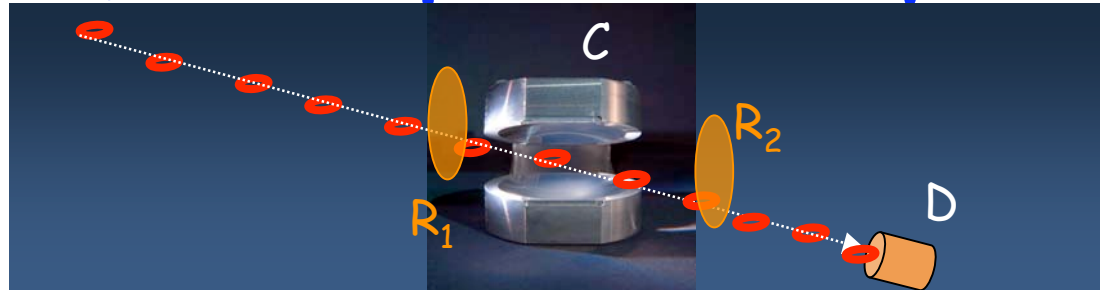


Cours 2007-2008: Cinquième Leçon

25 Février 2008

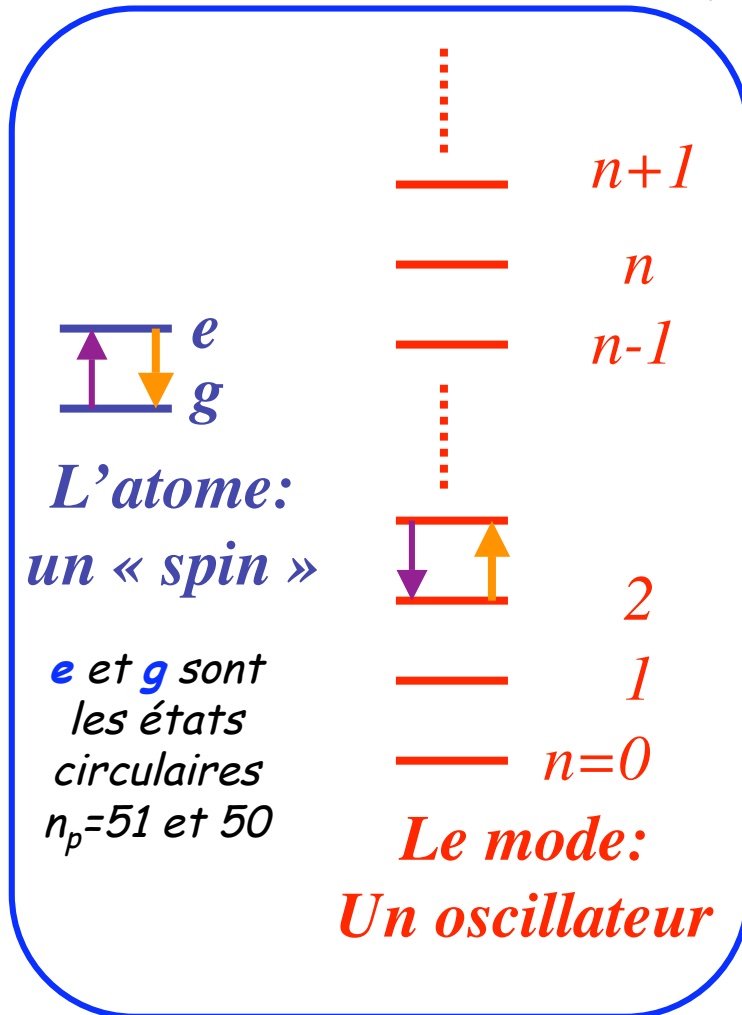
Comptage QND de photons uniques en CQED



Nous décrivons des expériences de CQED micro-onde détectant, sans les détruire, des photons uniques piégés dans une cavité C . Les sondes du champ sont des atomes de Rydberg traversant C un à un. Le champ laisse une empreinte sur la phase d'une superposition d'états atomiques, préparée avant l'entrée des atomes dans C par une 1^{ère} impulsion micro-onde R_1 et analysée, après C , par une 2^{nde} impulsion R_2 . L'ensemble R_1 - R_2 est un interféromètre de Ramsey. Le détecteur D mesure l'état final de l'atome. L'information fournie par chaque atome est binaire, ce qui suffit pour discriminer entre 0 et 1 photon. Le photon n'étant pas détruit, la mesure peut en principe être indéfiniment répétée. Deux expériences sont analysées. La première (1999) exploite une interaction atome-cavité résonnante, la condition QND étant réalisée en ajustant le temps d'interaction pour que l'atome revienne dans son état initial, sans absorber le photon (impulsion Rabi 2π). Elle a été faite dans une cavité amortie en un temps $T_c = 1\text{ms}$, trop court pour de multiples répétitions de la mesure. La seconde expérience (2006) utilise une interaction dispersive non-résonnante et une cavité stockant les photons pendant un temps très long ($T_c = 0,13\text{s}$). Des centaines de mesures indépendantes du même photon ont permis d'observer pour la première fois les sauts quantiques associés à l'annihilation et la création de photons dans les miroirs de la cavité. Avant de décrire ces expériences, nous commençons par des rappels théoriques sur les états du système atome-champ dans la cavité.

Couplage d'un atome à 2 niveaux à un mode du champ: modèle de Jaynes-Cummings

(rappel de cours antérieurs)



Introduisons les opérateurs de création et d'annihilation de photons a^\dagger et a qui satisfont la relation de commutation:

$$[a, a^\dagger] = 1 \quad (5-1)$$

et ceux de l'atome à deux niveaux exprimés en termes de matrice de Pauli:

$$\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g| \quad ; \quad \sigma_+ = (\sigma_x + i\sigma_y)/2 = |e\rangle\langle g|$$

$$\sigma_- = \sigma_+^\dagger = |g\rangle\langle e| \quad (5-2)$$

A l'approximation du «champ tournant», le Hamiltonien du système **atome+mode** se met sous la forme de Jaynes-Cummings:

$$H = \hbar\omega_{at} \frac{\sigma_z}{2} + \hbar\omega_c a^\dagger a - \frac{i\hbar\Omega}{2} [\sigma_+ a - \sigma_- a^\dagger] \quad (5-3)$$

Le 3^{ème} terme, qui décrit le couplage, combine les termes d'«absorption de photon-excitation atomique» ($\sigma_+ a$) et d'«émission de photon-déexcitation atomique» ($\sigma_- a^\dagger$).

Diagonalisation canonique: les niveaux habillés

Les niveaux du système atome-champ en absence d'interaction sont tous (sauf l'état fondamental) groupés en doublets espacés de $\hbar\omega_c$, dont les états sont séparés en énergie de $\hbar\delta$, où δ est le désaccord de fréquence entre la transition atomique et le mode de la cavité:

$$\delta = \omega_{eg} - \omega_c \quad (5-4)$$

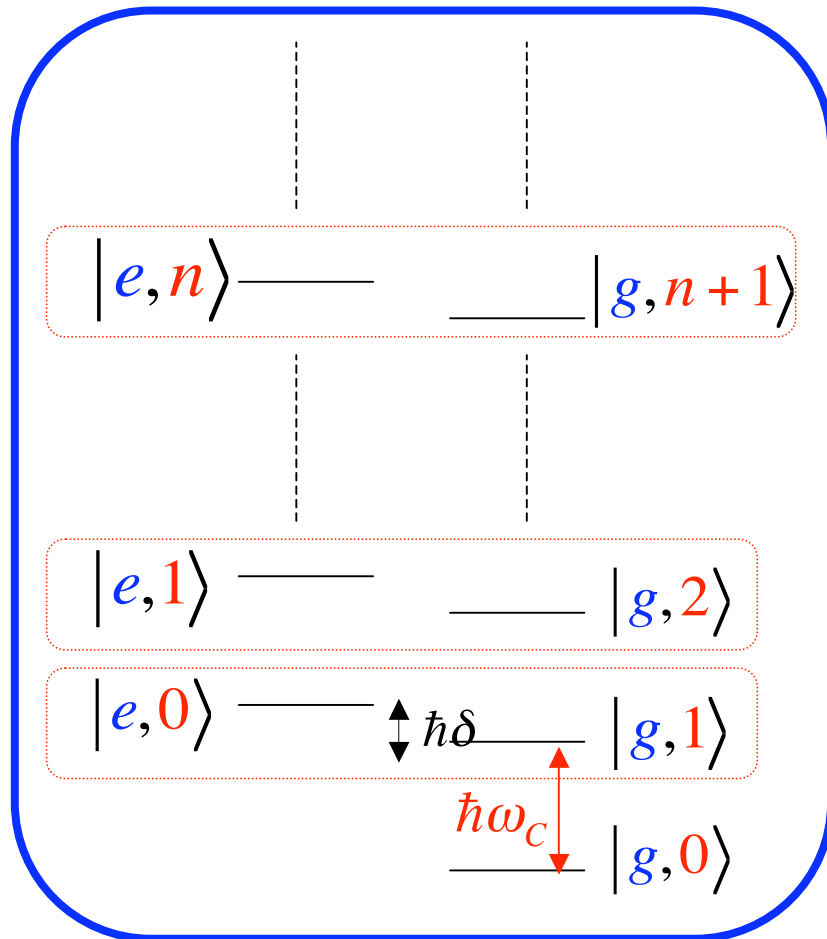
Le couplage atome-champ n'agit qu'à l'intérieur de chaque doublet, l'interaction étant purement non-diagonale dans la base des états non perturbés:

$$\langle e, n | H_{JC} | g, n+1 \rangle = -\frac{i\hbar\Omega\sqrt{n+1}}{2} \quad (5-5)$$

où Ω est la fréquence de Rabi du vide (leçon précédente) qui varie avec la position de l'atome dans le mode. Le hamiltonien atome-cavité est représenté, dans le sous-espace du $(n+1)^{\text{ème}}$ doublet par la matrice 2x2:

