

Physique quantique - 26 Mars 2013

Cours 2012-2013: Troisième Leçon

Intrication, portes quantiques et complémentarité en électrodynamique quantique en cavité

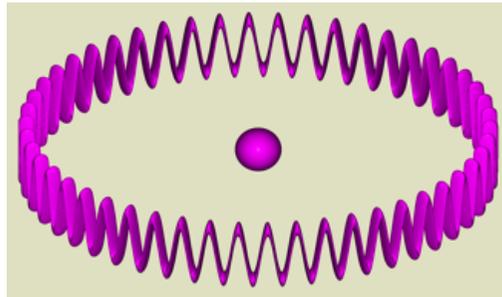
Nous décrivons aujourd'hui les expériences de l'ENS sur l'intrication contrôlée entre atomes et photons, la démonstration de portes quantiques et l'illustration de la complémentarité dans un interféromètre atomique.

Ces expériences ont été effectuées avec des atomes de Rydberg circulaires dont les propriétés physiques et les méthodes de préparation et de manipulation seront d'abord rappelées.

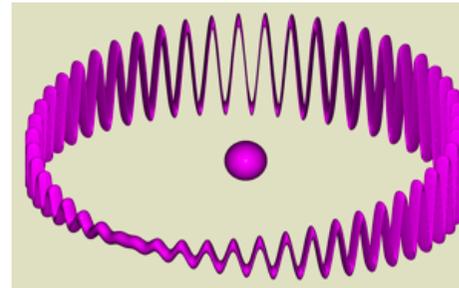
Les cavités utilisées dans ces expériences donnaient aux photons une durée de vie de l'ordre de $100 \mu\text{s}$ à 1ms , permettant à quelques atomes de se coupler un à un dans la cavité avant que le champ ne s'amortisse. Les expériences nécessitant l'interaction du champ avec plusieurs centaines d'atomes traversant successivement la cavité ont été réalisées avec des cavités de meilleure qualité, réalisées à partir de 2006 (leçons suivantes).

III-A

L'atome de Rydberg circulaire



Onde de de Broglie de l'état circulaire $n=50$



Onde de de Broglie de la superposition des états circulaires $n=50$ et 51

Avantage des atomes circulaires pour les expériences d'électrodynamique en cavité: dipôle de couplage aux ondes millimétriques en n^2 , durée de vie maximale, variant en n^5 (par opposition à la durée de vie en n^3 des états de Rydberg de faible moment angulaire), couplage exclusif aux transitions micro-onde, contrôle simple de la fréquence par effet Stark (polarisabilité en n^6) et champ d'ionisation en n^{-4} .



Bohr
(1913)

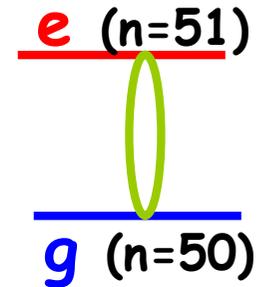
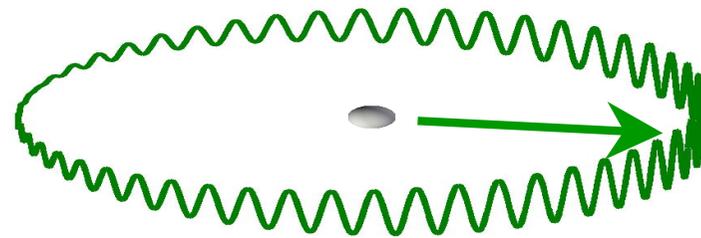
L'atome de Rydberg circulaire (état de moment cinétique maximal $m=l=n-1$)

Réalisation de l'atome
planétaire de Bohr

Atome dans état circulaire:
electron sur cercle géant (un
dixième de micron de diamètre)



Atome dans état fondamental:
electron sur orbite de 10^{-10} m
de diamètre



*Electron localisé sur son orbite par
une impulsion microonde preparant
une superposition de deux états de
Rydberg voisins: $|e\rangle \rightarrow |e\rangle + |g\rangle$*

**Le paquet d'onde localisé tourne à 51 GHz comme
l'aiguille d'une horloge sur son cadran**

La route vers l'état circulaire: un processus adiabatique à ~ 50 photons...

L'ionisation se produit pour l'état circulaire dans un champ électrique plus élevé que pour les états de faible moment angulaire, d'où un moyen simple de le détecter

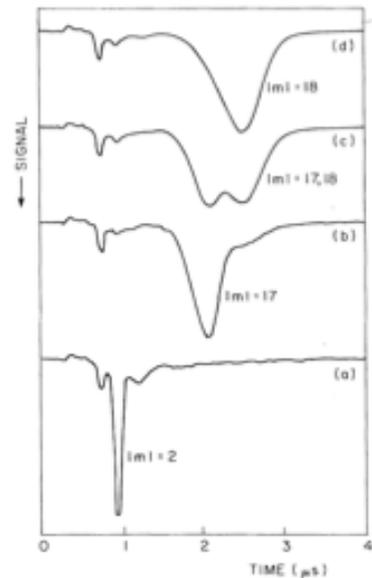
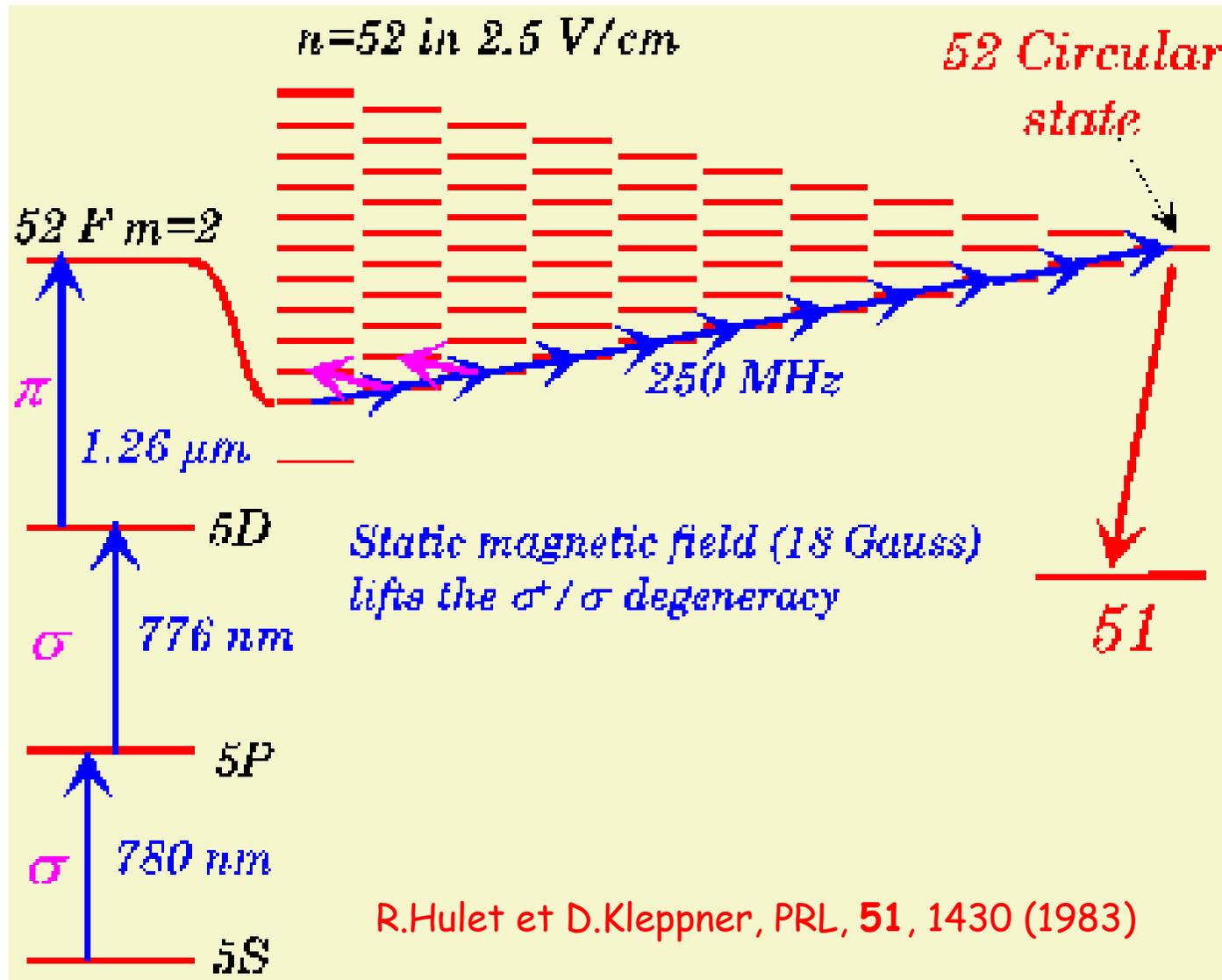
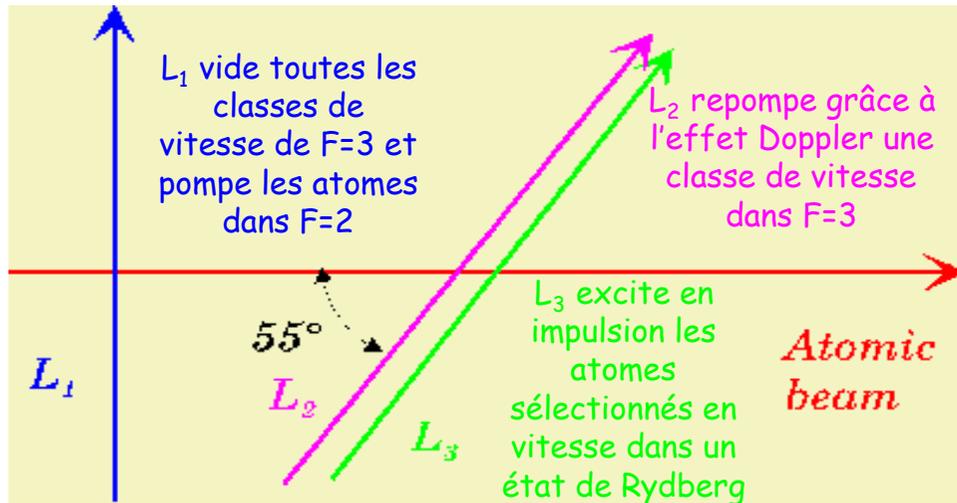
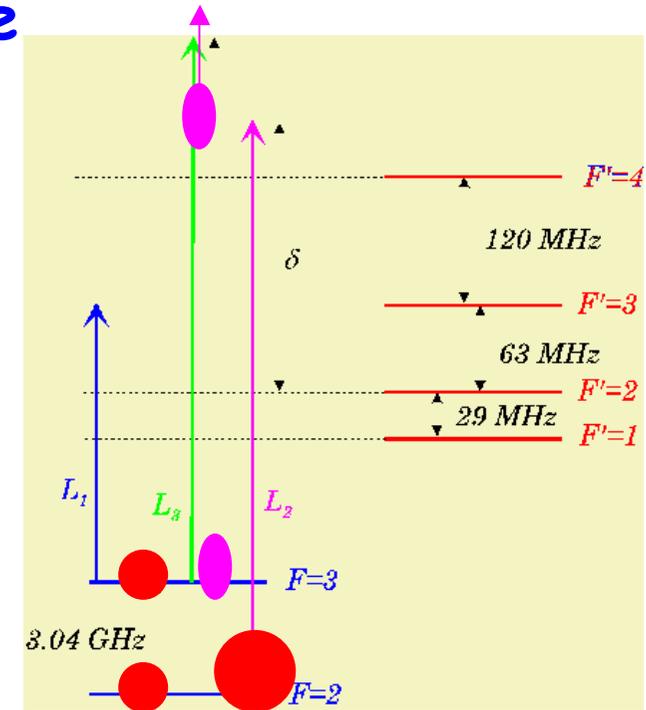


FIG. 2. Distribution of population in lithium for various values of $|m|$ as revealed by selective field ionization. States are $n=19, n_1=0$. The ionization field in-

