

6.

Logique quantique avec des ions piégés(II)

6 Mars 2006

**6A. Etats intriqués de plusieurs qubits
préparés par adressage individuel**

6B. Porte topologique à adressage collectif

6A.

Etats intriqués de plusieurs qubits préparés par adressage individuel

Définition des états GHZ et W. Analyse de la décohérence de ces états par *mesure non lue* de l'un des ions. Description de deux études du groupe d'Innsbruck dans lesquelles des états intriqués GHZ et W ont été générés par adressage individuel des ions et étudiés par tomographie. La première, limitée à $N=3$, montre comment la mesure non lue d'un des ions affecte l'opérateur densité de l'ensemble (décohérence). Elle démontre également des procédures simples de gomme quantique. La seconde étude a généré et réalisé la tomographie complète d'états W comprenant jusqu'à 8 ions.

Etats GHZ et W de N particules

Considérons les deux familles d'états de N qubits, appelés états GHZ et W:

$$|\Psi_{GHZ}^N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|S, S, \dots, S\rangle + |D, D, \dots, D\rangle) \quad (6-1) \quad \text{(Pour } N=2, \text{ les états GHZ et W se réduisent à des états de Bell).}$$

$$|\Psi_W^N\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}}(|S, D, D, \dots, D\rangle + |D, S, D, \dots, D\rangle + \dots + |D, D, \dots, D, S\rangle) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \sigma_{i-} |D, D, \dots, D\rangle$$

Toute partition de N_1 et N_2 qubits ($N_1 + N_2 = N$) est, pour chacun de ces 2 types d'états, décrite par un état bipartite non séparable:

$$|\Psi_{GHZ}^N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|S, S, \dots, S\rangle_{N_1} |S, S, \dots, S\rangle_{N_2} + |D, D, \dots, D\rangle_{N_1} |D, D, \dots, D\rangle_{N_2} \right) \quad (6-2)$$

$$|\Psi_W^N\rangle = \sqrt{\frac{N_1}{N}} |\Psi_W^{N_1}\rangle |D, D, \dots, D\rangle_{N_2} + \sqrt{\frac{N_2}{N}} |D, D, \dots, D\rangle_{N_1} |\Psi_W^{N_2}\rangle \quad (6-3)$$

L'entropie d'intrication est maximale, quelle que soit la partition, pour les états GHZ. Elle n'est maximale pour les W que lorsque la partition est équilibrée ($N_1 = N_2$). Sinon, l'intrication bipartite d'un état W est partielle (entropie < 1).

Notons que les familles GHZ et W sont définies à des rotations individuelles près sur les qubits. Ainsi l'état $|\Psi\rangle = (1/\sqrt{2})(|S, D, S\rangle + |D, S, D\rangle)$ est un état GHZ à trois qubits et $(1/\sqrt{3})(|D, S, S\rangle + |S, D, S\rangle + |S, S, D\rangle)$ est un état W.

Perte d'information sur un qubit

Supposons que l'on fasse une mesure non lue sur l'un des qubits (par exemple le 1^{er}). On obtient un mélange statistique des états du système global correspondant aux deux résultats possibles de cette mesure, avec des poids correspondant à leur probabilité. L'information sur le système est la même que celle obtenue après trace partielle sur le qubit perdu. La transformation de l'état est immédiate à partir des Eqs. (6-2,3) avec la partition $N_1=1, N_2=N-1$:

$$\rho_{GHZ}^N = \frac{1}{2} |S, S, \dots, S\rangle_{N N} \langle S, S, \dots, S| + \frac{1}{2} |D, D, \dots, D\rangle_{N N} \langle D, D, \dots, D| \quad (6-4)$$

$$\rho_W^N = \frac{1}{N} |S, D, \dots, D\rangle_{N N} \langle S, D, \dots, D| + \left(1 - \frac{1}{N}\right) |D\rangle_{1 1} \langle D| \otimes |\Psi_W^{N-1}\rangle \langle \Psi_W^{N-1}| \quad (6-5)$$

Pour un état GHZ, toute intrication est détruite: le système devient un mélange statistique à poids égaux de N qubits dans S et de N qubits dans D . Par contre, pour un état W, il y a une probabilité $1-1/N$, d'autant plus proche de 1 que N est plus grand, d'obtenir, après la perte d'information sur un qubit, un état W intriqué des $N-1$ particules restantes. Ainsi le plus grand degré d'intrication bipartite des états GHZ se traduit par une plus grande fragilité à la perte d'un qubit, donc à la décohérence.

Décohérence des GHZ et gomme quantique

La décohérence des états GHZ par trace sur un qubit est un effet de complémentarité (voir cours 2004-2005). L'interférence entre les 2 parties de l'état GHZ disparaît parce que le qubit perdu emporte une information sur l'état du système restant (information «*which-path*»). On peut effacer cette information en effectuant une mesure de ce qubit dans une base d'états superposition des états *which-path*. On obtient alors, en corrélation avec le résultat de cette mesure, des états GHZ des $N-1$ qubit restants. Pour comprendre cet effet de *gomme quantique*, réécrivons l'état GHZ dans la base dans laquelle le premier qubit est «*tourné de $\pi/2$* »:

$$|\Psi_{GHZ}^N\rangle = \frac{1}{2} [(|S\rangle_1 + |D\rangle_1) + (|S\rangle_1 - |D\rangle_1)] |S, S, \dots, S\rangle_{N-1} + \frac{1}{2} [(|S\rangle_1 + |D\rangle_1) - (|S\rangle_1 - |D\rangle_1)] |D, D, \dots, D\rangle_{N-1} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|S\rangle_1 + |D\rangle_1) |\Psi_{GHZ}^{N-1}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} (|S\rangle_1 - |D\rangle_1) |\Phi_{GHZ}^{N-1}\rangle \quad (6-6)$$

avec $|\Phi_{GHZ}^{N-1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|S, S, \dots, S\rangle_{N-1} - |D, D, \dots, D\rangle_{N-1}) = -\sigma_{iz} |\Psi_{GHZ}^{N-1}\rangle (\forall i)$

$|\Phi_{GHZ}^{N-1}\rangle$ se déduit de $|\Psi_{GHZ}^{N-1}\rangle$
 par action de $-\sigma_z$ sur un bit :
 état GHZ \perp à $|\Psi_{GHZ}^{N-1}\rangle$

Trouver le bit 1 dans $(1/\sqrt{2})(|S\rangle_1 + |D\rangle_1)$ ou $(1/\sqrt{2})(|S\rangle_1 - |D\rangle_1)$ projette les $N-1$ autres bits dans $|\Psi_{GHZ}^{N-1}\rangle$ ou $|\Phi_{GHZ}^{N-1}\rangle$ respectivement. La cohérence est rétablie, en corrélation avec le résultat de la mesure du bit 1. En moyennant sur les résultats (*mesure non lue*), on retrouve bien sûr le mélange incohérent.

Préparation d'un état GHZ de trois ions Ca^+

Initialisation dans $|S,S,S;0\rangle$, suivie d'une suite de 10 impulsions laser: 1.