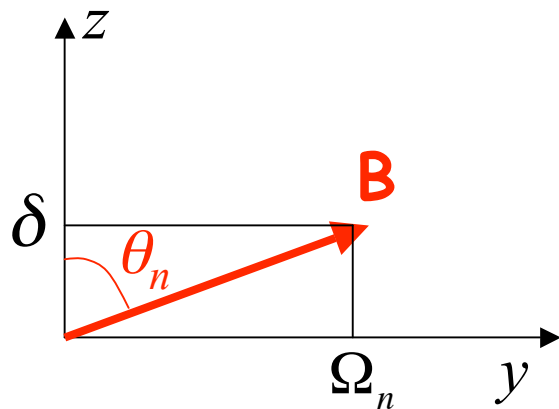
$$H_{JC}^{(n)} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \delta & -i\Omega_n \\ i\Omega_n & -\delta \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} (\delta \sigma_z + \Omega_n \sigma_y)$$

$$\text{avec : } \Omega_n = \Omega\sqrt{n+1} \quad (5-6)$$



Diagonalisation de systèmes à 2 niveaux indépendants → atome habillé

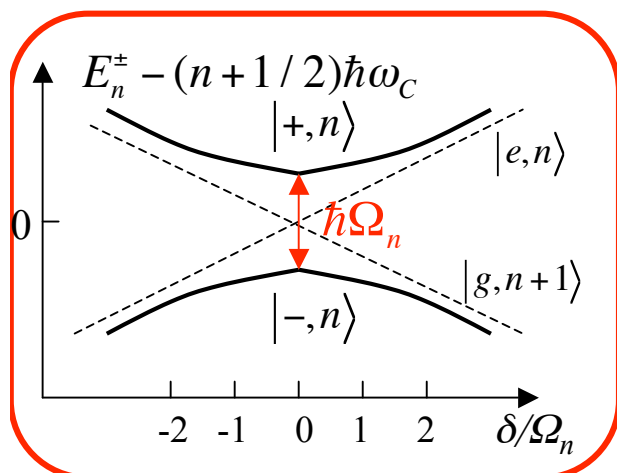
Les niveaux habillés atome-cavité (suite)



La diagonalisation de H_{JC} dans chaque doublet se ramène à celle d'un spin fictif dans un champ magnétique \mathbf{B} de composantes proportionnelles à δ le long de Oz et à Ω_n le long de Oy . On appelle θ_n l'angle entre la direction de ce champ et l'axe Oz :

$$\tan \theta_n = \frac{\Omega_n}{\delta} \quad (0 \leq \theta_n < \pi) \quad (5-7)$$

La diagonalisation transforme les états de base du spin fictif $\{|e,n\rangle, |g,n+1\rangle\}$ par l'opération unitaire correspondant à la rotation qui amène la direction Oz sur celle de \mathbf{B} (rotation d'angle $-\theta_n$ autour de Ox). On en déduit les états propres « habillés » du système atome-cavité (ces états étant définis à une phase près, on multiplie par $-i$ l'état $|-,n\rangle$ pour avoir une expression plus symétrique):



$$|+,n\rangle = e^{i\theta_n \sigma_x / 2} |e,n\rangle = \cos(\theta_n / 2) |e,n\rangle + i \sin(\theta_n / 2) |g,n+1\rangle$$

$$|-,n\rangle = -ie^{i\theta_n \sigma_x / 2} |g,n+1\rangle = \sin(\theta_n / 2) |e,n\rangle - i \cos(\theta_n / 2) |g,n+1\rangle$$

avec les énergies correspondantes: (5-8)

$$E_n^\pm = (n + 1/2) \hbar \omega_c \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_n^2} \quad (5-9)$$

Les états habillés s'anticroisent en $\delta=0$ quand on trace leurs énergies en fonction de δ/Ω_n (voir figure ci-contre où les énergies propres de H_{JC} sont en traits pleins et celles des niveaux en absence d'interaction en pointillés).

Couplage résonnant: oscillation de Rabi

A résonance ($\delta=0 \rightarrow \theta_n=\pi/2$), les états et énergies propres sont:

$$|\pm, n\rangle = (|e, n\rangle \pm i|g, n+1\rangle) / \sqrt{2} \quad (5-10)$$

$$E_n^\pm = (n+1/2)\hbar\omega_C \pm \frac{\hbar\Omega_n}{2} \quad (5-11)$$

Si on prépare à $t=0$ le système dans l'état $|e, n\rangle$, il se met à osciller en fonction du temps entre $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ à la fréquence Ω_n . En décomposant l'état initial sur les états propres $|\pm, n\rangle$, on obtient:

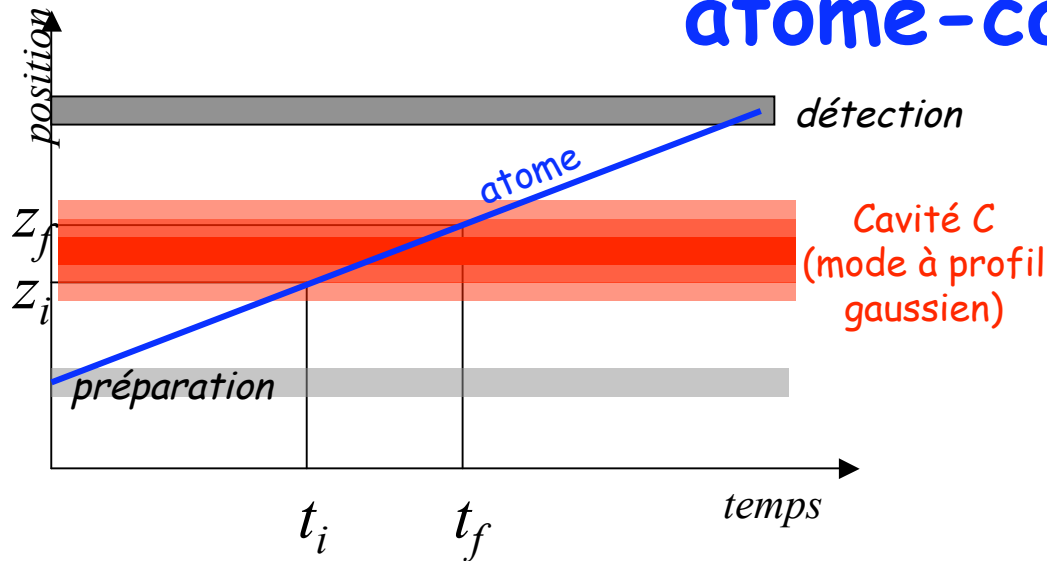
$$\begin{aligned} |\Psi_{e,n}(0)\rangle = |e, n\rangle &= (|+, n\rangle + |-, n\rangle) / \sqrt{2} \quad \longrightarrow \quad |\Psi_{e,n}(t)\rangle = (e^{-i\Omega_n t/2} |+, n\rangle + e^{i\Omega_n t/2} |-, n\rangle) / \sqrt{2} \\ &= \cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) |e, n\rangle + \sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) |g, n+1\rangle \end{aligned} \quad (5-12)$$

De même, l'état $|\Psi_{g,n+1}(0)\rangle = |g, n+1\rangle$ évolue à l'instant t suivant:

$$|\Psi_{g,n+1}(t)\rangle = -\sin\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) |e, n\rangle + \cos\left(\frac{\Omega_n t}{2}\right) |g, n+1\rangle \quad (5-13)$$

Les éqs. (5-12) et (5-13) décrivent l'oscillation de Rabi du système à deux niveaux. Notons que l'oscillation peut se produire à partir de $|e, 0\rangle$ ($n=0$ dans eq.(5-12)) et correspond alors à l'émission spontanée oscillante d'un atome excité dans la cavité vide (« *vacuum Rabi oscillation* »). Par contre, l'état $|g, 0\rangle$, non couplé, reste stable.

Contrôle du temps d'interaction résonnante atome-cavité



La loi horaire de chaque atome étant connue, on peut le mettre à résonance avec la cavité C entre deux instants \$t_i\$ et \$t_f\$ correspondant à deux positions \$z_i\$ et \$z_f\$ en appliquant un champ électrique produisant un effet Stark approprié (voir Leçon 4). A l'extérieur de cet intervalle, le désaccord de fréquence (de l'ordre

de 1 MHz) est assez grand pour que le champ de C n'ait aucun effet sur l'évolution atomique. L'angle de Rabi \$\Phi_n\$ accumulé entre \$t_i\$ et \$t_f\$ avec \$n\$ photons s'écrit:

$$\Phi_n = \Omega_0 \sqrt{n+1} \int_{z_i}^{z_f} e^{-z^2/w^2} \frac{dz}{v} \quad \Omega_0/2\pi : \text{fréquence de Rabi du vide au centre de la cavité (50kHz)} \quad (5-14)$$

Tout se passe comme si l'atome interagissait au centre de C pendant le temps effectif:

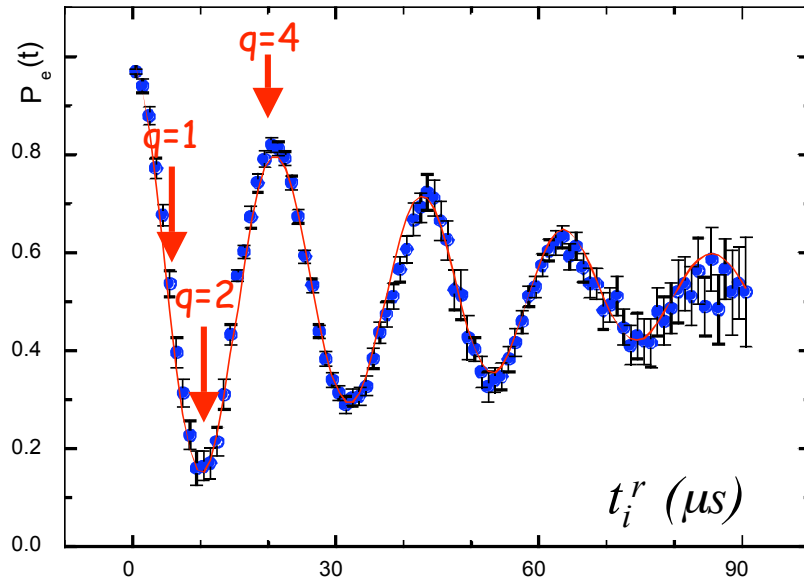
$$t_i^r = \int_{z_i}^{z_f} e^{-z^2/w^2} \frac{dz}{v} \quad (5-15)$$

Si on laisse l'atome résonnant pendant tout le temps de traversée de C on a:

$$t_i^r = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-z^2/w^2} \frac{dz}{v} = \sqrt{\pi} \frac{w}{v} \quad (5-16)$$

Impulsions de Rabi spéciales à 0 ou 1 photon

On suppose que la cavité contient 0 ou 1 photon. En partant de $|e,0\rangle$, l'état du système devient (oscillation de Rabi du vide):



$$|\Psi_{e,0}(t_i^r)\rangle = \cos\left(\frac{\Omega_0 t_i^r}{2}\right) |e,0\rangle + \sin\left(\frac{\Omega_0 t_i^r}{2}\right) |g,1\rangle \quad (5-17)$$

alors qu'en partant de $|g,1\rangle$, on obtient:

$$|\Psi_{g,1}(t_i^r)\rangle = -\sin\left(\frac{\Omega_0 t_i^r}{2}\right) |e,0\rangle + \cos\left(\frac{\Omega_0 t_i^r}{2}\right) |g,1\rangle \quad (5-18)$$

et en partant de $|g,0\rangle$:

$$|\Psi_{g,0}(t_i^r)\rangle = |g,0\rangle \quad (5-19)$$

Ajustons le temps effectif de couplage pour avoir $\Omega_0 t_i^r = q\pi/2$ ($q=1,2$ ou 4). On réalise ainsi 3 transformations utiles pour l'information quantique (voir cours précédents):

$$\Omega_0 t_i^r = \pi/2:$$

Intrication maximale
atome-photon

$$|e,0\rangle \rightarrow (|e,0\rangle + |g,1\rangle) / \sqrt{2} \quad (5-20)$$

$$\Omega_0 t_i^r = \pi:$$

Copie d'état atome \rightarrow champ
ou vice-versa

$$|e,0\rangle \rightarrow |g,1\rangle$$

$$(c_e |e\rangle + c_g |g\rangle) \otimes |0\rangle \rightarrow |g\rangle \otimes (c_e |1\rangle + c_g |0\rangle) \quad (5-21)$$

$$\Omega_0 t_i^r = 2\pi:$$

Déphasage conditionnel

$$|e,0\rangle \rightarrow -|e,0\rangle$$

$$|g,1\rangle \rightarrow -|g,1\rangle$$

$$|g,0\rangle \rightarrow |g,0\rangle$$

(5-22)