Sélection de la vitesse de l'atome de Rydberg par pompage optique

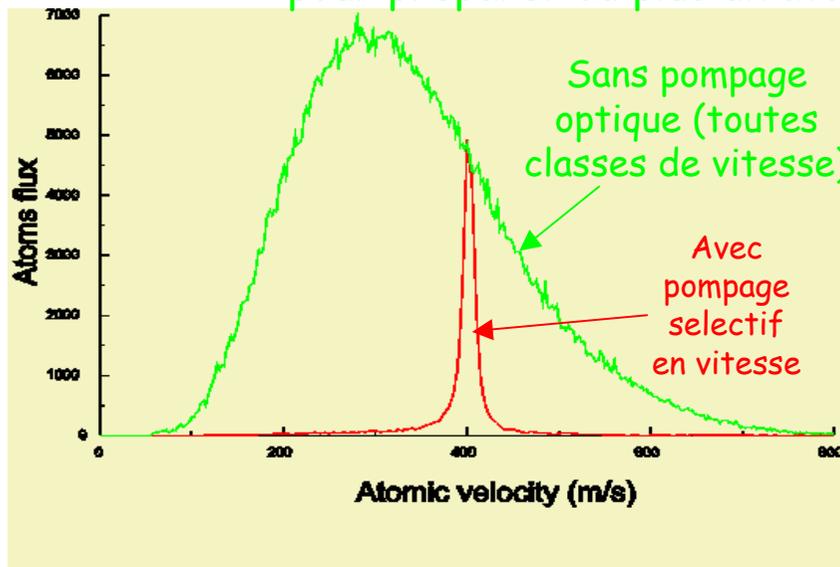


Excitation vers les Rydberg assez faible pour préparer au plus un atome à la fois



Niveaux du Rubidium avec transitions impliquées dans le *dépompage total* (L_1) puis le *repompage d'une classe de vitesse* (L_2) dans le niveau hyperfin $F=3$, et l'*excitation de cette classe vers les états de Rydberg* (L_3)

Connaissant l'instant de préparation et la vitesse, on détermine la position des atomes à chaque instant et on contrôle leur temps d'interaction avec C grâce à un champ électrique appliqué entre les miroirs (effet Stark)



Mesure par temps de vol de la distribution de vitesse des atomes de Rydberg

Paramètres physiques des états circulaires

On retrouve la formule de Rydberg à partir de la condition de quantification du nombre de longueur d'ondes de de Broglie sur l'orbite (v : vitesse de l'électron, q : charge de l'électron, m : masse de l'électron, r_R : rayon de l'orbite, λ_{dB} : longueur d'onde de de Broglie, α_{fs} : constante de structure fine):

$$n\lambda_{dB} = \frac{nh}{mv} = 2\pi r_R \rightarrow r_R = \frac{n\hbar}{mv}; \quad r_R = \frac{n\hbar}{mv} = n^2 \frac{1}{\alpha_{fs}} \frac{\hbar}{mc} = n^2 a_0$$

$$|E| = \frac{mv^2}{2} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r_R} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{mv}{n\hbar}$$

$$\rightarrow v = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \frac{c}{n} = \alpha_{fs} \frac{c}{n} \approx \frac{1}{137} \frac{c}{n} \rightarrow |E| = \frac{1}{2n^2} mc^2 \alpha_{fs}^2 = \frac{R}{n^2}$$

Constante
de Rydberg:

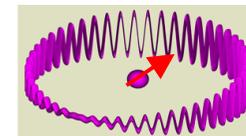
$$R = \frac{\alpha_{fs}^2}{2} mc^2$$

Rayon de Bohr:

$$a_0 = \frac{1}{\alpha_{fs}} \frac{\hbar}{mc} = \frac{\lambda_c}{\alpha_{fs}}$$

Dipôle électrique moyen de la superposition des états circulaires n et $n-1$:

$$D = qn^2 a_0 / 2$$



Fréquence de Rydberg entre états circulaires:

$$\hbar\omega_{n \rightarrow n-1} = \frac{2R}{n^3}$$

3ème loi de Kepler: la période de l'électron est proportionnelle à la puissance 3/2 du rayon de l'orbite

Durée de vie des atomes circulaires

Deux façons de calculer la puissance rayonnée par l'électron de Rydberg:

(a) **Méthode classique**: le théorème de Larmor indique que la puissance rayonnée P_r est proportionnelle au carré de l'accélération γ de l'électron:

$$P_r = \frac{q^2 \gamma^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{m} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(n^2 a_0)^2}$$

et en éliminant γ :

$$P_r = \frac{q^6}{96\pi^3 \epsilon_0^3 c^3} \frac{1}{m^2 n^8} \frac{1}{a_0^4}$$

(b) **Méthode quantique**: l'électron rayonne un photon de fréquence $\omega_{n \rightarrow n-1}/2\pi$ pendant la durée de vie radiative T_n de l'état n circulaire soit:

$$P_r = \frac{\hbar \omega_{n \rightarrow n-1}}{T_n} = \frac{2R}{n^3 T_n} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a_0 n^3 T_n}$$

et en identifiant les deux expressions de P_r :

$$T_n = \frac{24\pi^2 \epsilon_0^2 c^3 m^2 a_0^3 n^5}{q^4} = \frac{3\pi\epsilon_0 c^3 m^2 a_0^2}{q^2 R} n^5$$

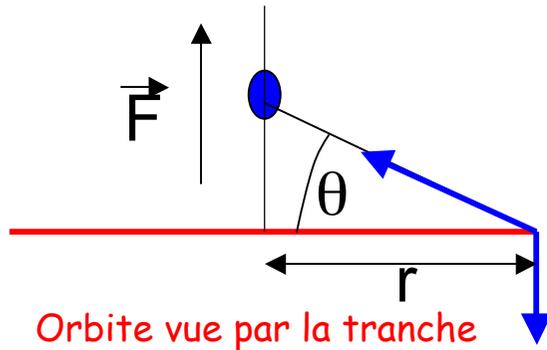
On peut utiliser enfin les expressions: $a_0 = \frac{1}{\alpha_{fs}} \frac{\hbar}{mc}$; $\alpha_{fs} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$

et on obtient:

$$T_n = \frac{3}{4} \frac{\hbar}{R} \frac{1}{\alpha_{fs}^3} n^5$$

Longue durée de vie, proportionnelle à n^5 , égale à ~ 30 ms pour $n=50$.

Atome circulaire en champ électrique F perpendiculaire au plan de l'orbite



F sort le cœur atomique du plan de l'orbite qui reste circulaire. La droite joignant l'électron au noyau fait un angle θ avec ce plan. Moment cinétique constant de l'atome en fonction de F qui exerce un couple nul sur l'électron:

$$m\omega r^2 = (n-1)\hbar \approx n\hbar \rightarrow \omega = \frac{n\hbar}{mr^2}$$

ω et r sont fonction de F. Equilibre des forces sur l'électron **le long de F**:

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos^2 \theta \sin \theta = qF \quad \text{soit} \quad \boxed{\cos^2 \theta \sin \theta = \left(\frac{r}{a_0}\right)^2 \frac{F}{F_0}} \quad \text{avec} \quad F_0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a_0^2} = 5.14 \cdot 10^{11} \text{ V/m}$$

Champ coulombien sur première orbite

Dans le plan de l'orbite, la projection de la force de Coulomb équilibre la force centrifuge:

$$\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos^3 \theta = m\omega^2 r \quad \text{soit en éliminant } \omega \text{ à l'aide de la 1ère équation:} \quad \boxed{\cos^3 \theta = \frac{a_0}{r} n^2}$$

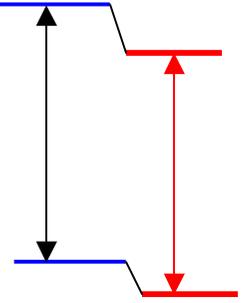
En champ faible, $F/F_0 \ll 1$, on a $\theta \ll 1$ et $r \sim a_0 n^2$ (rayon inchangé). Le dipôle induit vaut:

$$d_i = qr \sin \theta \approx q(r^3 / a_0^2) \frac{F}{F_0} \approx qn^6 a_0 \frac{F}{F_0}$$

Energie de polarisation:

$$\boxed{\Delta E = -d_i F / 2 = -a_0 q n^6 (F_0 / 2) \left(\frac{F}{F_0}\right)^2 = -R n^6 \left(\frac{F}{F_0}\right)^2}$$

Polarisabilité électrique et ionisation sélective des états de Rydberg circulaires



$$\Delta E_n = -Rn^6 \left(\frac{F}{F_0} \right)^2 \longrightarrow -1.8 \text{ MHz} / (\text{V} / \text{cm})^2 \text{ pour } n = 50$$

$$\Delta E_n - \Delta E_{n-1} \approx -6Rn^5 \left(\frac{F}{F_0} \right)^2 \longrightarrow -250 \text{ kHz} / (\text{V} / \text{cm})^2 \text{ pour } n = 50$$

Le champ électrique réduit la fréquence de transition atomique (effet Stark quadratique)

Champs faibles
($F/F_0 \ll 1/n^4$)
(effet perturbatif)

Éliminons r entre les 2 eqs. encadrées en rouge page précédente:

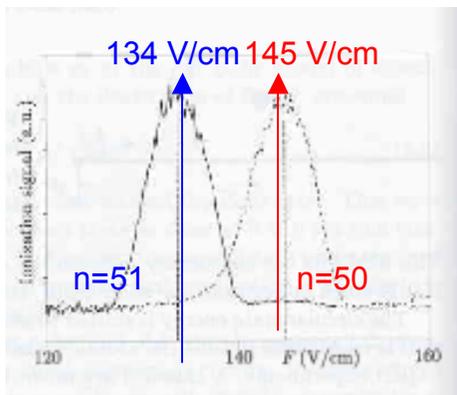
$$\cos^8 \theta \sin \theta = n^4 \frac{F}{F_0}$$

$$\theta \sin^2 \theta + \cos^9 \theta = 0 \rightarrow \sin \theta = 1/3 \rightarrow \theta_{\max} = \text{Arc sin } \frac{1}{3} = 19^\circ$$

$$\cos^8 \theta_{\max} \sin \theta_{\max} = \left(\frac{8}{9} \right)^4 \frac{1}{3} \approx 0.2$$

$$F \approx 0.2 \frac{F_0}{n^4} \begin{cases} \longrightarrow 165 \text{ V/cm} & (n = 50) \\ \longrightarrow 152 \text{ V/cm} & (n = 51) \end{cases}$$

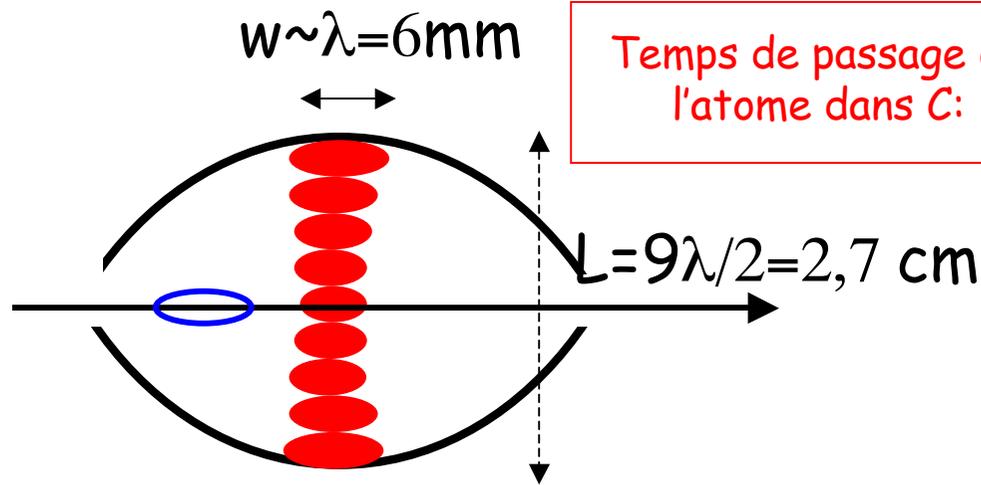
Champ fort:
 ω et r varient.
Champ limite d'ionisation
pour $\theta = \theta_{\max}$



Signal d'ionisation

Différence de quelques % entre le résultat du calcul "classique" et le champ d'ionisation expérimental (effet tunnel)