Un pulse laser $\pi/2$ ($\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v$) intrique l'ion 1 au mode de vibration, puis un pulse π ($\omega_L = \omega_{DS}$) échange S et D sur cet ion:

$$|S, (S, S); 0\rangle \xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v]{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{2}} (|S, (S, S); 0\rangle + |D, (S, S); 1\rangle)$$

$$\xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS}]{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} (|D, (S, S); 0\rangle + |S, (S, S); 1\rangle) \quad (6-7)$$

2. Une série de 6 pulses appliqués à l'ion 2 réalise une porte *C-not* entre cet ion et le mode de vibration accordéon (l'état actif étant $|0\rangle$; procédure décrite à la leçon 5): une porte de phase est réalisée à l'aide d'un pulse composite formé de 4 impulsions sur bande bleue. Ce pulse composite est précédé et suivi d'une rotation $\pm\pi/2$ sur porteuse changeant la porte de phase en C-not:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|(D), S, (S); 0\rangle + |(S), S, (S); 1\rangle) \xrightarrow[\text{porte C-not vibration/ion 2}]{6 \text{ pulses ion 2}} \frac{1}{\sqrt{2}} (|(D), D, (S); 0\rangle + |(S), S, (S); 1\rangle) \quad (6-8)$$

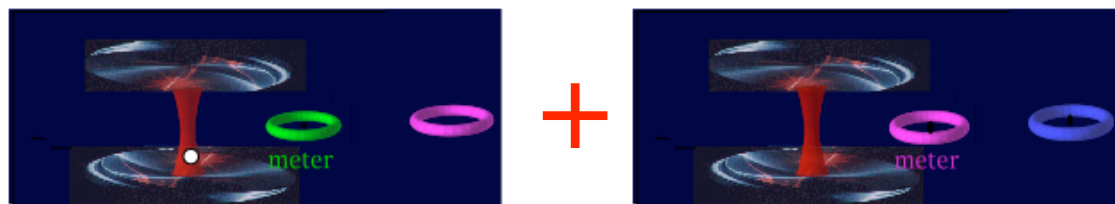
3. Un pulse π porteuse sur l'ion 3 échange S et D et un pulse π bande bleue absorbe le phonon et remet le mode dans l'état $|0\rangle$ séparé des qubits:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|(D, D), S; (0)\rangle + |(S, S), S; (1)\rangle) \xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} \text{ (ion 3)}]{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} (|(D, D), D; 0\rangle + |(S, S), D; 1\rangle)$$

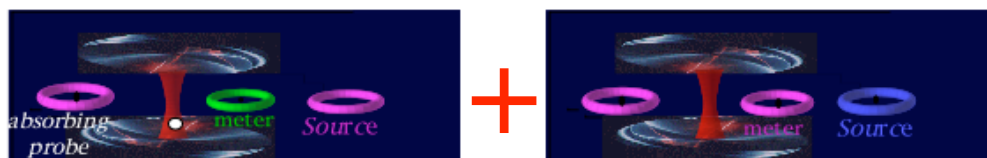
$$\xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v \text{ (ion 3)}]{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} (|D, D, D\rangle + |S, S, S\rangle) \otimes |0\rangle \quad (6-9)$$

Analogie avec la préparation d'un état GHZ en CQED (cours 2001-2002)

Pour préparer l'état GHZ, on commence par intriquer l'ion 1 à la vibration, puis on utilise l'ion 2 pour *mesurer de façon non-destructive* l'état de la vibration à l'aide d'une porte C-not, ce qui intrique entre eux l'ion 1, la vibration et l'ion 2. Enfin on recopie l'état du mode sur l'ion 3 pour intriquer les 3 ions. C'est la même méthode qui a été employée en CQED pour intriquer dans un état GHZ 3 atomes de Rydberg, suivant la procédure schématisée ci-dessous (voir cours 2001-2002 et *A.Rauschenbeutel et al, Science, 288, 2024 (2000)*):



1^{er} atome intriqué par pulse $\pi/2$ au mode de la cavité, puis porte C-not entre 2nd atome et mode: intrication GHZ entre les 2 atomes et cavité

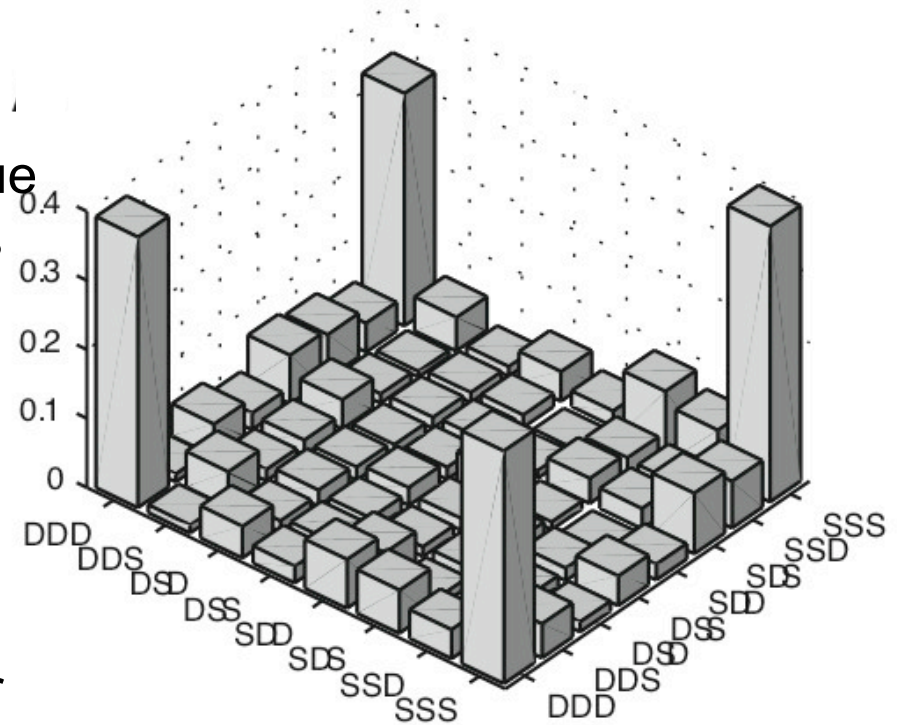


L'état du champ est recopié sur le 3^{ème} atome, réalisant l'état GHZ à 3 atomes



Tomographie de l'état GHZ

On mesure sur les 3 ions les $4^3 = 64$ corrélations de la forme $\langle \sigma_i \sigma_j \sigma_k \rangle$ avec $i = 0, x, y, z$ (σ_0 : opérateur unité). On effectue $3^3 = 27$ combinaisons de pulses différents sur les trois lasers accordés sur la porteuse et on détecte simultanément la fluorescence des ions spatialement résolue (leçon 1). On déduit de la moyenne d'un grand nombre de signaux les 64 éléments de matrice de ρ_{GHZ} . La figure montre sur un diagramme la valeur

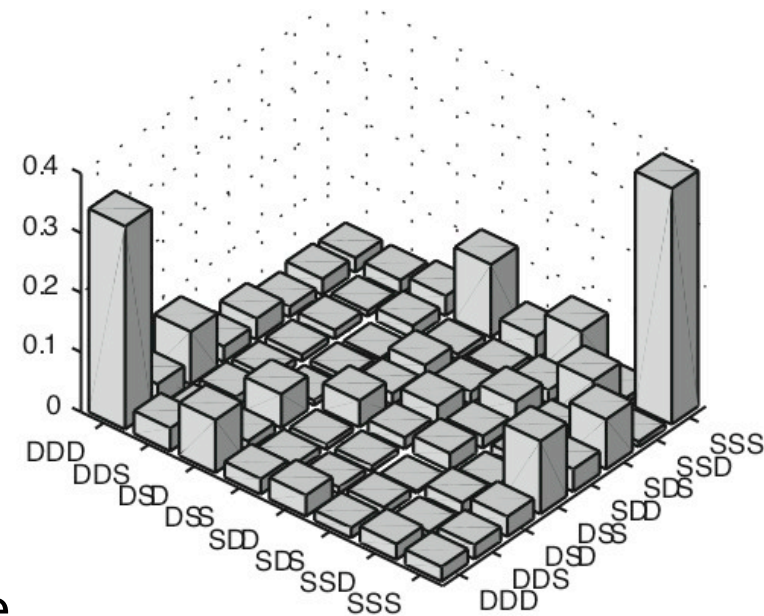


absolue de ces éléments. Les 4 attendus (populations des états $|DDD\rangle$ et $|SSS\rangle$ sur la diagonale de la matrice et cohérences entre $|DDD\rangle$ et $|SSS\rangle$) dominent les 60 autres, dus aux imperfections expérimentales. La quasi égalité entre éléments diagonaux et non-diagonaux démontre la cohérence de l'état. La fidélité de la préparation est:

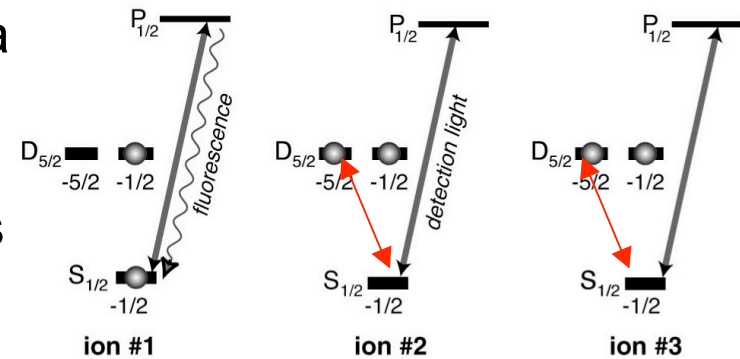
$$F_{GHZ} = \langle \Psi_{GHZ}^{N=3} | \rho_{GHZ}^{mesuré} | \Psi_{GHZ}^{N=3} \rangle \approx 0.85$$

Décohérence par mesure non lue de l'ion 1

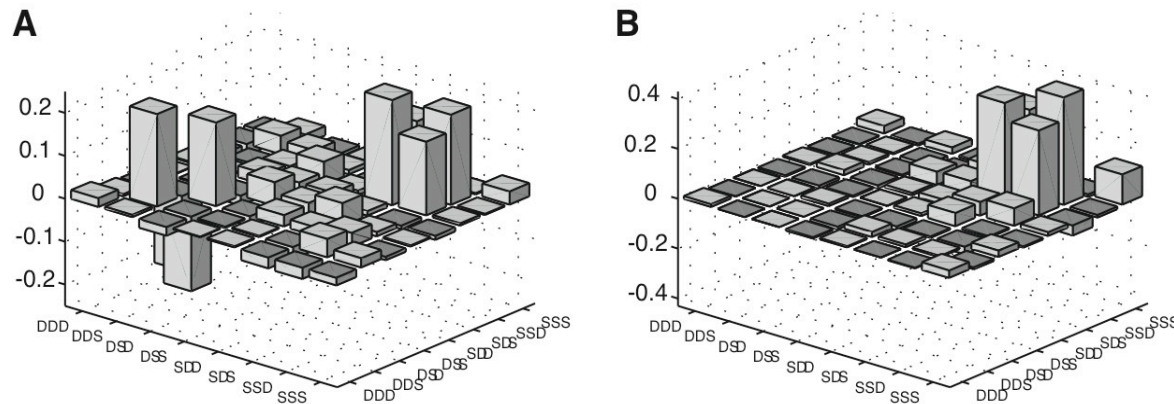
On effectue la détection de l'ion 1 (sans enregistrer le résultat), puis la tomographie comme précédemment: Les éléments non-diagonaux ont disparu. La mesure non lue de l'ion 1 détruit comme attendu la cohérence de l'état GHZ qui devient un mélange incohérent de $|SSS\rangle$ et $|DDD\rangle$ (voir équation (6-5)).



Pour éviter que la fluorescence de l'ion 1 ne perturbe directement les ions 2 et 3, on les «protège» pendant cette mesure en transférant (grâce à un pulse laser) les états S sensibles à la lumière dans un troisième état, sous niveau de l'état métastable D , insensible à la lumière de fluorescence. Cette protection est annulée après la mesure, l'état auxiliaire et S étant échangés à nouveau avant tomographie. Une procédure de protection analogue est utilisée dans l'expérience de téléportation décrite à la leçon 5.



Gomme quantique appliquée à un état GHZ



$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|DSD\rangle + |SDS\rangle) \xrightarrow[\text{ion 1}]{\text{rotation}} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|D\rangle_1 (|SD\rangle_{23} - |DS\rangle_{23}) + |S\rangle_1 (|SD\rangle_{23} + |DS\rangle_{23}) \right] \quad (6-10)$$

La fig. A montre la matrice densité obtenue après rotation de l'ion 1 et sa mesure non lue. On voit 2 groupes de termes correspondant aux projecteurs sur les 2 états du membre de droite de (6-10). Cette matrice est identique à $(1/2)(|DSD\rangle\langle DSD| + |SDS\rangle\langle SDS|)$, après changement de base de l'ion 1. La mesure non lue, quelle que soit sa base, détruit la cohérence et l'intrication.

Gomme quantique exploitant la mesure de 1: Si on trouve 1 dans $|D\rangle$, on le bascule vers S et on tourne 2, changeant $|SD\rangle_{23} - |DS\rangle_{23}$ en $|SD\rangle_{23} + |DS\rangle_{23}$. On ne fait rien si on trouve 1 dans $|S\rangle$. La tomographie subséquente, montrée sur la fig.B décrit, avec fidélité $\sim 75\%$, l'état bi-partite intriqué $|S\rangle_1 (|SD\rangle_{23} + |DS\rangle_{23})$. (ion 1 dans $|S\rangle$ en présence d'un état de Bell des ions 2 et 3).

Principe de génération d'états GHZ avec $N > 3$

La procédure décrite pour $N=3$ se généralise en principe à un nombre quelconque d'ions. La manipulation de l'ion 1 est identique et conduit à son intrication avec le mode de vibration:

$$|S, (S, S, \dots S); 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|S, (S, S, \dots S); 0\rangle + |D, (S, S, \dots S); 1\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|D, (S, S, \dots S); 0\rangle + |S, (S, S, \dots S); 1\rangle) \quad (6-11)$$

On applique ensuite aux $N-2$ ions $2, 3, \dots, N-1$ la porte C-not qui les intrique tous au mode de vibration. Les ions 1 et N ne sont pas affectés dans cette étape:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|(D), S, S, \dots S, (S); 0\rangle + |(S), S, S, \dots S, (S); 1\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|(D), D, D, \dots D, (S); 0\rangle + |(S), S, S, \dots S, (S); 1\rangle) \quad (6-12)$$

On recopie enfin sur l'ion N , après l'avoir basculé, l'état du mode de vibration:

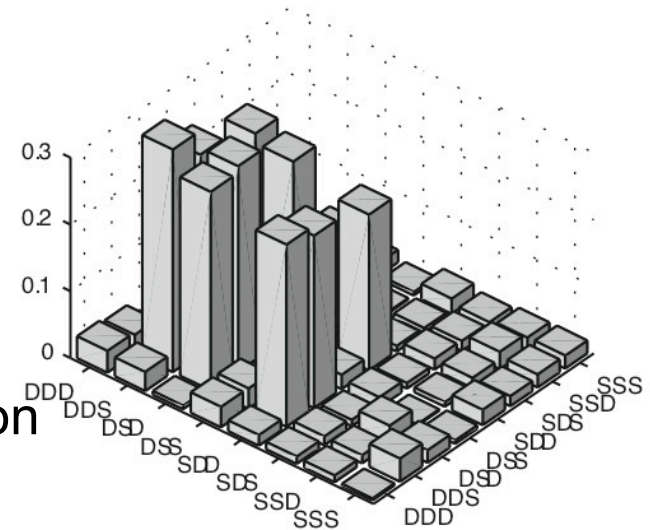
$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} (|(D, D, \dots D), S; (0)\rangle + |(S, S, \dots S), S; (1)\rangle) &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|(D, D, \dots, D), D; 0\rangle + |(S, S, \dots, S), D; 1\rangle) \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|D, D, \dots, D\rangle + |S, S, \dots, S\rangle) \otimes |0\rangle \quad (6-13) \end{aligned}$$

Cette méthode itérative souffre de la fidélité limitée de la porte C-not. Pour $N > 3$ elle conduirait à des résultats médiocres. Le même problème est rencontré en CQED. Nous verrons dans la leçon 7 comment le groupe de Boulder a pu, grâce à une porte plus performante, préparer un état GHZ de 6 ions.