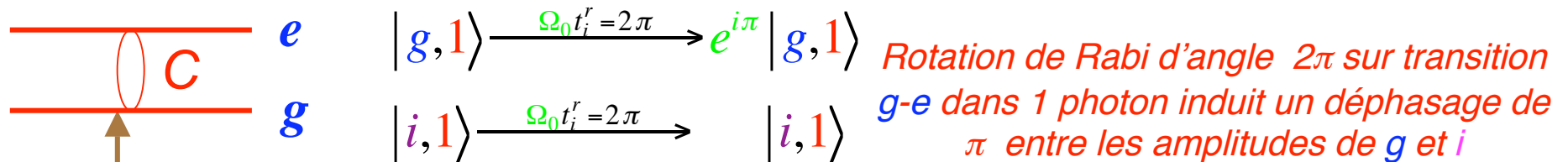
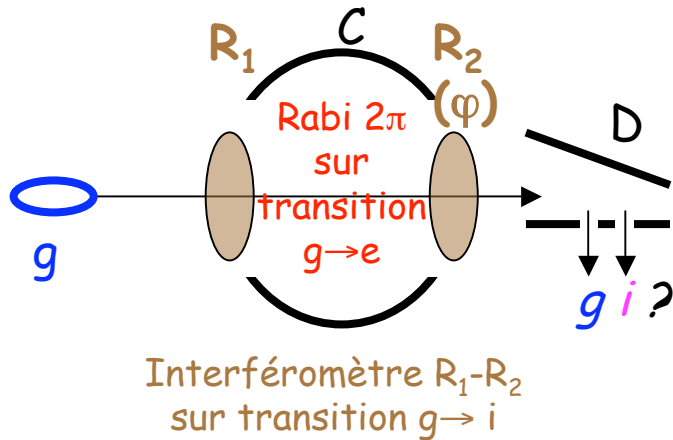
Comptage QND de 0 ou 1 photon par couplage résonnant (Nogues et al, Nature 400, 239 (1999))

La cavité contient soit 0 soit 1 photon. La mesure utilise 3 états de Rydberg circulaires $n_p=51$ (e), $n_p=50$ (g), et $n_p=49$ (i).

C est résonnante sur la transition $e-g$ (51-50).

Deux zones auxiliaires R_1 et R_2 sont utilisées pour appliquer des impulsions micro-onde classiques à chaque atome avant et après la traversée de C (interféromètre de Ramsey).

R_1 et R_2 sont résonnants sur la transition $g-i$ (50-49)

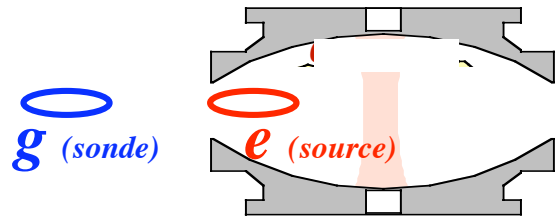


$$\begin{aligned} (|i\rangle + |g\rangle)|1\rangle &\rightarrow (|i\rangle + e^{i\pi}|g\rangle)|1\rangle \\ (|i\rangle + |g\rangle)|0\rangle &\rightarrow (|i\rangle + |g\rangle)|0\rangle \end{aligned}$$

Renversement des franges $g-i$ lorsque le nombre de photons dans C passe de 0 à 1

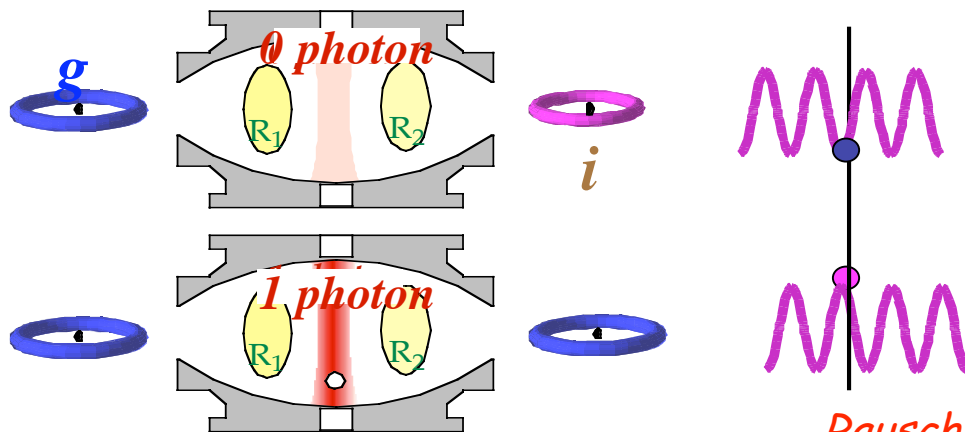
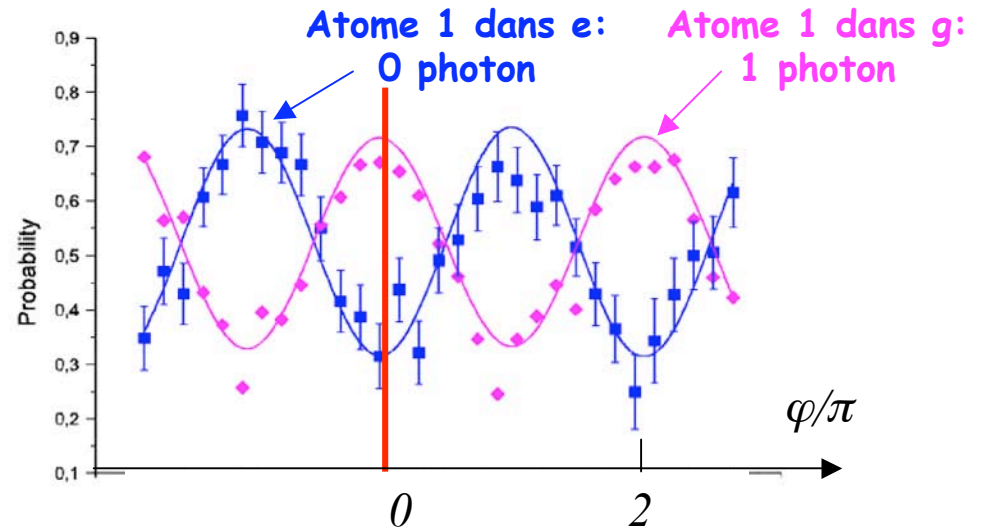
e est excité de façon transitoire, sans absorption finale du photon: QND à 1 photon

Franges de Ramsey conditionnées à la présence d'un photon dans C



Expérience avec 1^{er} atome source qui émet 1 photon avec probabilité 0.5 (impulsion Rabi $\pi/2$ sur transition e-g; pas d'impulsions de Ramsey pour cet atome) et 2nd atome sonde QND qui subit l'interférence Ramsey sur transition g-i et une impulsion de Rabi 2π sur la transition g-e)

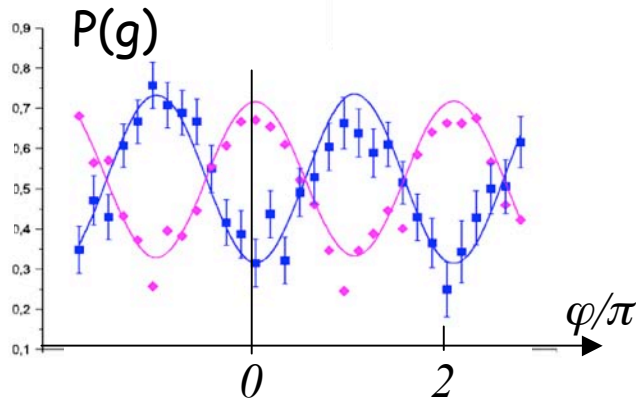
Probabilité en fonction de la phase φ de l'interféromètre de trouver le 2nd atome dans g conditionnée à l'état final du 1^{er}.



Dans un dispositif parfait, avec choix de phase $\varphi = 0$, l'atome est détecté dans *i* si $n = 0$, dans *g* si $n = 1$: porte quantique avec *photon* comme qubit contrôle et *atome* comme qubit cible

Rauschenbeutel et al, Phys.Rev.Lett. 83, 5166 (1999)

Nombre de photon conditionné à l'état détecté de l'atome-mètre



Le signal de Ramsey sur la transition $g \rightarrow i$ donne en fonction de φ les probabilités de trouver l'atome dans g ou i s'il y a 1 ou 0 photon dans C :

$$P_{(g|1)}(\varphi) = (1 + B \cos \varphi) / 2 \quad ; \quad P_{(g|0)}(\varphi) = (1 - B \cos \varphi) / 2$$

$$P_{(i|1)}(\varphi) = (1 - B \cos \varphi) / 2 \quad ; \quad P_{(i|0)}(\varphi) = (1 + B \cos \varphi) / 2$$

(5 - 23)

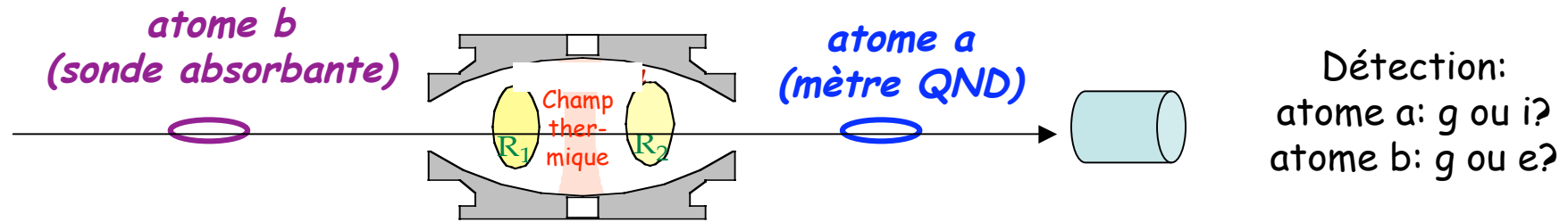
où $B = 0,6$ est le contraste expérimental des franges observées (idéalement $B=1$).

