

Cours 2007-2008: Quatrième Leçon

11 Février 2008

Compter des photons dans une boîte: l'Electrodynamique Quantique en Cavité

La suite du cours est consacrée à la description du comptage non destructif de photons micro-ondes dans une cavité de très grand facteur de qualité. Cette méthode QND, qui atteint la résolution des quanta de rayonnement, exploite les concepts de l'Electrodynamique Quantique en Cavité (CQED), dont nous commençons par rappeler les principes. Nous évoquons brièvement des expériences de CQED faites dans le domaine optique pour les distinguer des études micro-onde qui nous intéresseront plus particulièrement ici. La méthode QND de comptage utilise pour détecter les photons les propriétés remarquables des atomes de Rydberg dans des états circulaires couplés à une cavité micro-onde supraconductrice. Nous consacrons la leçon d'aujourd'hui aux atomes, et décrivons la cavité dans la leçon 5.

Une conséquence remarquable du principe de correspondance est que les propriétés des états circulaires (dont tous les nombres quantiques sont grands) peuvent se comprendre à partir d'une description quasi-classique, en n'introduisant les concepts quantiques (quantification des orbites atomiques et du champ rayonné) que de façon minimale, à l'image de la description de l'ancienne théorie des quanta de Bohr. Nous décrivons ainsi classiquement leur rayonnement, leur susceptibilité aux champs électriques et leur couplage à la cavité. Nous analyserons aussi les méthodes de préparation et de détection de ces atomes et leur sélection en vitesse.

Pourquoi compter les photons en cavité?

Les méthodes QND en optique mesurent l'intensité d'un faisceau lumineux dont les photons s'échappent du dispositif à la vitesse de la lumière. Les mesures sont donc difficiles à répéter, surtout si on veut le faire plusieurs fois. D'autre part, ces mesures n'atteignent pas la sensibilité du photon unique qui exigerait un effet Kerr par quantum de lumière irréalisable.

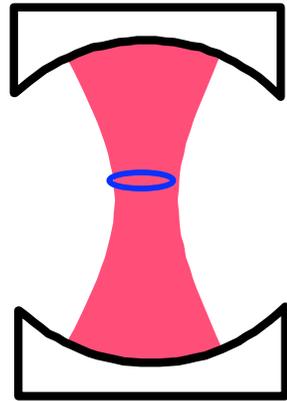
Compter des photons piégés dans une cavité présente des avantages conceptuels et pratiques. Le nombre de photons dans un mode est une observable parfaitement définie, indépendamment de la spécification d'un temps d'intégration. Les photons restent présents dans l'appareil pour des mesures indéfiniment répétées.

Le couplage fort d'atomes au champ dans une cavité de grand facteur de qualité permet de réaliser une situation où un photon unique laisse sur un atome une empreinte assez grande pour être détectée. L'Electrodynamique en Cavité (CQED) est donc le domaine idéal pour une détection non destructive de quanta de lumière.

La CQED dans le domaine micro-onde est très bien adaptée pour ces mesures car la durée de vie des photons dans la cavité est beaucoup plus longue que dans le domaine optique. Il faut alors coupler le champ à des atomes ultra-sensibles aux micro-ondes, les **atomes de Rydberg circulaires**.

Electrodynamique en cavité en couplage fort

Un atome à deux niveaux dans un mode du champ:
le système matière-rayonnement le plus élémentaire



Champ des fluctuations du vide
(dans le mode de volume effectif V_C)

$$E_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V_C}}$$

Dipôle électrique de l'atome
(élément de matrice entre deux niveaux
résonnants avec le mode de la cavité)

D

Couplage atome-cavité défini par
la fréquence de Rabi du vide:

$$\Omega = \frac{D \cdot E_0}{\hbar}$$

Couplage fort :

$$\Omega \gg \Gamma, \kappa, 1/T_i$$

← Largeur naturelle des niveaux
atomiques

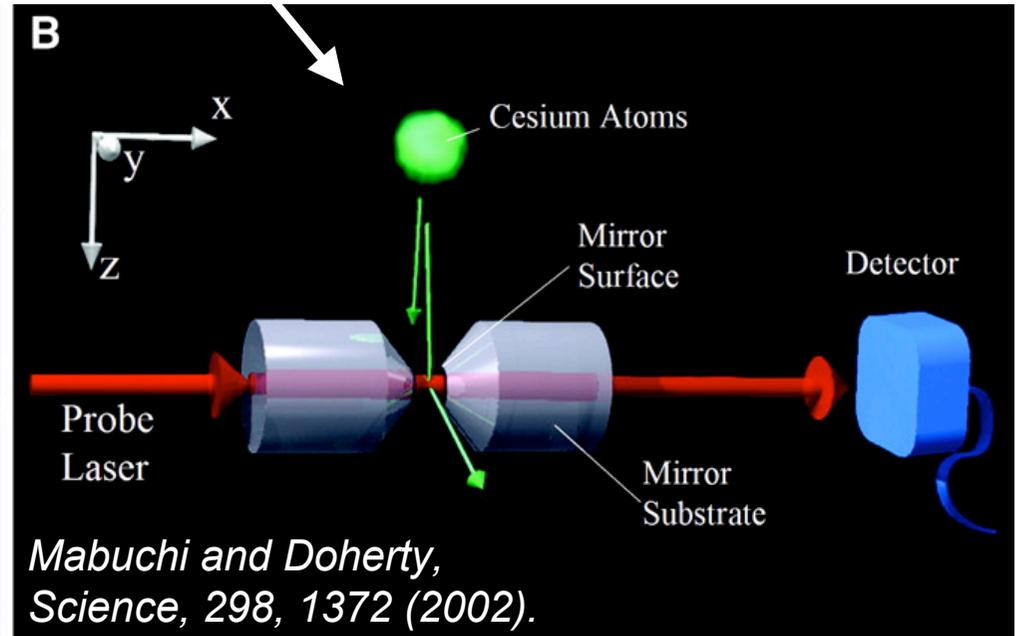
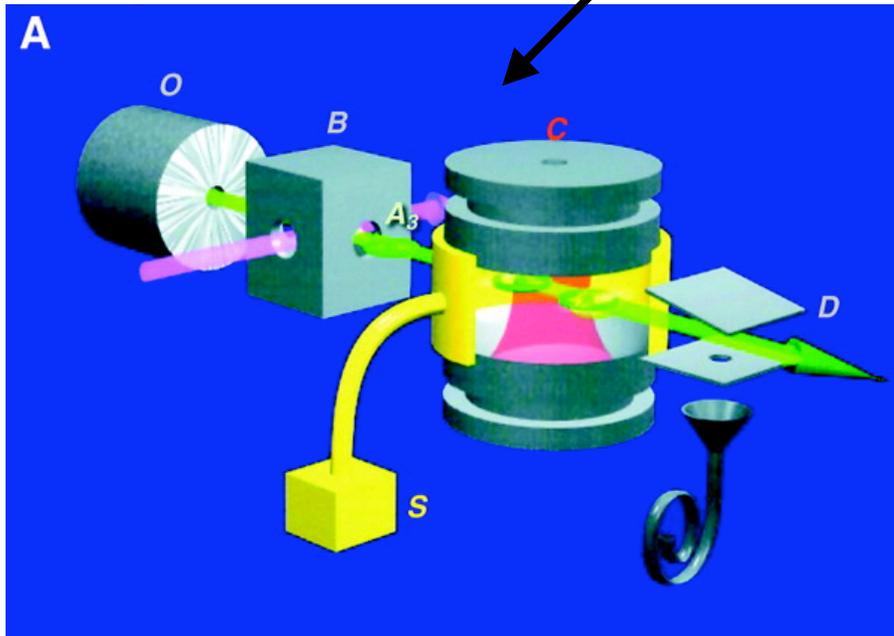
↓ Largeur du mode de la
cavité

