comprendre la relation choix distributifs efficacité
 - Retour sur le possible : l'extraction de l'information..
 - Le marché comme mécanisme d'incitations.
 - Retour sur le possible : les problèmes de calcul.
 - L'algorithme de Scarf.

Le deuxième théorème de l'économie du bien-être...

- Le cadre:
 - économie « convexe ».
 - production, consommation, substitués agents nombreux...
- Rappel :
 - Équilibre : $x^*(h), y^*(j), p^*, r^*(h)$:
 - $x^*(h) \max u(h, x(h)), p^* \cdot x(h) \leq p^* \cdot x^*(h) = r^*(h)$
 - $y^*(j) \max p^* \cdot y(j), y(j) \in Y(j)$
 - $\sum x^*(h) = \sum y^*(j) + w$.
- Deuxième THM de l'économie normative:
 - Tout état efficace au sens de Pareto est un équilibre.
- Corollaire : (économie de propriété privée..)
 - Tout état efficace au sens de Pareto est un équilibre walrassien de propriété privée amendée tfs forfaitaires.
- Preuve :
 - Historiquement différentiabilité
 - convexité = élégance.

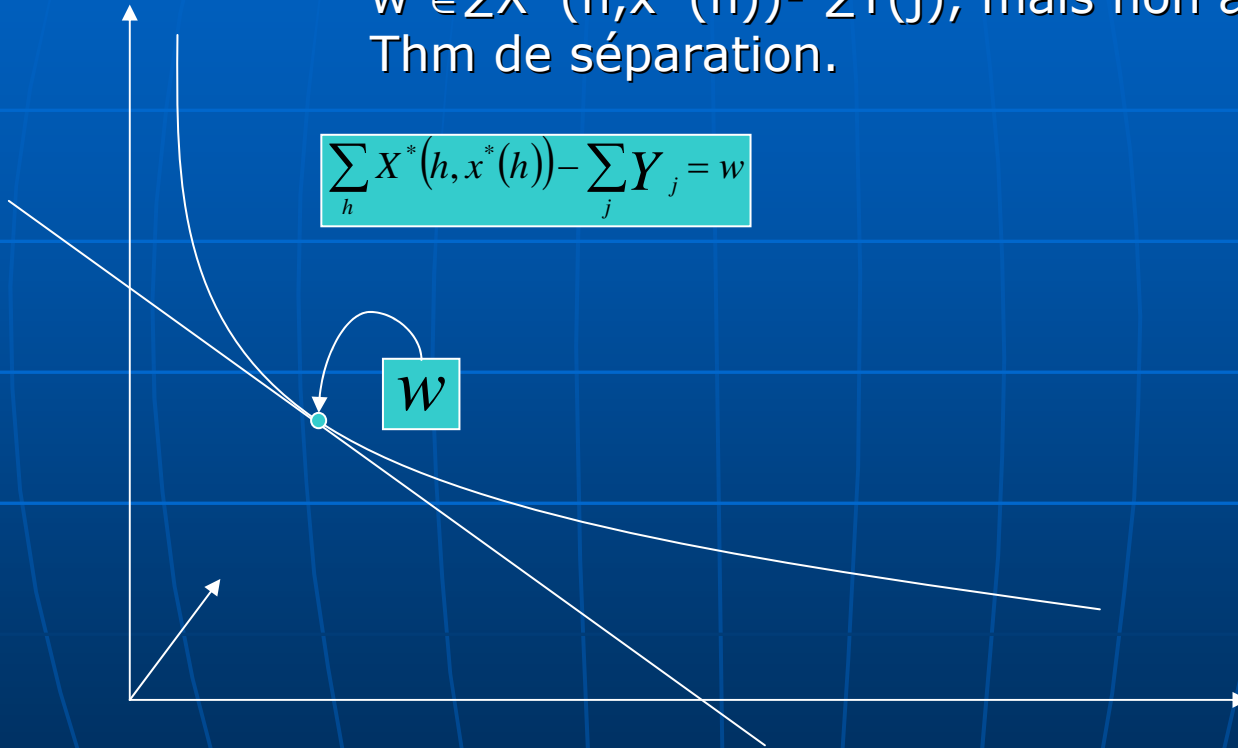
Démonstration du théorème

Preuve : $x^*(h), y^*(j)$

$w \in \sum X^*(h, x^*(h)) - \sum Y(j)$, mais non à l'intérieur..