Le couplage atome circulaire-cavité



Temps de passage de l'atome dans C:

$$t_v = \sqrt{\pi} \frac{w}{v} \sim 20 - 60 \mu s$$

(150 < v < 500 m / s)

Volume du mode

$$V \sim \pi w^2 L / 4 \sim 4 \lambda^3 \sim 700 \text{ mm}^3$$

$$\frac{\Omega}{\omega} \sim \frac{d}{\hbar \omega} \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 V}} = \sqrt{\frac{d^2}{2 \epsilon_0 \hbar V \omega}} = \sqrt{\frac{q^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} \times n^4 a_0^2 \times \frac{\lambda}{V}} \sim \sqrt{\frac{q^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} \times \frac{n^4 a_0^2}{4 \lambda^2}} = \left(\frac{1}{137}\right)^{1/2} \frac{n^2 a_0}{2 \lambda} \sim 10^{-6} \text{ (pour } n = 50)$$

$$\Omega \sim 10^{-6} \omega = 2\pi \times 50 \text{ kHz}$$

$$\frac{\text{fréquence de Rabi du vide}}{\text{fréquence du photon}} \sim \frac{1}{10} \times \frac{\text{"dimension" de l'atome}}{\text{"dimension" de la cavité}}$$

Régime de couplage fort

$$\frac{1}{\Omega} < t_v \ll T_c$$

3.10⁻⁶ s 3.10⁻⁵ s 10⁻⁴ à 10⁻¹ s

1995 2006

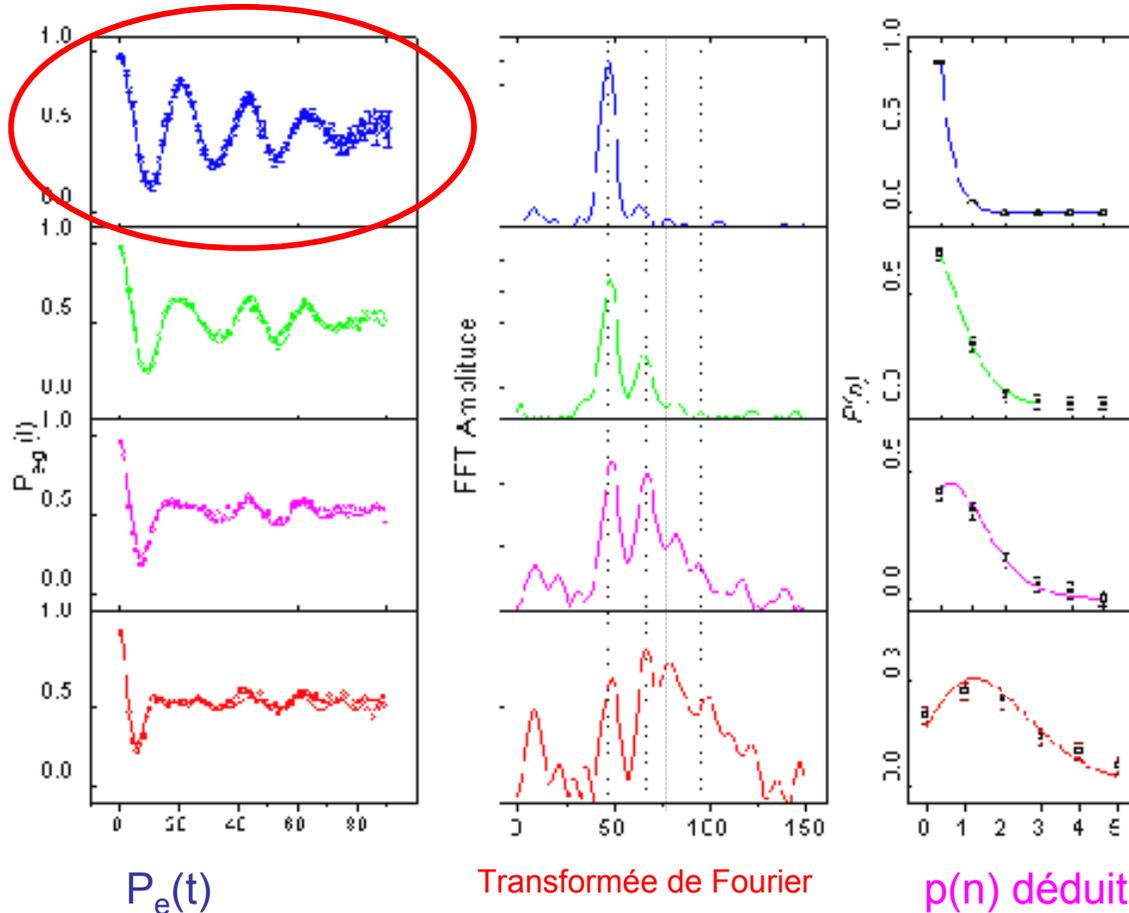
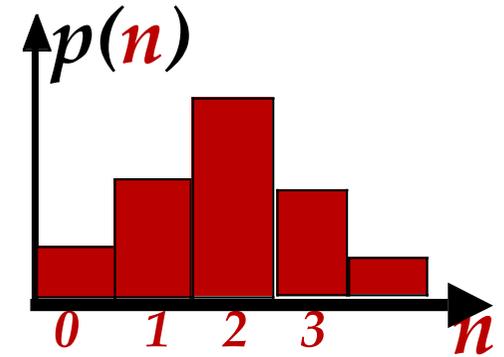
III-B

Oscillations de Rabi et intrication quantique

En réalisant sur des atomes traversant successivement la cavité des impulsions de Rabi contrôlées d'angles $\pi/2$, π ou 2π on « tricote » de l'intrication entre les atomes et le champ ou entre atomes successifs. Les expériences combinent les impulsions de Rabi qui affectent le système atome-champ avec des impulsions classiques appliquées dans des cavités auxiliaires encadrant la cavité qui piège les photons. Ces impulsions classiques de micro-onde réalisent des rotations du pseudo-spin (ou qubit) associé aux atomes, pour préparer et analyser des superpositions d'états atomiques.

Oscillations de Rabi dans le vide ou dans un petit champ cohérent: test de quantification du champ

$$P_e(t) = \sum_n p(n) \cos^2\left(\frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2}\right) ; \quad p(n) = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!}$$



$\bar{n} = 0$ ($n_{th} = 0.06$)

$\bar{n} = 0.40 (\pm 0.02)$

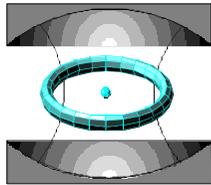
$\bar{n} = 0.85 (\pm 0.04)$

$\bar{n} = 1.77 (\pm 0.15)$

*Brune et al,
PRL, 76, 1800, 1996.*

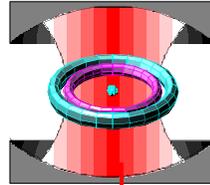
Oscillation de Rabi du vide: impulsion $\pi/2$ et intrication atome-photon

Etat initial

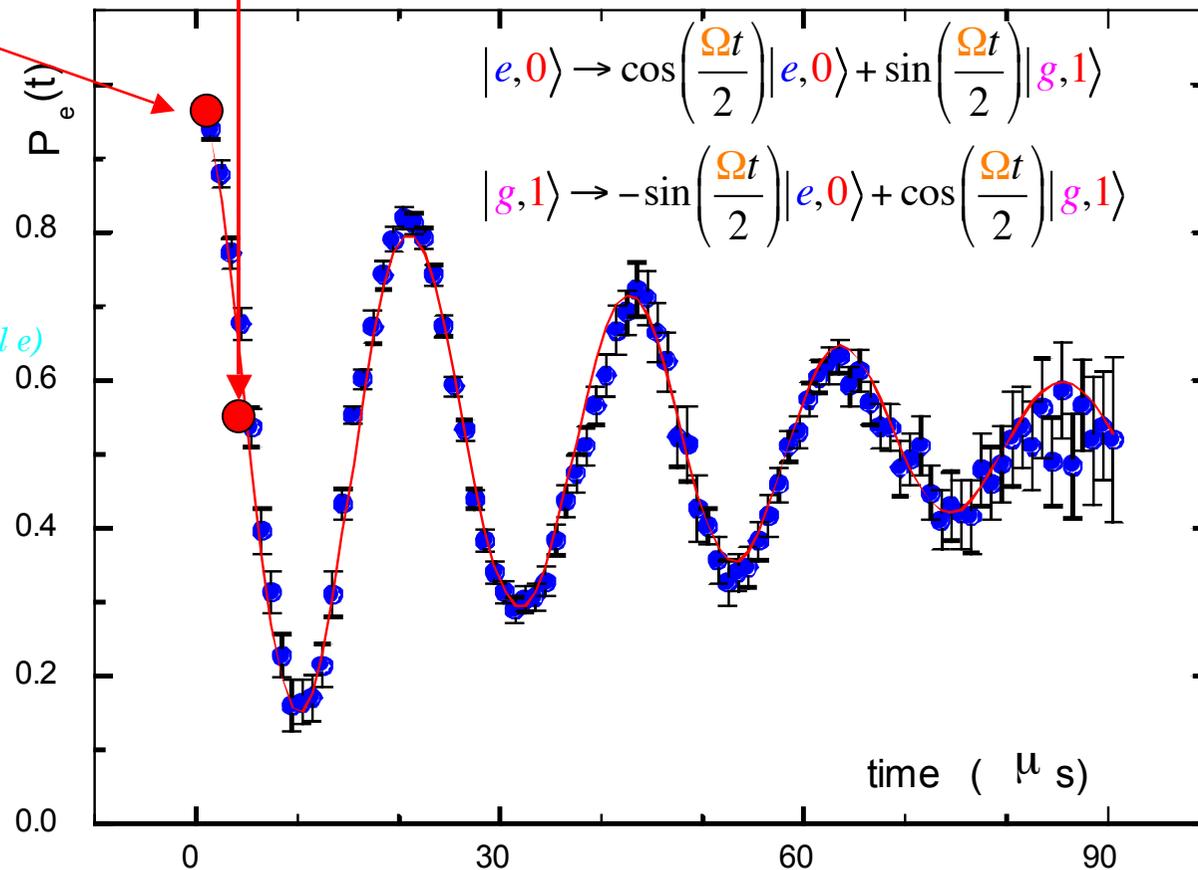
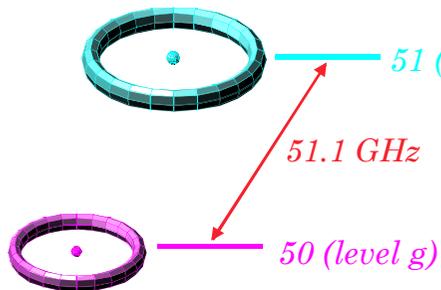