↘ Inverse du temps
de couplage T_i

Les deux domaines de l'Electrodynamique en cavité

Micro-onde

Optique

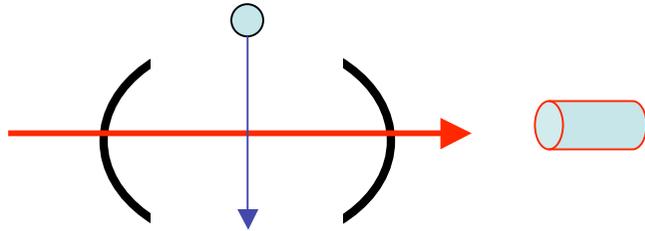


Des atomes de Rydberg traversent un à un une cavité supraconductrice de très grande surtension et sont finalement détectés par ionisation sélective

Des atomes dans leur état fondamental refroidis par laser tombent un à un à travers le mode d'une cavité optique (ou sont piégés dedans). La lumière transmise par la cavité est détectée.

Expériences de physique atomique complémentaires, à présent généralisées à la physique mésoscopique (voir séminaires de S.Girvin et A.Imamoglu).

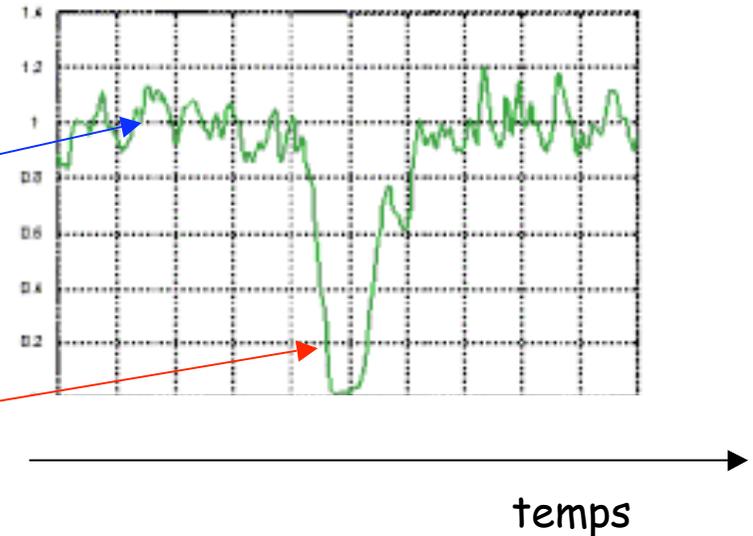
Un système sensible à un seul atome (CQED optique)



Cavité résonnante pour le champ quand elle est vide: les photons sont transmis.

Quand un atome passe dans le mode, il change la fréquence de la cavité et le laser devient non-résonnant: le Fabry-Perot réfléchit les photons: la transmission tombe à zéro.

Groupes de Caltech et Garching
J.Kimble et G.Rempe

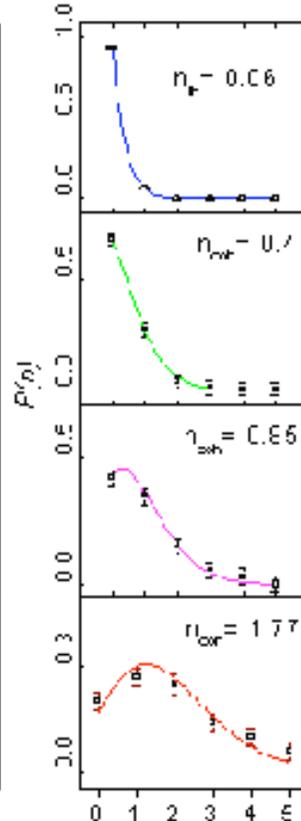
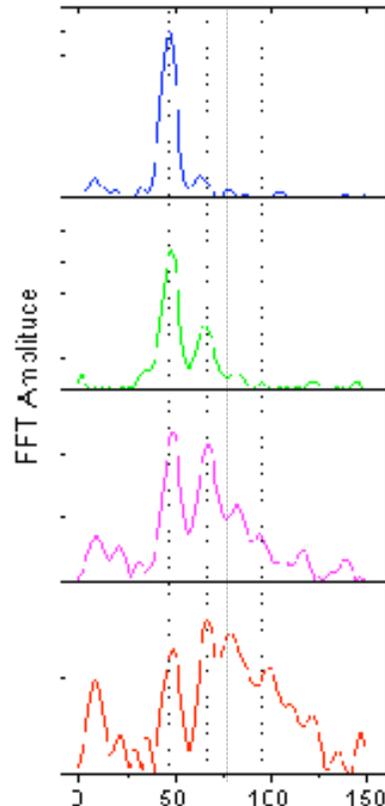
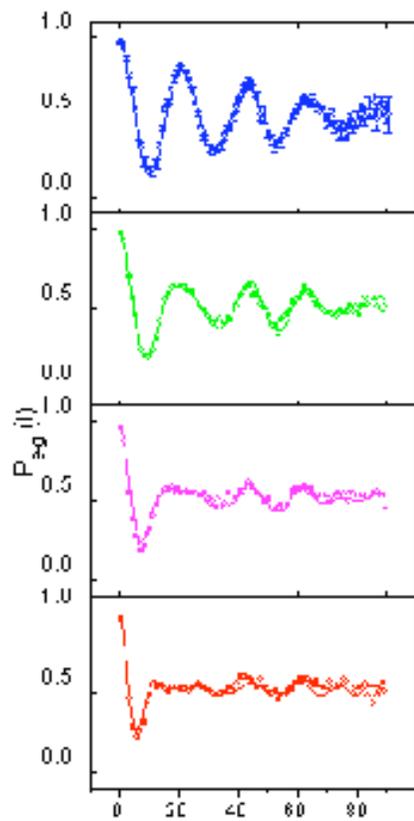
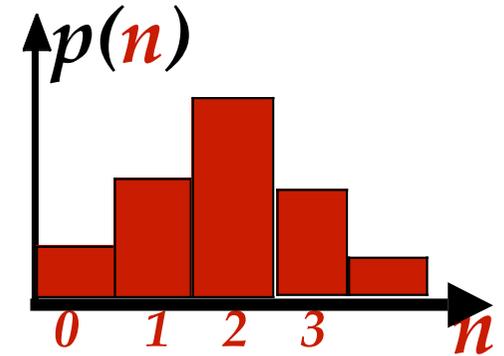


Analogie avec la détection « sans interaction » d'un objet absorbant dans un interféromètre. Ici, l'atome est détecté sans absorber un seul photon, parce que sa présence change la fréquence de résonance de la cavité. Il y a bien sûr interaction (et même interaction très forte) entre l'atome et le champ (voir discussion à la fin de la leçon 2).