Ayant ainsi calibré l'interféromètre, utilisons un atome subissant une impulsion de Rabi d'angle 2π résonnante sur la transition $g \rightarrow e$ pour détecter de façon QND un champ thermique contenant 0 ou 1 photon. Les probabilités d'avoir 0 et 1 photon dans le champ sont $p(0) \sim 0.77$, $p(1) \sim 0.18$ et $p(n)$ avec $n > 1$ négligeable. La formule de Bayes nous permet d'inverser les probabilités conditionnelles $P_{(g|1)}(\varphi)$ et $P_{(i|1)}(\varphi)$ pour obtenir les probabilités $P_{(1|g)}(\varphi)$ et $P_{(1|i)}(\varphi)$ d'avoir 1 photon dans C **après** lecture de l'atome dans g ou i :

$$P_{(1|g)}(\varphi) = \frac{P_{(g|1)}(\varphi) p(1)}{P_{(g|1)}(\varphi) p(1) + P_{(g|0)}(\varphi) p(0)} = \frac{1}{1 + \frac{1 - B \cos \varphi}{1 + B \cos \varphi} \frac{p(0)}{p(1)}} \quad ; \quad P_{(1|i)}(\varphi) = \frac{1}{1 + \frac{1 + B \cos(\varphi)}{1 - B \cos(\varphi)} \frac{p(0)}{p(1)}}$$

(5 - 24)

Comptage QND de 0 ou 1 photon



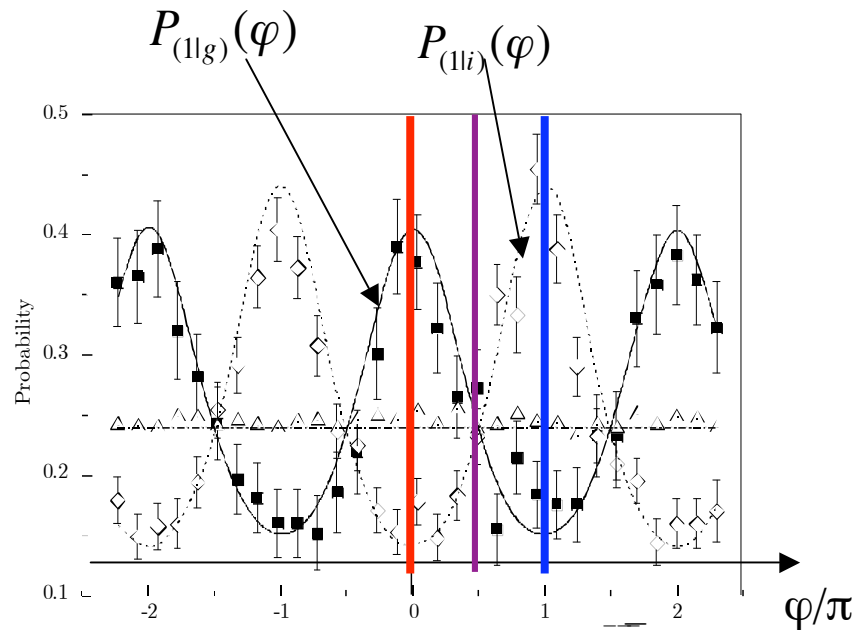
Pour tester les eqs (5-24), on réalise l'expérience schématisée ci-dessus. Un atome **a** («*mètre QND*»), préparé dans g , traverse C contenant le champ thermique (0 ou 1 photon). Il subit une impulsion Rabi 2π sur la transition $g \rightarrow e$, les impulsions Ramsey $g \rightarrow i$ dans R_1 et R_2 et est finalement détecté (g ou i). Un atome **b**, préparé dans g traverse ensuite C et sonde le champ laissé par l'atome **a**. R_1 et R_2 sont désactivés pour l'atome **b** qui subit une impulsion Rabi π sur la transition $g \rightarrow e$. S'il y a un photon dans C , il l'absorbe et sort dans $|e\rangle$. Il sort par contre dans $|g\rangle$ si C est vide.

On recommence la séquence un grand nombre de fois pour chaque valeur de la phase φ de l'interféromètre de Ramsey. On reconstruit ainsi les probabilités conditionnelles $P_{(b:e|a:g)}(\varphi)$ et $P_{(b:e|a:i)}(\varphi)$ de trouver l'atome **b** dans e après avoir détecté l'atome **a** dans g ou dans i , en fonction de φ . On a (en supposant les impulsions de Rabi idéales):

$$P_{(b:e|a:g)}(\varphi) = P_{(1|g)}(\varphi) \quad ; \quad P_{(b:e|a:i)}(\varphi) = P_{(1|i)}(\varphi) \quad (5-25)$$

où $P_{(1|g)}(\varphi)$ et $P_{(1|i)}(\varphi)$ sont donnés par (5-24). Cette expérience de corrélation à deux atomes permet ainsi de reconstruire les probabilités conditionnelles de trouver 1 photon dans C *après* avoir détecté l'atome QND dans g ou i .

Analyse du comptage QND de 0 ou 1 photon



Variations des probabilités conditionnelles $P_{(1|g)}$ et $P_{(1|i)}$ en fonction de φ :

Carrés et losanges: points expérimentaux. Courbes théoriques calculées à partir des eqs. (5-24). On a également effectué une expérience de contrôle sans envoyer l'atome a (triangles). La probabilité P_e de détecter l'atome b dans e est alors indépendante de φ , égale à la probabilité $p(1)$ de trouver un photon dans le champ (on trouve 0.24 au lieu de 0.18 à cause de diverses imperfections).

Phase $\varphi=0$: On a $P_{(1|g)} > p(1)$. La probabilité de trouver un photon après que l'atome a l'ait mesuré est plus grande que la probabilité *a priori* $p(1)$, preuve que la mesure est QND. Dans le cas idéal ($B=1$ dans (5-24)) on aurait $P_{(1|g)}=1$. La valeur réduite (0.45) est due aux imperfections. Si l'atome a est trouvé dans i (il détecte alors 0 photon), on a par contre $P_{(1|i)} < p(1)$ (on aurait $P_{(1|i)} = 0$ pour un appareil parfait).

Phase $\varphi = \pi$: Les conclusions sont inversées. C'est alors l'état i de l'atome a qui indique 1 photon et l'état g, 0 photon.

Phase $\varphi = \pi/2$: les courbes se croisent avec $P_{(1|g)} = P_{(1|i)} = p(1)$. Quel que soit l'état de l'atome a (g ou i), on trouve 1 photon avec la même probabilité que si on n'avait pas fait de mesure avec le premier atome. Avec ce choix de phase, la détection de l'atome a n'apporte aucune information sur l'état du champ.

Limitations de la mesure QND résonnante

L'expérience décrite plus haut a été la première mesure QND du champ à atteindre la résolution du photon. Elle présente cependant plusieurs limitations:

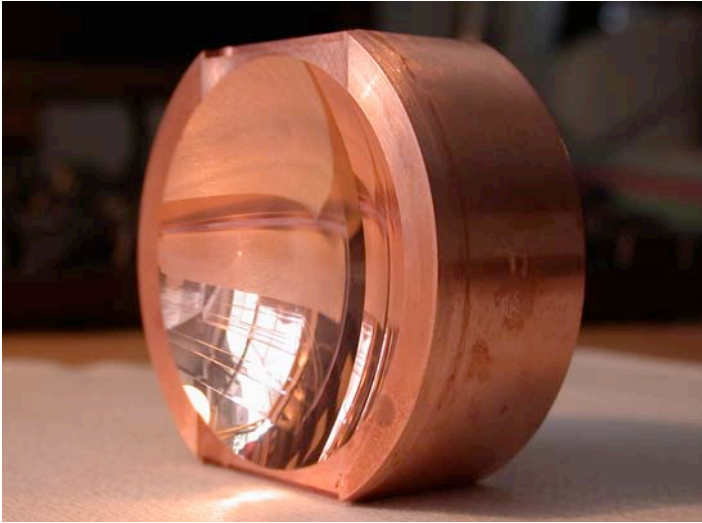
La méthode QND par impulsion de Rabi d'angle 2π ne marche que pour compter 0 ou 1 photon. S'il y a n photons dans C avec $n > 1$, l'angle de Rabi est, pour le même temps d'interaction, égal à $2\pi\sqrt{n}$. L'atome, initialement dans g a alors la probabilité $\cos^2(\pi\sqrt{n}) < 1$ de rester dans cet état après l'impulsion de Rabi et le nombre de photons peut changer pendant la mesure. Elle n'est donc plus QND.

Une autre limitation de l'expérience (réalisée en 1999) était due au relativement court temps d'amortissement de la cavité (~ 1 ms). Il était impossible d'effectuer plus de 2 ou 3 mesures avant que le champ ne soit amorti de façon importante.

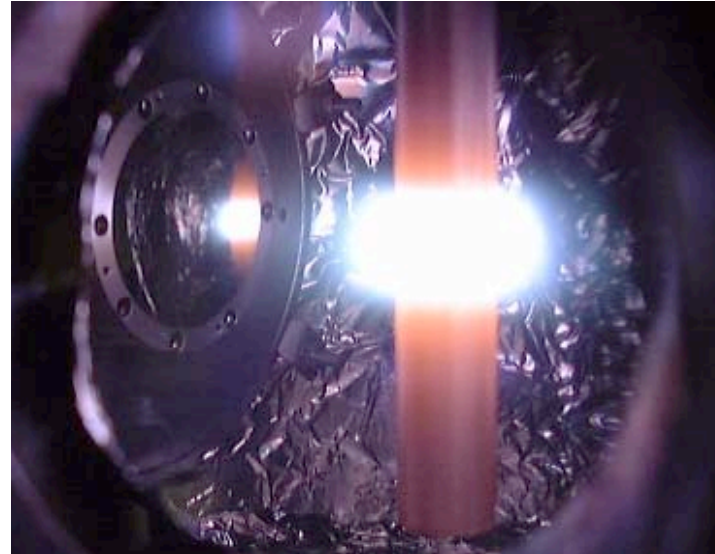
Même avec une excellente cavité et en se limitant à de petits champs avec 0 ou 1 photon, la méthode résonnante n'est pas idéale pour des mesures répétées. La première période du signal d'oscillation de Rabi a un contraste limité à $\sim 0,9$, sans doute améliorable, mais impossible à rendre égal à l'unité. L'atome qui effectue la mesure QND a donc une probabilité non négligeable d'absorber le champ. Au bout de quelques répétitions de la mesure un photon se trouve ainsi certainement détruit.

Pour résoudre tous ces problèmes, nous avons adopté une méthode non-résonnante de mesure et mis au point une cavité avec un temps d'amortissement cent fois plus long.