Etat W de trois ions

1. Pulse intriquant l'ion 2 au mode de vibration (superposition à poids inégaux):

$$|(S), S, (S); 0\rangle \xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v]{\text{pulse } 2 \text{ Arc cos}(1/\sqrt{3})} \frac{1}{\sqrt{3}} |(S), S, (S); 0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |(S), D, (S); 1\rangle \quad (6-14)$$



2. Bascule de l'ion 3 échangeant S et D suivie de son intrication au mode par pulse $\pi/2$ sur bande bleue:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} |(S, S), S; 0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |(S, D), S; 1\rangle \xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS}]{\text{pulse } \pi} \frac{1}{\sqrt{3}} |(S, S), D; 0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |(S, D), D; 1\rangle \xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v]{\text{pulse } \pi/2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (|S, S, D; 0\rangle + |S, D, S; 0\rangle + |S, D, D; 1\rangle) \quad (6-15)$$

3. Bascule de l'ion 1 suivie de la copie du mode sur l'ion (pulse π bande bleue):

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (|S, (S, D); 0\rangle + |S, (D, S); 0\rangle + |S, (D, D); 1\rangle) \xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS}]{\text{pulse } \pi} \frac{1}{\sqrt{3}} (|D, (S, D); 0\rangle + |D, (D, S); 0\rangle + |D, (D, D); 1\rangle)$$

$$\xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v]{\text{pulse } \pi} \frac{1}{\sqrt{3}} (|D, S, D\rangle + |D, D, S\rangle + |S, D, D\rangle) \otimes |0\rangle \quad (6-16)$$

La tomographie montre l'opérateur densité de l'état W avec les 3 populations et les 6 éléments non diagonaux attendus de même grandeur (1/3).

Effet de la décohérence de l'ion 1 sur l'état W

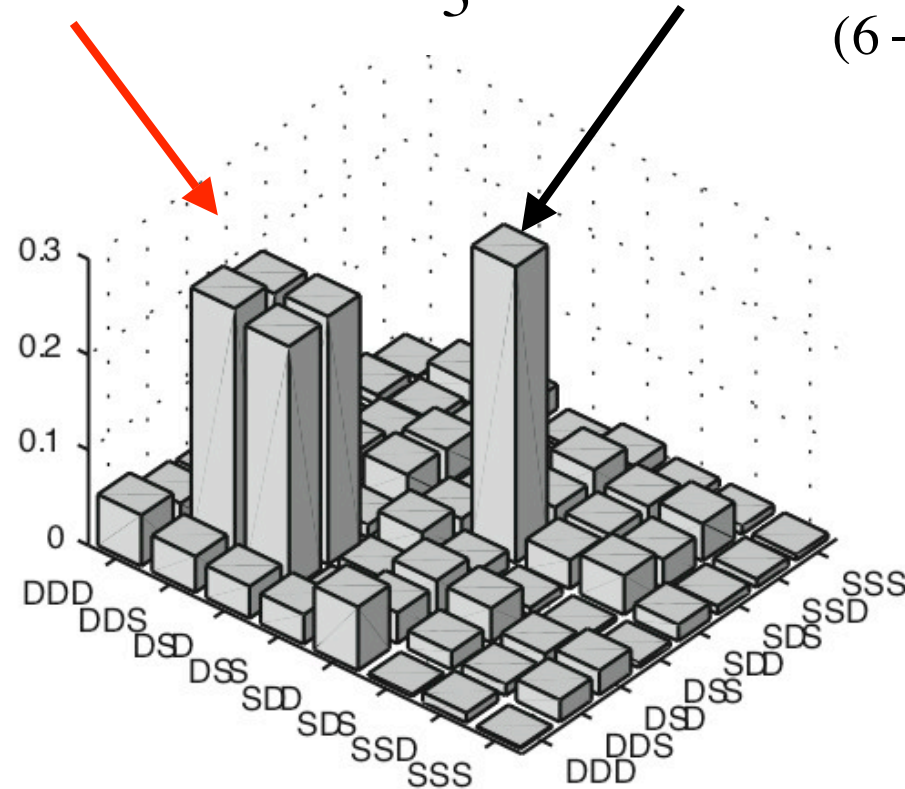
Si on réalise une mesure non lue de l'ion 1, l'opérateur densité devient:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \left(|S, D, D\rangle + |D, S, D\rangle + |D, D, S\rangle \right) \xrightarrow[\text{ion 1}]{\text{décohérence}}$$

$$\frac{2}{3} |D\rangle_{11} \langle D| \otimes |\psi_{Bell}^+\rangle_{23} \langle \psi_{Bell}^+| + \frac{1}{3} |S, D, D\rangle \langle S, D, D| \quad (6-17)$$

La tomographie subséquente montre les deux parties de l'opérateur densité final. Avec la probabilité 2/3, le système préserve une intrication bipartite (ion 1 dans l'état *D* en présence *d'un état de Bell des ions 2 et 3*).

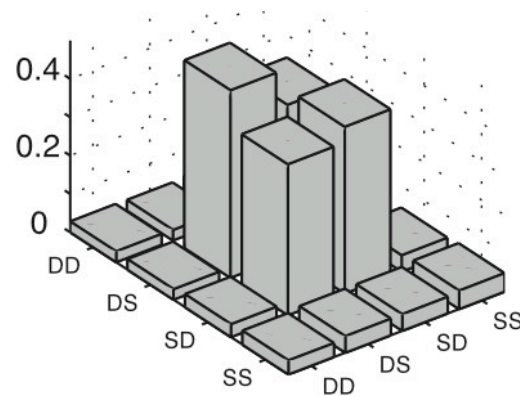
L'expérience confirme que l'état W est moins sensible à la décohérence que l'état GHZ.



Mesure explicite de l'ion 1

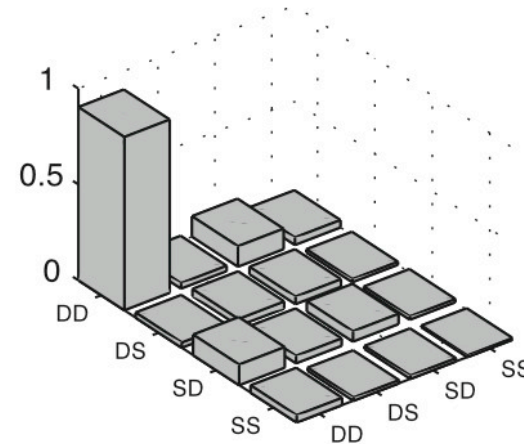
Si on lit la mesure de l'ion 1 et effectue la tomographie des ions 2 et 3 correspondant aux deux résultats possibles de cette mesure, on obtient les deux matrices densités suivantes:

*Ion 1 trouvé dans D
(2/3 des mesures)*



$$\left| \psi_{Bell}^+ \right\rangle_{23} \left\langle \psi_{Bell}^+ \right|$$

*Ion 1 trouvé dans S
(1/3 des mesures)*



$$\left| D, D \right\rangle_{23} \left\langle D, D \right|$$

Etude des états GHZ et W de 3 ions: C.Roos, M.Riebe, H.Häffner, W.Hänsel, J.Benhelm, G.Lancaster, C.Becher, F.Schmidt-Kaler et R.Blatt, Science, 304, 1478 (2004).

Etats W jusqu'à $N = 8$ ions

H.Häffner, W.Hänsel, C.Roos, J.Benhelm, D.Chek-al-kar, M.Chwalla, T.Körber, U.Rapol, M.Riebe, P.Schmidt, C.Becher, O Gühne, W.Dür et R.Blatt, Nature, 438, 643 (2005).

