Equilibre général.

Le concept et l’existence.

Cours 2006-2007

3.

Les ménages.

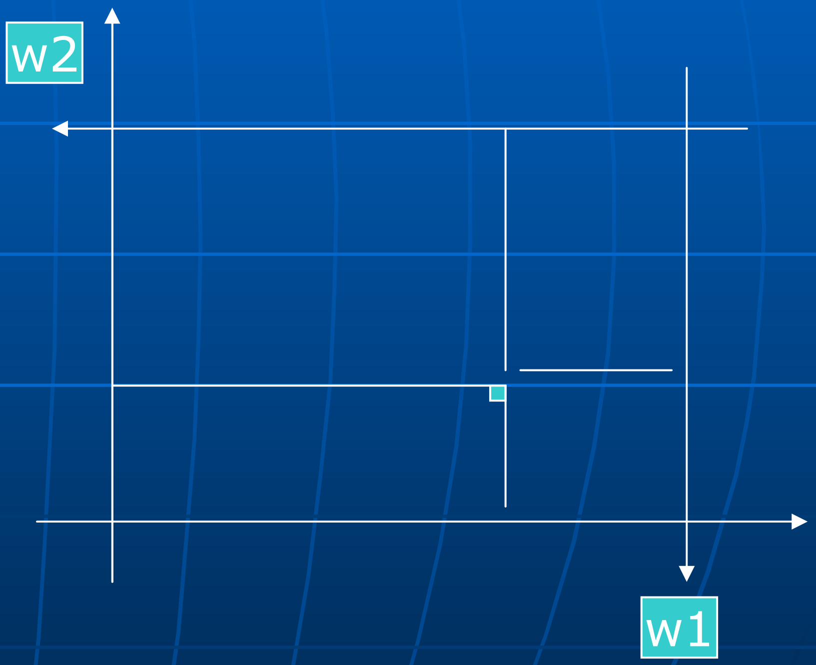
- Rappel : Consommateurs, Ménages
  - Les vecteurs de consommation $x \in R^n$.
  - Un ensemble de consommation $X \subseteq R^n$. (ex : R^n_+)
    - Contraintes consommation.
  - « Préférences »
    - Un préordre complet (total) de préférences.
    - Il est transitif. $a \geq b$ et $b \geq c \rightarrow a \geq c$.
    - Il satisfait une hypothèse de continuité.
    - Et éventuellement de convexité.
- Fonction d'utilité :
  - $u: x \in X \rightarrow u(x) \in R$.
  - Mesure de l'utilité, de la satisfaction, du bien-être, du niveau de vie.
- Le pré-ordre de préférences est
  - Représentable par une fonction d'utilité
  - Et par une fonction de dépense $C(p,U)$

La formalisation de la production.

- La notion de plan de production.
  - $y \in R^n$,
  - + une convention essentielle inputs -, outputs +
- *Le grand livre des techniques, chapitre j*
  - Prendre y_j : peut on le mettre en œuvre ?
  - Oui $y_j \in Y_j$.,
  - Y_j est l'ensemble de production j. $Y_j \subseteq R^n$
  - Différence avec fonction de production $f_j(y_j) \leq 0$
  - Du niveau de l'unité de production à l'économie par addition : $y_1 + y_2$.
  - Problème de simultanéité, mais…
- L'ensemble de production global:
  - $Y = \Sigma_j Y_j$
  - Technique mathématique : la somme vectorielle d'ensembles
  - Une représentation « efficace ».

Les Etats réalisables de l'économie.

- Economie abstraite :
  - Un espace de biens : R^n
  - Entreprises j, $[Y(j)] \subset R^n$
  - Ménages h, u(h,.)/X(h)
- Définition :Etat réalisable
  - $x(h) \in X(h)$, $y(j) \in Y(j)$, $\forall h,j$
  - $\Sigma\ x(h) = \Sigma\ y(j) + \mathbf{w}$
- Commentaire:
  - Eg.vect.emploi =ressces.
  - w vecteur des dotations initiales de l'économie.
  - Dimensionnalité :
    - (H+J)n-n
    - H=2, n=2 …2
    - Boîte d'Edgeworth.



L'équilibre concurrentiel d'une économie de propriété privée

- Agents :
  - Entreprises : servants des techniques..
  - Consommateurs. Propriété des dotations et des entreprises..w(h),t(h,j)
- Consommateurs : la demande walrassienne..
  - **Max u(x), p.x≤R,**
    - R revenu donné exogènement.
    - Propriétés analytiques :
  - **D : (p,R) $\rightarrow$ D(p,R) $\subseteq$ X**
    - Si le pré-ordre est strictement convexe.
    - D est un vecteur unique et D est une fonction continue.
    - Si différentiabilité suffisante de u $(\partial_p D)=(\partial_p M) + (\partial_R D)(D)^T$.
- Entreprises 'subissent' les prix
  - **Max p.y, yεY, 0 εY**
  - **Valeur π(p), solution n(p) $\subseteq R^n$.**
  - La correspondance est h.c.s, à valeurs convexes…