Un système sensible à un seul photon (CQED micro-onde)

Oscillation de Rabi dans un champ cohérent contenant
entre 0 et 2 photons en moyenne

$$P_e(t) = \sum_n p(n) \cos^2 \left(\frac{\Omega \sqrt{n+1} t}{2} \right) ; \quad p(n) = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!}$$



$\bar{n} = 0$ ($\bar{n}_{th} = 0.06$)

$\bar{n} = 0.40 (\pm 0.02)$

$\bar{n} = 0.85 (\pm 0.04)$

$\bar{n} = 1.77 (\pm 0.15)$

Les pics dans la transformée de Fourier de l'oscillation de Rabi sont une signature du caractère discret du champ

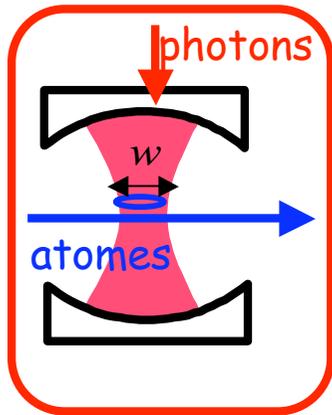
Oscillation de Rabi $P_e(t)$

Transformée de Fourier

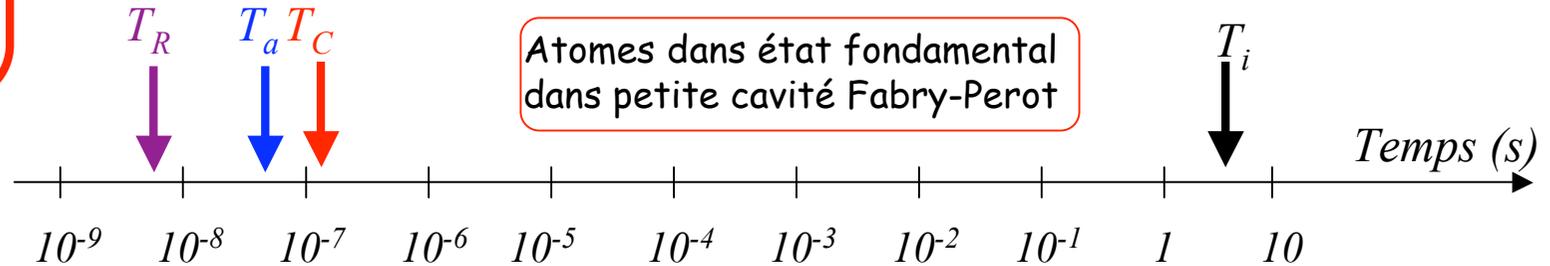
$p(n)$ inféré

Brune et al, PRL, 76, 1800, 1996.

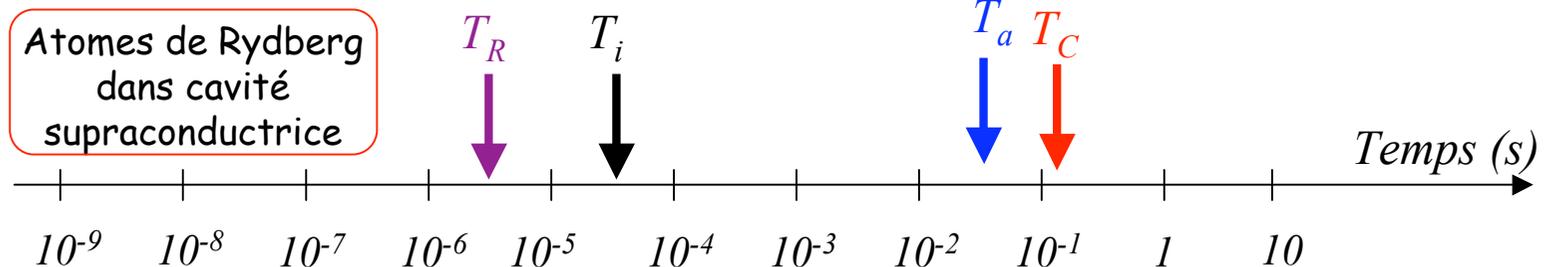
Comparaison des CQED atomiques optique et micro-onde: deux domaines complémentaires



CQED
optique



CQED
micro-onde



Optique: atomes piégés ou lents détectés par photons vite dissipés.

Micro-onde: photons piégés étudiés par atomes traversant rapidement: idéal pour mesures QND de photons

Quatre temps caractéristiques:

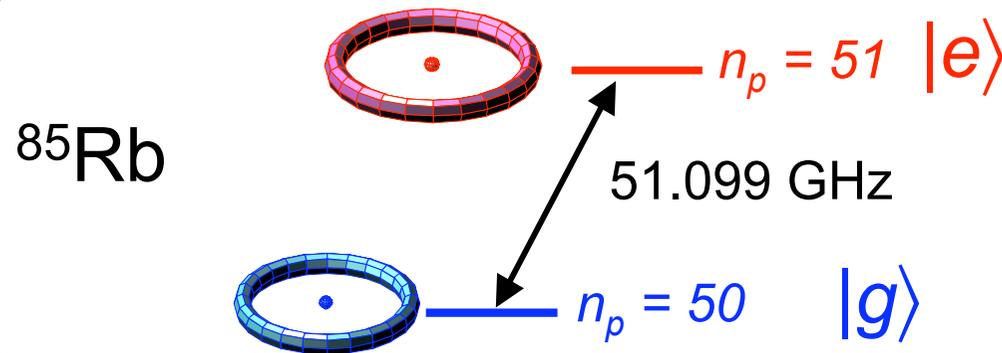
$$T_R = \frac{1}{\Omega} \quad \text{temps d'évolution cohérente (1/2}\pi \text{ fois la période de Rabi)}$$

$$T_i = \frac{w}{v} \quad \text{temps d'interaction atome - cavité (v : vitesse de l'atome)}$$

$$T_C = \frac{1}{\kappa} \quad \text{durée de vie d'un photon}$$

$$T_a = \frac{1}{\Gamma} \quad \text{durée de vie radiative la plus courte des 2 états atomiques}$$

L'atome de Rydberg circulaire: un système quantique aux propriétés quasi-classiques très fortement couplé aux micro-ondes



Niveaux de grand nombre quantique principal n_p et de moment angulaire maximal:
 $l=m=n_p-1$
 ↓
Principe de correspondance

Rayon de l'orbite: $\langle r \rangle_{n_p} \approx a_0 n_p^2$; $a_0 = \frac{\hbar}{m_e c \alpha_{sf}} = 0,0529 \text{ nm}$; $\alpha_{sf} = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$ (4-1)

Energie de liaison: $E_{n_p} = -\frac{R}{n_p^2}$; $R = \frac{q_e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} = \frac{\alpha_{sf}^2}{2} m_e c^2 = 13,6 \text{ eV}$ (4-2)

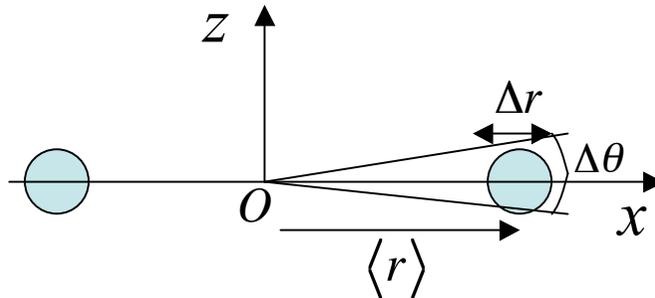
Fréquence de transition: $\omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}} = \frac{R}{\hbar} \left(\frac{1}{n_{p-1}^2} - \frac{1}{n_p^2} \right) \approx \frac{2R}{\hbar n_p^3}$ (4-3)