La préparation des états W a été généralisée par le groupe d'Innsbruck au cas de $N = 4, 5, 6, 7$ et 8 ions. Lorsque le nombre d'ions augmente, la préparation de l'état de départ devient de plus en plus infidèle en raison des imperfections du pompage et du refroidissement qui s'accumulent sur les différents ions. On utilise pour $N = 6, 7$ et 8 une méthode de filtrage pour purifier l'état initial (analogue à la méthode de refroidissement par acquisition d'information présentée à la leçon 3). On prépare d'abord du mieux possible l'état $|D, D, \dots, D; 0\rangle$, puis on applique un pulse de lecture qui n'induit de fluorescence que si un ion est dans S . L'absence totale de fluorescence signale que tous les atomes sont bien dans D . Pour tester de la même façon l'état du mode de vibration, on applique ensuite à un des ions un pulse π sur la bande bleue. L'absence de fluorescence indique que le mode de vibration est bien dans son état fondamental. Le succès de ces deux tests combinés (dans $\sim 70\%$ des cas) sélectionne avec une probabilité très proche de 100% l'état désiré $|D, D, \dots, D; 0\rangle$. On procède alors à la préparation de l'état W (voir page suivante).

Préparation des états W pour $N = 6, 7$ et 8

La méthode, qui généralise celle indiquée plus haut pour $N = 3$, procède pour $N = 6, 7$ et 8 comme suit, après avoir transféré l'ion 1 de D à S par un pulse π sur la porteuse:

1. L'ion 1 est soumis à un pulse bande bleue d'angle $2\text{Arc cos}(1/\sqrt{N})$ préparant une superposition à poids inégaux de $|SDD, \dots D; 0\rangle$ et $|DDD, \dots D; 1\rangle$:

$$|S, (D, D \dots D); 0\rangle \xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v]{\text{pulse Arc cos}(1/\sqrt{N})} \frac{1}{\sqrt{N}} |S, D, D \dots D; 0\rangle + \sqrt{\frac{N-1}{N}} |D, D, D, \dots D; 1\rangle \quad (6-18)$$

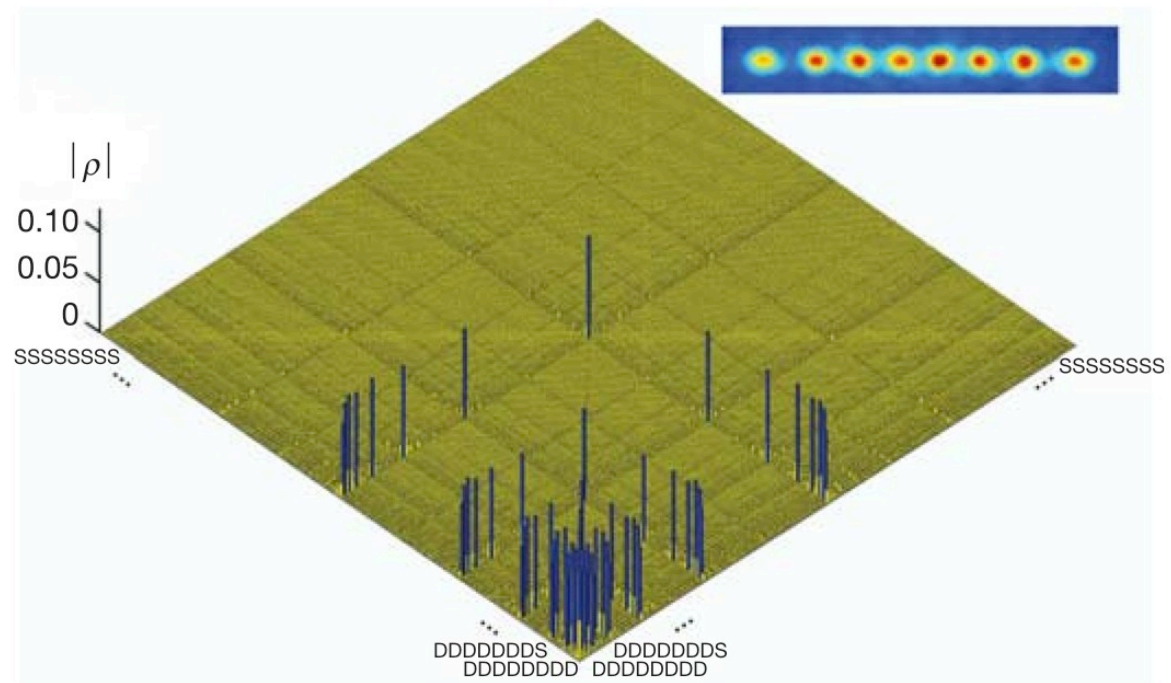
2. L'ion 2 est alors soumis à un pulse bande bleue d'angle $2\text{Arcsin}(1/(N-1)^{1/2})$ conduisant à:

$$\xrightarrow[\omega_L = \omega_{DS} + \omega_v]{\text{pulse ion 2 Arc sin}(1/\sqrt{N-1})} \frac{1}{\sqrt{N}} |S, D, D \dots D; 0\rangle + \frac{1}{\sqrt{N}} |D, S, D, \dots D; 0\rangle + \sqrt{\frac{N-2}{N}} |D, D, D, \dots D; 1\rangle \quad (6-19)$$

On itère ensuite la procédure en appliquant aux ions $3, 4, \dots, N$ des pulses bande bleue d'angles $2\text{arcsin}(1/(N-2)^{1/2}), 2\text{arcsin}(1/(N-3)^{1/2}) \dots 2\text{arcsin}(1/1)^{1/2}$ ce qui conduit à découper progressivement l'état du système, générant finalement l'état W des N ions en présence du mode de vibration séparé dans l'état $|0\rangle$.

Tomographie de l'état W de 8 ions

La mesure des $4^8=65536$ éléments de matrice demande $3^8=6561$ réglages différents de pulses laser porteuse avant d'irradier les ions et de mesurer leur fluorescence spatialement résolue. La moyenne des signaux obtenus pour chaque réglage correspond à 100 réalisations.



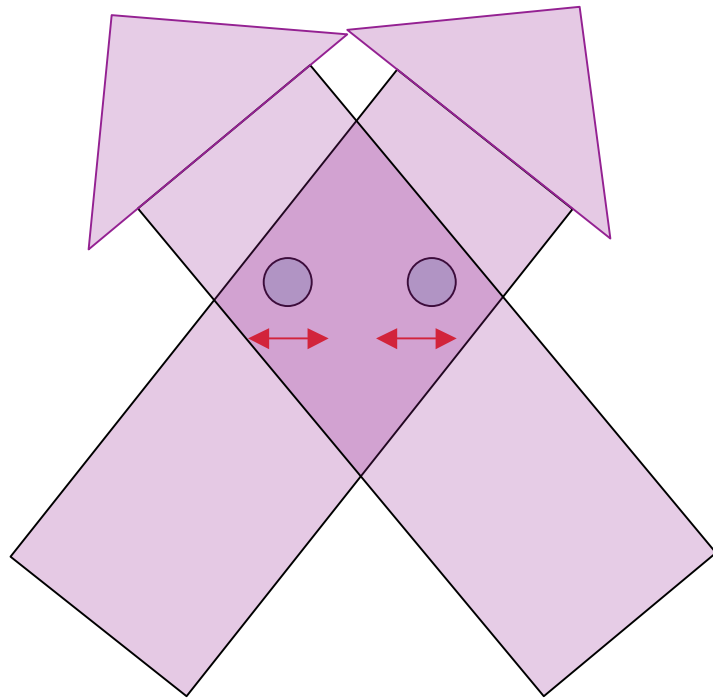
Il faut donc 656100 répétitions de l'expérience (une dizaine d'heures). Le diagramme montre les $8^2=64$ éléments de matrice (tous valant idéalement $1/8=0,125$) de la matrice densité de l'état W tel qu'il est mesuré par tomographie. Des tests évaluant l'intrication finale du système ont été réalisés. Nous ne les analyserons pas ici.