$|e,0\rangle$

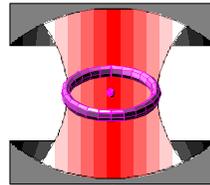
Etat final



$$|e,0\rangle \rightarrow |e,0\rangle + |g,1\rangle$$

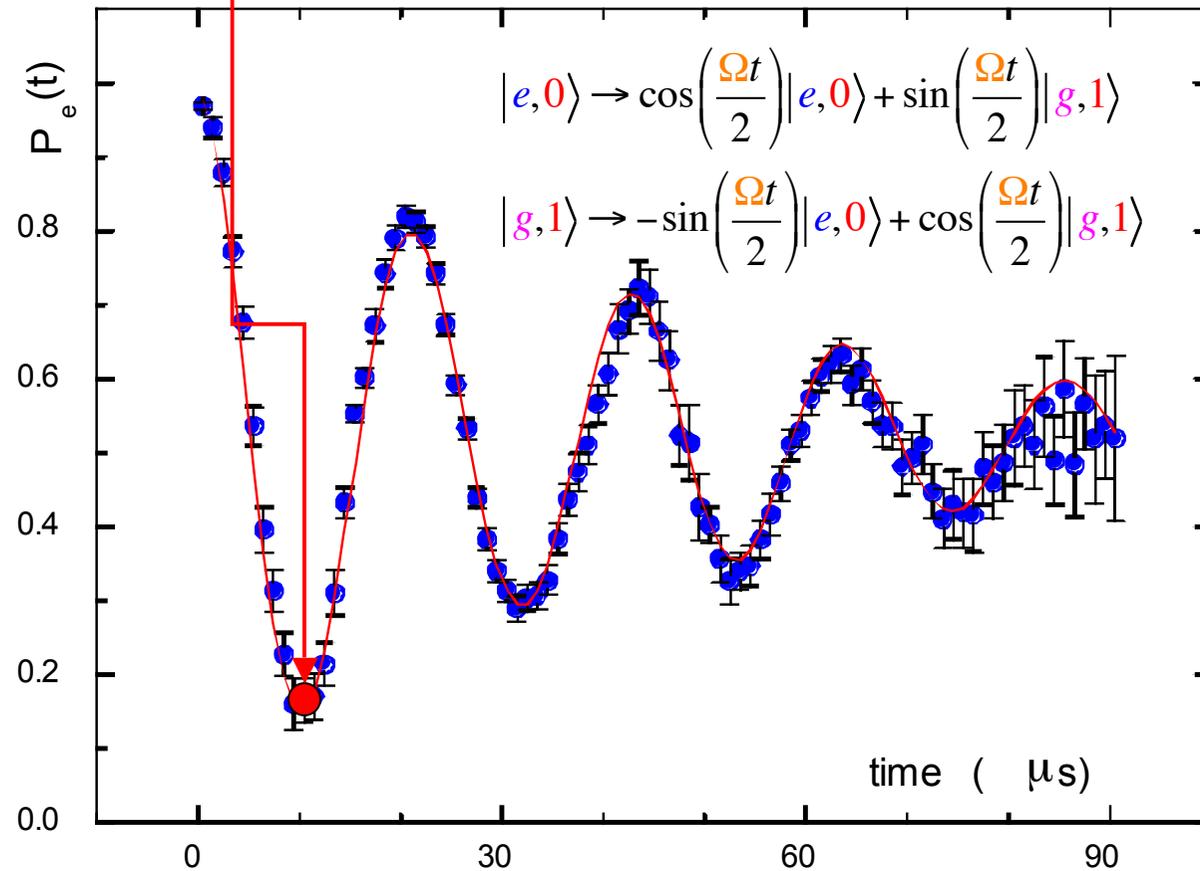


Oscillation de Rabi du vide: impulsion π et copie de l'état de l'atome sur le champ

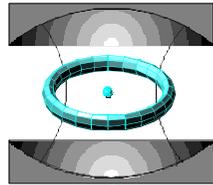


$$(a|e\rangle + b|g\rangle)|0\rangle \rightarrow |g\rangle (a|1\rangle + b|0\rangle)$$

$$\begin{aligned} |g,0\rangle &\rightarrow |g,0\rangle \\ |e,0\rangle &\rightarrow |g,1\rangle \\ |g,1\rangle &\rightarrow -|e,0\rangle \end{aligned}$$



Oscillation de Rabi du vide: impulsion 2π et déphasage conditionnel de l'état atomique

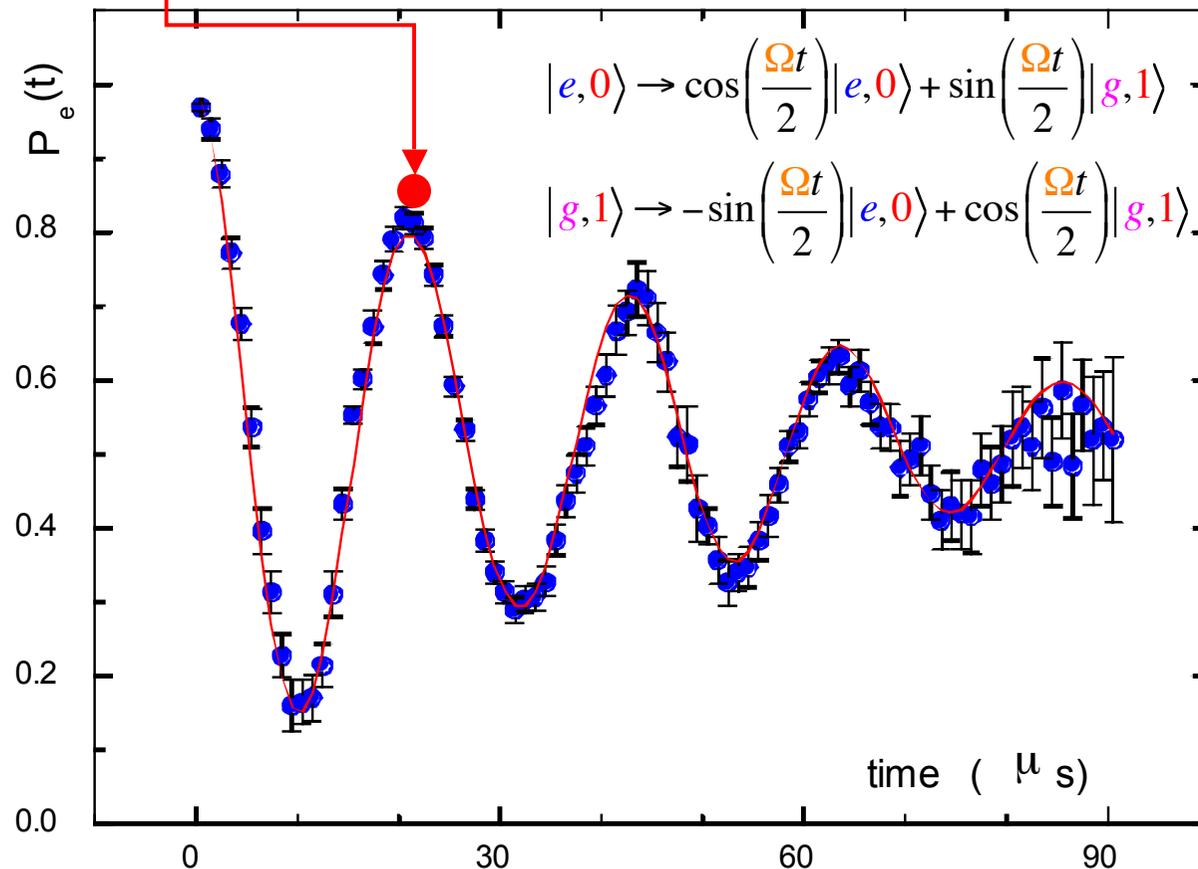


$$|e,0\rangle \rightarrow -|e,0\rangle$$

$$|g,1\rangle \rightarrow -|g,1\rangle$$

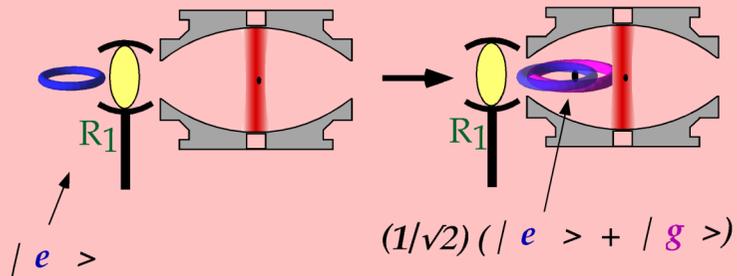
$$|g,0\rangle \rightarrow |g,0\rangle$$

L'état g de l'atome change de phase de π s'il y a 1 photon et reste inchangé s'il y a 0 photon (analogue à la rotation de 2π d'un spin 1/2)



Préparation et analyse des superpositions d'états de qubits

préparation

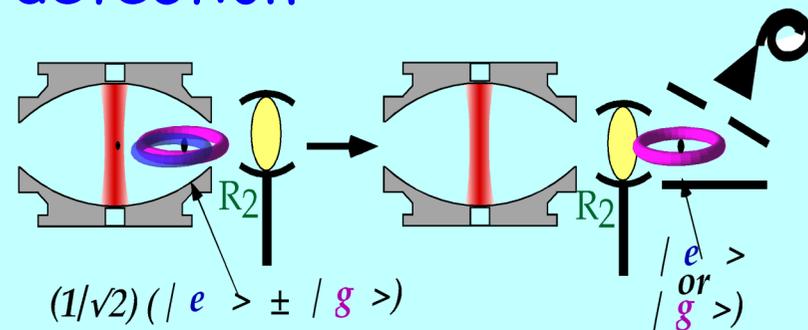


Pas d'intrication avec le champ classique de R_1

Préparer et analyser des superpositions de qubits sont des opérations essentielles pour la logique quantique

Une micro-onde classique appliquée en R_1 transforme, avant C , l'état e en une superposition de e et g

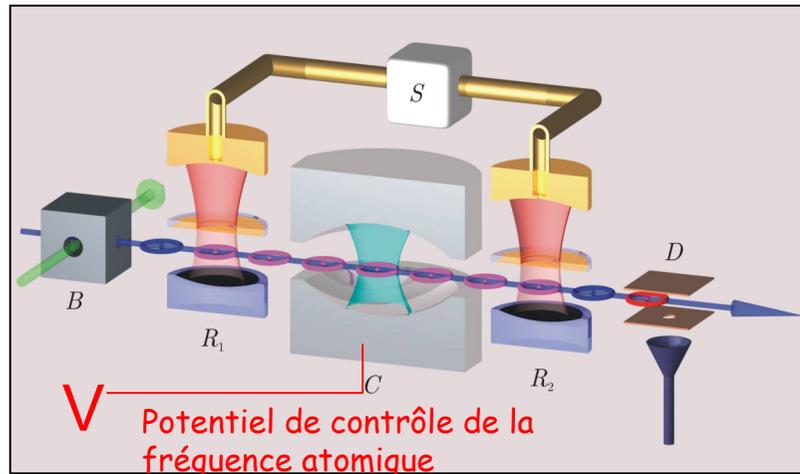
détection



Un pulse classique R_2 retransforme, après C et avant la détection, la superposition avec les signes $+$ ou $-$ en e ou g : l'ionisation ultérieure revient à la détection de ces superpositions d'états

En ajustant la phase, l'amplitude et la durée de l'impulsion micro-onde classique, on prépare et analyse des superpositions arbitraires d'états

Combiner impulsions de Rabi quantiques avec impulsions classiques dans cavités auxiliaires



1. Préparation des atomes dans l'état $|e\rangle$ ou $|g\rangle$ (nombre quantique principal 51 ou 50) en impulsion brève dans B , avec vitesse bien définie (0 ou 1 atome par pulse). 1, 2 ou 3 atomes traversent successivement C en un temps court devant le temps de vie des photons (de l'ordre de quelques centaines de μs).

2. Des pulses classiques de micro-onde dans R_1 réalisent des rotations du « spin » atomique et préparent si nécessaire une superposition d'états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ sur chaque atome, avant qu'il traverse C

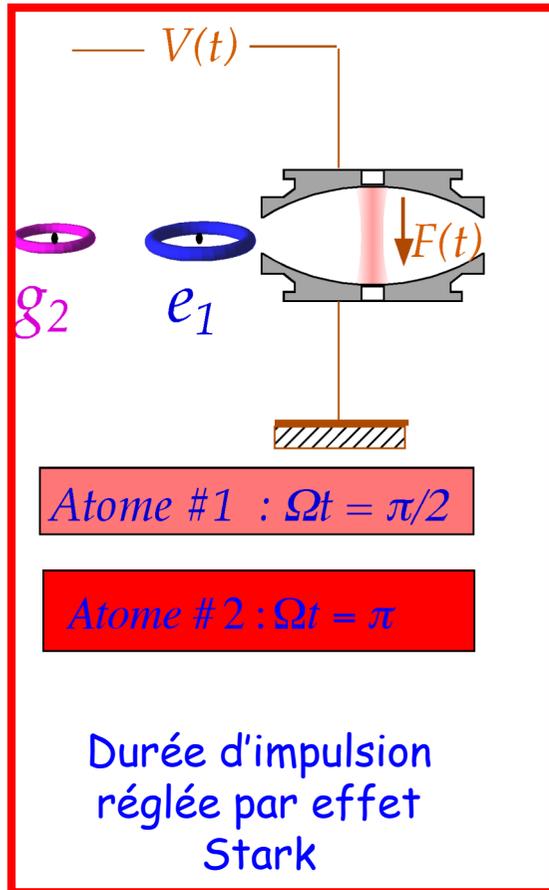
3. Les atomes subissent une oscillation de Rabi dans le champ de C pendant un temps contrôlé par effet Stark (mise en résonance de chaque atome et de C pendant un temps prédéfini grâce au potentiel V appliqué entre les miroirs).