L'équilibre concurrentiel d'une économie de propriété privée

- Equilibre :
  - prix p*, Offre =demande chacun des marchés,

  $\Sigma_h D(h,p^*,p^*.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\,\pi(j,p^*))= \Sigma_j n(j,p^*)+ \Sigma_h w(h)$

  $p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\,\pi_j(p)$: richesse de M.h.
- Interprétation à l'équilibre.
  - Demande et offre réellement désirée à ce prix.
    - Hypothèse qu'elle sera servie.
    - L'annonce ne va pas modifier les prix.
  - Prix annoncé et auto-réalisateurs
  - Le fait qu'ils soient crédibles (pas révisés et transactions envisagées faisables) $\rightarrow$ réalisation.
  - Pas d'équilibres à « tâches solaires »
- Remarques :
  - Entreprises passives : offre n'affecte pas les prix.
    - Consommateurs également.
    - Agents « négligeables ».
  - Interprétation hors équilibre : Demande notionnelle..
  - L'équilibre concurrentiel est efficace au sens de Pareto. (cours 6)

L'Excès de demande.

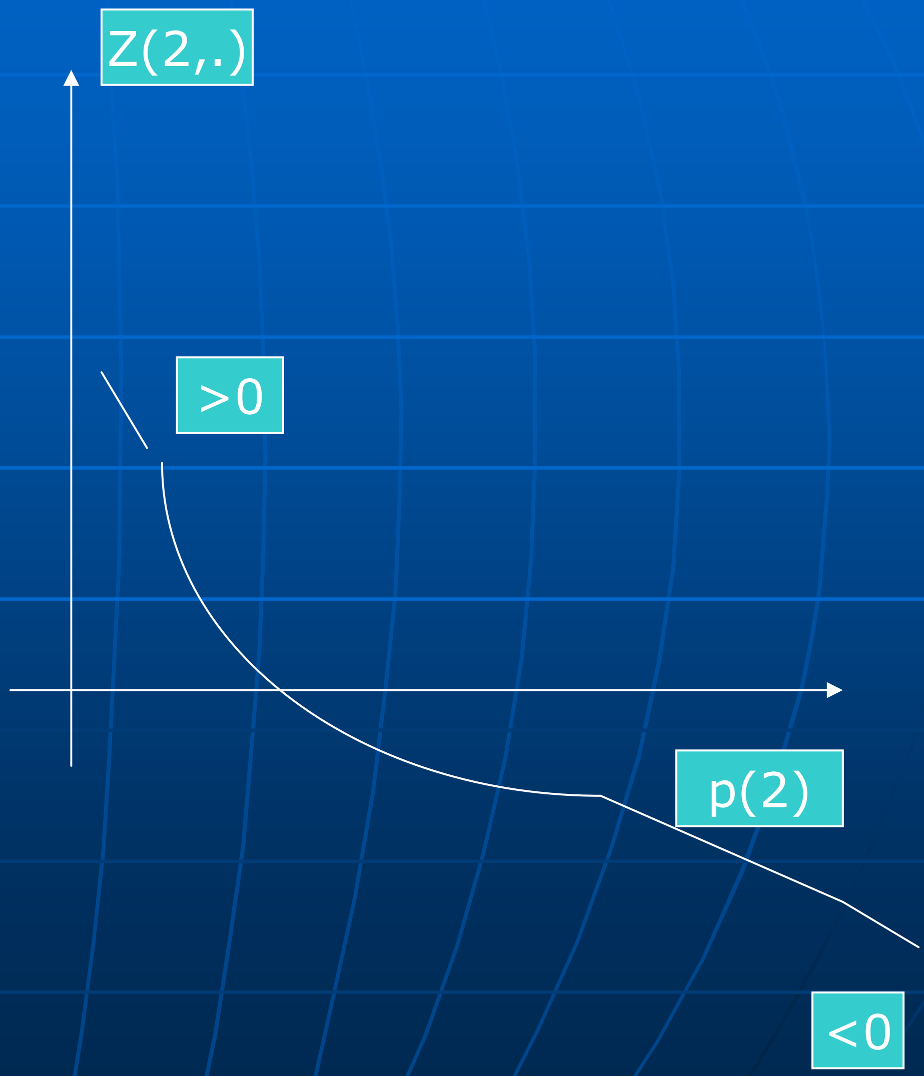
- L'excès de demande
- $\underline{Z(p) = D(h,p,p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\ \pi_j(p)) - \Sigma_h \Sigma_j n(j,p) - \Sigma_h w(h).}$
  - $p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\ \pi_j(p))$
  - $D(h,p,p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\ \pi_j(p))$
  - $\Sigma_h \Sigma_j n(j,p)$
  - $\Sigma_h w(h)$.
  - Excès de demande notionnelle.
  - Loi de Say : offre crée sa propre demande….
- Formellement.
  - $Z : p \in R^n{}_+ \Rightarrow Z(p) \subset R^n$.
  - Z fonction ou correspondance.
  - n équations, n inconnues

Les ingrédients de l'équilibre.

