

# Intrication et information quantique: où en sont les expériences?

*Chaire de Physique Quantique- Cours 2005-2006*

Nous continuons notre étude de l'information quantique commencée en 2001-2002. Les leçons de cette année portent essentiellement sur la description d'expériences d'ions piégés. Elles seront suivies, à l'automne 2006, par une série de cours sur la manipulation et l'intrication d'ondes de matière dans des réseaux optiques.

Cette première leçon est consacrée à une présentation générale du plan du cours de cette année, suivie d'une introduction à la physique des ions piégés dans la perspective de l'information quantique. Cette introduction nous donnera l'occasion de rappeler des résultats utiles établis dans des cours antérieurs.

# La physique des particules chargées dans des pièges: un bref historique

Piéger dans le vide un électron, un positron ou un ion à l'aide d'une configuration de champs électriques ou magnétiques est une méthode de choix pour étudier des systèmes simples protégés au mieux de toutes les perturbations extérieures:

Tests ultra précis d'électrodynamique quantique sur un électron ou un positron (Dehmelt):

$$a(e^+) = 1\,159\,652\,187.9(4.3) \times 10^{-12},$$

Réalisation d'«expériences de pensée»: sauts quantiques d'un ion, dégroupement de photons, complémentarité (groupes de P.Toschek à Heidelberg et Hanovre, D. Wineland à Boulder, H.Walther à Garching...)

Etude de systèmes exotiques fragiles (antimatière) par piégeage simultané d'antiproton et de positrons (deux groupes du CERN)

# La physique des particules chargées dans des pièges: un bref historique (suite)

Spectroscopie de très haute résolution d'ions piégés sur des transitions fortement interdites à des fins métrologiques (vers des horloges atomiques avec une précision de  $10^{-15}$  à  $10^{-16}$ ).

Boulder, Garching etc...

Ensemble de particules piégées: compétition entre forces attractives et répulsion électrostatique, cristallisation et transition de phases (Boulder, Garching)

**Information quantique:** utiliser des ions piégés et manipulés par laser comme des qubits. C'est l'objet du cours de cette année qui nous donne l'occasion d'étudier des phénomènes très variés, que l'on retrouve dans d'autres domaines de la physique atomique et de l'optique quantique.

# Plan du cours

1. Introduction: principe des opérations d'information quantique élémentaires réalisées avec des ions piégés (*30 Janvier 2006*).

Nous avons montré dans le cours 2001-2002 que les opérations quantiques les plus générales peuvent être réalisées à l'aide de portes à un qubit (rotations) et de portes à deux qubits (opérations non-locales créant de l'intrication). Nous donnons dans ce chapitre introductif le principe de réalisation de ces opérations sur un ou deux ions piégés. Cette introduction est également l'occasion de rappeler un certain nombre de résultats établis précédemment (équation pilote et méthode de Monte Carlo pour décrire la relaxation, description du qubit sur la sphère de Bloch, entropie d'intrication etc...).

# Plan du cours (suite)

## 2. Les outils de la physique des ions (I) (6 Février 2006).

Nous décrivons la dynamique d'un ou de plusieurs ions dans un piège électromagnétique. Après avoir remarqué que le théorème de Gauss interdit de piéger une charge dans un champ électrostatique, nous présentons les deux méthodes permettant d'obtenir un confinement stable (piège de Penning et piège de Paul). Nous étudions ce dernier en détail. Nous décrivons ensuite le cas de plusieurs ions dans un piège linéaire et analysons les divers modes d'oscillation collective des ions. Nous abordons ensuite le problème du refroidissement radiatif de la vibration de l'ion (refroidissement Doppler et refroidissement *par bande latérale*). Nous commençons par un ion unique et nous montrons ensuite comment ces méthodes de refroidissement se généralisent aux modes de vibration collectifs de plusieurs ions.

## Plan du cours (suite)

### 3. Les outils de la physique des ions (II) (*13 Février 2006*):

Cette leçon nous donne l'occasion d'aborder des aspects plus subtils de la manipulation des ions: refroidissement Raman et refroidissement par transparence électromagnétique induite notamment (EIT). Nous décrivons également de façon précise le hamiltonien de couplage des ions à un champ laser et montrons comment ce couplage affecte les degrés de liberté internes et externes de l'ion. Le principe de la manipulation et de la préparation d'états non classiques de vibration est décrit. Nous analysons l'analogie entre les manipulations d'états quantiques dans la physique des ions et dans l'électrodynamique quantique en cavité (CQED) que nous avons abordée dans les cours antérieurs.. On montre enfin comment le couplage ion- laser permet de créer de l'intrication et de réaliser des portes quantiques.

## Plan du cours (suite)

### 4. Environnements sur mesure et décohérence d'un ion piégé (20 Février):

Nous montrons comment la combinaison de faisceaux lasers appliqués à un ion permet de réaliser des environnements «taillés sur mesure» pour un ion piégé et de contrôler la décohérence de son mouvement de vibration. L'environnement le plus simple, réalisé par un laser résonnant sur la première bande latérale rouge, correspond à un processus de décohérence conduisant la vibration de l'ion à son état fondamental (refroidissement radiatif étudié à la 2<sup>ème</sup> leçon). D'autres processus de décohérence plus subtils peuvent être générés, pour lesquels le mouvement de l'ion se stabilise dans un état cohérent ou dans un état de type chat de Schrödinger. Nous concluons cette leçon par la description de quelques expériences inspirées par ces idées de «decoherence engineering».

## Plan du cours (suite)

### 5. Logique quantique avec des ions piégés (*27 Février 2006*).

Nous décrirons dans cette leçon la réalisation de portes quantiques par la méthode de Cirac-Zoller qui utilise un mode de vibration collectif comme un intermédiaire pour intriquer entre eux les états internes de deux ions. Nous montrerons comment cette porte élémentaire a été réalisée par le groupe d'Innsbruck et comment elle a été utilisée pour des applications simples: génération et études d'états de Bell de deux ions et réalisation d'une expérience de téléportation impliquant trois ions. Nous terminerons par la description d'une expérience récente d'Innsbruck: la préparation séquentielle d'un état intriqué de 8 ions (état  $W$ ) et nous montrerons comment l'analyse tomographique complète de cet état a été réalisée.

## Plan du cours (suite)

### 6. Logique quantique par portes topologiques (*6 mars 2006*):

Les portes à deux qubits décrites à la leçon 5 sont basées sur un adressage individuel des ions. Il est également possible de réaliser des portes en agissant collectivement sur les deux ions concernés, par une manipulation collective d'un mode de vibration du système. Cette manipulation revient à déplacer l'oscillateur associé à la vibration dans son espace de phase, sur un contour fermé. L'oscillateur revient à son état de départ, mais accumule une phase topologique contrôlable. Cette phase est conditionnée à l'état interne des deux ions, d'où la possibilité de l'utiliser pour réaliser une porte logique. C'est la méthode choisie par le groupe de Boulder. Nous décrivons la porte qu'il a réalisée, ainsi que la généralisation qu'il en a faite pour intriquer récemment 6 ions dans un état GHZ. Nous concluons la leçon par la description d'une architecture de calculateur quantique idéal avec des ions piégés.

# Plan du cours (fin)

## 7. Introduction à la logique quantique avec des atomes froids dans des réseaux optiques (*13 Mars 2006*)

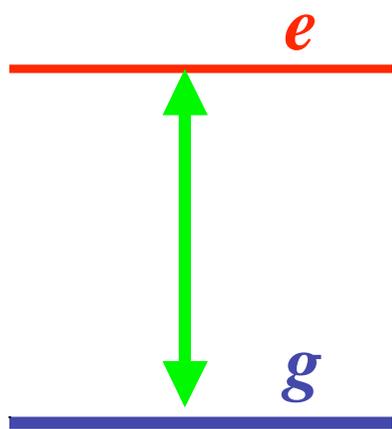
Des opérations de logique quantique peuvent être également réalisées avec des ensembles d'atomes neutres piégés. Une classe très prometteuse d'expériences concerne des atomes d'un condensat de Bose Einstein préparé dans un réseau optique. L'intrication massive des atomes a été réalisée dans des états «cluster» et des applications intéressantes de ces méthodes sont possibles. De façon plus générale, la physique des corrélations atomiques dans des ondes de matière piégées dans des structures périodiques est en elle même très intéressante. Elle présente des analogies étroites avec des phénomènes observés en optique quantique (effet Hanbury-Brown et Twiss). La dernière leçon présentera une introduction à cette physique, qui fera l'objet du cours 2006-2007.