Troisième loi de Kepler: $\omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}^2 \langle r \rangle_{n_p}^3 = \text{Constante}$ (4-4)

Fonction d'onde des états de Rydberg circulaires

La fonction d'onde de l'atome de Rydberg circulaire de nombre quantique principal n_p est localisée dans un tore de rayon $\sim a_0 n_p^2$. En coordonnées sphériques, la fonction d'onde de cet état est:

$$\Psi(r, \theta, \phi) = \frac{1}{(\pi a_0^3)^{1/2}} \frac{1}{n_p^{n_p} n_p!} \left(-\frac{r}{a_0} \sin \theta e^{i\phi} \right)^{n_p-1} e^{-r/n_p a_0} \quad (4-5)$$



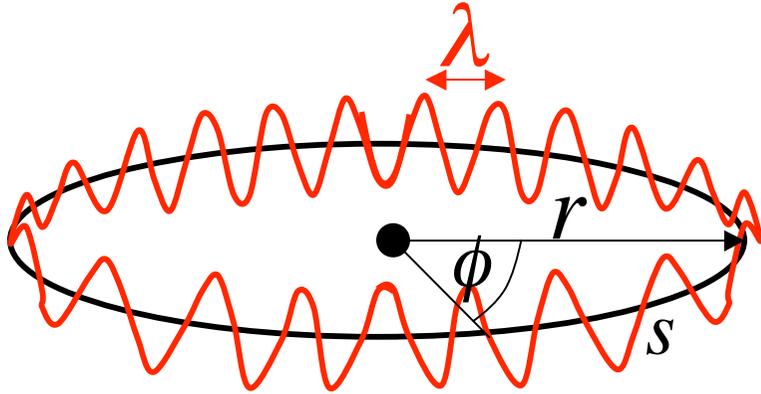
Valeurs
pour $n_p = 50$

$$\langle r \rangle_{n_p} \approx a_0 n_p^2 = 132 \text{ nm}$$

$$\frac{\Delta r}{\langle r \rangle} = \Delta \theta = \frac{1}{\sqrt{2n_p}} = \frac{1}{10}$$

$$\Delta r = 13 \text{ nm} ; \Delta \theta = 0,1 \text{ rad}$$

La dépendance azimutale de la fonction d'onde de l'atome circulaire interprétée par la «vieille» théorie des quanta (Bohr-1913)



Une onde qui circule autour du noyau et revient en phase au bout d'un tour:

Condition de quantification:

$$2\pi r = (n_p - 1) \lambda$$

fonction d'onde $\Psi(s)$ le long de l'orbite circulaire:

$$\Psi(s) = e^{\frac{2i\pi s}{\lambda}} = e^{\frac{i(n_p - 1)s}{r}} = e^{i(n_p - 1)\phi} \quad ; \quad \phi = \frac{s}{r} \quad \text{angle azimutal}$$

Dans un état de Rydberg circulaire, la probabilité de présence de l'électron est identique dans toutes les directions:

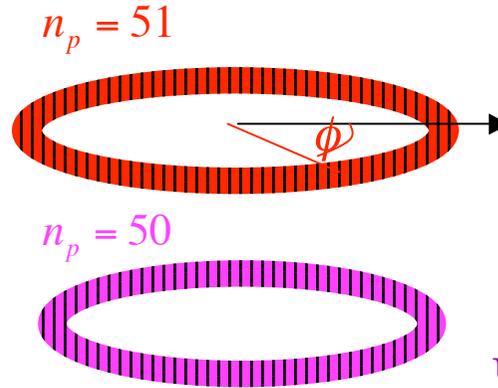
$$P(s) = |\Psi(s)|^2 \quad \text{indépendant de } s \text{ (et de } \phi)$$

Dipôle électrique moyen nul

Superposition d'états et interférence quantique: préparation d'un dipôle atomique

Les fonctions d'onde des états excités varient en

$$e^{i(n_p-1)\phi}$$



$$\Psi_e(\phi) \approx e^{50i\phi}$$

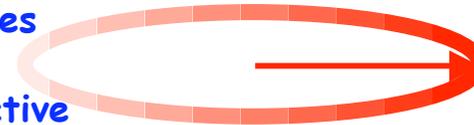
$|\Psi_e(\phi)|^2$ et $|\Psi_g(\phi)|^2$ indépendants de ϕ
 → pas de dipôle dans e et g

$$\Psi_g(\phi) \approx e^{49i\phi}$$

Une impulsion micro-onde à la fréquence de la transition (51 GHz) d'amplitude et de durée convenables transforme l'état g en une superposition symétrique des états e et g . La probabilité de présence de l'électron en fonction de ϕ devient:

$$|\Psi_{e+g}(\phi)|^2 \propto |e^{50i\phi} + e^{49i\phi}|^2 \propto 1 + \cos \phi$$

$\phi = \pi$
 Amplitudes de signes opposés:
 interférence destructive



$\phi = 0$
 Amplitudes de même signe:
 interférence constructive

Par effet d'interférence quantique, la probabilité de présence de l'électron est maximum à $\phi = 0$, nulle à $\phi = \pi$: dipôle non-nul.

$$\langle \Psi_{e+g} | D_x | \Psi_{e+g} \rangle \approx \frac{1}{2\pi} q a_0 n_p^2 \int_0^{2\pi} (1 + \cos \phi) \cos \phi d\phi = \frac{q a_0 n_p^2}{2} \quad (4-6)$$

Emission spontanée des états de Rydberg circulaires (calcul quantique)

Le rayonnement spontané de l'état circulaire s'effectue par émission dipolaire électrique vers l'état circulaire inférieur (transition $n_p \rightarrow n_p-1$ polarisée σ_+ dans le plan xOy de l'orbite). L'élément de matrice de l'opérateur dipôle électrique entre ces deux états s'écrit, en introduisant les vecteurs unitaires orthogonaux \vec{u}_x et \vec{u}_y :

$$\langle g | \vec{D} | e \rangle = d \left(\frac{\vec{u}_x + i\vec{u}_y}{\sqrt{2}} \right) \quad (4-7)$$

où d est relié au dipôle moyen $\langle \Psi_{e+g} | D_x | \Psi_{e+g} \rangle$ calculé à la page précédente:

$$\langle \Psi_{e+g} | D_x | \Psi_{e+g} \rangle \vec{u}_x = \frac{qa_0 n_p^2}{2} \vec{u}_x = \frac{1}{2} (\langle g | \vec{D} | e \rangle + \langle e | \vec{D} | g \rangle) = \frac{d \vec{u}_x}{\sqrt{2}} \longrightarrow d = \frac{qa_0 n_p^2}{\sqrt{2}} \quad (4-8)$$

Taux d'émission spontanée (calcul quantique par règle d'Or de Fermi):

$$\Gamma_{n_p} = \frac{d^2 \omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (4-9)$$

Et en tenant compte des eqs (4-3) et (4-8), on met sous forme simple Γ_{n_p} et la surtension de la transition atomique $Q_{n_p} = \omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}} / \Gamma_{n_p}$:

$$\Gamma_{n_p} = \frac{4}{3} \frac{\alpha_{sf}^3}{\hbar} \frac{R}{n_p^5} \quad ; \quad Q_{n_p} = \frac{\omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}}{\Gamma_{n_p}} = \frac{3}{2} \frac{n_p^2}{\alpha_{sf}^3} \quad (4-10)$$

Pour $n_p=51$, on a $\Gamma_{n_p} = 28 \text{ s}^{-1}$ et $Q_{n_p} = 1,14 \cdot 10^{10}$: longue durée de vie et très grande surtension atomique. On gagne en durée de vie et surtension en augmentant n_p .

