

# La généralité en gloire.

Le temps, l'incertain, les  
biens collectifs

# Du bien privé au bien collectif..

- Retour sur la notion de bien.
  - Utile et rare, mesurable, appropriable, échangeable.
  - Formalisme :
    - $\sum x(h) \leq w$  : rareté, appropriation, mesure.
    - Utilité, échangeabilité...
    - Exclusion de l'usage..
- Autres biens ?
  - Walras, utile, non appropriable, non rare : l'air.
  - Utile, rare, mais sans exclusion de l'usage.
    - $x(h) \leq (=) w$ .
    - L'usage par l'un n'empêche pas l'usage par l'autre...
    - Victor Hugo..
- Le bien collectif pur :
  - Exemple : le phare, les ondes radios... ( $\leq$ , coût à exclure de l'usage)
  - Par extension : la défense nationale, la qualité de l'air ou du climat..(= $=$ , exclusion d'usage impossible)
  - Exclusion d'usage

# Le bien collectif vu comme bien privé..

- Le modèle général et le bien collectif.
  - Comment introduire un bien collectif dans le modèle
  - Généralité des hypothèses :
    - convexité de l'ensemble de consommation.
    - Convexité de l'ensemble de production.
- Le bien collectif comme bien privé personnalisé.
  - H biens privés : personnaliser le bien collectif.
  - M. h consomme le bien  $(0,h)$  et non les biens  $(0,h')$ .
  - Traduit dans la définition de l'ensemble de consommation.
  - Entreprise j productrice de bien collectif :
  - Produit « lié » : une unité de chacun des biens  $(0,h)$ .
  - Ensemble de production défini dans le nouvel espace  $Y(j)$ .
  - Description du monde dans l'espace de dim.  $n+H$ .

# Le bien collectif et l'économie normative..

- Le bien collectif comme bien privé personnalisé.
  - Description du monde dans l'espace de dim.  $n+H$ .
  - Consommation personnalisée :  $\mathbf{X}(h)$
  - Production « liée » : une unité de chac. des biens  $(0,h)$ .  $\mathbf{Y}(j)$
- La transposition des résultats.
  - Le second théorème de l'économie normative.
    - Soit un état efficace au sens de Pareto  $[x^*(h), q^*; y^*, q^*]$ :
    - $\exists$  un système de prix  $P^*=[\dots p_{0,h}^* \dots, p^*]$  et  $R^*(h)$  tel que :
    - $(x^*(h), q^*) \text{ Max. } u(h, x(h), q) / \{p^*.x(h) + p_{0,h}^*q \leq R^*(h)\}$ .
    - $(y^*, q^*) \text{ Max } \{p^*y + \sum_h p_{0,h}^*q\}, (y, q) \in Y$ .
  - La décentralisation repose sur des prix personnalisés
    - Samuelson-Lindahl.
    - Noter la dualité :  $\sum x(h) \leq w, x(h) \leq w$ .
- Equilibre Walrassien devient équilibre de Walras Lindahl.

# L'introduction du temps : les biens datés

- Le concept de bien daté.
  - Deux biens de caractéristiques identiques,
  - mais disponibles à deux dates différentes sont deux biens différents.
- L'économie avec biens datés.
  - L'espace des biens, horizon fini  $T$  :  $nT$  biens.
  - Préférences inter-temporelles, définies sur  $X \subset \mathbb{R}^{nT}$ ,
  - Production inter-temporelle  $Y \subset \mathbb{R}^{nT}$ .
  - Hypothèses de convexité.
- Le deuxième théorème de l'économie du bien-être :
  - Soit  $x^*(h) \in \mathbb{R}^{nT}, y^*(j) \in \mathbb{R}^{nT}$ , un état PE, alors  $P^* \in \mathbb{R}^{nT}$ , t.q
  - $x^*(h) : \text{Max } u(h, x(h)) : P^* \cdot x(h) \leq P^* \cdot x^*(h)$ ,
  - $y^*(j) \text{ Max. } P^* \cdot y(j), y(j) \in Y(j)$ .

# La théorie de la croissance et du capital à la Arrow-Debreu-Malinvaud

- L'horizon infini :
  - Espace de biens de dimension infinie.
  - Le deuxième théorème de l'économie du bien-être reste vrai
    - Nombre d'agents finis ou infini ?
    - Prix  $n$
  - Production:
    - Ils sont soutenus par le système de prix inter-temporel
- Plans de production inter-temporels efficaces.
  - Technologie stationnaire, rendements constants.
  - $Y : \dots(y(t-1), y(t)), (y(t), y(t+1)) \dots$
  - Soit  $y = (\dots y(t) \dots)$ ,  $y(t+1) = (1+g)y(t)$ .
  - Soit un plan de production proportionnel efficace,
  - Alors il est soutenu par un système de prix proportionnels et un taux d'actualisation égale au taux de croissance.
  - $r=g$ ; extension...

# Une réinterprétation de l'équilibre.

- Le marché à terme n'existe pas..
  - Succession de périodes ou coexistent
  - marchés au comptant et marchés financiers.
  - Equilibre « temporaire » à chaque période
- Une formalisation :
  - Une succession d'équilibres temporaires..
  - Avec l'hypothèse de prévision parfaite...(anticipations rationnelles..
  - Le concept : équilibre de « plans de prix et d'anticipations de prix ».
  - Cque période  $p(t)$  vecteur de prix au comptant des biens disponibles.
  - Prix (taux d'intérêt)/ le (les) marchés financiers (actifs.. libellés en numéraire.
  - Anticipations coordonnées, parfaites...
  - Les transactions sont équilibrées..
  - Les plans des agents sont compatibles et mis en œuvre.
- Réouverture des marchés inutile...