**1.**

**Introduction:  
Principes de l'information  
quantique avec des ions piégés**

# Décrire un ion comme un système à deux niveaux (qubit)

Considérons un ion immobile, dans un potentiel de piégeage infiniment profond. Il possède un état fondamental que nous supposons pompé optiquement dans un seul sous-niveau de structure fine ou hyperfine appelé  $g$ .



Un faisceau laser est résonnant avec une transition de l'ion vers un état excité. En fixant la polarisation du laser, on atteint un seul sous-niveau de cet état excité que nous appelons  $e$ .

L'ion évoluant dans l'espace sous-tendu par  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$  réalise un **bit quantique ou qubit**.

L'excitation résonnante optique fait osciller l'ion entre  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$  (oscillation de Rabi à la fréquence  $\omega$ ), permettant de préparer une superposition quelconque de ces deux niveaux.

# Porte à un bit sur un ion piégé (ion immobile)

Opérateurs de Pauli  
associés au qubit

$$\begin{aligned} \sigma_z &= |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g| \\ \sigma_x &= |e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e| \quad ; \quad \sigma_y = i(|g\rangle\langle e| - |e\rangle\langle g|) \\ \sigma_+ &= \left( \sigma_x + i \sigma_y \right) / 2 = |e\rangle\langle g| \quad ; \quad \sigma_- = \left( \sigma_x - i \sigma_y \right) / 2 = |g\rangle\langle e| \end{aligned} \quad (1 \quad 1)$$

Hamiltonien électronique de l'ion dans un champ laser:

$$H = H_0 + H_i(t) \quad H_0 = \frac{\hbar}{2} \sigma_z \quad H_i(t) = \vec{D} \cdot \vec{E}(t) \quad (1 \quad 2)$$

Dipôle électrique de l'ion et champ électrique du laser (classique):

$$\vec{D} = d_a \left( \sigma_+ + \sigma_- \right) \quad \vec{E} = E_L \vec{e}_L \sin(\omega_L t + \phi) \quad (1 \quad 3)$$

Les paramètres  $d$ ,  $E_L$ ,  $\omega_L$  sont supposés réels pour simplifier.

Au voisinage de la résonance, il est commode d'écrire:

$$H = \frac{\hbar}{2} \sigma_z + \frac{\hbar}{2} \sigma_z + H_i(t) \quad (1 \quad 4)$$

# Passage dans le « référentiel tournant »

Représentation d'interaction par rapport à  $(\hbar \omega_L / 2)$  :

$$\tilde{a}_{\pm} = e^{i \omega_L t / 2} a_{\pm} e^{-i \omega_L t / 2} = e^{\pm i \omega_L t} a_{\pm} \quad (1 \quad 5)$$

Hamiltonien exact dans le référentiel tournant:

$$\tilde{H} = \frac{\hbar \omega_L}{2} \left( a_{\pm}^{\dagger} a_{\pm} + \frac{d \cdot E_L}{2} \left( e^{i \omega_L t} a_{\pm} + e^{-i \omega_L t} a_{\pm}^{\dagger} \right) \right) \quad (1 \quad 6)$$

Fréquence de Rabi classique:  $\omega_L = \frac{d \cdot E_L}{\hbar}$  (1 7)

Approximation du champ tournant (RWA):

$$H_{RWA} = \frac{\hbar \omega_L}{2} \left( a_{\pm}^{\dagger} a_{\pm} + \frac{d \cdot E_L}{2} e^{i \omega_L t} a_{\pm} \right) \quad (1 \quad 8)$$

# Oscillation de Rabi et rotation du qubit

Hamiltonien de rotation du qubit

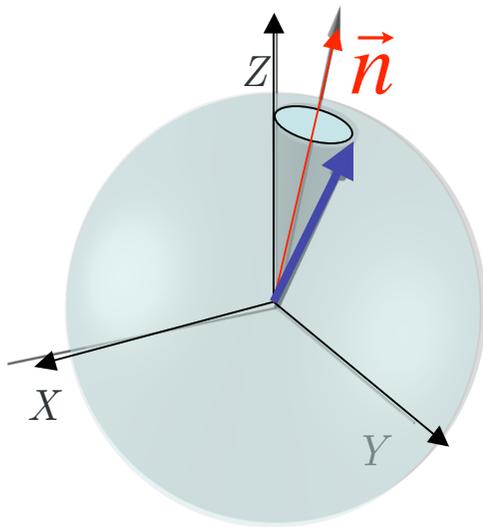
$$H_{RWA} = \frac{\hbar}{2} L \vec{n} \quad L = \sqrt{\omega^2 + \frac{\Omega^2}{2}} \quad (1 \quad 9)$$

Rotation autour du vecteur défini dans l'espace de Bloch du qubit

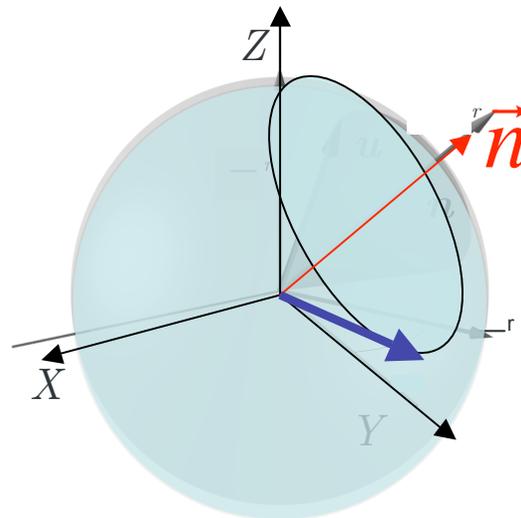
$$\vec{n} = \frac{\vec{u}_z + \frac{\Omega}{L} \sin \theta (\vec{u}_x + \frac{\Omega}{L} \cos \theta \vec{u}_y)}{L} \quad (1 \quad 10)$$

Angles polaires de  $\vec{n}$ :  $\text{Arc cos} \frac{\omega}{L}$ ,  $\pm \frac{\Omega}{2L}$

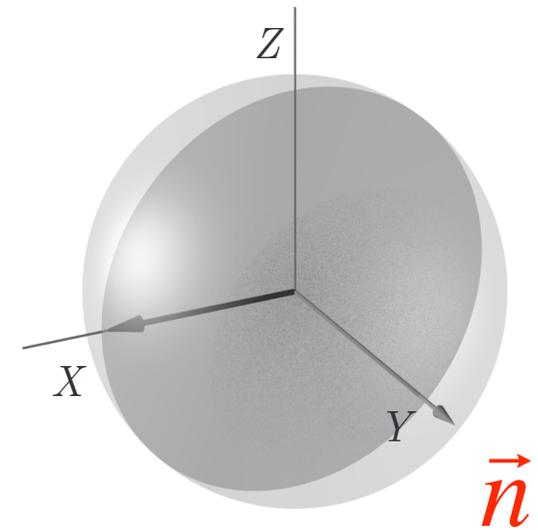
## Représentation sur la sphère de Bloch



$$\left| \begin{matrix} \omega \\ \Omega \end{matrix} \right| \gg L; \quad \theta = 0$$



$$\left| \begin{matrix} \omega \\ \Omega \end{matrix} \right| \sim L$$



$$\omega = 0; \quad \Omega = 0$$

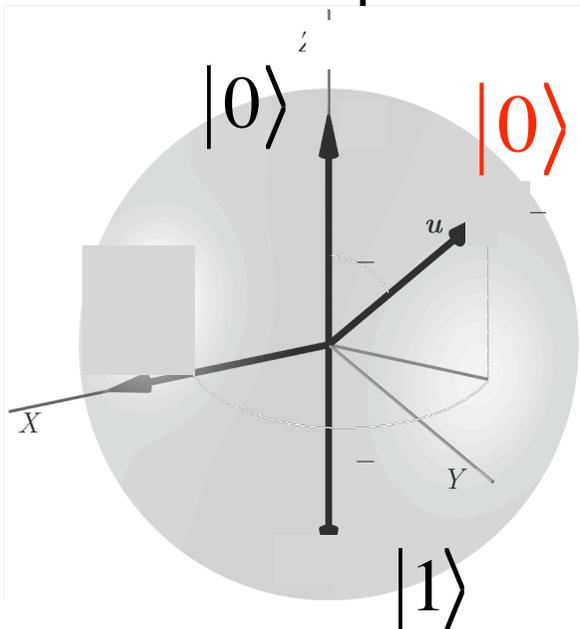
# Oscillation de Rabi à résonance exacte ( $\Delta = 0$ )