Emission spontanée des états de Rydberg circulaires (calcul quasi-classique)

Représentons classiquement l'électron de l'atome de Rydberg circulaire comme une charge tournant sur le cercle de rayon $a_0 n_p^2$ à la fréquence $\omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}$. La puissance rayonnée par cette charge est donnée par la formule de Larmor:

$$P_{Larmor} = \frac{q_e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \quad (4-11)$$

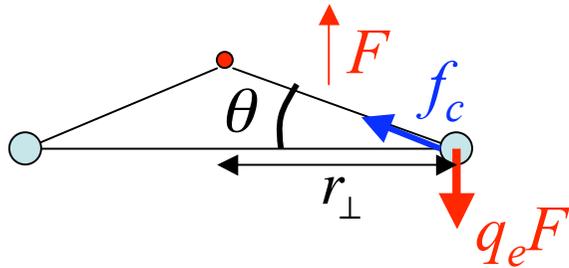
où $a = a_0 n_p^2 \omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}^2$ est l'accélération de la charge tournante. La durée de vie $1/\Gamma_{n_p}$ de l'état circulaire est le temps mis à rayonner un photon d'énergie $\hbar\omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}$ soit:

$$\Gamma_{n_p} = \frac{P_{Larmor}}{\hbar\omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}} = \frac{q_e^2 \left(a_0 n_p^2 \omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}^2 \right)^2}{6\pi\epsilon_0 \hbar c^3 \omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}} = \frac{q_e^2 a_0^2 n_p^4 \omega_{n_p \rightarrow n_{p-1}}^3}{6\pi\epsilon_0 \hbar c^3} \quad (4-12)$$

Cette équation, compte tenu de (4-8), est identique à (4-9). Les propriétés radiatives de l'atome de Rydberg circulaire s'interprètent ainsi de façon classique comme celles d'une charge tournante qui rayonne, à condition de faire l'hypothèse que l'énergie rayonnée dans la transition est celle d'un quantum (ce qui introduit le facteur \hbar dans la formule).

L'atome de Rydberg circulaire dans un champ électrique: effet Stark

Effet d'un champ électrique statique normal au plan de l'orbite circulaire (modèle classique):



Le champ déplace le cœur de l'atome en dehors du plan de l'orbite qui reste circulaire par symétrie. Le moment angulaire de l'électron ne change pas (pas de couple exercé): les modifications du rayon de l'orbite

et de la fréquence ω de l'électron sont corrélées (on omet pour simplifier l'indice de $\omega_{np \rightarrow np-1}$), et sont liées par la relation de conservation du moment angulaire:

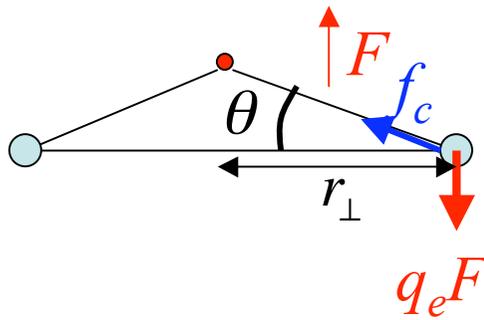
$$m_e \omega r_{\perp}^2 \approx n_p \hbar \quad (4-13) \quad (\text{on néglige la différence entre } n_p \text{ et } n_p-1)$$

Appelons θ l'angle entre la direction de la force de Coulomb et le plan de l'orbite. La distance de l'électron au noyau est devenue $r_{\perp} / \cos\theta$ et la force de Coulomb a maintenant l'intensité:

$$f_c = \frac{q_e^2 \cos^2 \theta}{4\pi\epsilon_0 r_{\perp}^2} = q_e F_0 \left(\frac{a_0}{r_{\perp}} \right)^2 \cos^2 \theta \quad \text{avec} \quad F_0 = \frac{q_e}{4\pi\epsilon_0 a_0^2} = 5,1 \cdot 10^{11} \text{ V / m} \quad (\text{unité de champ atomique})$$

(4-14)

Effet Stark (suite)



Exprimons l'équilibre des forces verticales:

$$f_c \sin \theta = q_e F \rightarrow \cos^2 \theta \sin \theta = \left(\frac{r_{\perp}}{a_0} \right)^2 \frac{F}{F_0} \quad (4-15)$$

et égalons la projection horizontale de f_c à la force centrifuge:

$$f_c \cos \theta = m_e \omega^2 r_{\perp} \rightarrow \cos^3 \theta = \frac{4\pi\epsilon_0}{q_e^2} m_e r_{\perp}^3 \omega^2 \quad (4-16)$$

On élimine ω dans cette équation grâce à (4-13):

$$\cos^3 \theta = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{q_e^2 m_e} \frac{n_p^2}{r_{\perp}} = \frac{a_0 n_p^2}{r_{\perp}} \quad (4-17)$$

On a ainsi 3 équations (4-13), (4-15) et (4-17) pour déterminer ω , r_{\perp} et θ .

Commençons par considérer un champ F très faible. L'angle θ est petit et $\cos \theta \approx 1$.

On a $r_{\perp} \approx a_0 n_p^2$ et on peut négliger la variation du rayon de l'orbite. On a alors d'après (4-15) $\sin \theta \approx n_p^4 F / F_0$, d'où le dipôle induit:

$$d_i \approx q_e r_{\perp} \sin \theta \approx q_e a_0 n_p^6 \frac{F}{F_0} \quad (4-18)$$

et l'énergie de polarisation de l'état circulaire:

$$E_{Stark}(n_p) = -d_i F / 2 = -q_e a_0 n_p^6 \frac{F^2}{2F_0} = -R n_p^6 \left(\frac{F}{F_0} \right)^2 \quad (4-19)$$

ainsi que le déplacement Stark quadratique de la transition $n_p \rightarrow n_p - 1$ induit par F :

$$\delta\omega_{n_p \rightarrow n_p - 1} \approx \frac{1}{\hbar} dE_{Stark} / dn_p \approx -\frac{6R}{\hbar} n_p^5 \left(\frac{F}{F_0} \right)^2 \quad (4-20)$$

$$(\delta\omega_{n_p \rightarrow n_p - 1} / 2\pi \approx 250 \text{ kHz} / (\text{V} / \text{cm})^2 \text{ pour } n_p = 50)$$

Ionisation sélective des atomes de Rydberg circulaires en champ fort

En champ fort, la variation du rayon de l'orbite ne peut plus être négligée. On élimine r_{\perp} entre les éqs (4-15) et (4-17), obtenant une relation simple entre θ et F :

$$\cos^8 \theta \sin \theta = n_p^4 \frac{F}{F_0} \quad (4-21)$$

L'angle θ augmente avec F/F_0 jusqu'à la valeur du champ pour laquelle la fonction $\cos^8 \theta \sin \theta$ atteint son maximum. Cette valeur du champ est la limite pour laquelle il existe une orbite stable. Au delà, l'atome est ionisé. Le maximum de cette fonction, atteint pour $\theta_{max} = \text{Arc sin}(1/3) \approx 19^\circ$, vaut $\cos^8 \theta_{max} \sin \theta_{max} = 2^{12}/3^9 \approx 0,2$. Le champ d'ionisation de l'état circulaire est donc:

$$F_{ionisation}(n_p) = \frac{2^{12}}{3^9} \frac{F_0}{n_p^4} \approx 0,2 \frac{F_0}{n_p^4} \quad (4-22)$$