4. Des impulsions classiques de micro-onde dans R_2 peuvent réaliser une rotation du « spin » atomique après traversée de C et avant détection dans D : on mesure ainsi finalement chaque « spin » dans une direction définie par cette rotation.

L'ensemble R_1 - R_2 qui permet d'appliquer deux impulsions séparées dans le temps aux atomes constitue un **interféromètre de Ramsey**, utilisé sous diverses formes dans de nombreuses expériences où les atomes interagissent de façon résonante ou non résonante avec le champ quantique dans C .

Génération d'une paire d'atomes maximalement intriqués

Hagley et al,
PRL, 79,1 (1997)



$$\begin{aligned}
 |e, g; 0\rangle &\xrightarrow{\text{Rabi } \pi/2 \text{ atome 1}} |e, g; 0\rangle + |g, g; 1\rangle \\
 &\xrightarrow{\text{Rabi } \pi \text{ atome 2}} (|e, g\rangle - |g, e\rangle) \otimes |0\rangle
 \end{aligned}$$

Deux atomes maximalement intriqués
et champ revenu au vide initial (a
servi de « catalyseur » d'intrication)

$$|e, g\rangle - |g, e\rangle \equiv |\uparrow_z, \downarrow_z\rangle - |\downarrow_z, \uparrow_z\rangle = |\uparrow_x, \downarrow_x\rangle - |\downarrow_x, \uparrow_x\rangle$$

État intriqué analogue à un état singulet de paire de spins invariant par rotation, qui s'exprime sous la même forme dans les bases d'axe de quantification Oz et Ox:

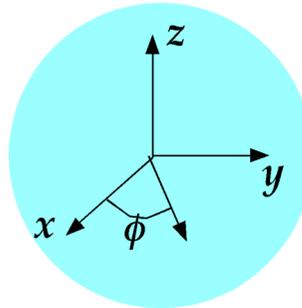
$$|e, g\rangle - |g, e\rangle \equiv |\uparrow_x, \downarrow_x\rangle - |\downarrow_x, \uparrow_x\rangle \equiv (|e\rangle + |g\rangle)_1 (|e\rangle - |g\rangle)_2 - (|e\rangle - |g\rangle)_1 (|e\rangle + |g\rangle)_2$$

Correlations non locales dans différentes bases:
Atome #1 dans $|e\rangle \pm |g\rangle \longleftrightarrow$ Atome #2 dans $|e\rangle \mp |g\rangle$

Les atomes intriqués forment un état singulet

Cet état prend la même forme dans toutes les directions de quantification (Oz , Ox et direction ϕ du plan xOy de la sphère de Bloch)

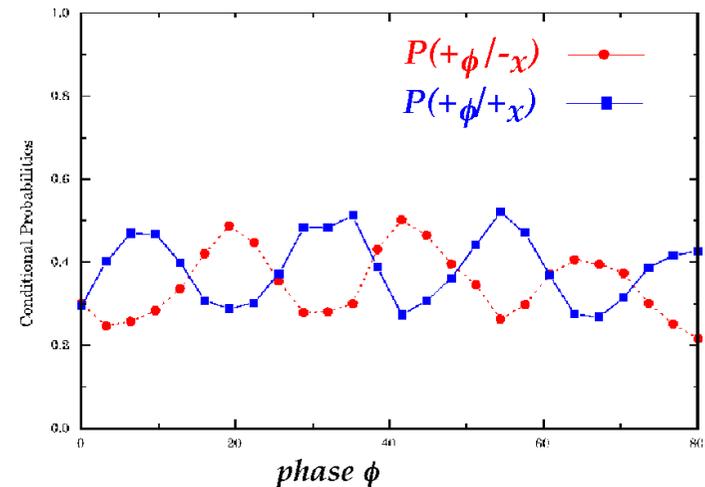
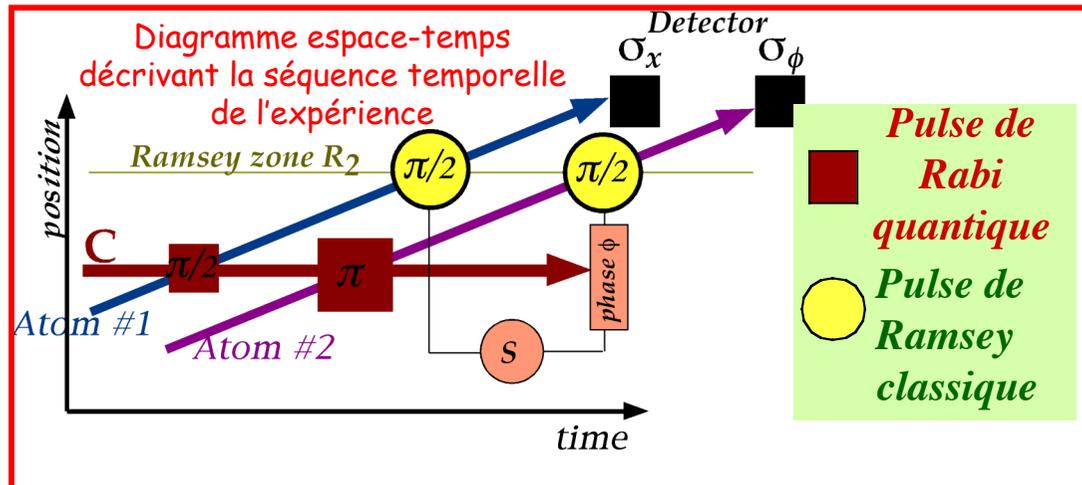
$$\begin{aligned}
 & |e_1, g_2\rangle - |g_1, e_2\rangle \\
 & \left| \begin{array}{c} \uparrow \\ +_z \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \downarrow \\ -_z \end{array} \right\rangle - \left| \begin{array}{c} \downarrow \\ -_z \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \uparrow \\ +_z \end{array} \right\rangle \\
 & = \left| \begin{array}{c} \nearrow \\ +_x \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \nwarrow \\ -_x \end{array} \right\rangle - \left| \begin{array}{c} \nwarrow \\ -_x \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{c} \nearrow \\ +_x \end{array} \right\rangle
 \end{aligned}$$



Si l'atome #1 est mesuré avec le spin $+_x$ le long de Ox , l'atome #2 est trouvé avec le spin $-_x$.

La probabilité jointe de trouver l'atome 1 dans l'état $+_x$ et l'atome 2 dans l'état $+_\phi$ présente une modulation quand la phase ϕ de détection est variée

Détection du « spin transverse » en appliquant des impulsions $\pi/2$ avec une différence de phase ϕ sur les deux atomes après leur traversée de C



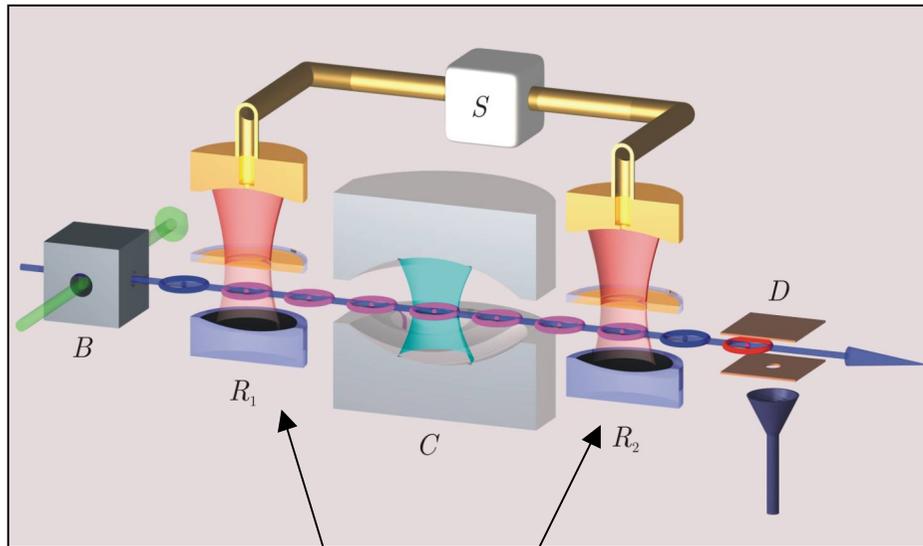
Modulations analogues aux franges de Ramsey, mais pulses appliqués à des atomes différents: La paire se comporte comme un système quantique unique !

III-C

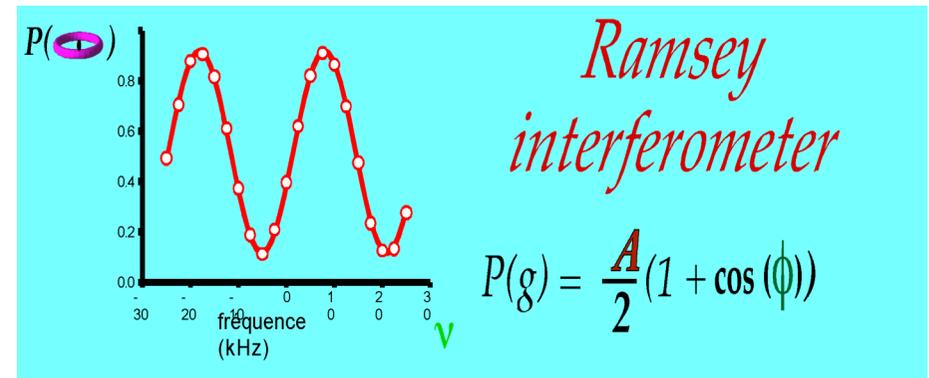
Porte quantique en électrodynamique quantique en cavité

Réalisation d'une porte quantique dans laquelle le qubit de contrôle est le champ de la cavité contenant 0 ou 1 photon et le qubit cible un atome de Rydberg évoluant entre deux états circulaires. Cette porte réalise une mesure non destructive de 0 ou 1 photon. En la combinant avec des impulsions de Rabi, on peut intriquer trois atomes dans un état GHZ

Phase de l'interféromètre de Ramsey contrôlée par le champ présent dans C



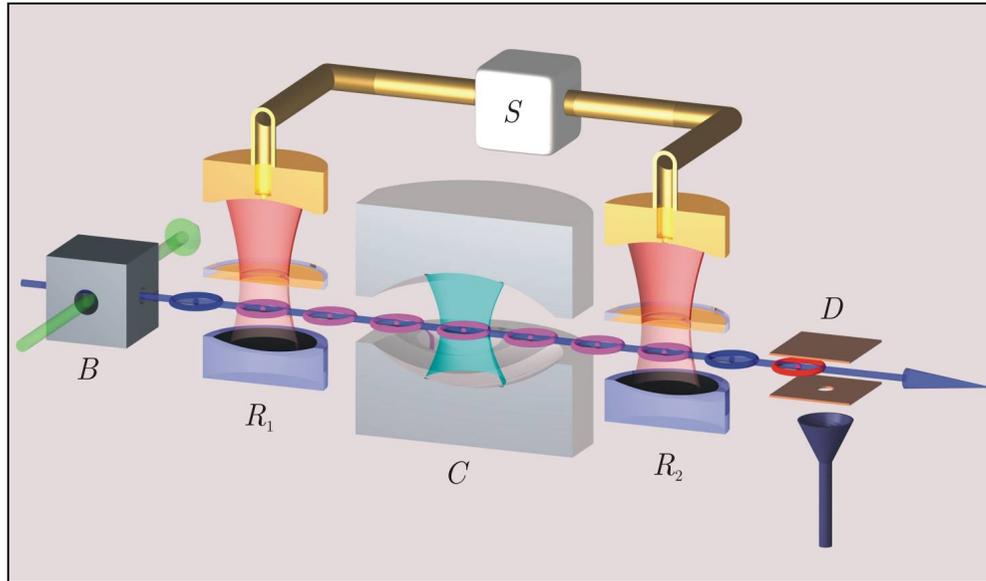
Des pulses $\pi/2$ classiques dans R_1 - R_2 (avec un déphasage ajustable ϕ entre les deux) préparent et analysent des superpositions d'états



Probabilités P_e (ou $P_g=1-P_e$) de trouver l'atome dans e ou g oscillent vs ϕ .