Impulsion de durée  $t$ : angle de Rabi  $\theta = \Omega_L t$

$$U_{RWA}(t) = \exp(-iH_{RWA}t/\hbar) = \exp(-i\vec{n}/2) = \cos(\theta/2)I - i\sin(\theta/2)\vec{n}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & \sin(\theta/2)e^{-i\phi} \\ \sin(\theta/2)e^i & \cos(\theta/2) \end{pmatrix} \quad (1 \quad 11)$$

Opérateur unitaire faisant tourner le qubit sur la sphère de Bloch, amenant le pôle nord dans la direction  $\vec{u}$ , : **porte générale à 1bit.**



$$|e\rangle = |0\rangle; |g\rangle = |1\rangle$$

$$|0\rangle_u = \cos(\theta/2)|0\rangle + \sin(\theta/2)e^{-i\phi}|1\rangle$$

$$|1\rangle_u = \sin(\theta/2)|0\rangle - \cos(\theta/2)e^{-i\phi}|1\rangle \quad (1 \quad 12)$$



# Emission spontanée d'un ion-qubit

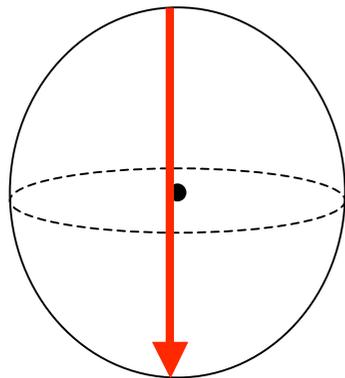
Couplage de l'état excité de l'ion (immobile) avec les modes vides du champ

L'opérateur saut qui décrit l'émission spontanée de l'ion est

Forme de Lindblad de l'équation pilote décrivant la relaxation du qubit:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\gamma}{2} (2 \sigma_- \rho \sigma_-^\dagger - \sigma_-^\dagger \sigma_- \rho - \rho \sigma_-^\dagger \sigma_-) \quad (1 \quad 13)$$

Solution pour un qubit initialement excité dans l'état  $e$ :



$$\rho_{ee} = e^{-\gamma t} ; \quad \rho_{gg} = 1 - e^{-\gamma t} \quad (1 \quad 14)$$

$$\rho = \begin{pmatrix} e^{-\gamma t} & 0 \\ 0 & 1 - e^{-\gamma t} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I + (e^{-\gamma t} - 1/2) \sigma_z \quad (1 \quad 15)$$

# Emission spontanée et intrication de l'ion avec l'environnement

Au cours de l'émission, l'ion, initialement dans un état pur, devient un mélange avant de redevenir un cas pur au bout d'un temps infini. Le vecteur de Bloch passe du pôle nord au pôle sud de la sphère de Bloch en parcourant un diamètre traversant la sphère (voir plus loin). Lorsque  $\exp(-\gamma_e t) = 1/2$ ,  $\gamma_e t = \ln 2$ : le qubit est complètement dépolarisé (rappel des années antérieures: les cas purs sont sur la sphère et les mélanges à l'intérieur).

La transformation de l'état en mélange statistique traduit l'intrication de l'ion avec le champ de rayonnement. A mi-émission, le système ion - environnement est devenu:

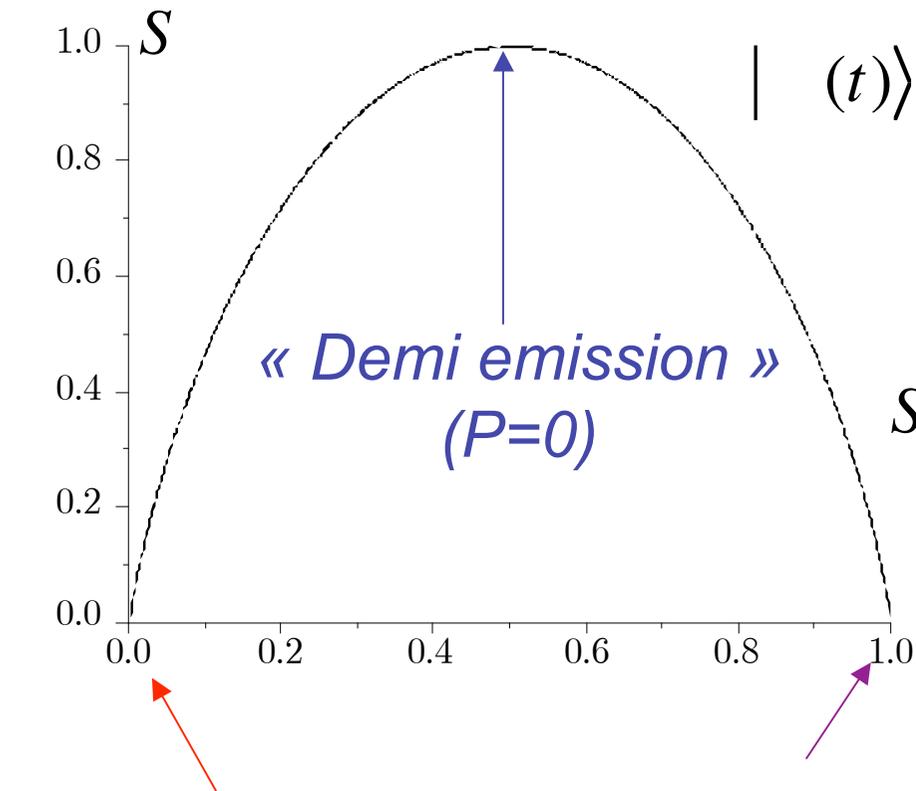
Vide du rayonnement

*La trace partielle sur le rayonnement décrit un mélange dépolarisé*

$$|e, 0\rangle \quad \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, 0\rangle + |g, 1\rangle) \quad (1 \quad 16)$$

1 photon (dans mode dépendant de la transition de l'ion)

# Entropie d'intrication de l'ion avec son environnement



*Etat excité*

*Etat fondamental*

$$| (t) \rangle = c_e(t) | e, 0 \rangle + c_g(t) | g, 1 \rangle \quad (1 \quad 17)$$

$$S = - |c_e|^2 \log_2 |c_e|^2 - |c_g|^2 \log_2 |c_g|^2 = - \text{Tr} \left( \rho \log_2 \rho \right) \quad (1 \quad 18)$$

# Ensemble statistique versus système unique: l'émission vue par trajectoires de Monte Carlo

L'équation pilote décrit un ensemble statistique. L'opérateur densité traduit l'ignorance du moment de l'émission du photon dans l'environnement. Sur une réalisation unique de l'expérience dans laquelle le photon est effectivement détecté (par un clic), la fonction d'onde de l'ion évolue par saut:

$$|e\rangle \xrightarrow{\text{clic}} |e\rangle = |g\rangle \quad (1 \quad 19)$$

L'état de l'ion évolue en marche d'escalier. La décroissance exponentielle se retrouve en moyenne (distribution des instants des clics).

Que se passe-t-il si l'état initial du qubit est une superposition de  $e$  et  $g$  (par exemple à poids égaux)?

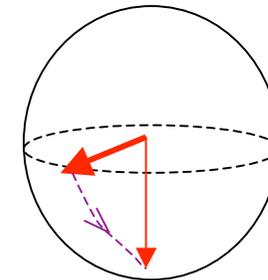
# Emission spontanée d'une superposition

Après un clic:  $|\psi\rangle = c_e |e\rangle + c_g |g\rangle \xrightarrow{\text{clic}} \frac{|\psi\rangle}{\sqrt{\langle \psi | \psi \rangle}} = |g\rangle \quad (1 \quad 20)$

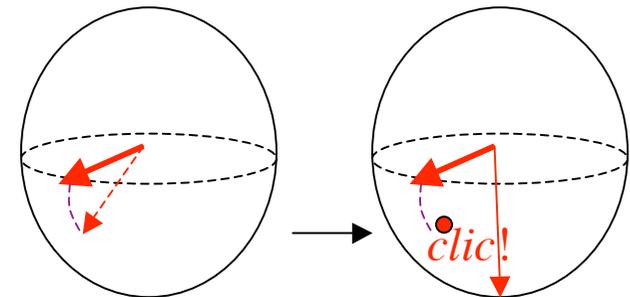
En absence de clic pendant  $t$ :  $|\psi^{(no\ clic)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-\gamma t/2} |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} (c_e e^{-\gamma t/2} |e\rangle + c_g |g\rangle)$

$$N = 1 - |c_e|^2 (1 - e^{-\gamma t}) \quad (1 \quad 21)$$

L'absence de clic pendant  $t$  est une *information* qui *change la fonction d'onde*, le vecteur de Bloch évoluant sur un méridien de la sphère vers le pôle sud. Une fraction  $|c_g|^2$  des trajectoires correspond à l'absence d'émission, avec évolution continue du vecteur de Bloch. Dans les autres cas, ce vecteur évolue continûment, *puis saute vers le pôle sud*. La moyenne sur toutes les trajectoires redonne le résultat de l'équation pilote.