6B.

Porte topologique à adressage collectif des ions

Principe de la porte topologique: déplacement en boucle d'un mode de vibration collectif accumulant une phase dépendant de l'état interne des ions. Réalisation sur deux ions Be^+ . Analyse de la porte par interférométrie Ramsey. Mesure de sa fidélité. Le principe de cette porte a été proposé par *G.Milburn, S.Schneider et D.James, Forschrift Physik, 48, 801 (2000)* et la réalisation expérimentale décrite par *D.Leibfried, B.DeMarco, V.Meyer, D.Lucas, M.Barrett, J.Britton, W.Itano, B.Jelenkovic, G.Langer, T.Rosenband et D.Wineland, Nature, 422, 412 (2003)*.

Porte à adressage collectif des deux qubits



Le piège de Boulder à ions Be^+ confine plus les ions que le piège à Ca^+ d'Innsbruck. Les fréquences de vibration sont plus élevées et les constantes de temps d'opération des portes plus courtes. En contre-partie, il est plus difficile d'adresser les qubits séparément et de les détecter de façon spatialement résolue. Le groupe de Boulder a donc développé des types de portes qui sont basées sur un adressage collectif des ions. Les signaux détectés, qui permettent

d'analyser le fonctionnement de la porte sont eux aussi collectifs, basés sur la fluorescence d'ensemble des ions. Le

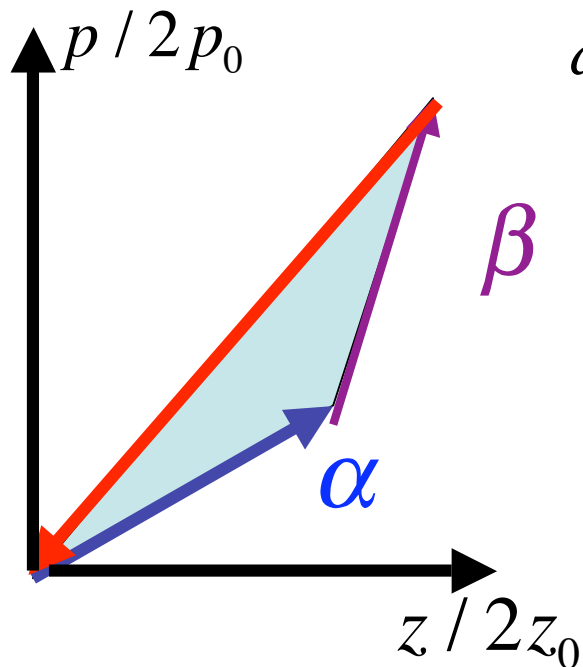
principe de la méthode est de faire subir à un mode de vibration collectif des ions une translation en boucle dans son espace de phase. Cette boucle induit une accumulation de phase dépendant des états internes des ions impliqués dans la porte. Nous détaillons cette méthode basée sur l'application aux ions d'une force induite par un effet Raman et décrivons l'expérience de Boulder (pour plus de détails sur le calcul des transitions Raman voir *D. Wineland et al, Phil. Trans. Royal Society, London, 361, 1349 (2003)*).

Boucle fermée dans l'espace des phases d'un mode de vibration: phase topologique

L'idée de base de la porte topologique consiste à exploiter le déphasage global de la phase de l'état quantique des 2 ions lorsque un mode de vibration est translaté suivant une boucle fermée dans son espace des phases. La boucle la plus simple est un triangle. Nous avons vu que la combinaison de deux translations fait apparaître une phase associée au commutateur des opérateurs de création et d'annihilation de phonons (théorème de Glauber):

$$D(\beta)D(\alpha) = D(\beta + \alpha)e^{(\beta\alpha^* - \beta^*\alpha)/2}$$

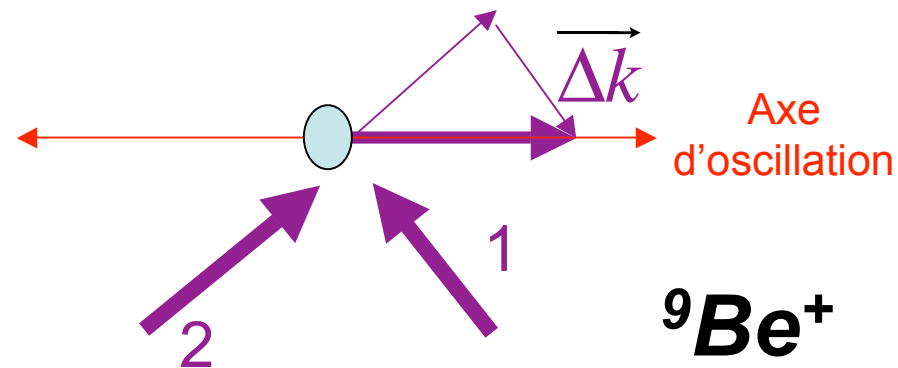
$$\text{avec } \frac{\beta\alpha^* - \beta^*\alpha}{2} = i(\beta''\alpha' - \beta'\alpha'') = iS \quad (6-20)$$



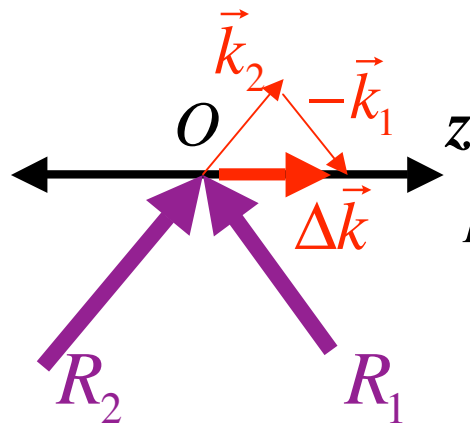
S est l'aire orientée normalisée ($4z_0p_0 = \hbar$) du triangle formé par les vecteurs associés aux nombres complexes α, β et $-(\alpha+\beta)$. Ce résultat se généralise à une translation sur un contour polygonal fermé quelconque, en le décomposant en triangles élémentaires. **Le retour à l'état initial s'accompagne d'un déphasage global égal à l'aire orientée enfermée par le contour.**

Translation par effet Raman dans l'espace des phases dépendant de l'état interne du qubit: rappel de la leçon 4.

Pour utiliser la phase topologique dans une porte, l'effet doit dépendre de l'état des qubits. Nous avons vu (chat de Schrödinger d'un ion, leçon 4) qu'on peut traduire un mode d'oscillation de façon conditionnelle à l'état interne de l'ion. On utilise une force basée sur un effet Raman induit par deux lasers dont la différence des fréquences est résonnante ou quasi-résonnante avec la fréquence de la vibration. La polarisation des lasers est réglée soit pour qu'un seul des états du qubit soit sensible à l'excitation laser, soit de façon plus générale pour que les 2 états subissent des forces différentes.