*Valeurs données
par cette formule:*

169V/cm ($n_p=50$)

156 V/cm ($n_p=51$)

*Valeurs mesurées ~15% plus
faibles (le modèle classique
néglige l'ionisation par effet
tunnel)*

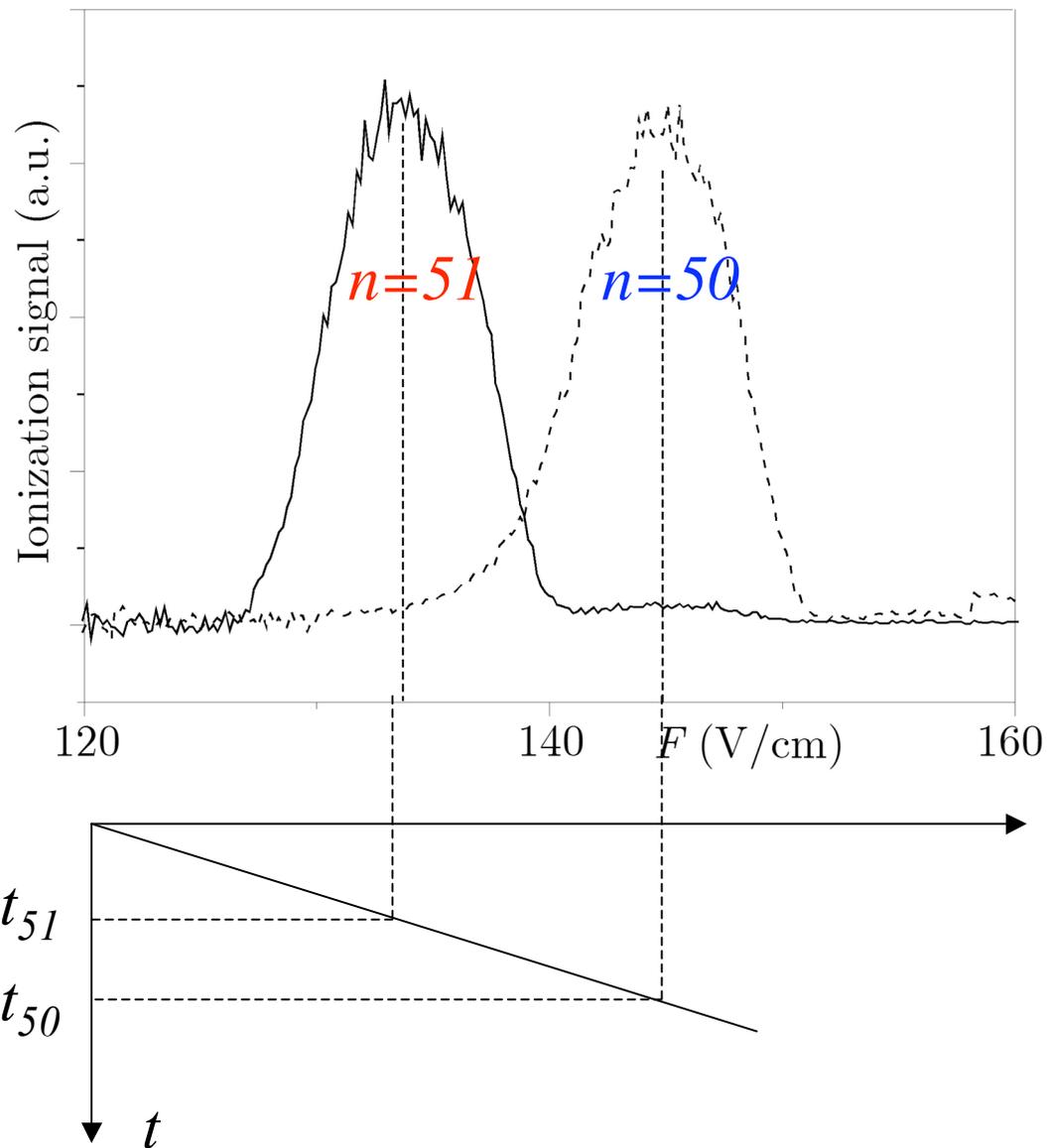
L'équation (4-17) montre qu'à la rupture de la liaison, le rayon de l'orbite est devenu:

$$r_{\perp}^{(max)} = \frac{a_0 n_p^2}{\cos^3 \theta_{max}} = \frac{3^3}{2^{9/2}} a_0 n_p^2 \approx 1,19 a_0 n_p^2 \quad (4-23)$$

et la fréquence de rotation:

$$\omega_{(ionisation)} = \cos^6 \theta_{max} \omega = \frac{2^9}{3^6} \omega \approx 0,7 \omega \quad (4-24)$$

Signal de détection des états de Rydberg circulaires par ionisation sélective



Le réglage du champ ionisant permet de discriminer deux états circulaires adjacents avec une fidélité proche de 100%. L'efficacité globale de détection est > 90%.

Les signaux sont discriminés temporellement (rampe de champ) ou spatialement (condensateur en forme de toit)

Mesure destructive

La préparation pulsée des états circulaires: un processus adiabatique à 53 photons très efficace (pureté ~ 99%)

R.G.Hulet et
D.Kleppner,
Phys.Rev.Lett.
51, 1430 (1983)