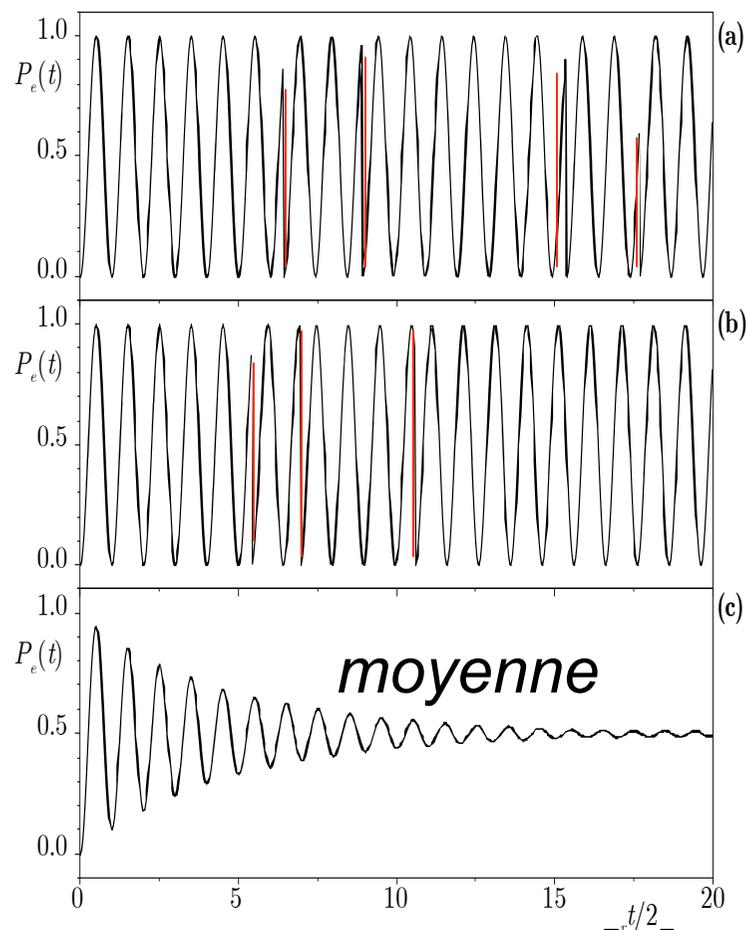


Trajectoire continue



Trajectoire avec saut quantique

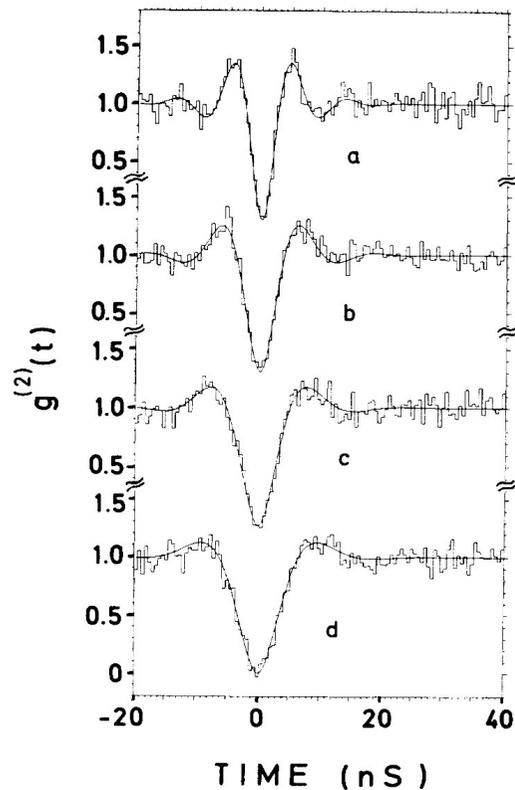
# Emission spontanée d'un ion dans un champ laser soumis à l'oscillation de Rabi



Evolution sous l'effet de l'oscillation de Rabi et de l'émission spontanée. L'opérateur saut n'agit que sur la partie excitée de l'état. La probabilité de saut est proportionnelle à celle de trouver l'ion dans  $e$ . A chaque clic, l'ion est projeté dans  $g$  et reprend son oscillation. La moyenne sur un grand nombre de trajectoires donne une oscillation amortie: décohérence du qubit.

Conclusion: pour préserver la cohérence d'un qubit, il faut avoir un taux d'émission spontanée aussi faible que possible ( $\gamma_e \rightarrow 0$ )

# Statistique des photons émis par un ion soumis à un laser résonnant: dégroupement de photons (antibunching)



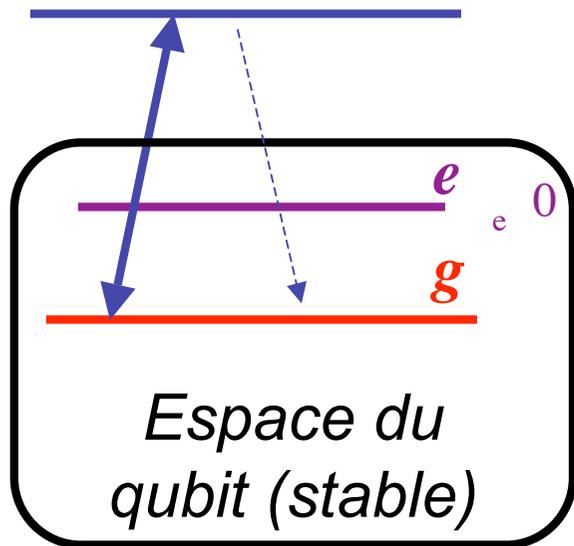
*Diedrich et Walther,  
PRL, 58, 203 (1987)*

La probabilité d'émission d'un photon par un ion un délai  $t$  après un clic est égale au signal d'oscillation de Rabi moyen: le clic initialise l'ion dans  $g$ , l'oscillation reprenant à partir de cet état. La probabilité d'émission subséquente par unité de temps étant proportionnelle à celle de trouver l'ion dans  $e$  est donnée par le signal de Rabi correspondant à un ion initialement dans  $g$ .

On observe une période de latence juste après le clic, pendant laquelle un second photon ne peut arriver. Il faut laisser le temps à l'oscillation de Rabi de repeupler  $e$  (effet de dégroupement non classique)

# Sauts quantiques utilisés pour la détection de l'état de l'ion (système à 3 niveaux)

Niveau excité  $p$  de durée de vie très courte ( $\sim 10^9 \text{ s}^{-1}$ )