Thm de séparation.

$$\sum_h X^*(h, x^*(h)) - \sum_j Y_j = w$$



Choix distributifs et transferts.

- Le problème..
 - Modéliser les arbitrages distributifs ?
 - Analyser la relation arbitrage distribution du revenu ?
- Une formulation :
 - Prendre une direction $\alpha \in S^H$ de maximisation
 - Max. $\lambda / u(h, x(h)) \geq \lambda \alpha(h), \sum x(h) = \sum y(j) + w, y(j) \in Y(j)$.
 - Max $\sum \alpha(h) u(h, x(h))$,
 - Utilité positive, cardinale ? $X(h) = \mathbb{R}_+$
- La solution.
 - $x^*(h, \alpha), y^*(j, \alpha), p^*(\alpha)$ qui est un équilibre..
 - Revenus : $r^*(h, \alpha) = p^*(\alpha) \cdot x^*(h, \alpha), \sum r^*(h, \alpha) = 1$
- Application :
 - $r^*(\alpha) = [\dots r^*(h, \alpha) \dots]$
 - $\alpha \in S^H \rightarrow r^*(\alpha) \in S^H$.

Etude de l'application r

■ Propriétés

- C'est une fonction.
- Elle est continue
- $\alpha(h)=0, \Rightarrow r(h, \alpha)=0$

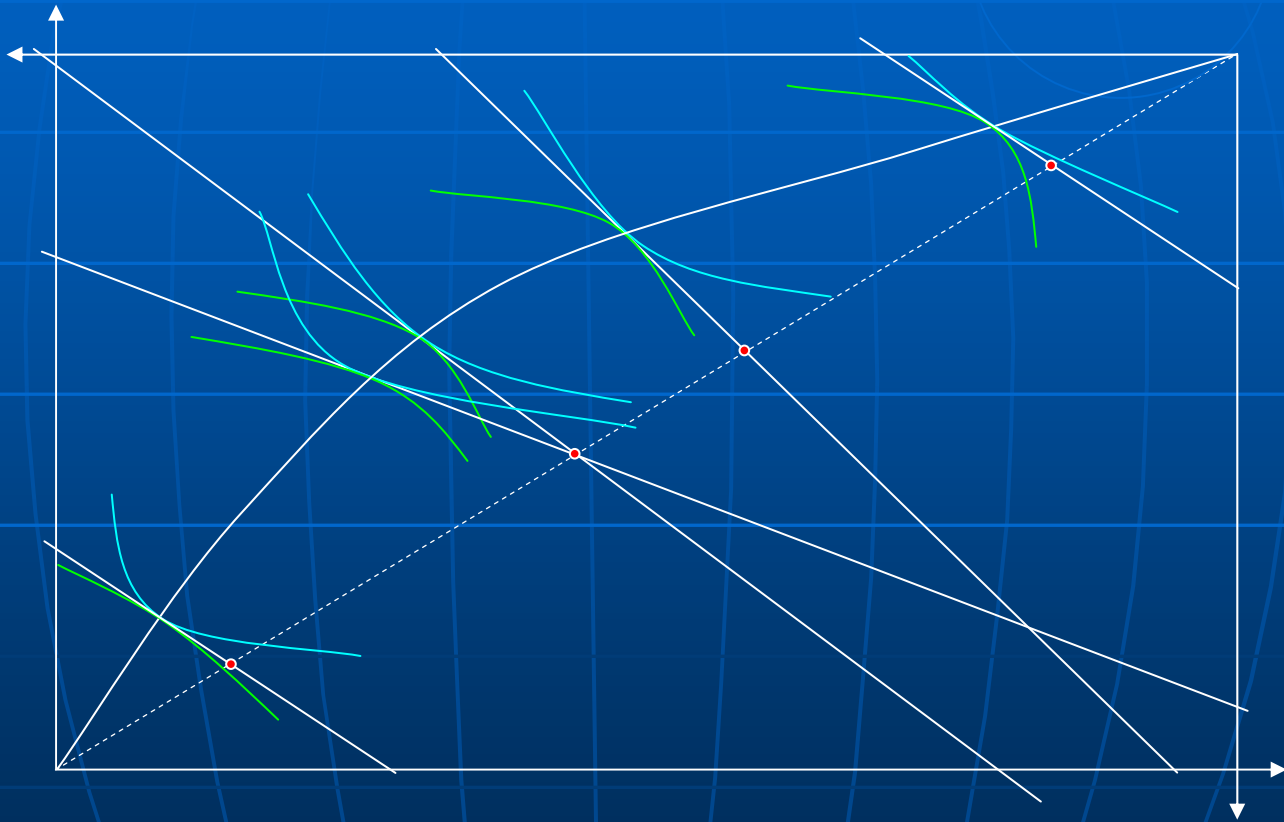
■ Thm.