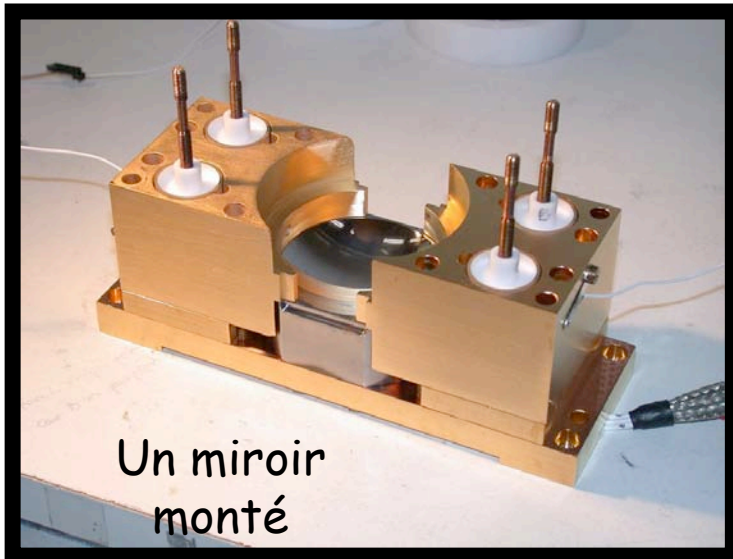
Une cavité de très grande surtension Q



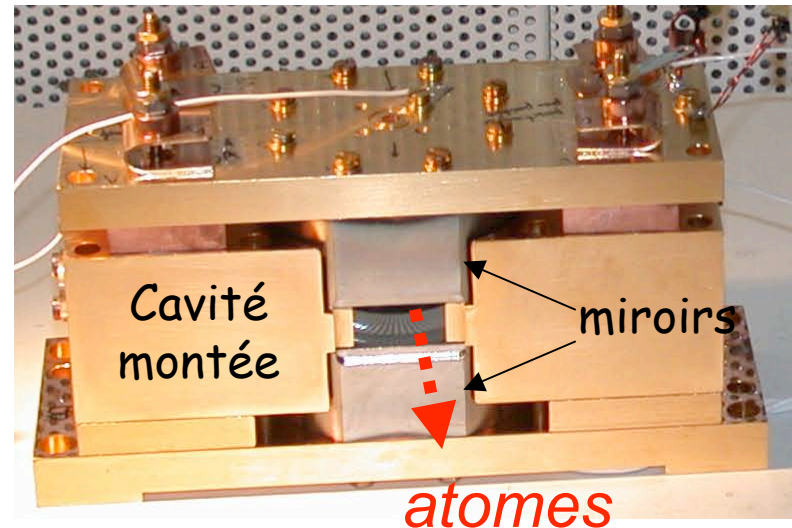
Miroirs de Cuivre usinés avec précision (rugosité < 10nm)



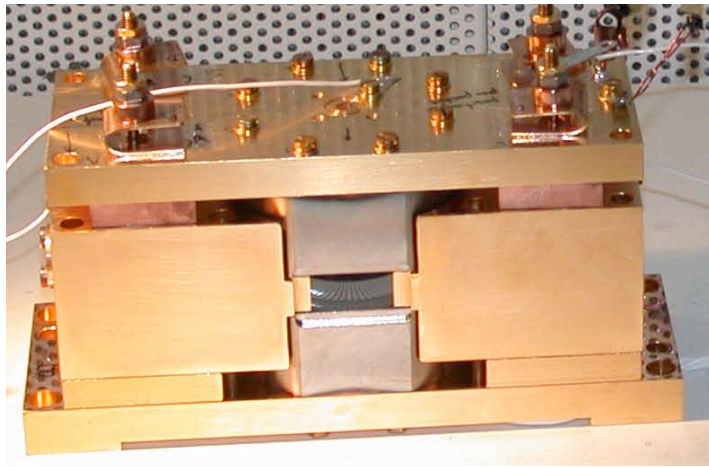
Couche de 12 μm de Niobium (P.Bosland et al in Saclay)



Un miroir monté



Une cavité Fabry-Perot exceptionnelle



Le champ s'amortit en 130 ms à 0.8K

$$T_c = 0.130 \text{ s} \quad Q = \omega T_c = 4.2 \cdot 10^{10}$$

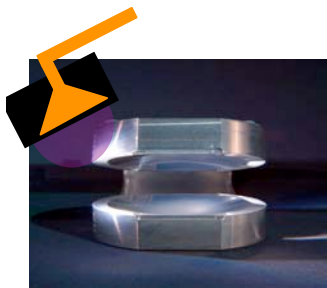
La durée de vie des photons est limitée en partie par la diffusion sur les miroirs (défauts de surface résiduels), en partie par l'absorption résiduelle de la couche supraconductrice.

Un photon rebondit en moyenne 1.3 milliards de fois sur les miroirs avant de disparaître! Ce sont les meilleurs miroirs jamais réalisés.

La lumière se propage entre les miroirs sur une distance équivalente à la circonférence terrestre pendant le temps d'amortissement de C .

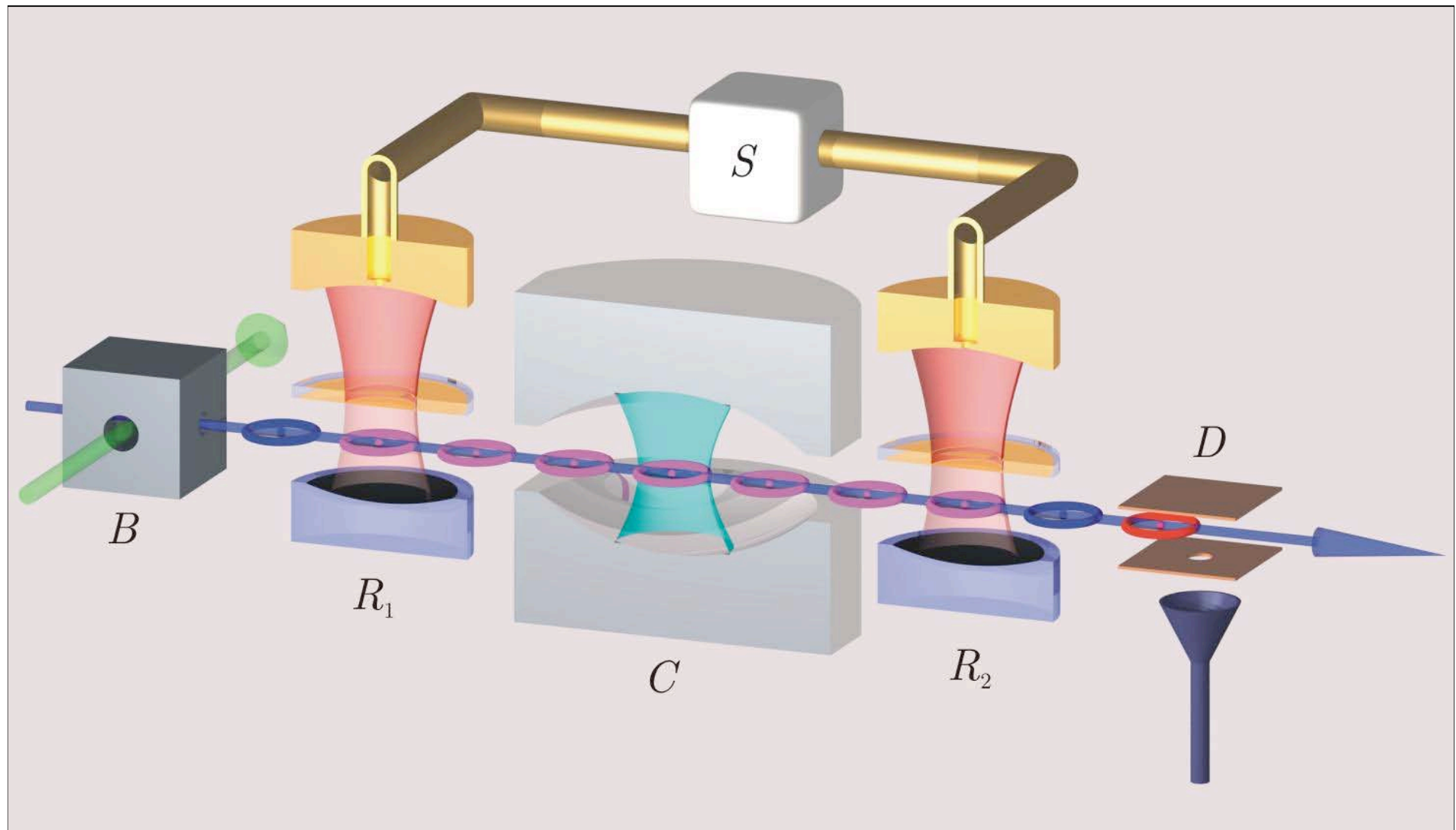
Comment exciter cette cavité et mesurer la durée de vie du champ?

Les miroirs n'ont pas de trous. On doit exciter C «latéralement» par une impulsion micro-onde courte. Des photons sont capturés par diffraction sur les bords des miroirs. Le champ non piégé décroît quasi-instantanément alors que le rayonnement captif dans le mode survit 0.13 s en moyenne. Des atomes résonnants sont envoyés dans C après un délai variable et mesurent par absorption le champ restant en fonction du temps (Kuhr et al, App. Phys. Lett. 90, 164101 (2007)).



Une vue schématique de l'expérience

S.Gleyzes, S.Kuhr, C.Guerlin, J.Bernu, S.Dléglise, U.Busk Hoff, M.Brune, J-M.Raimond & S.Haroche, Nature, 446, 297 (2007)



...après la vue d'artiste, l'appareil réel construit avec 2 cavités et 3 zones de Ramsey

Atomes



Cavité

R₁

C₁

R₂

Cavité

C₂

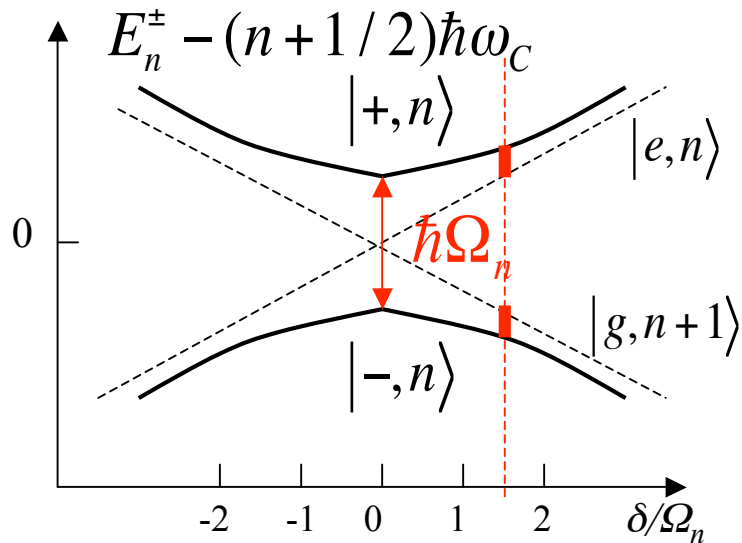
R₃

Cette partie du montage (C₂ et R₃) n'est pas encore utilisée dans l'expérience (voir septième leçon)

Cœur froid (base d'un cryostat à hélium):
boîte de 40 cm de côté
40 kg de cuivre doré et de Niobium
Température: 0.8 K
temps de refroidissement: 24 heures
Au-dessous de 2K pendant 18 mois!