Champ de 2,5 V/cm

Etat circulaire
 $n_p=52$

52 F' m=2

π
1.26 μm

5D

σ 776 nm

5P

σ 780 nm

5S

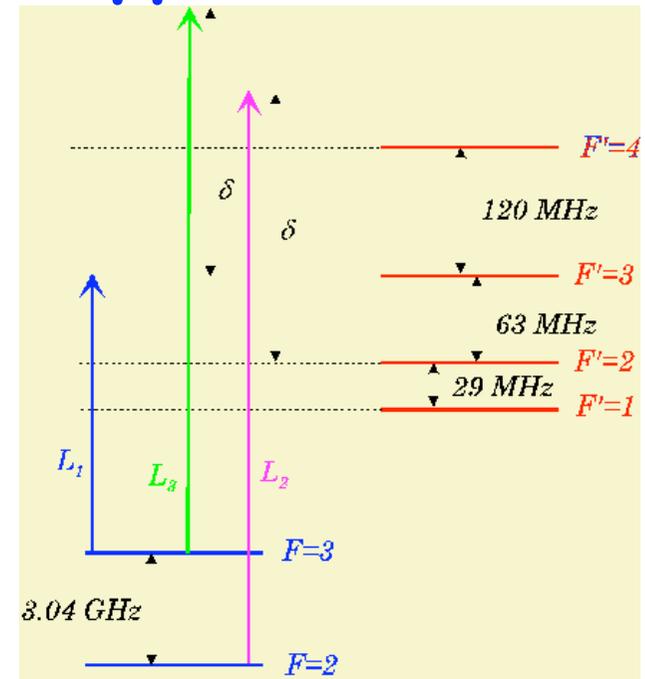
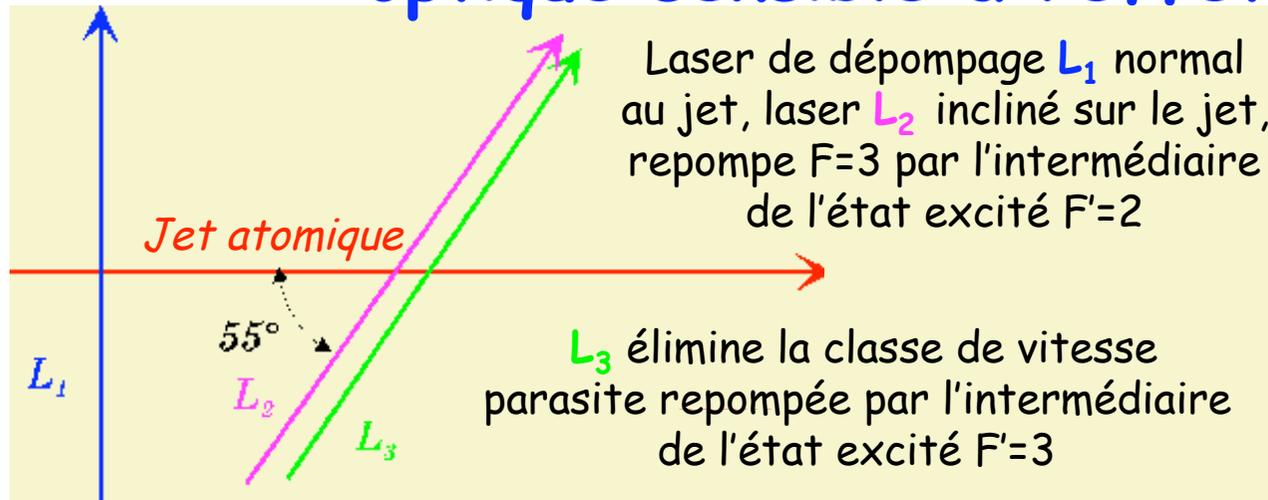
Une excitation laser pulsée en échelon prépare un état de $m=+2$ dans la multiplicité $n_p=52$.

Une impulsion micro-onde finale transfère l'état $n_p=52$ vers le circulaire $n_p=51$

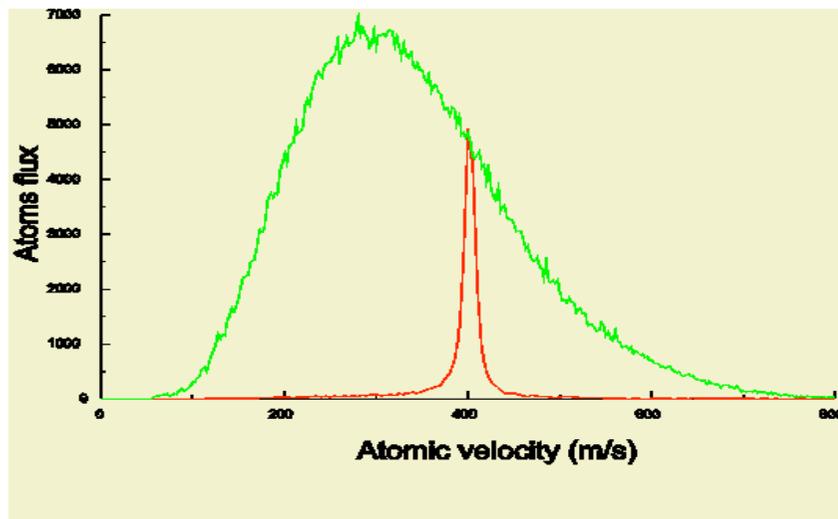
51

Un champ électrique est ensuite branché le long de Oz. Dans ce champ, les états de $|m|$ donné forment une échelle de $n_p - |m|$ niveaux équidistants (effet Stark linéaire). L'ensemble des niveaux forme un triangle dont le sommet correspond aux états circulaires $|m|=n_p-1$. La décroissance linéaire du champ en présence d'une radio-fréquence à 250 MHz induisant les transitions Stark $\Delta m=+1$ fait passer l'atome adiabatiquement vers l'état circulaire de m maximum (flèches bleues). Un petit champ magnétique lève la dégénérescence σ_+/σ_- et empêche les transitions de m décroissant.

Sélection de la vitesse des atomes par pompage optique sensible à l'effet Doppler



Niveaux du Rubidium avec transitions impliquées dans dépompage et repompage sélectif d'une classe de vitesse dans le niveau hyperfin $F=3$. L'état de Rydberg est excité à partir de ce niveau



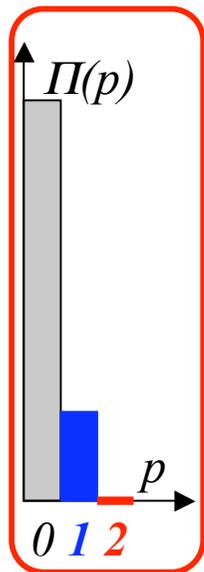
Distribution de vitesse reconstruite par mesure du temps de vol entre zone de préparation et détecteur (excitation pulsée)

En vert, distribution de vitesse avant pompage, en rouge distribution de vitesse des atomes pompés dans $F=3$, avant l'excitation du niveau circulaire

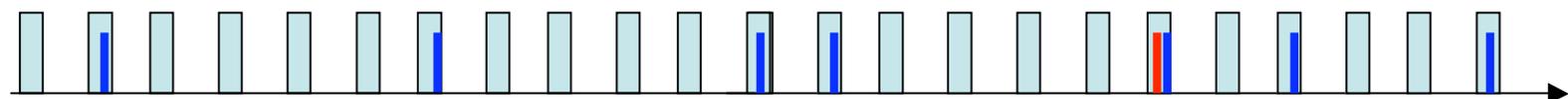
Atomes traversant la cavité un à un: excitation faible et post-sélection du signal

Il est souvent essentiel de n'avoir qu'un atome à la fois dans le mode. On prépare les atomes dans l'état circulaire initial à l'aide d'impulsions de faible intensité, avec une probabilité d'excitation petite devant 1 et on exploite le caractère Poissonnien du processus. La probabilité $\Pi(p)$ de préparer p atomes dans une impulsion est:

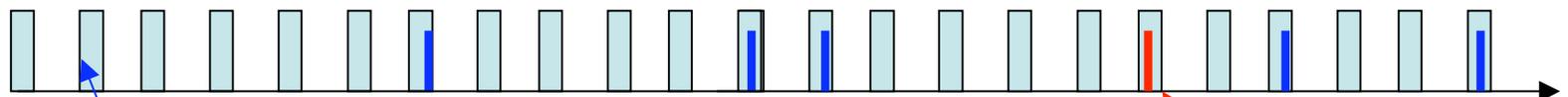
$$\Pi(p) = e^{-\bar{p}} \frac{\bar{p}^p}{p!} \quad ; \quad \bar{p} = \langle p \rangle = \sum_p p \Pi(p) \quad (4-25)$$



où $\langle p \rangle$ est choisi en ajustant l'intensité des lasers. La figure montre $\Pi(p)$ pour $\langle p \rangle = 0.2$. On prépare alors **un atome** dans **20%** des impulsions et **deux atomes** dans **2%**, soit dans **10% des cas où il y a signal**. Une séquence typique...



...peut apparaître ainsi (l'efficacité de détection est $\leq 90\%$):



Atome manqué

Atome manqué: faux signal à un atome → erreur

La détection sélectionne les événements utiles, arrivant à des instants aléatoires, en rejetant les paires. Reste le **bruit dû aux paires vues comme atomes isolés**. Les **expériences de corrélation** demandent des atomes vus dans **2 ou 3 pulses consécutifs** dont la probabilité est beaucoup plus faible, d'où de longs temps d'acquisition.