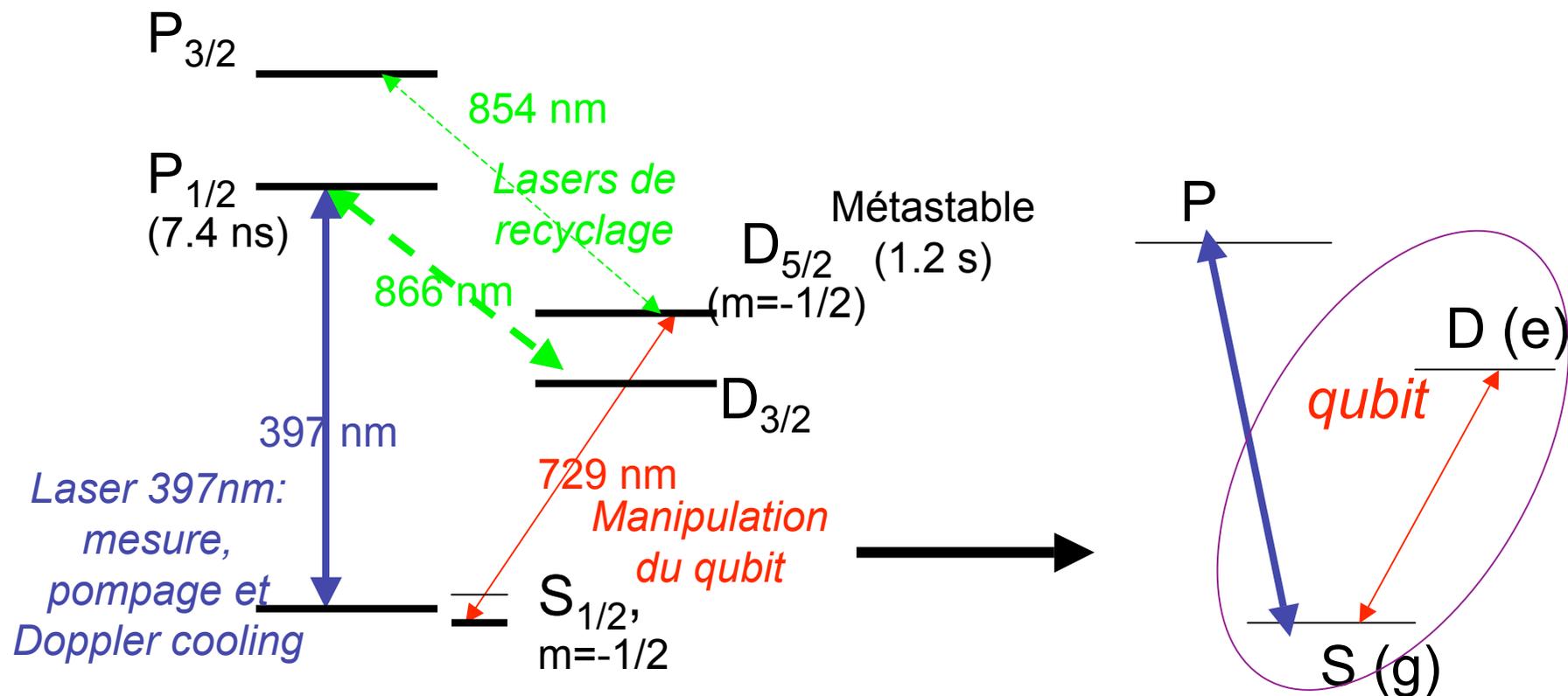


Ion soumis à un champ résonnant saturant sur la transition  $g-p$ . L'état  $p$  a un taux d'émission spontanée important. Le taux d'émission moyen est  $\sim 1/2$  pour un ion dans  $g$ , nul pour un ion dans  $e$ .

Le comptage de photons diffusés par l'ion permet en un *temps très rapide* (pratiquement quelques millisecondes) de savoir si le qubit est dans  $g$ .

Cette mesure permet de déterminer  $\langle \sigma_z \rangle$  sur un ensemble de qubits tous préparés dans le même état. Peut-on mesurer d'autres composantes du pseudo-spin?

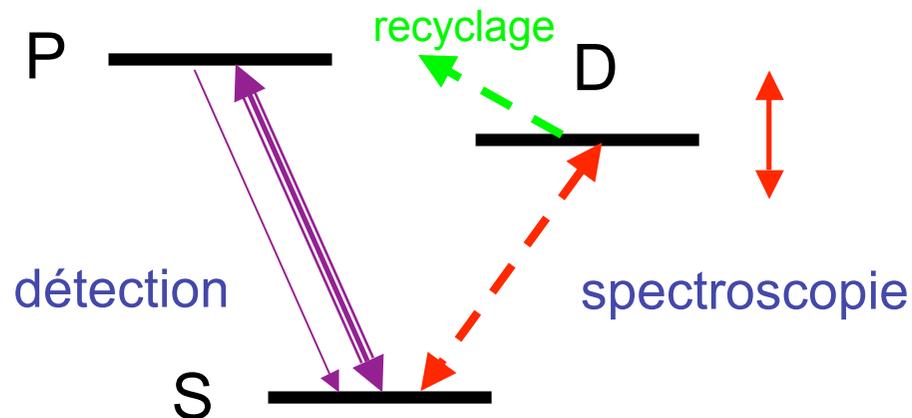
# Une configuration d'ion à trois niveaux: calcium $^{40}\text{Ca}^+$ (Innsbruck)



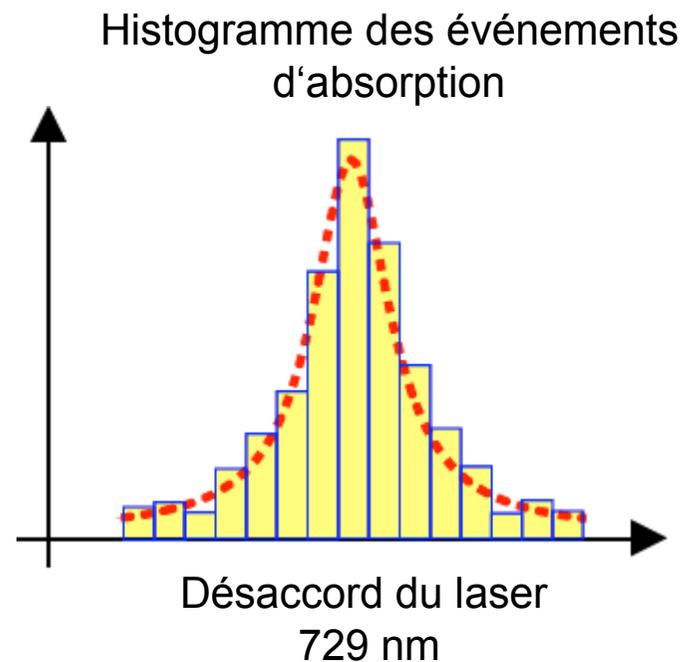
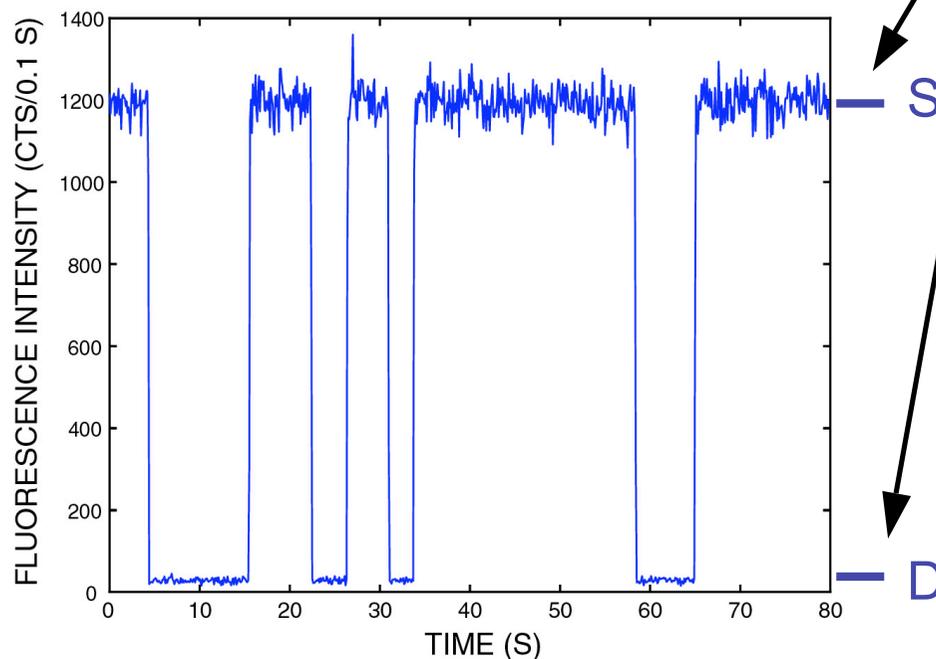
Le qubit est réalisé sur  
 $S_{1/2}-D_{5/2}$  et sa mesure sur  
 $S_{1/2}-P_{1/2}$