- L'application $r^* : S^H \rightarrow S^H$ est surjective.
- *Preuve* : toute application continue d'un simplexe dans lui-même qui applique une face dans elle-même est surjective....

■ Commentaire.

- *Toute structure de revenu est atteinte...*
- \exists Equilibre /structure de revenus...(variante equil. W)
- Multiplicité : le même r est atteint pour plusieurs α .
- *Unicité liée au signe du déterminant de $[I - \partial r / \partial \alpha]$*

L' application r.



L'extraction d'informations : les mécanismes d'incitations.

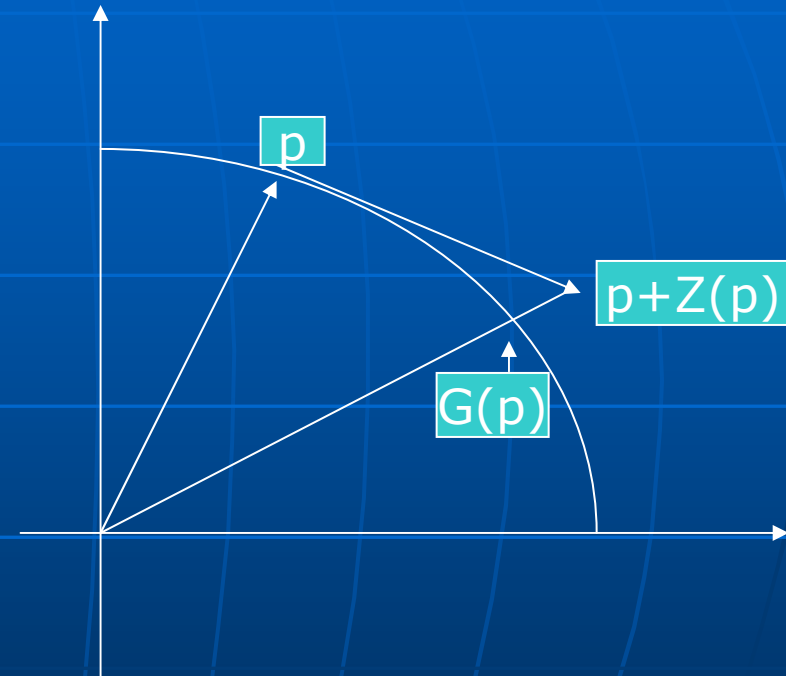
- Cadre :
 - oublier la production, économie d'échanges.
 - Caractéristiques des agents finaux: $\theta(h)$, $h \in H$
 - $\theta(h)$ information sur
 - Les préférences, les dotations initiales
 - Permet de déterminer $z(p,h)$
- Point de vue d'un planificateur non informé.
 - Mécanisme : $z(h, \theta(h), \theta(-h))$.
 - Annonces : $\theta \times (h)$: résultat : $z(h, \theta \times (h), \theta \times (-h))$.
 - $0 \geq \sum z(h, \cdot, \cdot)$. Hypothèse ici...
 - Mécanisme incitatif
 - Stratégie dominante.
 - Nash..

L'équilibre concurrentiel comme mécanisme d'incitations.