Résonance Raman sur un ion ayant l'effet d'une force lumineuse modulée (cas d'un seul ion)



Interprétation physique de la force Raman (leçon 4):

déplacement lumineux modulé dans le temps et dans l'espace (battement entre les 2 lasers):

$$\vec{E}(t) = E_1 \vec{e}_1 \cos(\omega_1 t + kz / \sqrt{2} + \varphi) + E_2 \vec{e}_2 \cos(\omega_2 t - kz / \sqrt{2}) \quad (6-21)$$

D'où les déplacements lumineux (moyennés sur un temps long devant la période optique):

$$\bar{E}_{Light\ Shift}^{(i)}(z, t) = c_1^i E_1^2 + c_2^i E_2^2 + c_{12}^i E_1 E_2 \cos[(\omega_2 - \omega_1)t - \Delta k \cdot z - \varphi] \quad (6-22)$$

Les c_1^i , c_2^i et c_{12}^i ($i=e, g$) sont des coefficients dépendant de la polarisation des lasers et des désaccords des transitions virtuelles impliquées dans le processus Raman (voir plus loin). On règle les polarisations pour que la partie statique des déplacements soit la même pour $|e\rangle$ et $|g\rangle$. *Le pulse Raman n'a alors aucun effet sur la cohérence entre les états du qubit.* Il ne reste à prendre en compte que son effet dynamique décrit par le hamiltonien:

$$H = (c_{12}^e E_1 E_2 |e\rangle\langle e| + c_{12}^g E_1 E_2 |g\rangle\langle g|) \cos[(\omega_2 - \omega_1)t - \Delta k \cdot z - \varphi] \quad (6-23)$$

Résonance Raman sur un ion ayant l'effet d'une force lumineuse modulée (un seul ion-suite)

L'hamiltonien effectif (6-23) dépend de la position de l'ion, qui doit être traitée comme une observable quantique Z . On développe ce hamiltonien en puissance du paramètre de Lamb-Dicke $\eta = \Delta k z_0$ supposé petit devant 1:

$$H = \left(c_{12}^e E_1 E_2 |e\rangle\langle e| + c_{12}^g E_1 E_2 |g\rangle\langle g| \right) \left(\cos \left[(\omega_2 - \omega_1)t - \varphi \right] + \eta(a + a^\dagger) \sin \left[(\omega_2 - \omega_1)t - \varphi \right] + \dots \right) \quad (6-24)$$

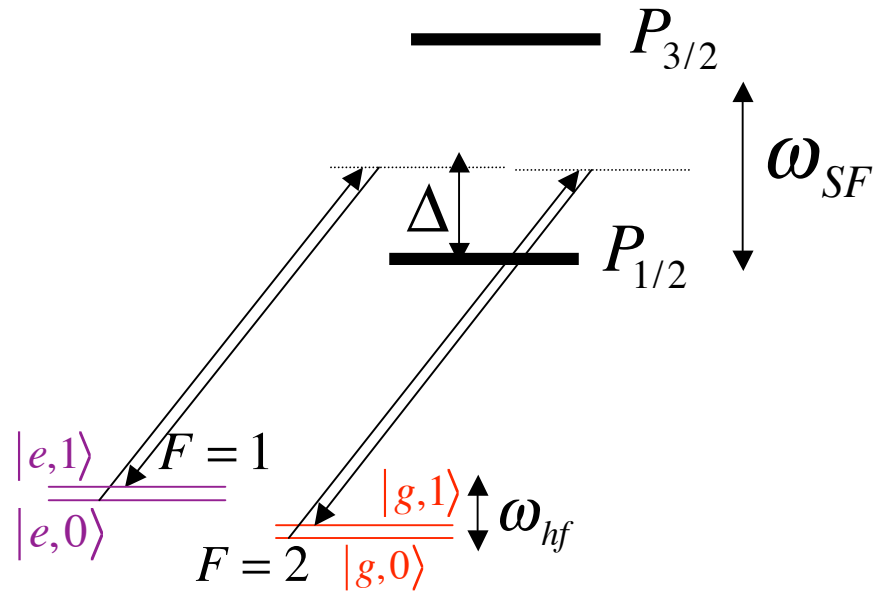
Au voisinage de la résonance ($\omega_2 - \omega_1 = \omega_v + \delta$ avec $|\delta| \ll \omega_v$) et en représentation d'interaction par rapport au hamiltonien de l'oscillateur, il est légitime de faire **l'approximation RWA**, qui fait disparaître le terme oscillant rapidement (cosinus dans (6-24)) et 2 des 4 termes obtenus en développant le produit du sinus par $(a + a^\dagger)$. On trouve finalement:

$$\tilde{H} \approx -\frac{i\eta E_1 E_2}{2} \left(c_{12}^e |e\rangle\langle e| + c_{12}^g |g\rangle\langle g| \right) \left(a e^{i(\delta t - \varphi)} - a^\dagger e^{-i(\delta t - \varphi)} \right) \quad (6-25)$$

A résonance exacte ($\delta = 0$), l'évolution régie par H pendant le temps τ est une translation dans l'espace des phases de l'oscillateur, d'amplitude complexe α_i dépendant de l'état interne de l'ion ($i = e$ ou g):

$$\alpha_i = \eta \tau \frac{E_1 E_2}{2\hbar} c_{12}^i e^{i\varphi} \quad (6-26)$$

Réglage du rapport des forces agissant sur les deux états de l'ion



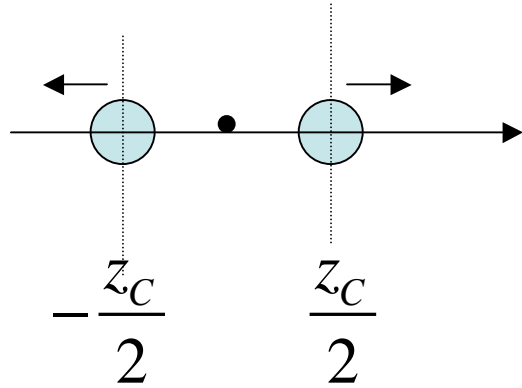
L'amplitude relative du couplage Raman sur les transitions partant des deux états $|e\rangle$ ($|1,1\rangle$) et $|g\rangle$ ($|2,2\rangle$) est ajustée en jouant sur le désaccord Δ entre les lasers et la fréquence de la transition entre l'état fondamental de l'ion $F=1$ et l'état excité $P_{1/2}$ (les autres désaccords s'en déduisent connaissant la structure hyperfine de l'état fondamental $\omega_{hf} = 1,25 \text{ GHz}$ et la structure

fine de l'état excité $\omega_{SF} = 198 \text{ GHz}$). Les amplitudes Raman dépendent, par l'intermédiaire de coefficients $c_{12,3/2}^i$ et $c_{12,1/2}^i$ ($i=e,g$), des polarisations des lasers et des éléments de matrice dipolaires joignant $|e\rangle$ et $|g\rangle$ aux états $P_{1/2}$ et $P_{3/2}$:

$$c_{12}^e = \frac{c_{12,1/2}^e}{\Delta} + \frac{c_{12,3/2}^e}{\Delta - \omega_{SF}} \quad ; \quad c_{12}^g = \frac{c_{12,1/2}^g}{\Delta + \omega_{hf}} + \frac{c_{12,3/2}^g}{\Delta + \omega_{hf} - \omega_{SF}} \quad (6-27)$$

On règle le rapport de ces amplitudes en ajustant Δ . Avec $\Delta = 82 \text{ GHz}$ et des polarisations laser convenables, $c_{12}^g = -2c_{12}^e$. Les forces Raman ont alors des signes opposés sur les 2 états, avec des amplitudes dans le rapport -2 .