- L'excès de demande
  - $Z(p) = \Sigma_h D(h,p,p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\ \pi(j,p)) - \Sigma_j n(j,p) - \Sigma_h w(h)$.
  - $Z : p \in R^n_+ \Rightarrow Z(p) \subset R^n$.
- Z homogène de degré zéro
  - $p \to tp \Rightarrow Z(p)=Z(tp)$
  - La théorie ne peut expliquer que les prix relatifs
  - Numéraire.
- Loi de Walras :
  - Plus d'équations que d'inconnues ?
  - $p.[D(h,p,p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\ \pi_j(p))] = p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\ \pi_j(p))$
  - $\Sigma_h \ldots = p.\Sigma_h w(h)+\Sigma\ \pi_j(p) = p.[\Sigma_j n(j,p) - \Sigma_h w(h)]$.
  - $p.Z(p) = 0$.
  - La valeur de l'excès de demande est nulle.

Les ingrédients pour l'existence de l'équilibre.

- Exemple
  - 2 biens,
  - Le bien 1 est le numéraire. p(1)=1
  - Equilibre déterminé par
  - Z(2, p(2))=0
- Z(1,p(1)+p(2) Z(2,p(2))=0
- 2 ingrédients.
  - Conditions au bord.
    - Passer sous silence
  - Continuité….
- Noter
  - Unicité monotonie.
- Outils :
  - Brouwer
  - Kakutani.

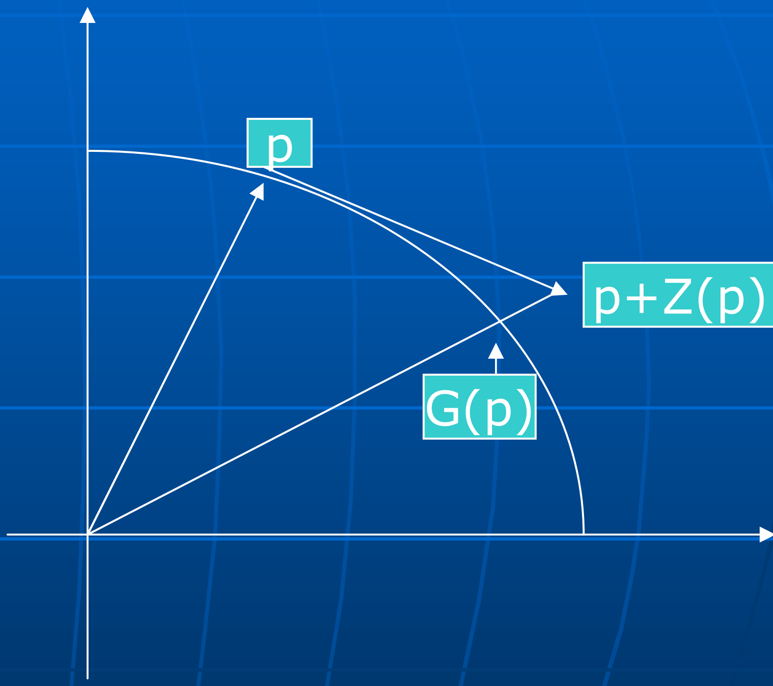


L'Existence : théorèmes.

- L'excès de demande.
  - *$Z(p) = \Sigma_h D(h,p,p.w(h)+\Sigma_j t(h,j)\ \pi_j(p)) - \Sigma_j n(j,p) - \Sigma_h w(h)$.*
    - $Z : p \in R^n_+ \Rightarrow Z(p) \subset R^n$.
    - Z fonction ou correspondance.
- THM 1:
  - Tte fonction $Z : p \in R^n_+ \Rightarrow Z(p) \in R^n$.
  - p.Z(p)=0, continue, Cdts bords
  - $\exists p^*/Z(p^*)=0$.
- THM2.
  - Autres Enoncés.
  - Z : correspondance à valeurs convexes, h.c.s.
- Quid de l'unicité ?

L'existence : arguments de preuves

- Normalisation de p.
  - $\sum p_l^2=1$, $||p||=1$. $P_l > 0$
  - Sphère S :
    - Iso. convexe compact.
    - Z(p) est un (ensemble) vecteur(s) tangent(s).
- Cas où Z est une fonction.
  - $p \to G(p) = H(p)/\ ||H(p)||$
  - $H_l(p)=\mathrm{Max}[p_l + Z_l(p), 0]$.
- Démonstration. *[(Brouwer)]*
  - G définie sur S.
  - G a un pt fixe.
  - Qui n'est pas au bord.
    - Z pointe vers l'intérieur.
    - Le pt fixe pas au bord
  - G définie à l'intérieur de S



L'existence : arguments de preuves. 2

- Cas: Z fonction, mais..
- Normalisation de p.
  - $\sum p_l = 1$, $||p|| = 1$. $P_l > 0$
  - Simplexe *S* :
    - convexe compact.
- Construction de G $p \rightarrow G(p) = Max[p'.Z(p)]$.
  - Comportement assez « brutal »
- Démonstration. <u>(Kakutani)</u>
  - G définie sur S, h.c.s à valeurs convexes.
  - G a un pt fixe.
  - Qui n'est pas au bord.
  - G définie à l'intérieur de S.