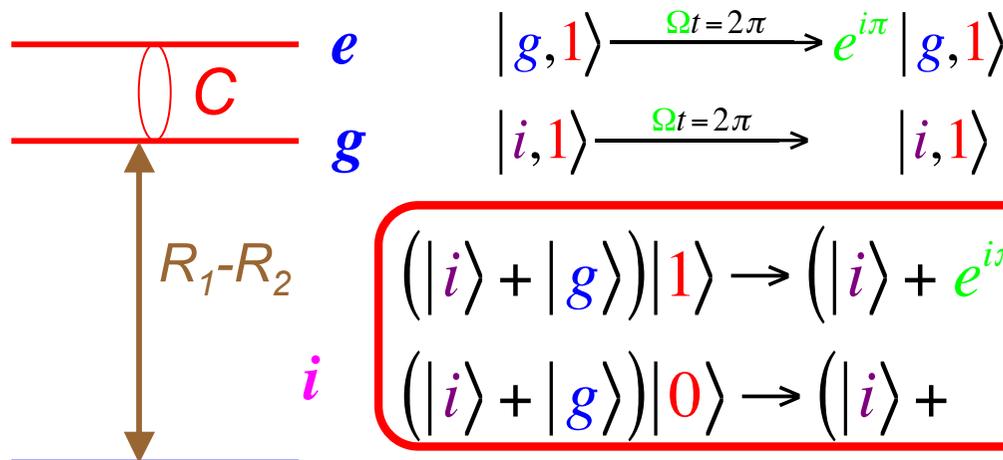
La phase des franges peut être contrôlée par le champ présent dans C soit par une interaction dispersive (voir leçon 4) soit par une oscillation de Rabi résonante d'angle 2π comme nous le montrons sur la diapo suivante.

Effet d'une impulsion de Rabi 2π sur le signal de Ramsey



Cavité C résonante sur la transition $e-g$ (51-50)

Interféromètre de Ramsey
 R_1-R_2 résonant sur la transition $g-i$ (50-49).



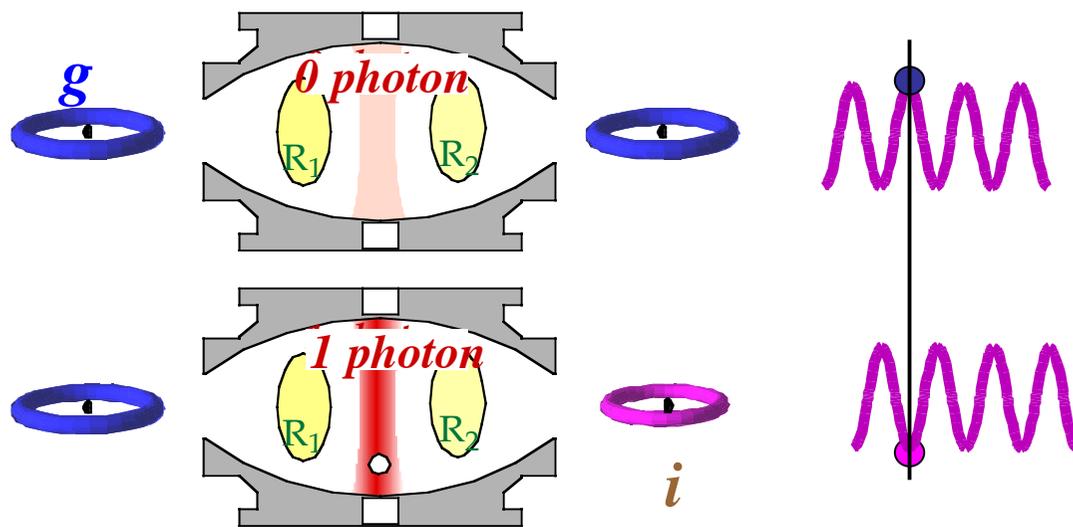
Un pulse de Rabi 2π sur la transition $e-g$ en présence d'1 photon induit un déphasage de π entre les amplitudes des états g et i

$$\begin{aligned} (|i\rangle + |g\rangle)|1\rangle &\rightarrow (|i\rangle + e^{i\pi} |g\rangle)|1\rangle \\ (|i\rangle + |g\rangle)|0\rangle &\rightarrow (|i\rangle + |g\rangle)|0\rangle \end{aligned}$$

Les franges $g-i$ s'inversent lorsque le nombre de photon dans C passe de 0 à 1

Franges conditionnées à la présence d'un photon dans C

Franges en opposition de phase suivant que $n=0$ ou 1



Avec choix convenable de phase, atome détecté dans g si $n = 0$, dans i si $n = 1$:

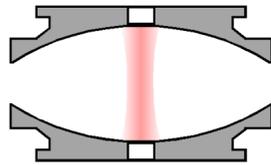
porte quantique avec *photon* (0/1) comme qubit contrôle et *atome* (i/g) comme qubit cible

G.Nogues et al, Nature, 400, 239 (1999)

A.Rauschenbeutel et al, PRL, 83, 5166 (1999)

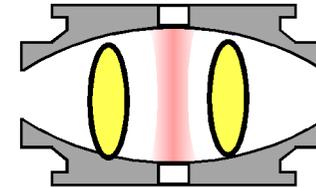
Une expérience à deux atomes: émission et lecture non destructive d'un photon

Atome #1
(Source)



Pulse de Rabi
 $\pi/2$ sur atome 1

Atome #2



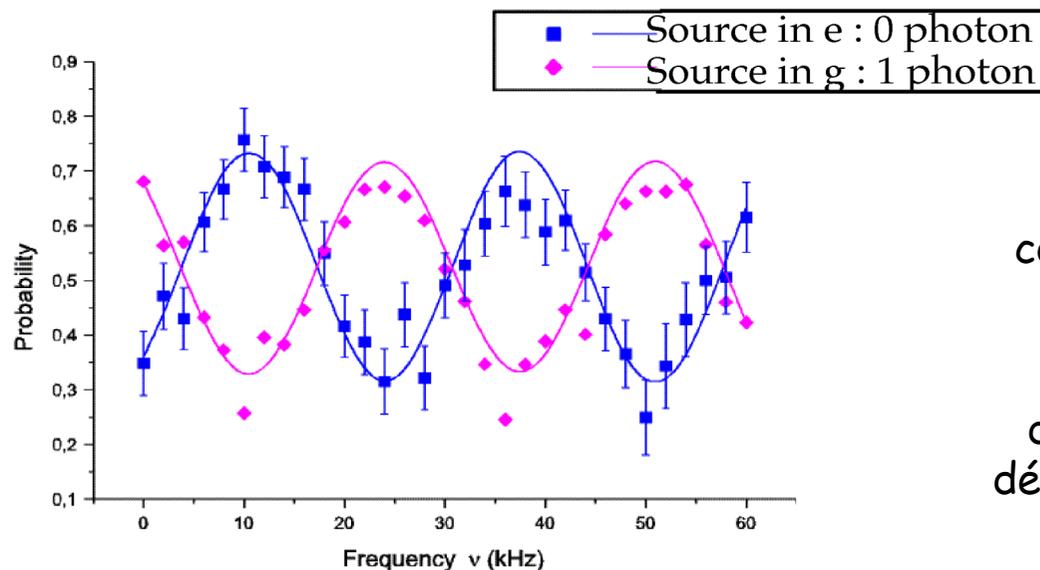
Pulse de Rabi
 2π sur atome 2



$$(1/\sqrt{2}) \{ |e_1, 0\rangle + |g_1, 1\rangle \}$$

Le premier atome (« source ») émet avec une probabilité de 50% un photon dans C . La détection de cet atome projette le champ dans 0 ou 1 .

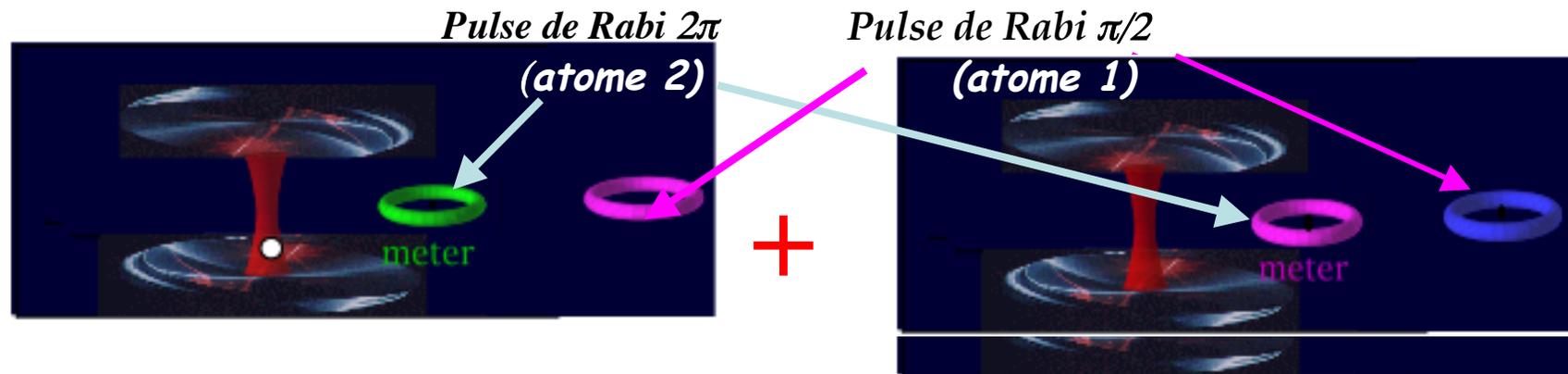
Le second atome (sonde) « lit » le nombre de photons par interférométrie de Ramsey.



Franges du second atome conditionnées à la détection du premier en e ou g :

l'opposition de phase des deux signaux démontre le déphasage de π induit sur l'atome dans g par 1 photon dans C .

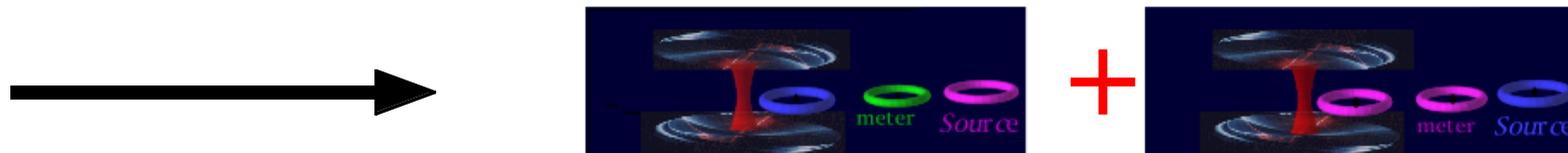
Combinaison de pulses de Rabi et intrication programmée de trois systèmes quantiques



L'atome #1 prépare un photon avec une probabilité de 50% (pulse $\pi/2$) et l'atome #2 le lit par porte quantique (pulse 2π)



L'atome #3 absorbe par pulse de Rabi π le photon dans la cavité, s'il y en a un.