Couplage de l'atome de Rydberg circulaire au champ de la cavité

La fréquence de Rabi qui décrit le couplage au champ dépend de l'élément de matrice du dipôle atomique (donné, en polarisation circulaire, par (4-8)) et du volume effectif V_c du mode. Spécifions V_c pour la géométrie de notre montage:

$L = k \frac{\lambda}{2}$
 $(k = 9)$
9 ventres du champ entre miroirs
 $w \approx \lambda$
Profil transversal Gaussien

$$V_c = \frac{\pi}{4} w^2 L \approx \frac{k\pi}{8} \lambda^3 \quad (4-26)$$

$$\approx 700 \text{ mm}^3 \quad (\lambda \approx 5.9 \text{ mm}; k = 9)$$

Miroirs toroidaux (2 courbures): modes polarisés linéairement à angle droit non-dégénérés.
L'atome n'est couplé efficacement qu'à un des modes

$$E_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V_c}} = \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\pi\varepsilon_0 w^2 L}} \approx \frac{2}{\lambda^2} \sqrt{\frac{2\hbar c}{k\varepsilon_0}} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ V/m} \quad (4-27)$$

Fréquence de Rabi au centre:

$$\Omega_0 = \left(2\alpha_{sf} / \pi\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{1}{n_p^4} \frac{R}{\hbar} \quad (4-28)$$

$$\langle e | D_x | g \rangle = q_e a_0 n_p^2 / 2 \approx 1250 q_e a_0$$

$$\approx 50 \times 2\pi \text{ kHz} \quad (k = 9; n_p = 50)$$

Lois d'échelle du couplage atome-cavité

Les propriétés radiatives des atomes circulaires en cavité dépendent de n_p (ordre d'interférence atomique) et k (ordre d'interférence du Fabry-Perot). Comparons Ω_0 à Γ_{n_p} et à ω et voyons comment les rapports de ces quantités dépendent de n_p et k .

$$\frac{\Omega_0}{\Gamma_{n_p}} = \frac{3n_p}{4\sqrt{k}} (2 / \pi \alpha_{sf})^{3/2} \quad (4-29)$$

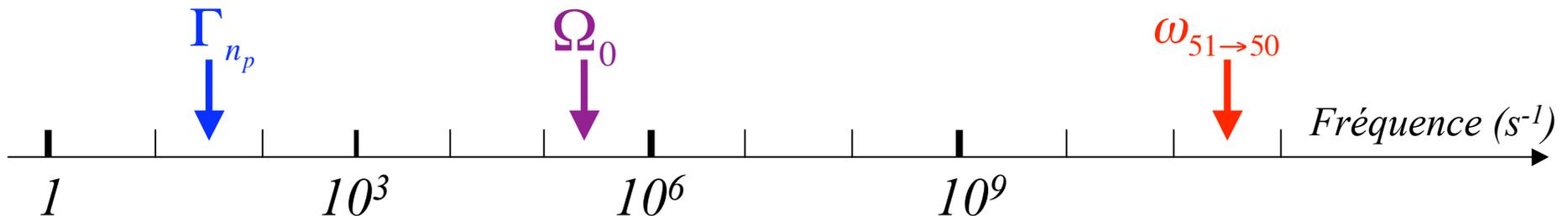
Rapport d'autant plus favorable que n_p est plus grand et que k est plus petit.

$$\frac{\Omega_0}{\Gamma_{n_p}} \approx 10^4 \text{ pour } k = 9 \text{ et } n_p = 50$$

$$Q_{\min} = \frac{\omega_{n_p \rightarrow n_p-1}}{\Omega_0} = n_p \sqrt{k/2} (\pi / \alpha_{sf})^{3/2} \quad (4-30)$$

$$Q_{\min} \approx 10^6 \text{ (} k = 9; n_p = 50 \text{)}$$

Ce rapport croissant aussi avec n_p , est le facteur de qualité Q minimum que doit avoir le mode pour satisfaire la condition de couplage fort $\Omega_0 > \kappa = \omega / Q$



Augmenter n_p fait croître Ω_0 / Γ_{n_p} (effet favorable), mais aussi ω / Ω_0 , ce qui rend nécessaire une cavité de Q croissant. La valeur $n_p = 50$ est un bon compromis.

Récapitulation: contrôle de tous les degrés de liberté atomiques

Le montage permet de contrôler les degrés de liberté de chaque atome:

1. **Son état électronique**: la préparation du niveau circulaire est quasi-pure, et l'atome est protégé des champs parasites qui peuvent mélanger l'état circulaire à des états elliptiques de m inférieur par application d'un champ directeur de l'ordre du V/cm. Ceci exige une cavité C ouverte à miroirs électriquement indépendants. Une enceinte cryogénique protège également les états circulaires des champs thermiques ambiants. Avant qu'il entre dans C , une impulsion micro-onde auxiliaire R_1 peut porter l'atome dans une superposition connue de deux états circulaires e et g .
2. **Sa vitesse et sa loi horaire** le long du jet: la vitesse atomique est sélectionnée par pompage optique. Connaissant l'instant de préparation de chaque atome, on peut en déduire sa position à tout moment.
3. **Sa fréquence de transition dans C** est réglée par effet Stark en appliquant au bon moment un champ statique entre les miroirs. Ce moment est défini par la loi horaire de chaque atome. On peut envoyer successivement soit des atomes résonnants avec la cavité, soit des atomes décalés en fréquence d'une quantité connue.

On détecte par ionisation l'énergie (atome dans e ou g) de chaque atome. En le soumettant à une impulsion auxiliaire R_2 qui mélange les niveaux après la cavité, on peut aussi détecter l'atome dans une superposition linéaire arbitraire de e et g . L'ensemble des impulsions R_1 et R_2 encadrant la cavité réalise un interféromètre de Ramsey (nous décrirons cet interféromètre dans la leçon 5).

Conclusion de la quatrième leçon

Nous avons décrit l'outil atomique qui nous permet de compter un à un les photons d'un champ micro-onde piégé de façon non destructive. Nous avons consacré cette leçon aux atomes, en nous contentant de préciser les propriétés géométriques de la cavité ouverte utilisée dans nos expériences. La qualité des miroirs, tant électromagnétique que mécanique, est un autre élément essentiel de l'expérience. Il s'agit de miroirs supraconducteurs (ce qui est une autre raison des températures cryogéniques). Leur qualité s'est continûment améliorée depuis nos premières études. Nous avons atteint la condition de couplage fort, $Q > Q_{\min} \sim 10^6$ en 1996. Passer cette limite nous a permis de faire de nombreuses expériences d'information quantique et de démonstration de concepts quantiques. Certaines de ces expériences ont été décrites dans les cours antérieurs. La mesure QND répétée de photons est cependant beaucoup plus exigeante, demandant un Q supérieur à 10^{10} . Nous avons atteint ce but en 2006. Nous décrirons la cavité utilisée pour ces mesures QND dans la leçon 5 et préciserons les méthodes qui nous permettent de contrôler les degrés de liberté du champ aussi bien que ceux des atomes.

Références:

S.Haroche et J-M.Raimond, «*Exploring the quantum, atoms cavities and photons* » (chapitre 5) Oxford University Press (2006).

J-M.Raimond, M.Brune et S.Haroche, *Rev.Mod.Phys.* **73**, 565 (2001).