Modèle  
simplifié

# Spectroscopie par détection des sauts quantiques (groupe d'Innsbruck)

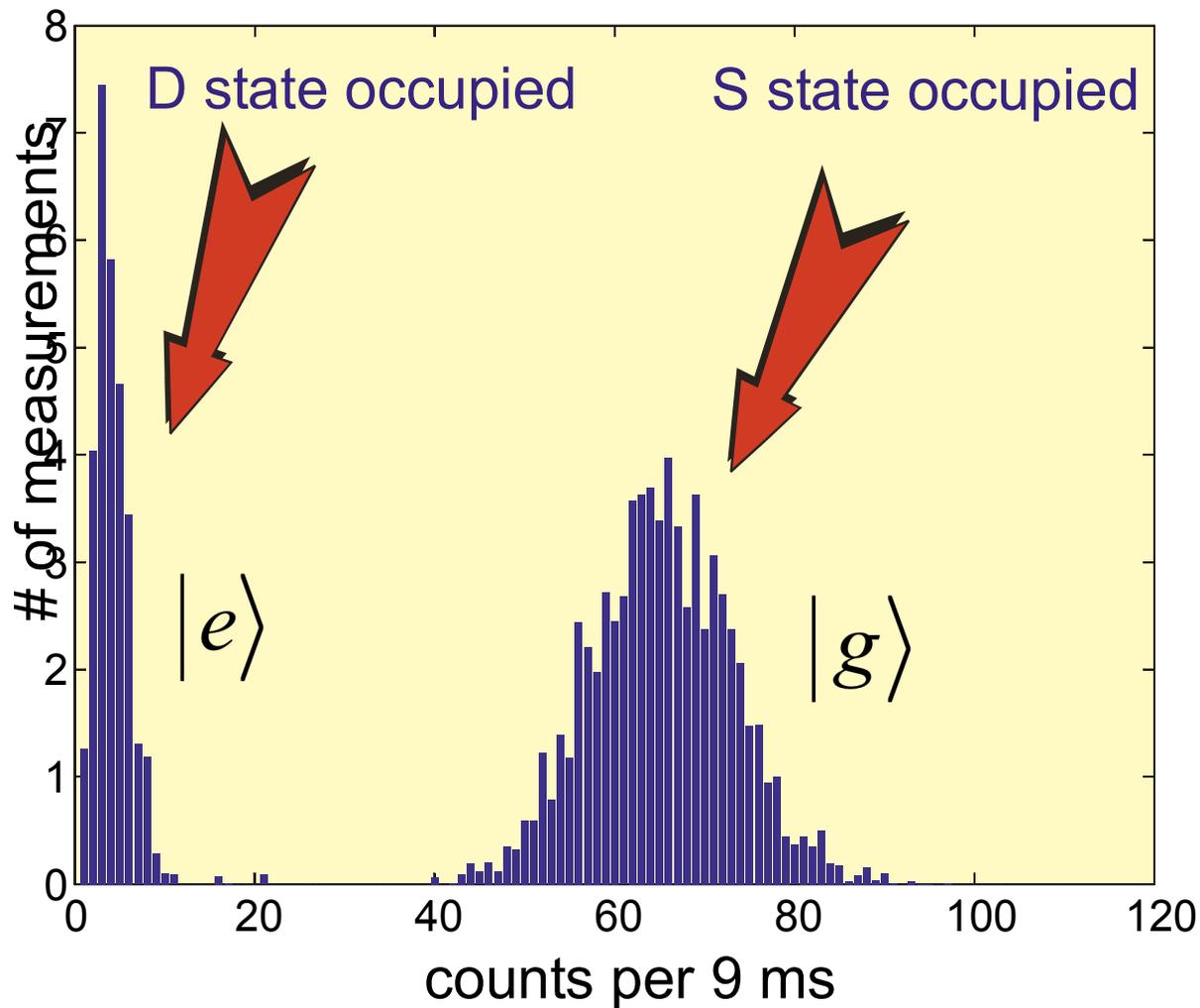


absorption et émission causent des sauts de fluorescence (signal digital)



Blatt et al, Innsbruck

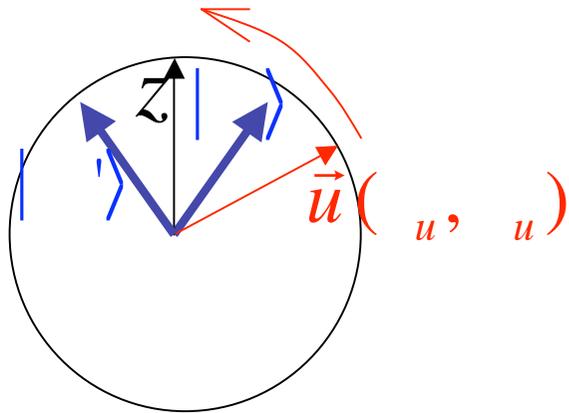
# Détection par fluorescence quantifiée (groupe d'Innsbruck)



*Distribution statistique des mesures détectant un nombre donné de photons en 9 ms: le groupement en deux sous-histogrammes disjoints correspond à une efficacité de détection de*

**99.85%**

# Comment mesurer la valeur moyenne de la composante du spin suivant $\vec{u}$ ?



$$\langle | \vec{s} \cdot \vec{u} | \rangle = \langle | s_z | \rangle$$

$$| \rangle = R^{-1}(u, u) | \rangle \quad (1 \quad 22)$$

On effectue sur l'état du qubit la rotation qui amène le vecteur  $\vec{u}$  sur la direction  $Oz$ . La mesure de  $s_z$  sur cet état donne le même résultat que celle de  $\vec{s} \cdot \vec{u}$  sur l'état initial. Il suffit donc de soumettre l'état 'transformé' au laser de mesure et de compter le nombre de photons diffusés sur la transition de lecture  $g-p$  pour déterminer la valeur moyenne  $\langle \vec{s} \cdot \vec{u} \rangle$  cherchée. Cette expérience nécessite bien sûr un ensemble de qubits tous préparés dans le même état.

# Tomographie de l'état d'un qubit

Supposons que l'on dispose d'un ensemble de qubits tous dans l'état  $|g\rangle = \cos(\theta/2)|e\rangle + \sin(\theta/2)e^{i\phi}|g\rangle$ . Cet état correspond à un vecteur de la sphère de Bloch. Il a pu être préparé en appliquant une impulsion de Rabi convenable à un qubit dans l'état  $e$ . On peut déterminer l'état par la mesure des valeurs moyennes des composantes de Pauli dans cet état:

$$\langle \sigma_z \rangle = \cos \theta \quad ; \quad \langle \sigma_x \rangle = \sin \theta \cos \phi \quad ; \quad \langle \sigma_y \rangle = \sin \theta \sin \phi \quad (1 \quad 23)$$

Ces données déterminent  $\theta$  et  $\phi$ , donc l'état. Nous généralisons pages suivantes cette méthode à la détermination de l'opérateur densité d'un mélange statistique pouvant impliquer plus d'un qubit. Il faut remarquer que ces méthodes s'appliquent à des ensembles (signification statistique de la fonction d'onde). Si on ne dispose que d'un système, il est impossible de déterminer son état. La mesure d'une composante de Pauli détruit toute l'information contenue dans l'état initial.

# Tomographie d'un ion dans un mélange statistique

$$= \frac{1}{2} (I + \vec{P} \cdot \vec{\sigma}) \quad ; \quad |\vec{P}| \leq 1 \quad ; \quad P_i = \text{Tr}(\rho \sigma_i) = \langle \sigma_i \rangle \quad (i = x, y, z)$$

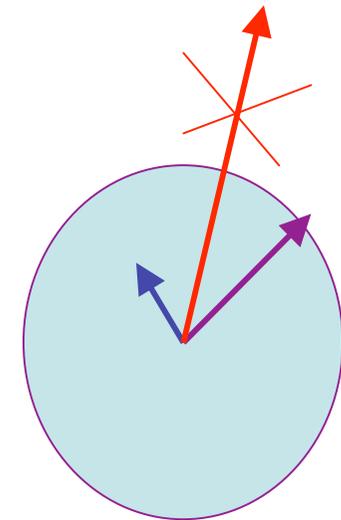
(1 24)

Opérateur hermitique de trace 1 *et positif*

$|\vec{P}| = 1$  : *cas pur* (sur sphère de Bloch)

$|\vec{P}| < 1$  : *mélange* (dans sphère de Bloch)

$|\vec{P}| > 1$  : *opérateur non positif* (extérieur de la sphère)



Pour déterminer l'opérateur densité, il faut mesurer sur un ensemble la valeur moyenne des *trois composantes de Pauli*.