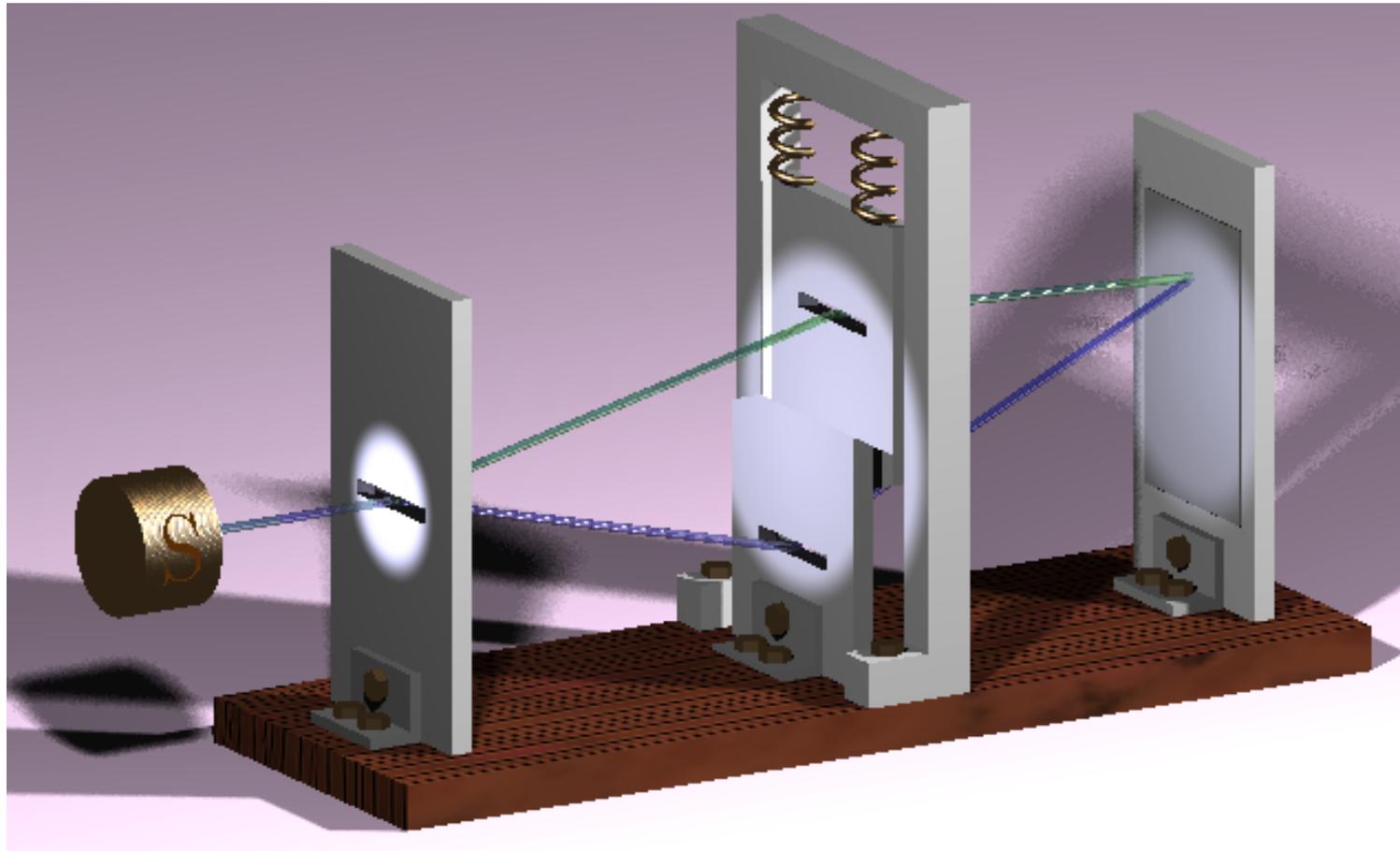
*Intrication de trois atomes (ÉTAT GHZ) catalysée par le champ,
Rauschenbeutel et al, Science, 288, 2024 (2000)*

III-D

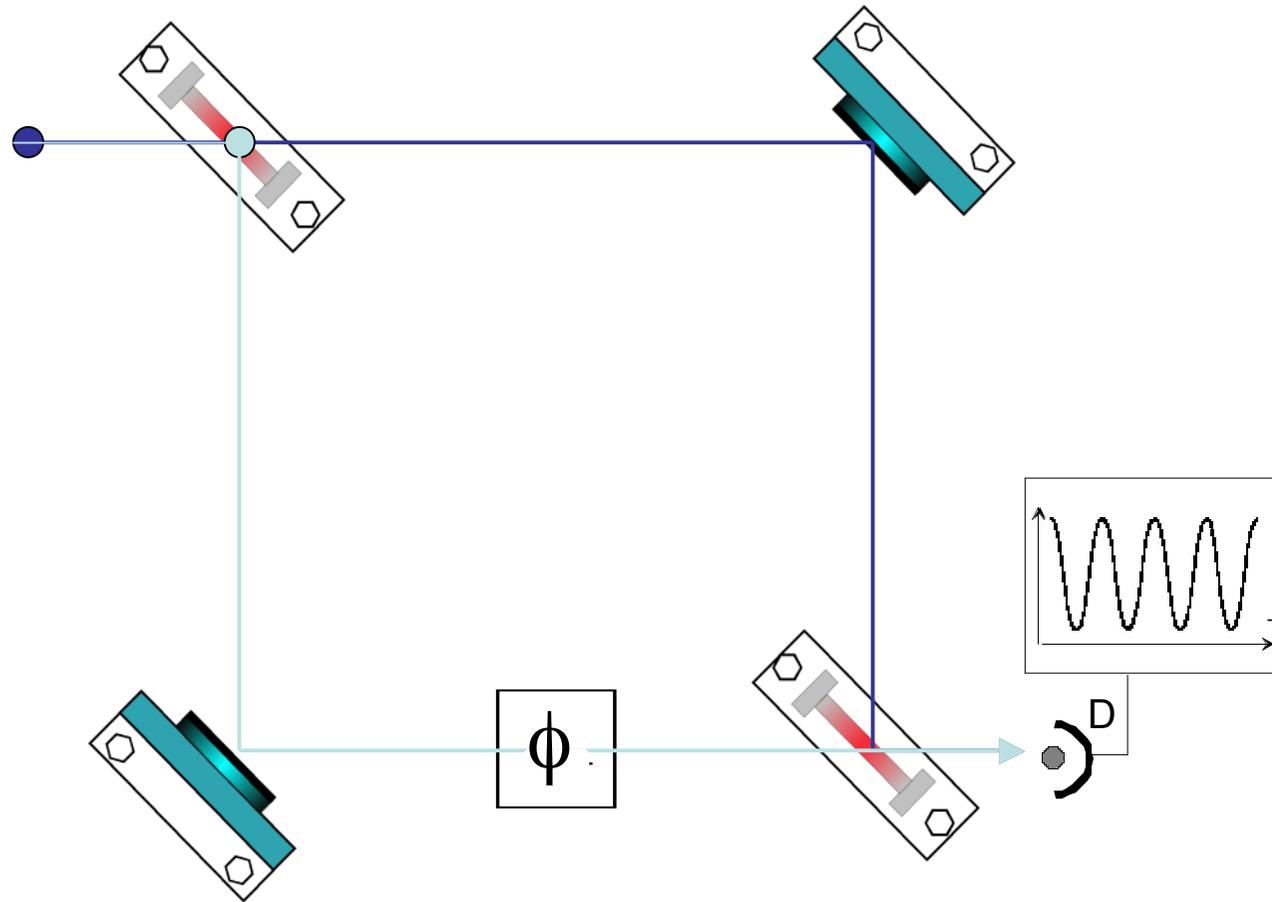
Une expérience de complémentarité: comment l'existence d'information sur le chemin suivi dans un interféromètre détruit les franges

Une version moderne de l'expérience de Bohr et Einstein
sur la complémentarité

L'expérience de pensée de Bohr-Einstein sur la complémentarité



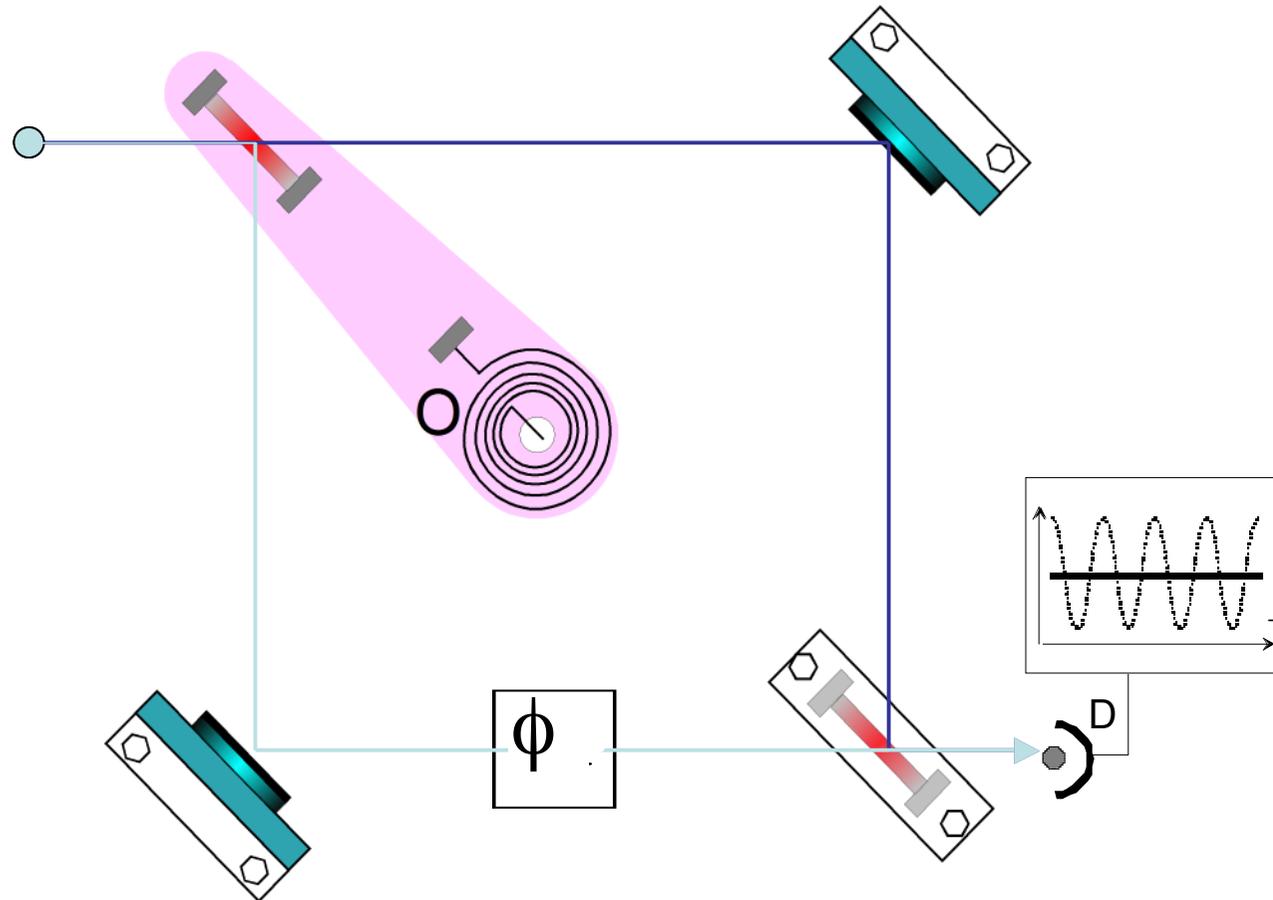
Version plus moderne: interféromètre de Mach-Zehnder



Interférence entre deux chemins.

Comment obtenir une information sur le chemin?