Couplage non-résonnant atome-cavité

En couplage non-résonnant ($|\delta| \gg \Omega_n$), les états et les énergies propres du système atome-cavité peuvent s'exprimer à partir des éqs (5-8) et (5-9) par des développements perturbatifs (exprimés ici pour $\delta > 0$):



$$|+,n\rangle = |e,n\rangle + \frac{\Omega_n}{2\delta}|g,n+1\rangle + o(\Omega_n^2/\delta^2)$$

$$|-,n\rangle = -i|g,n+1\rangle + \frac{\Omega_n}{2\delta}|e,n\rangle + o(\Omega_n^2/\delta^2)$$

(5-26)

$$E_n^\pm - (n+1/2)\hbar\omega_C = \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\delta^2 + \Omega_n^2}$$

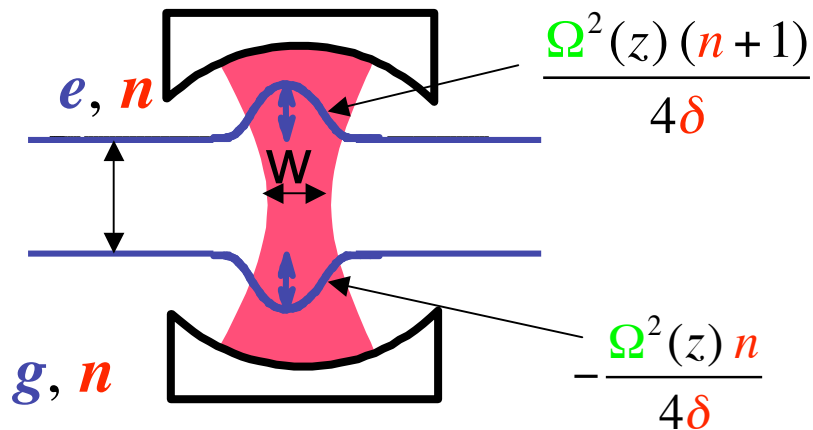
$$= \pm \hbar \frac{\delta}{2} \pm \hbar \frac{\Omega_n^2}{4\delta} + o(\Omega_n^3/\delta^2) \quad (5-27)$$

Pour un atome au centre de la cavité, les énergies des états non-couplés $|e,n\rangle$ et $|g,n\rangle$ subissent, à l'ordre le plus bas en n , les déplacements:

$$\Delta_{en} = \hbar(n+1)s_0 \quad ; \quad \Delta_{g,n} = -\hbar n s_0 \quad \text{avec} \quad s_0 = \frac{\Omega_0^2}{4\delta} \quad (5-28)$$

Les déplacements en sens opposés des états $|e,n\rangle$ et $|g,n+1\rangle$ sont indiqués par les **traits verticaux gras** sur la figure. Ces déplacements sont **linéaires en n** . La quantité s_0 représente un **déplacement de fréquence par photon**.

Light shift et Lamb shift



Lorsque l'atome traverse C le long de Oz, les énergies des états $|e, n\rangle$ et $|g, n\rangle$ varient suivant une gaussienne reflétant la dépendance du carré du couplage en fonction de la position atomique. La phase accumulée par la cohérence atomique après la traversée de C s'écrit:

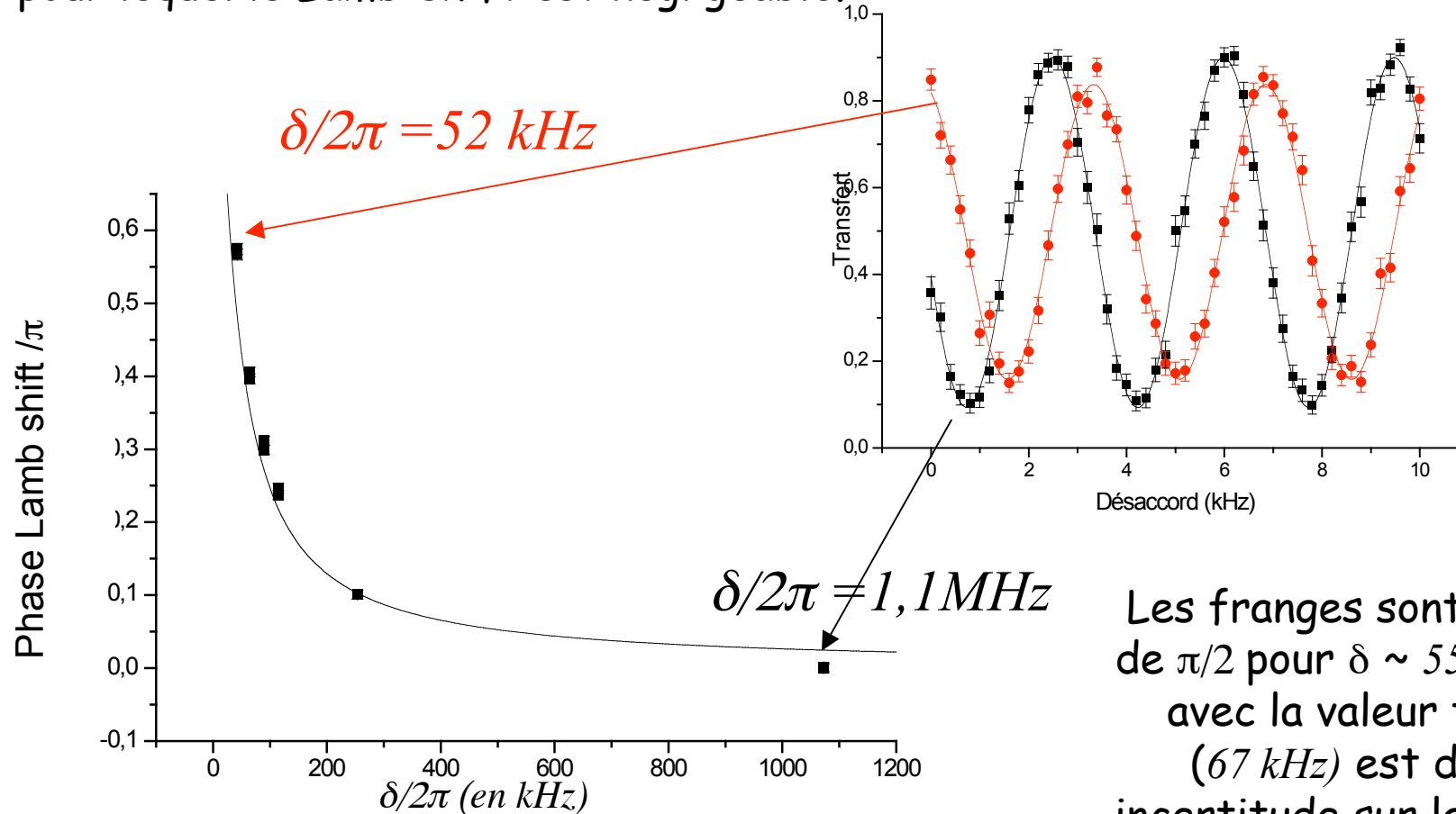
$$\Delta\Phi_{eg} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega^2(z)}{2\delta} \frac{dz}{v} = 2 \left(n + \frac{1}{2}\right) s_0 t_i^d \quad (5-29) \quad \text{avec} \quad t_i^d = \int e^{-2z^2/w^2} \frac{dz}{v} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{w}{v} \quad (5-30)$$

Le temps effectif d'interaction t_i^d pour ce processus dispersif est $\sqrt{2}$ plus court que celui, t_i^r , du processus résonnant (comparer (5-30) et (5-16)). Le terme linéaire en n dans (5-29) est le déplacement lumineux ou «light shift». C'est l'effet de ce déplacement que nous exploiterons pour le comptage QND de photons. Le terme indépendant de n dans (5-29) est le Lamb shift induit par les fluctuations du vide du mode sur la cohérence atomique. Il est égal au «light shift induit par 1/2 photon».

Avec $v = 250\text{m/s}$, le temps d'interaction est $t_i^d = 3.10^{-5}\text{s}$. La formule (5-29) donne alors un déphasage par photon égal à π pour $\delta/2\pi = 75\text{kHz}$. Le calcul exact, tenant compte des termes d'ordre supérieur en Ω/δ , montre que la différence des déphasages induits par 1 et 0 photon est égale à π pour $\delta/2\pi = 67\text{kHz}$. Le calcul perturbatif est ainsi, pour $n = 0$ ou 1, une assez bonne approximation, même lorsque $\delta \sim \Omega$.

Mesure du Lamb shift

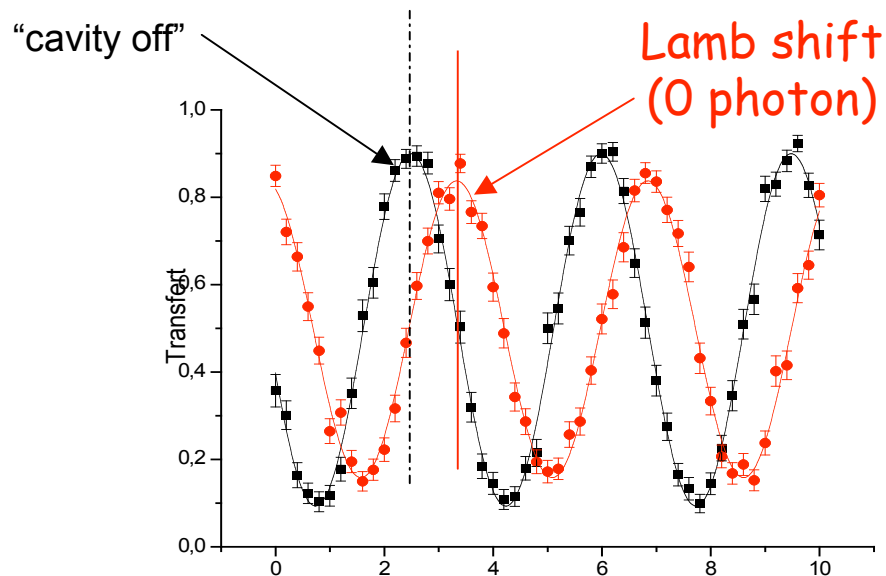
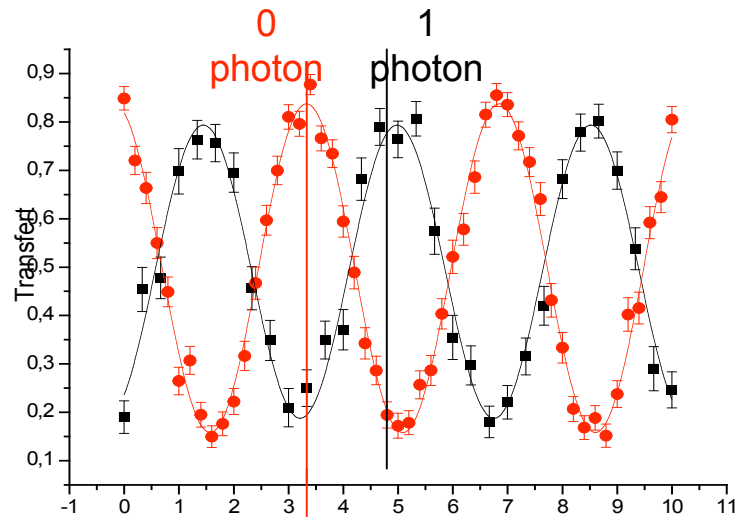
Pour mesurer le Lamb shift, on enregistre les franges de Ramsey de l'atome sur la transition $e \rightarrow g$ *lorsque C est vide*, le désaccord $\delta/2\pi$ étant fixé à plusieurs valeurs différentes (on utilise l'effet Stark pour faire varier δ). On prend comme origine de phase pour les franges celle qui correspond à un grand désaccord ($\delta/2\pi = 1,1 \text{ MHz}$), pour lequel le Lamb-shift est négligeable.