- Cadre :
 - oublier la production, économie d'échanges.
 - $\sum_h D(h, p^*, p^* \cdot w(h)) = \sum_h w(h)$
 - .. $\sum_h [D(h, p^*, p^* \cdot w(h)) - w(h)] = \sum_h (z(h, p^*)) = 0.$
 - Caractéristiques des agents finaux: $\theta(h), h \in H$
- Le mécanisme concurrentiel. :
 - $\prod \theta^x(h) \Rightarrow z(h)$ /Equilibre concurrentiel pour $\prod \theta^x(h).$
 - Hypothèses fortes : Discontinu ?
- Résultat : (agents infinitésimaux)
 - Thm : le mécanisme concurrentiel est incitatif en s.d
 - C'est le seul mécanisme s.d conduisant à un état efficace.
 - La redistribution est coûteuse si information privée...

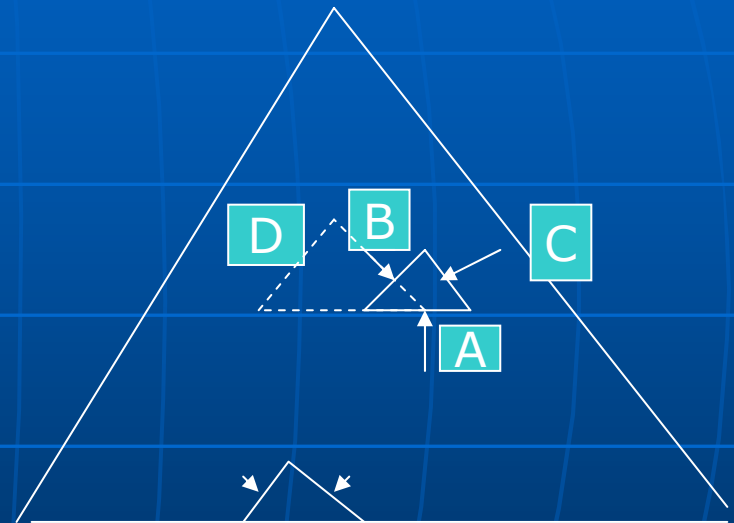
Les mathématiques du calcul de l'équilibre

- Position du problème :
 - Supposons que l'on connaisse les équations $Z(p)$:
 - Cas où Z est une fonction
 - Existence.
 - Comment calculer $p^*/t.q$ $Z(p^*)=0$?
 - Rappel preuve d'existence .
 - $p \rightarrow G(p) = H(p) / \|H(p)\|$
 - $H_1(p) = \text{Max}[p_1 + Z_1(p), 0]$.
 - Méthode de calcul du point fixe d'une application continue d'un compact dans un compact.
 \Rightarrow calcul d'un équilibre.
 - Les deux problèmes sont également compliqués.
- Une solution l'algorithme de Scarf.
 - A la base du développement des modèles d'équilibre général calculables.



Les principes de l'algorithme de Scarf.

- Point de départ :
 - le simplexe. $N=3$
 - F fonction continue.
 - Une grille de pts sur le simplexe
- Les ingrédients :
 - Ensemble primitif (intérieur):
 - Le point A :
 - Face $x_i = Cste$.
 - B et C coordonnées $> Cste$ sur la direction \perp .
 - Même chose pour B et C.
 - Tt point D est à l'extérieur.
 - Ensemble primitif au bord.
- Propriété :
 - si un élément d'un ensemble primitif est retiré, il y a en général un seul remplacement pour conserver un ensemble primitif



Les principes de l'algorithme de Scarf.

- Point de départ :
 - le simplexe. $N=3$ F fonction continue.
 - Une grille de pts sur le simplexe.
- Les labels
 - On donne à chaque pt un label. $i/f(i,A)-A(i)$ maximal.
 - + label sur les faces.
- Pt de départ au bord
 - Ts les labels différents sauf 1. Sinon fin.
 - On retire point label identique nn immtdt introduit nouvel ensemble primitif.
 - Ts labels différents fin
 - Sinon on poursuit selon le même principe. Etc..
- L'algorithme presque bien défini.
 - Il converge vers un point presque fixe, tend pt fixe quand grille infinie.
 - Dem.const Brouwer.
 - Pas de cycle.