# Marchés séquentiels et économie du bien-être

- Le 2<sup>ème</sup> théorème de l'économie du bien-être.
  - Un état efficace au sens de Pareto est un EPPAP.
  - Dès lors que les marchés financiers sont suffisamment riches
    - à chaque période un marché financier pour la période suivante.
    - Essentiellement complets...
- Premier théorème :
  - Efficacité de l'EPPAP (Walras...) est obtenue
  - sous la condition de complétude des marchés financiers.
- Les ingrédients de la réconciliation.
  - Marché financier...
  - Anticipations rationnelles..
  - Ce qui est dans Walras..
  - Ce qui renvoie à Lucas...
- Les limites de la réconciliation.
  - Contraintes budgétaires inter-temporelle et marché financiers
  - Multiplicité à terme et au comptant..
  - Calcul....

# Les biens contingents

- La définition des biens contingents
  - Deux biens de caractéristiques identiques, disponible à la même date mais dans deux circonstances différentes sont deux biens différents.
  - Circonstances : les états de la nature : incertitude extrinsèque..
- L'économie avec biens contingents, une période
  - $S$  états de la nature, indicés par  $s=1, \dots, S$ .
  - L'espace des biens, :  $nS$  biens.
  - Préférences contingentes, définies sur  $X \subset \mathbb{R}^{nS}$ ,
  - Production contingente  $Y \subset \mathbb{R}^{nS}$ .
  - Hypothèses de convexité: hyp. sur le traitement du risque ?
- Le deuxième théorème de l'économie du bien-être :
  - Soit  $x^*(h) \in \mathbb{R}^{nS}, y^*(j) \in \mathbb{R}^{nS}$ , un état PE, alors  $P^* \in \mathbb{R}^{nS}$ , t.q
  - $x^*(h) : \text{Max } u(h, x(h)) : P^* \cdot x(h) \leq P^* \cdot x^*(h)$ ,
  - $y^*(j) \text{ Max. } P^* \cdot y(j), y(j) \in Y(j)$ .

# L'introduction du risque : les biens contingents.

- Le deuxième théorème de l'économie du bien-être :
  - Soit  $x^*(h) \in \mathbb{R}^{n^S}, y^*(j) \in \mathbb{R}^{n^S}$ , un état PE, alors  $P^* \in \mathbb{R}^{n^S}$ , t.q
  - $x^*(h) : \text{Max } u(h, x(h)) : P^* \cdot x(h) \leq P^* \cdot x^*(h)$ ,
  - $y^*(j) \text{ Max. } P^* \cdot y(j), y(j) \in Y(j)$ .
- Commentaire : les marchés complets.
  - Un marché à la date zéro
    - avant l'arrivée des dotations et la réalisation des états
    - ttes les transactions décidées sur ce marché.
    - Prix contingent :  $p_{l,s}^*$  = prix bien l disponible dans l'état de la nature s
  - Une réinterprétation:
    - Un marché d'assurances à la date zéro : échange de numéraire dans chaque état de la nature..prix  $p(s,1)/p(s',1)$
    - Un marché au comptant dans chaque état de la nature :  $p(s)$
  - Peut on rouvrir les marchés
    - Cohérence temporelle, Axiome 2 de Savage...
    - Espérance mathématique oui//

# L'introduction du temps et du risque : les biens datés et contingents.

- Le cadre :
  - Un arbre des états de la nature,  $S$  états à chaque période,
  - $T$  périodes,  $n$  biens par période...
  - Espace des biens  $n+nS+\dots+nS^T.=nS'$
- Le deuxième théorème de l'économie du bien-être :
  - Soit  $x^*(h) \in R^{nS'}, y^*(j) \in R^{nS'}$ , un état PE, alors  $P^* \in R^{nS'}$ , t.q
  - $x^*(h) : \text{Max } u(h,x(h)) : P^*.x(h) \leq P^*.x^*(h)$ ,
  - $y^*(j) \text{ Max. } P^*.y(j), y(j) \in Y(j)$ .
- Commentaire : les marchés complets.
  - Un marché universel à la date zéro
    - avant l'arrivée des dotations et le déroulement de l'histoire : réalisation des états
    - ttes les transactions décidées sur ce marché.
    - Prix contingent :  $p_{l,s}^*$  = prix bien  $l$  disponible dans un nœud de l'arbre des états à  $t$ .
- La réinterprétation: EPPAP.
  - Une succession de marchés indicés par la période et le nœud de l'arbre des états,
  - Marché au comptant, marché financiers, marchés d'assurances.

# Marchés séquentiels d'assurances et économie du bien-être

- Le 2<sup>ème</sup> théorème de l'économie du bien-être.
  - Un état efficace au sens de Pareto est un EPPAP.
  - Dès lors que les marchés financiers et d'assurances sont suffisamment riches
    - Essentiellement complets...
    - Liens indirects entre les nœuds.
    - Fréquence des transactions substitut à la richesse des actifs (B/S)
- Premier théorème :
  - Efficacité de l'EPPAP (Walras...) est obtenue
  - sous la même condition de complétude des marchés financiers.
  - Cohérence temporelle plus sérieux..
- Les ingrédients de la réconciliation.
  - Marché financier...
  - Anticipations rationnelles..
  - Système d'assurances .....
- Les limites de la réconciliation.
  - Contraintes budgétaires..
  - Multiplicité à terme et au comptant..
  - Calcul...
  - La vérifiabilité de l'incertitude extrinsèque et la plausibilité de l'assurance généralisée..