Phase des franges (cavité vide) en fonction de δ

Les franges sont déphasées de $\pi/2$ pour $\delta \sim 55 \text{ kHz}$. L'écart avec la valeur théorique (67 kHz) est due à une incertitude sur la position de la résonance (effets Stark et Zeeman résiduels).

Calibration de l'interféromètre de Ramsey: vérification du déphasage de π par photon



On règle δ pour que les franges de C vide soient décalées de $\pi/2$ par rapport à leur position pour un grand δ (« cavité off »). On injecte ensuite un photon dans C grâce à un atome résonnant initialement dans e (impulsion Rabi d'angle π , pas d'impulsions Ramsey pour cet atome). On enregistre à l'aide d'un second atome non-résonnant les franges dans le champ du photon laissé par le premier atome et on constate qu'elles sont bien en opposition de phase avec celles obtenues quand C est vide.

L'expérience permet de calibrer

l'interféromètre de Ramsey pour la mesure QND et montre que le Lamb shift équivaut à un light shift induit par $1/2$ photon.

Franges analogues à celles de l'expérience résonnante avec meilleur contraste ($B=0.8$). Une différence importante: 2 états e et g seulement et non plus 3.

Remarque: un déphasage de π par photon informe sur la parité de n , ce qui revient à mesurer n seulement si $p(n) = 0$ pour $n > 1$.

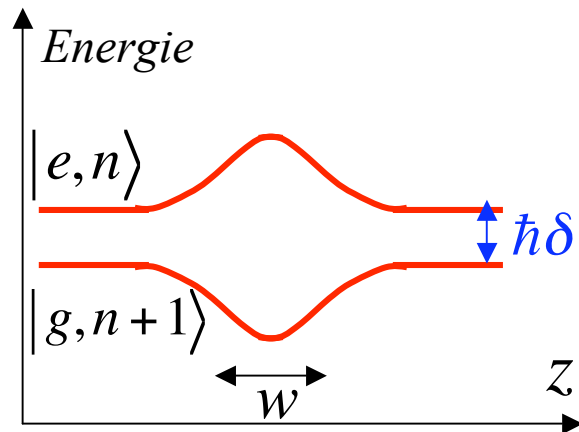
Adiabaticité du couplage atome-cavité pour $\delta \sim \Omega_0$

Pour atteindre un déphasage par photon $\sim \pi$ sur un atome traversant C avec une vitesse $v = 250\text{m/s}$, il faut un désaccord δ de l'ordre de Ω_0 . On peut se demander si l'atome, proche de résonance, ne va pas absorber ou émettre des photons, ce qui ruinerait le caractère QND. Un processus d'absorption correspond à la transition:

$$|g, n+1\rangle \rightarrow |e, n\rangle \quad (5-31)$$

lorsque C contient $n+1$ photon. La figure montre la variation des énergies des 2 états en fonction de la position atomique. La séparation des niveaux est maximum au centre de C . Sa variation reflète celle, gaussienne, du champ. Les niveaux restent toujours séparés de plus de $\hbar\delta$, on s'attend à ce que le système suive adiabatiquement les niveaux habillés, l'atome se retrouvant dans le même état (e ou g) après la traversée de C . Ceci doit rester qualitativement vrai tant que le temps de traversée w/v est plus grand que l'inverse de la fréquence de Bohr minimale, soit:

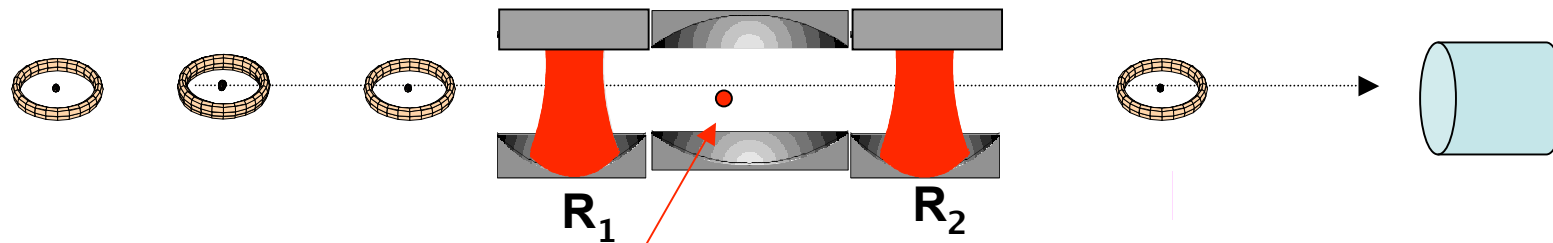
$$v < w \delta \rightarrow v < w \Omega_0 \text{ si } \delta \sim \Omega_0 \quad (5-32)$$



Cette inégalité, pour $\delta \sim \Omega_0$, correspond à $v < 1800\text{m/s}$, une condition largement satisfaite. Une résolution numérique de l'équation d'évolution du système montre que la probabilité d'absorption d'un photon est $< 10^{-5}$. L'évolution est quasi-adiabatique, en raison de l'évolution très progressive du couplage gaussien.

Détection QND de 0 ou 1 photon par méthode dispersive: mesure répétée d'un petit champ thermique

On règle δ pour que les franges soient déphasées de π par photon et la phase de l'interféromètre pour que l'atome sorte dans e s'il y a un photon, dans g si C est vide.

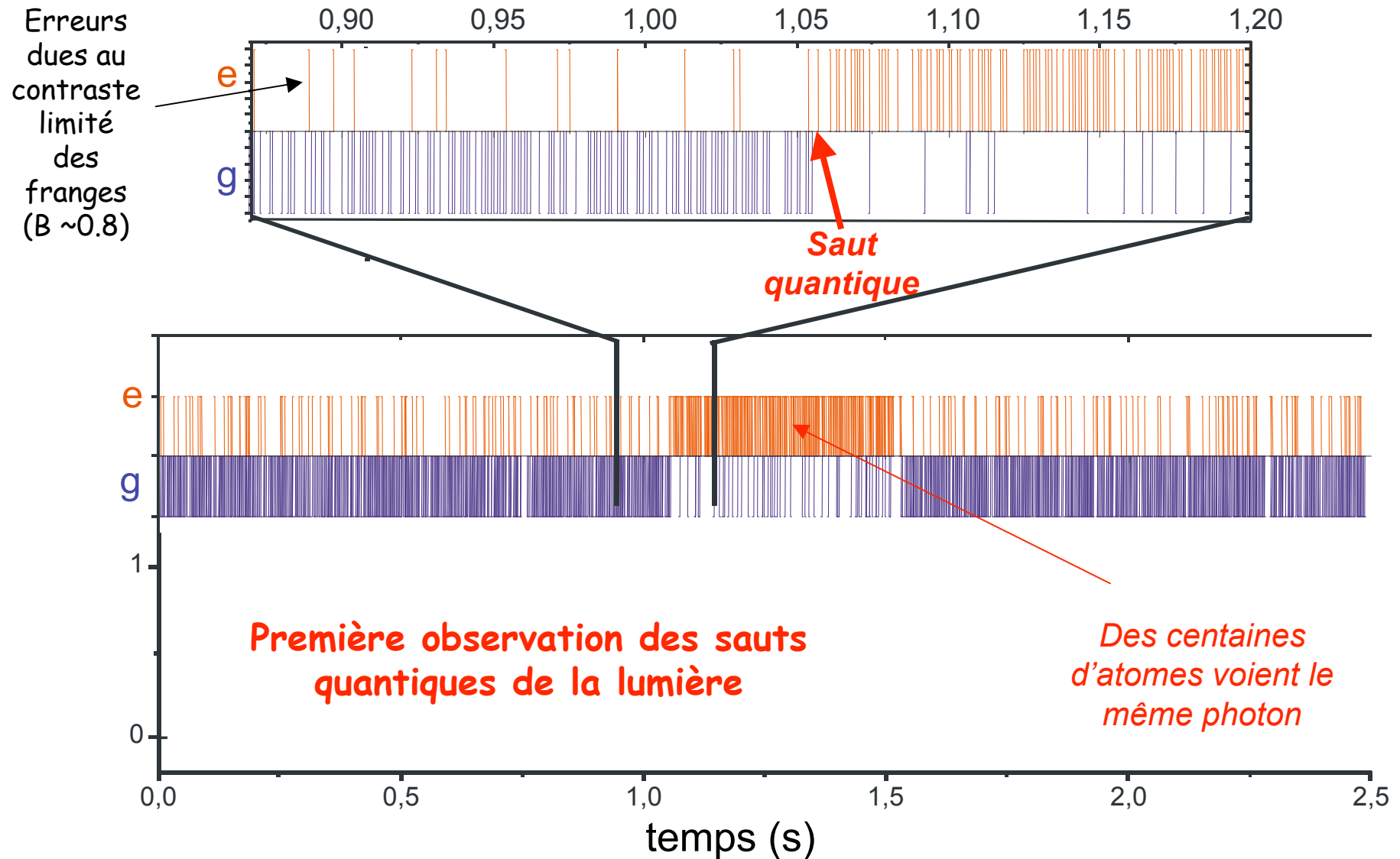


C contient un petit champ thermique à 0.8 K: le nombre de photons fluctue entre 0 et 1 ($n_r=0.05$)

e ou g ?

Les atomes traversent la cavité un à un (détectations successives séparées en moyenne de 900 μ s). On détecte leur état final (e ou g), en principe parfaitement corrélé au nombre de photons dans le champ (1 ou 0).