Mach-Zehnder avec séparatrice mobile



Séparatrice classique (massive): pas de recul ni d'info sur le chemin et *franges*

Séparatrice quantique (légère): recul observable, info sur chemin et *pas de franges*

Complémentarité et intrication: analyse quantitative

Etat initial de la séparatrice: $|0\rangle$

Etat final de la séparatrice pour le chemin b (état cohérent) $|\alpha\rangle$

Etat combiné particule-séparatrice:

$$|\Psi\rangle = |\Psi_a\rangle|0\rangle + |\Psi_b\rangle|\alpha\rangle$$

Contraste des franges et degré d'intrication particule-séparatrice:

$$\left| \langle \Psi_a | \Psi_b \rangle \langle 0 | \alpha \rangle \right|$$

$$\langle 0 | \alpha \rangle = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)$$

Contraste des franges proportionnel au recouvrement des états finals de la séparatrice

Séparatrice microscopique et recul important ($|\alpha| \gg 1$):

$$\left| \langle 0 | \alpha \rangle \right| = 0$$

Contraste nul

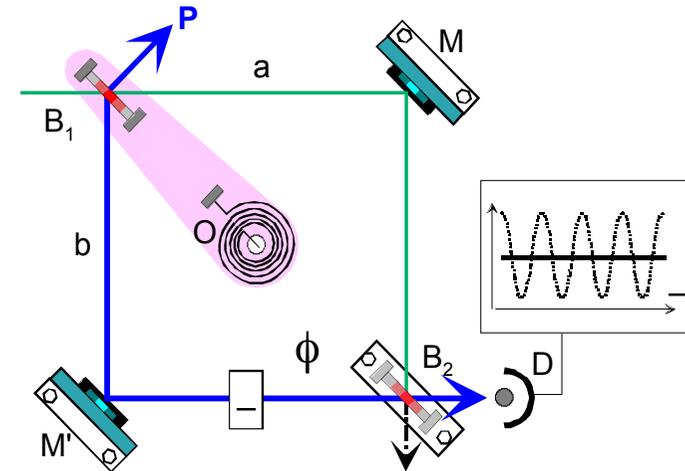
Séparatrice massive et recul négligeable ($|\alpha| \ll 1$):

$$\left| \langle 0 | \alpha \rangle \right| = 1$$

Contraste maximum

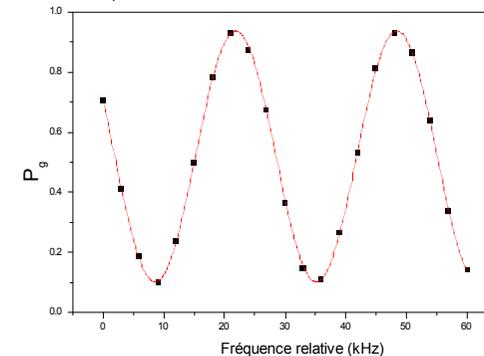
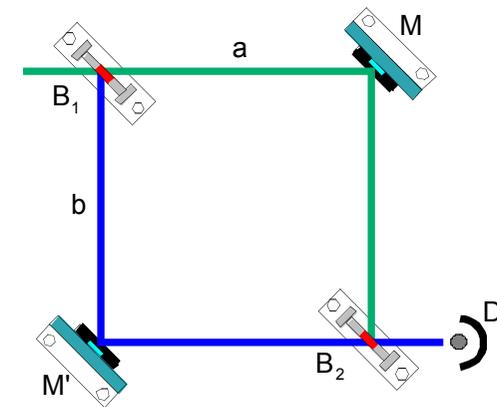
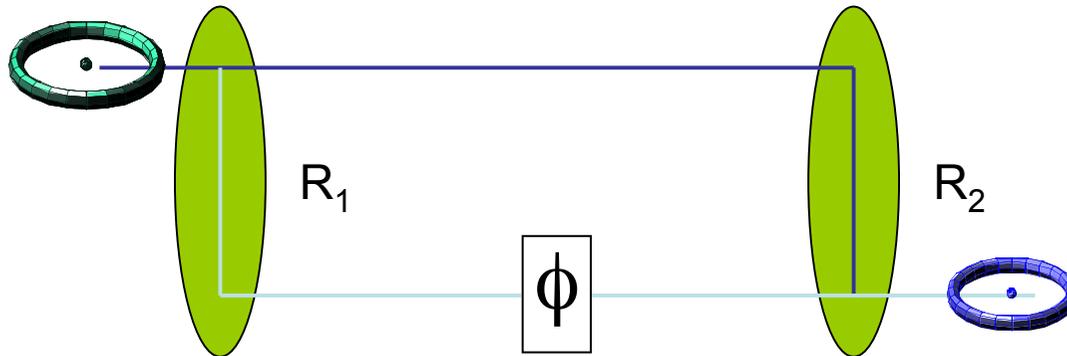
Situations intermédiaires: moins il y a d'intrication, plus il y a de contraste

Modèle d'oscillateur harmonique pour la séparatrice mobile



L'interféromètre de Ramsey analogue au Mach Zehnder

- Deux pulses $\pi/2$ sur une transition atomique e/g



Information sur le chemin

L'atome émet un photon dans R_1 ou R_2

Champ R_1 macroscopique avec beaucoup de photons:
(séparatrice macroscopique)

Etat du champ non modifié. Pas d'info sur chemin

FRANGES

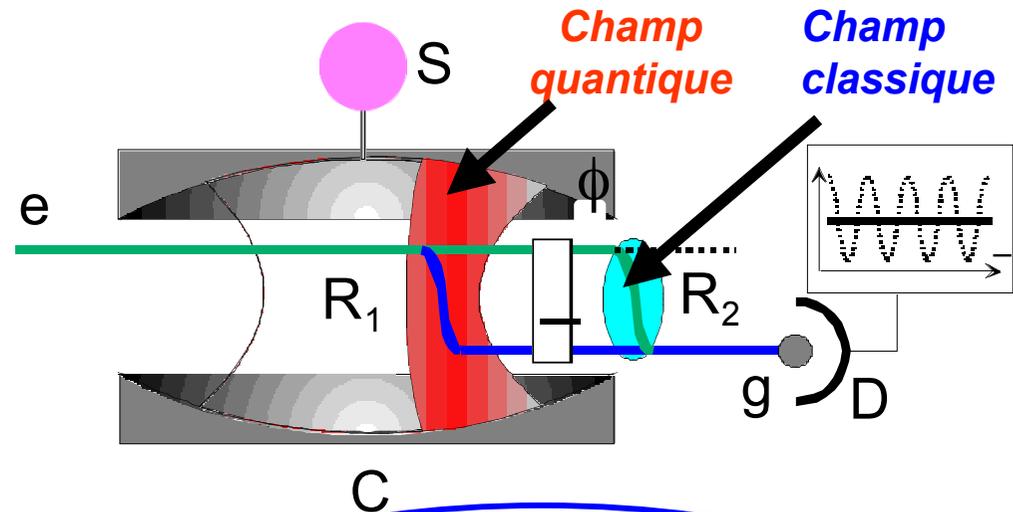
Champ R_1 avec peu de photons
(séparatrice microscopique)

l'addition d'un photon change le champ. Existence d'une info sur chemin

PAS DE FRANGES

Expérience de complémentarité avec un interféromètre de Ramsey utilisant une impulsion quantique et une impulsion classique

La première zone de Ramsey est remplacée par une interaction de l'atome avec un petit champ cohérent injecté dans C. Le temps d'interaction est réglé pour réaliser une impulsion $\pi/2$ (possible même si le champ est nul : oscillation de Rabi du vide)



Première impulsion:

$$|e\rangle|\alpha\rangle = \sum_n C_n |e, n\rangle \rightarrow \sum_n C_n \left[\cos\left(\frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2}\right) |e, n\rangle + \sin\left(\frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2}\right) |g, n+1\rangle \right]$$

Intrication atome-champ:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, \alpha_e\rangle + |g, \alpha_g\rangle)$$

$$|\alpha_e\rangle = \sqrt{2} \sum_n C_n \cos\left(\frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2}\right) |n\rangle$$

$$|\alpha_g\rangle = \sqrt{2} \sum_n C_n \sin\left(\frac{\Omega\sqrt{n+1}t}{2}\right) |n+1\rangle$$

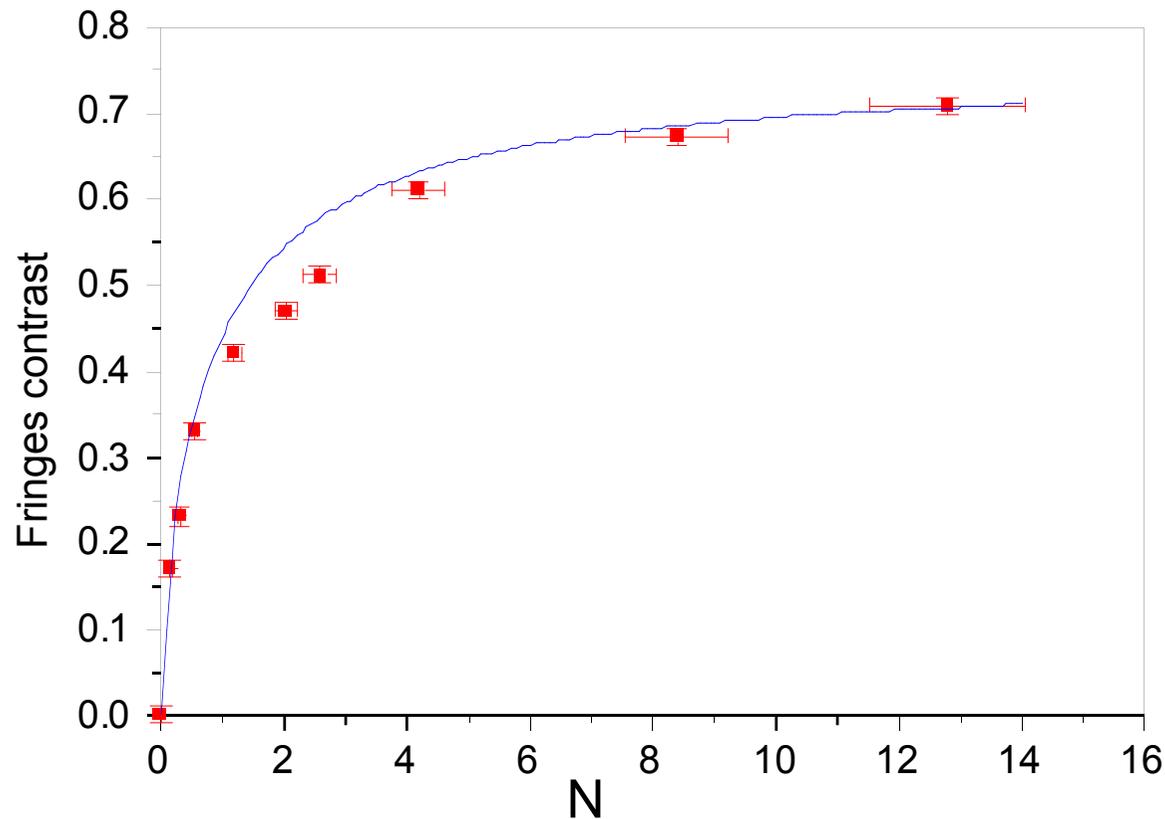
Deux cas limites:

Pas de franges

$$\alpha = 0 \rightarrow C_n = \delta_{n,0} \rightarrow |\alpha_e\rangle = |0\rangle; |\alpha_g\rangle = |1\rangle \rightarrow \langle \alpha_e | \alpha_g \rangle = \langle 0 | 1 \rangle = 0$$

$$|\alpha| \gg 1 \rightarrow |\alpha_e\rangle \approx |\alpha_g\rangle \approx |\alpha\rangle \rightarrow \langle \alpha_e | \alpha_g \rangle \approx 1 \quad \text{Contraste max}$$

Evolution du contraste des franges en fonction du nombre moyen N de photons dans la première zone de Ramsey



Les franges disparaissent pour un champ quantique

Le nombre moyen de photons joue le rôle de la "masse" de la "séparatrice"

Points expérimentaux et courbe théorique, ajustée pour tenir compte de la limitation du contraste à 70% due aux imperfections de l'interféromètre

Conclusion de la troisième leçon

Les expériences d'électrodynamique quantique en cavité des années 1995-2005 nous ont permis d'intriquer des systèmes simples entre eux de façon déterministe (systèmes atome-atome ou atome-photon contenant un petit nombre de particules). Durant cette période, nous avons également réalisé des expériences de type « chat de Schrödinger » nécessitant un atome pour préparer l'état du champ et un autre atome pour le lire. Nous verrons dans la leçon 4 que la réalisation de cavité de très grand Q nous ont conduit à partir de 2006 à des expériences de mesures non destructives de photons exploitant les informations fournies par des centaines d'atomes traversant un à un la cavité pendant la durée de vie du champ quantique. Ces expériences nous ont aussi amenés à contrôler et à reconstruire de façon plus précise les états type « chat de Schrödinger », dont les études seront décrites à la leçon 5.

Deux références pour plus de détails sur les expériences décrites dans cette leçon:

J.-M. Raimond, M. Brune et S. Haroche, *Rev. Mod. Phys.*, **73**, 565 (2001).

S. Haroche et J.-M. Raimond: *Exploring the quantum: Atoms, cavities and photons*, Oxford University Press, 2006 et 2013 (paperback edition)