# Généralisation: nombre d'opérations déterminant pour N ions

$$= \frac{1}{2^N} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_N} \langle \sigma_{i_1}^{i_1} \sigma_{i_2}^{i_2} \dots \sigma_{i_N}^{i_N} \rangle \quad (1 \quad 25) \quad (2^{2N} \text{ éléments de matrice})$$

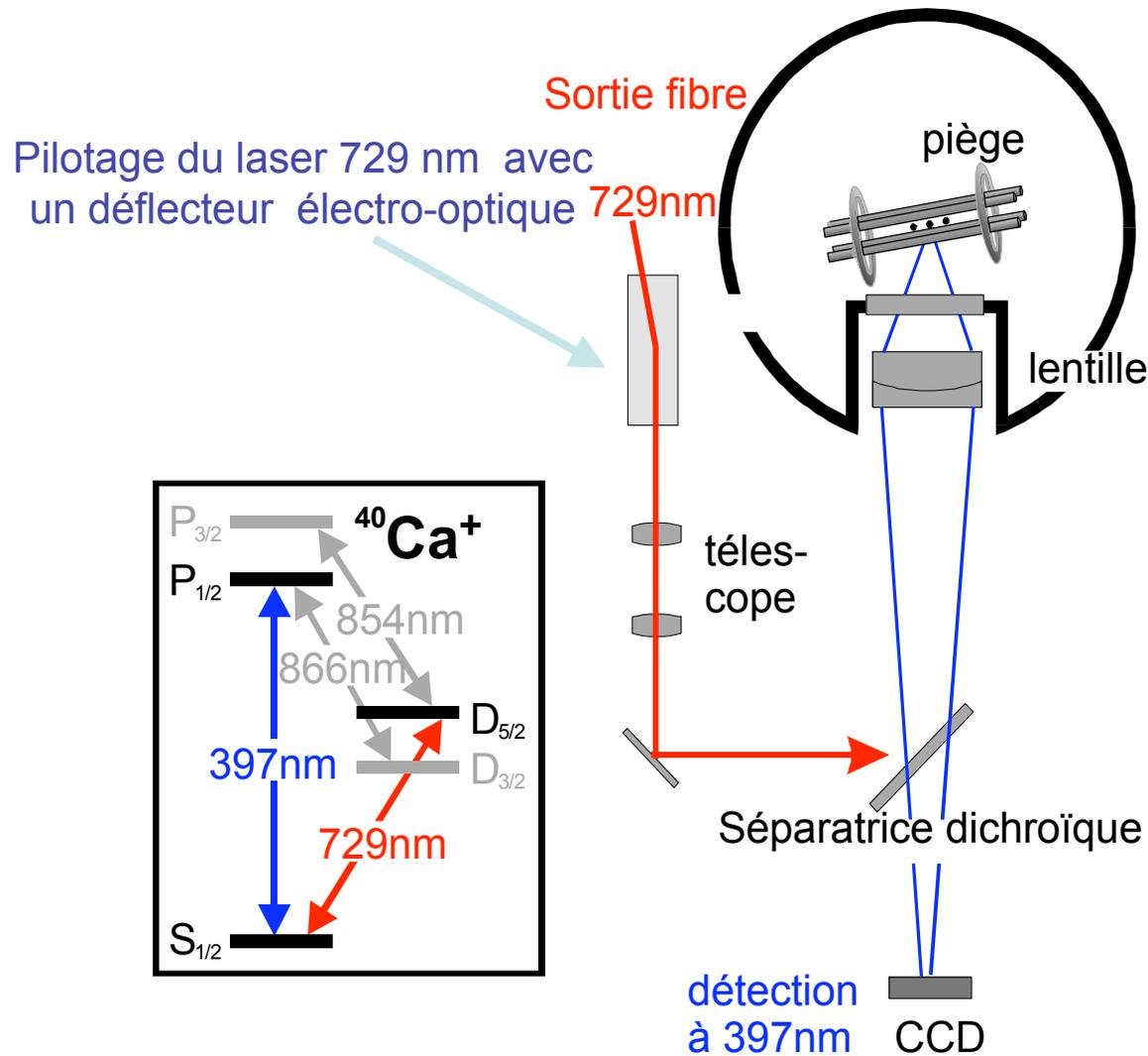
$$i = 0, x, y, z \quad ; \quad \sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\langle \sigma_{i_1}^{i_1} \sigma_{i_2}^{i_2} \dots \sigma_{i_N}^{i_N} \rangle = \text{Tr} \left( \rho_{i_1, i_2, \dots, i_N} \right) \quad (1 \quad 26)$$

$$\text{Tr}(\rho_{0,0,0,\dots}) = 1 \quad ; \quad \text{Tr}(\rho_{i_1, i_2, \dots, i_N}^2) = \frac{1}{2^N} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_N} \langle \sigma_{i_1}^{i_1} \sigma_{i_2}^{i_2} \dots \sigma_{i_N}^{i_N} \rangle^2 \quad (1 \quad 27)$$

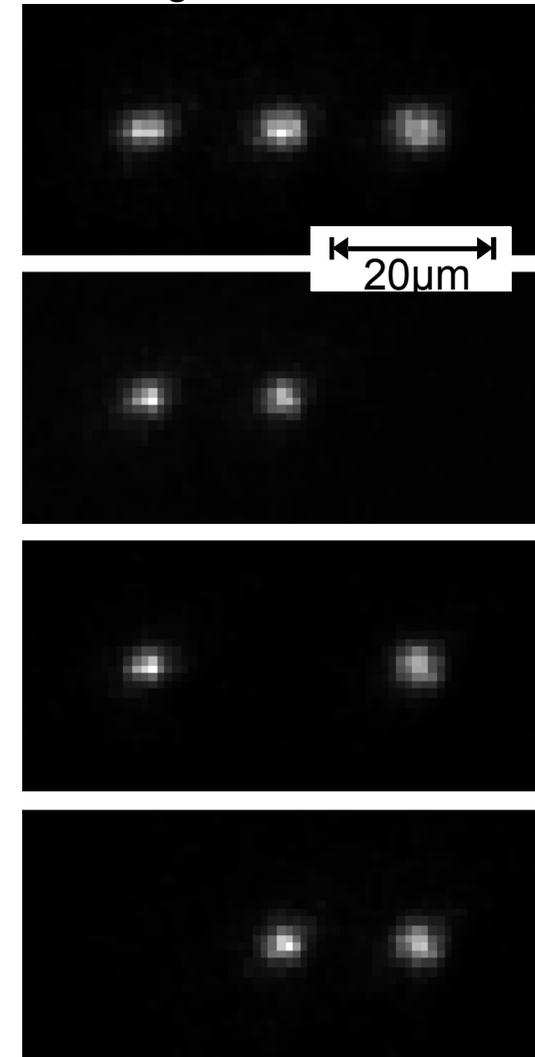
est déterminé par la donnée de  $4^N$  corrélations. On applique des rotations individuelles aux  $N$  ions et mesure leur fluorescence (résolue spatialement). La mesure de  $\rho_0$  (toujours 1) n'est pas nécessaire. Il y a donc  **$3^N$  mesures**, précédées de produits de rotations sur chaque ion (identité pour  $i=z$ , pulses de Rabi d'angle  $\pi/2$  pour  $i = x$  ou  $y$ ). Attention aux erreurs donnant un  $\rho$  non physique et nécessitant une «régularisation» des résultats bruts.

# La tomographie requiert la résolution spatiale de la fluorescence d'une chaîne d'ions



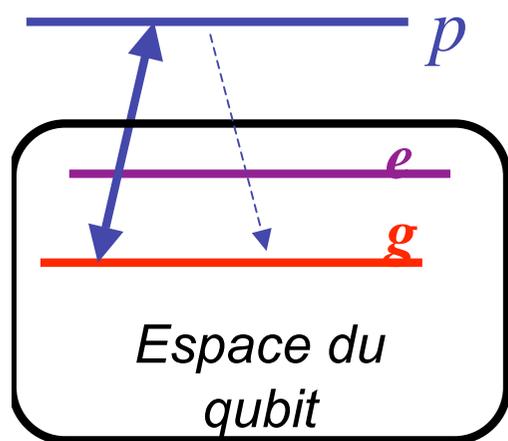
Voir détails dans leçons suivantes

Images CCD:



H.C. Nägerl et al., Phys. Rev. A **60**, 145 (1999)