Naissance, vie et mort d'un photon

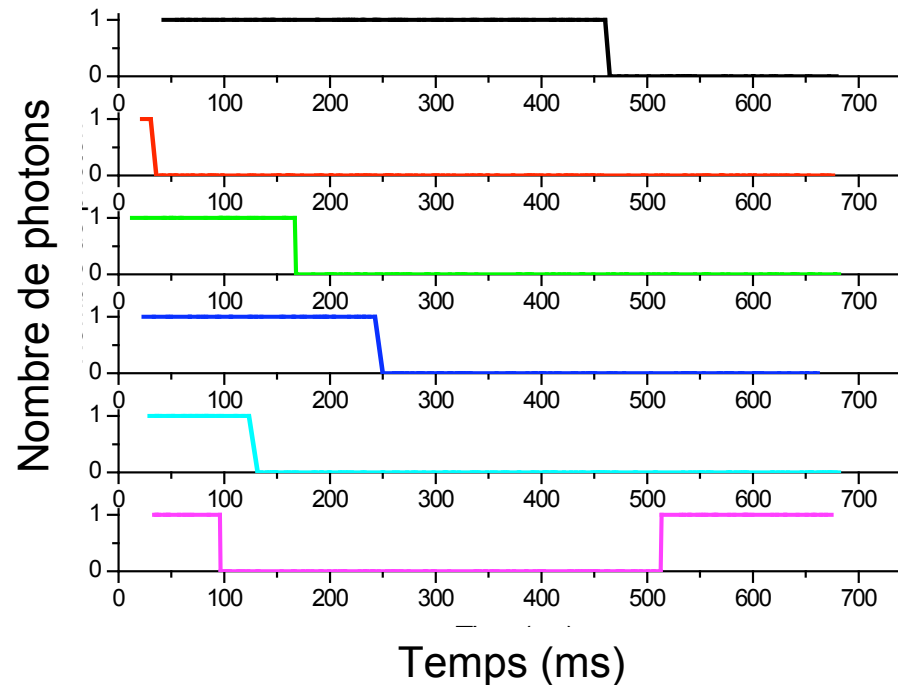


Observation QND d'un photon initialement créé par un premier atome résonnant

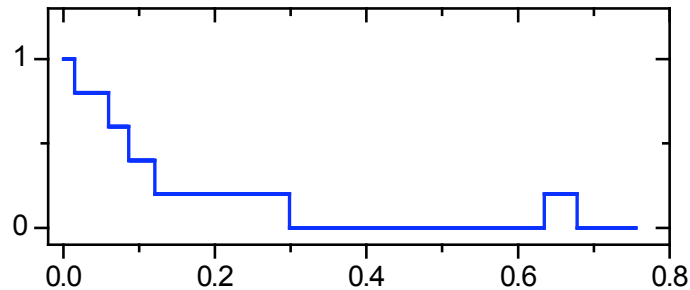
Un premier atome résonnant injecte un photon

Signaux détectés par une longue séquence d'atomes QND (lissage par «vote majoritaire» à 8 atomes successifs)

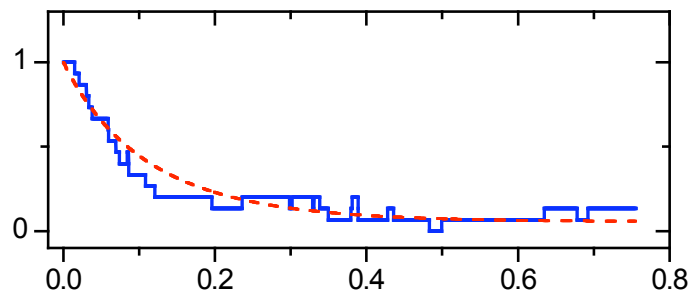
6 trajectoires du champ parmi des milliers enregistrées



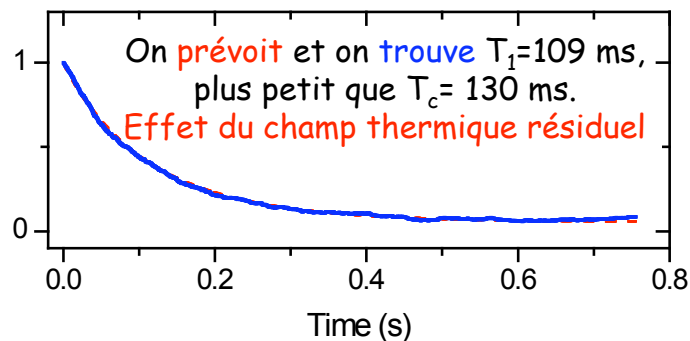
Sommation de trajectoires individuelles et reconstruction de l'évolution moyenne du champ



Moyenne de 5
trajectoires de photons
individuels

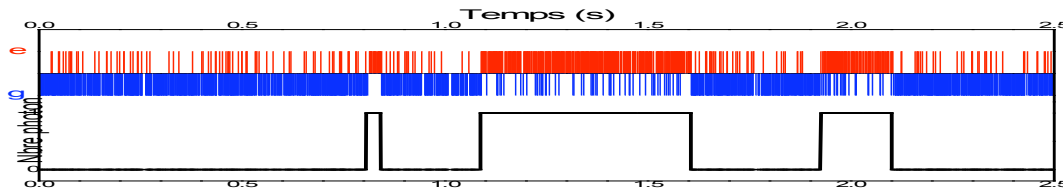


Moyenne de 15 trajectoires avec, en
pointillé, la moyenne d'ensemble
théorique donnée par la solution de
l'équation pilote

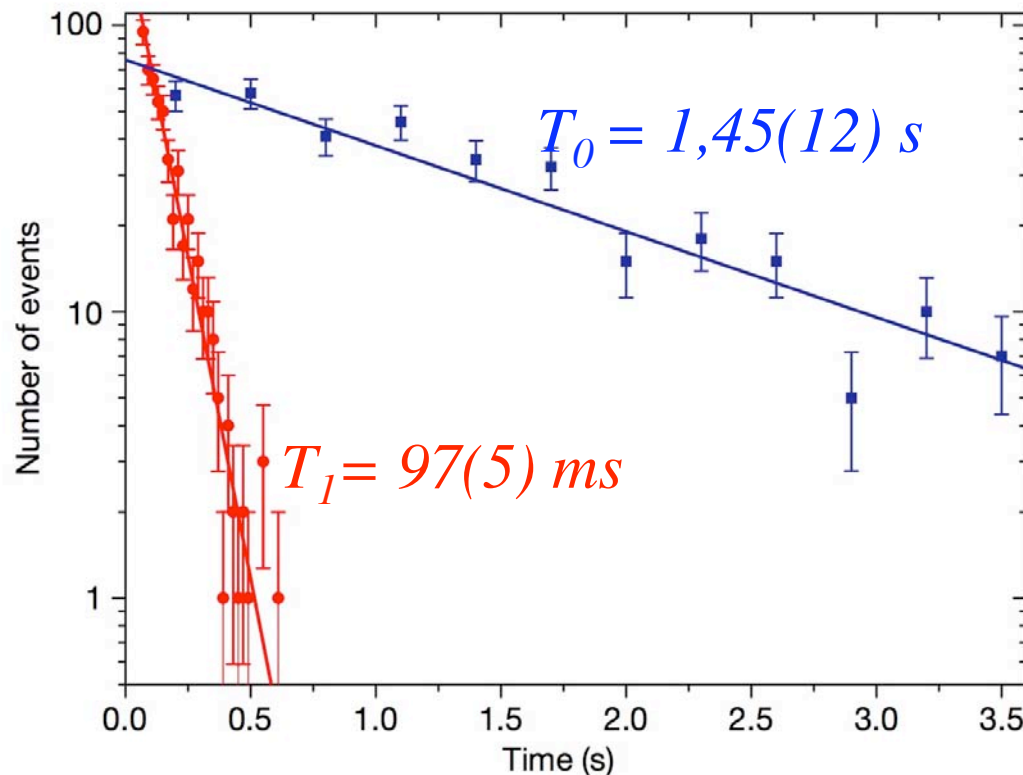


Moyenne de 904 trajectoires: on ne
distingue plus la courbe expérimentale
(en bleu) de la courbe théorique
décrivant la moyenne d'ensemble
donnée par l'équation pilote (en rouge)

Autre façon de mesurer la durée de vie du photon: Histogramme (échelle logarithmique) des durées des paliers à 1 et 0 photon



Trajectoires « lissées » par vote majoritaire de 8 atomes successifs



Histogrammes obtenus avec 903 ($n=1$) et 338 ($n=0$) événements.

De la pente des droites on déduit les durées de vie des 2 états. On devrait trouver théoriquement $T_1 = 109$ ms (durée de vie de l'état à 1 photon à $T=0.8$ K; les fluctuations thermiques raccourcissent légèrement la durée de vie par rapport à la valeur de 130 ms, correspondant à 0K). On devrait de même trouver $T_0 = 2.05$ s (temps moyen entre l'annihilation d'un photon et la création du photon thermique suivant à 0.8K). Les valeurs expérimentales ($T_1 = 97$ ms, $T_0 = 1,45$ s) sont un peu inférieures à cause de la possibilité que 8 atomes «se trompent» en lisant 0 au lieu de 1 ou inversement.

Conclusion de la cinquième leçon

Nous avons décrit deux expériences de comptage QND de photons individuels. La première, utilisant une interaction atome-champ résonnante, exploite trois niveaux de l'atome, dont deux, g et i sont mis en superposition dans un interféromètre de Ramsey. La présence d'un photon fait passer transitoirement l'atome vers le 3^{ème} niveau e , avant de le ramener à g en déphasant de π l'amplitude de probabilité associée à ce niveau. L'interféromètre détecte ce déphasage, signalant la présence du photon. La méthode, qui réalise une porte logique, rappelle celle qui est utilisée sur des ions piégés pour réaliser la porte de Cirac-Zoller (cours 2005-2006). Elle n'est pas généralisable à plus d'un photon. La seconde méthode est basée sur la mesure, toujours interférométrique, des déplacements de fréquence induits sur une transition entre deux niveaux d'énergie de l'atome par un champ non-résonnant. Elle réalise une idée présentée pour la première fois en 1990 ^(1,2). Nous avons commencé par décrire l'expérience dans le cas où il n'y a que 0 ou 1 photon dans C . En réalisant un déphasage de π par photon, on obtient une réponse atomique qui ne dépend que de la parité du nombre de photons (même signal pour $n=0,2,4$ photons d'une part, $1,3,5\dots$ photons d'autre part). Si le champ ne contient pas plus de 1 photon, cette mesure de parité revient à compter n . Les sauts de parité signalent alors la naissance ou la mort de photons dans la cavité. Pour des champs plus grands, la mesure de la parité ne suffit pas. Il faut, à l'aide d'une séquence d'atomes traversant C , extraire davantage d'information du champ (voir cours suivant).

(1) M.Brune, S.Haroche, V.Lefevre, J-M.Raimond & N.Zagury, PRL **65**, 976 (1990).

(2) M.Brune, S.Haroche, J-M.Raimond, L.Davidovich & N.Zagury, Phys.Rev.A **45**, 5193 (1992).