# Règles élémentaires de manipulation des qubits ioniques.

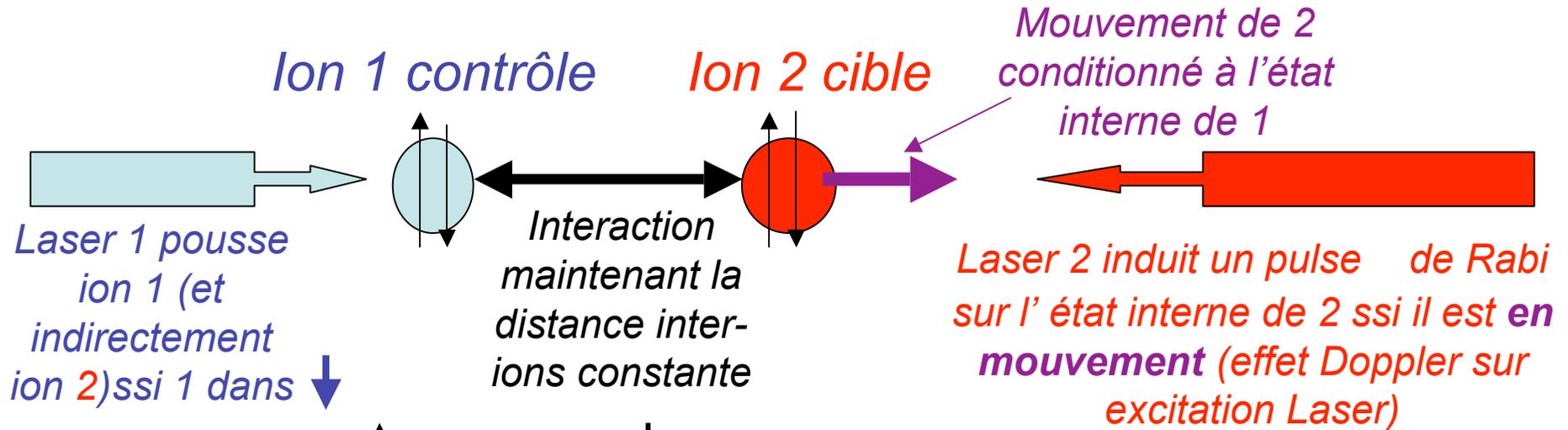


Chaque ion est un système à 3 niveaux: 2 niveaux  $e$  et  $g$  de grande durée de vie pour construire le qubit, 1 niveau de durée de vie courte  $p$  couplé à l'un des états du qubit pour une détection efficace par fluorescence (ainsi que le pompage et refroidissement).

Les impulsions de Rabi résonnantes avec la transition interne de l'ion réalisent les portes à un qubit les plus générales possibles. Combinées à une excitation résonnante vers le niveau  $p$ , elles permettent la mesure de l'état final de chaque qubit et, sur un ensemble statistique, une analyse tomographique de l'état final le plus général d'un système de  $N$  qubits.

Question: comment réaliser une porte conditionnelle à deux bit, nécessaire pour le traitement quantique de l'information ?

# Dynamique conditionnelle et porte logique: combiner force inter-ions et force lumineuse sensible à l'effet Doppler



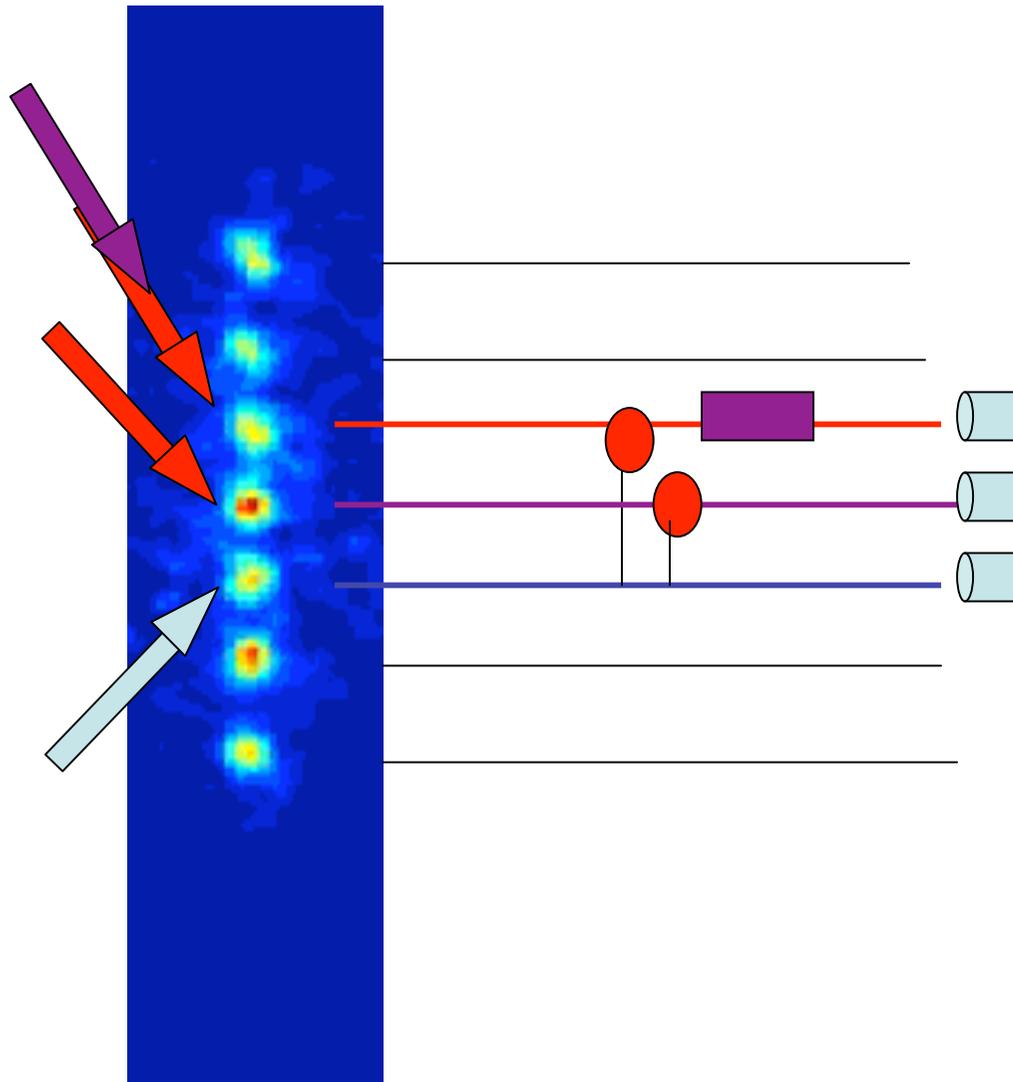
Appeler 0 l'état ↑ et 1 l'état ↓ des ions. La manipulation revient à réaliser la dynamique conditionnelle sur les variables internes:

$$|0,0/1\rangle \quad |0,0/1\rangle \quad ; \quad |1,0/1\rangle \quad |1,1/0\rangle \quad \text{Porte CNOT}$$

ou  $|a\rangle|b\rangle \quad |a\rangle|a \oplus b\rangle$  (  $\oplus$  : addition mod.2)

*Modèle ultra simplifié décrivant un processus analogue à la physique de la porte décrite plus loin (combinaisons d'effet opto-mécanique et de précession de Rabi)*

# Logique quantique avec une chaîne d'ions



*Des impulsions laser appliqués séquentiellement aux ions de la chaîne réalisent des portes à un bit et des portes à deux bits. La détection par fluorescence (éventuellement précédée par une rotation du bit) extrait l'information du système.*

Beaucoup de problèmes à résoudre pour réaliser un tel dispositif.....

# Quelques unes des questions abordées dans ce cours

Comment piéger un ion unique ou une chaîne de  $N$  ions?

Comment initialiser l'état de vibration d'un ion? (refroidissement vibrationnel et préparation de l'état à *zéro phonon*) et comment généraliser la procédure à plusieurs ions?

Comment manipuler les états de vibration d'un ou de plusieurs ions? Comment faire la tomographie de ces états vibrationnels?

Comment réaliser une porte universelle à deux qubits en exploitant la vibration des ions? Adressage individuel des qubits ou adressage collectif?

Que peut on faire d'intéressant avec ce système, même si on ne construit pas un ordinateur? ***Etats de Bell, téléportation, algorithmes simples, préparation d'états intriqués de plusieurs qubits, spectroscopie au dessous du bruit de projection quantique....***

# Séminaires

30 Janvier: *Les condensats au plat pays: gaz de Bose en dimension réduite*  
**Jean Dalibard**, ENS, Paris

6 Février: *Optical cavity quantum electrodynamics*  
**Gerhard Rempe**, Max Planck Institut für Quantenoptik, Munich, Allemagne

13 Février: *De l'observation d'atomes neutres individuels au traitement de l'information quantique*  
**Arno Rauschenbeutel**, Université de Bonn, Allemagne

20 Février: *Decoherence and quantum information processing*  
**Juan Pablo Paz**, Université de Buenos Aires, Argentine

27 Février: *Correlations and Counting Statistics of an Atom Laser*  
**Tilman Esslinger**, Ecole Polytechnique de Zurich (ETH), Suisse

6 Mars: *A passion for precision*  
**Theodor Hänsch**, Université de Munich et Max Planck Institut für Quantenoptik, Allemagne

13 Mars: *Les boîtes quantiques semiconductrices : des atomes artificiels pour une optoélectronique quantique*  
**Jean-Michel Gérard**, CEA, Grenoble