Effet Raman sur 2 ions éclairés ensemble: couplage au mode accordéon ($\omega_v = \omega_z \sqrt{3}$)



Les 2 ions sont couplés de façon identique à 2 lasers dont la différence des fréquences est voisine de celle du mode accordéon (stretch mode). Le centre de masse reste immobile. Les ions oscillent en opposition de phase autour des points d'équilibre $\pm z_C/2$ avec une amplitude petite devant la longueur d'onde des lasers (alors que z_C est grand devant cette longueur). Leurs

positions z_1 et z_2 s'expriment en fonction de z_C et de la coordonnée z du mode par les relations (voir leçon 2):

$$z_1 = \frac{z_C}{2} + \frac{1}{2}(z - z_C) \quad ; \quad z_2 = -\frac{z_C}{2} - \frac{1}{2}(z - z_C) \quad (6-28)$$

Les déplacements lumineux modulés induits par les lasers sur les ions sont proportionnels à $\cos[(\omega_2 - \omega_1)t \pm \Delta k \cdot z_C/2 \pm \Delta k(z - z_C)/2]$ (voir Eq. (6-23)). On dispose les ions à une distance telle que $\Delta k \cdot z_C = 2m\pi$ (m entier), ce qui fait qu'ils voient une perturbation de même phase, et donc subissent la même force radiative, s'ils sont dans le même état (tous 2 dans $|e\rangle$ ou dans $|g\rangle$). Leurs couplages au mode accordéon sont alors exactement opposés et ce mode ne peut être excité. **Il ne peut l'être que si les états des 2 qubits sont différents.**

Effet Raman sur 2 ions éclairés ensemble: une dynamique conditionnelle

Si les ions sont dans $|e,g\rangle$ ou $|g,e\rangle$, le couplage au mode (à l'approximation RWA) est donné par une expression en fonction des opérateurs d'annihilation et de création de phonons dans le mode accordéon généralisant (6-25):

$$\tilde{H} = -\frac{i\bar{\eta}}{4} E_1 E_2 (c_{12}^e - c_{12}^g) (|e,g\rangle\langle e,g| - |g,e\rangle\langle g,e|) (ae^{i(\delta t - \varphi)} - a^\dagger e^{-i(\delta t - \varphi)}) \quad (6-29)$$

Noter que le facteur Lamb-Dicke correspond à présent à la masse réduit $M/2$:

$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\hbar \Delta k^2}{M \omega_v}} \quad (6-30)$$

Nous allons voir que si on applique le couplage (6-29) pendant $\tau = 2\pi/\delta$, l'état du mode décrit une boucle fermée dans le plan de phase, lorsque les ions sont dans $|e,g\rangle$ ou $|g,e\rangle$ (alors qu'il n'y a pas de déplacement du mode lorsqu'ils sont dans $|e,e\rangle$ ou $|g,g\rangle$). En ajustant l'amplitude des lasers, on s'arrange pour que l'aire de la boucle corresponde au déphasage $-\pi/2$. La translation du mode initialement dans l'état de vibration $|\psi\rangle_v$ correspond alors à un déphasage conditionnel laissant les états internes et de vibration séparés:

$$\begin{aligned} |e,e\rangle|\psi\rangle_v &\rightarrow |e,e\rangle|\psi\rangle_v; & |g,g\rangle|\psi\rangle_v &\rightarrow |g,g\rangle|\psi\rangle_v \\ |e,g\rangle|\psi\rangle_v &\rightarrow e^{-i\pi/2} |e,g\rangle|\psi\rangle_v; & |g,e\rangle|\psi\rangle_v &\rightarrow e^{-i\pi/2} |g,e\rangle|\psi\rangle_v \end{aligned} \quad (6-31)$$

Boucle fermée parcourue dans l'espace des phases par le mode accordéon

Opérateur d'évolution du mode associé à un intervalle de temps infinitésimal $dt \ll 1/|\delta|$ pour l'état $|e, g\rangle$:

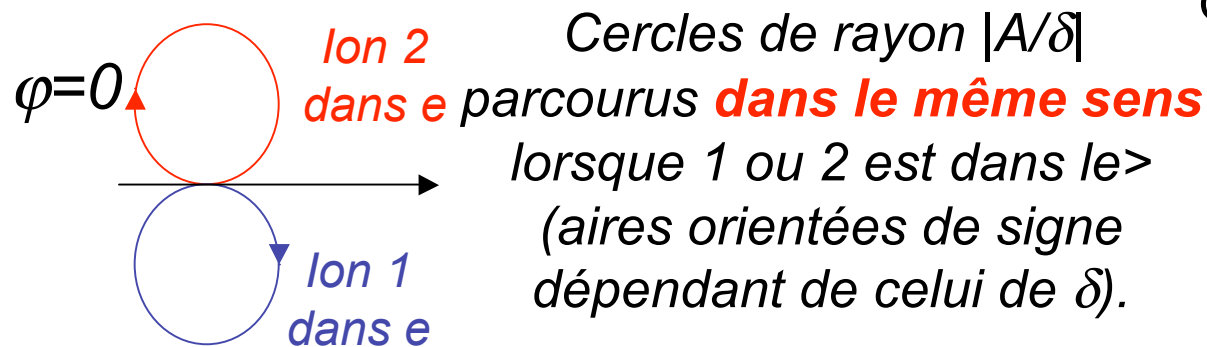
$$\tilde{U}_{eg}(t + dt, t) = \exp\left(-i \frac{\tilde{H}_{eg}(t)}{\hbar} dt\right) = D(d\varepsilon(t))$$

Pour l'état $|g, e\rangle$, A est changé en $-A$

$$\text{avec } d\varepsilon(t) = A dt e^{-i\delta t} \quad ; \quad A = \frac{\bar{\eta} e^{i\varphi}}{4\hbar} E_1 E_2 (c_{12}^e - c_{12}^g) \quad (6-32)$$

La combinaison de ces opérateurs de translation infinitésimaux sur l'intervalle de temps $[0, 2\pi/\delta]$ fait parcourir un cercle au mode de vibration dans l'espace des phases. L'accumulation des déplacements entre 0 et t_1 s'écrit en effet:

$$\int_0^{t_1} d\varepsilon(t) = A \int_0^{t_1} e^{-i\delta t} dt = \frac{iA}{\delta} (e^{-i\delta t_1} - 1) = -\frac{iA}{\delta} + \frac{iA}{\delta} (\cos \delta t_1 - i \sin \delta t_1) \quad (6-33)$$

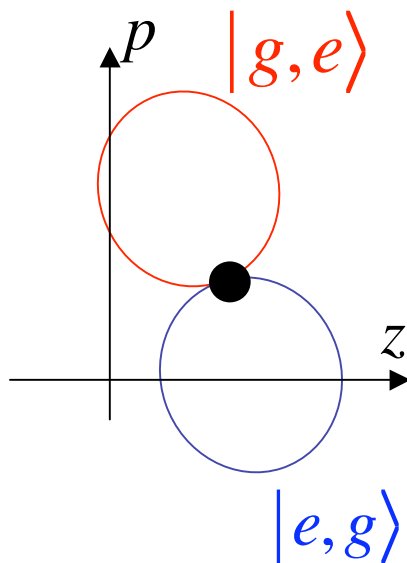


On règle les paramètres pour que chaque boucle produise un déphasage $-\pi/2$:

$$\Phi = -\pi \frac{|A|^2}{\delta^2} = -\frac{\pi}{2} \rightarrow$$

$$|A| = |\delta|/\sqrt{2} \quad (6-34)$$

La logique de la porte topologique



Le déphasage conditionné à l'état interne des ions ne nécessite même pas une initialisation précise du mode de vibration dans son état fondamental, le parcours en boucle dans l'espace des phases étant largement indépendant de l'état initial (il faut simplement $\eta \ll 1$). Si les lasers ont un déphasage φ entre eux, l'axe des boucles est incliné, mais l'accumulation de phase sur un cercle fermé reste le même. La procédure réalise la correspondance suivante:

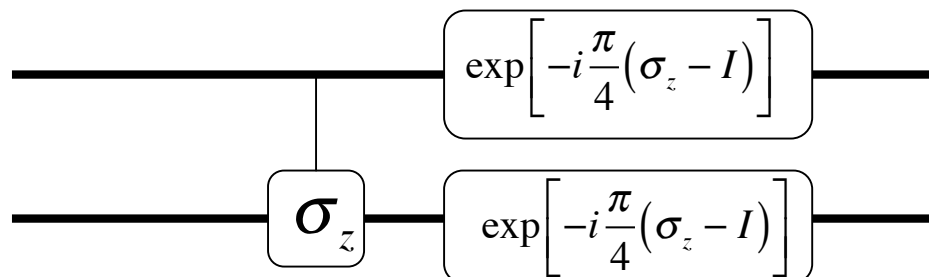
$$|e\rangle|e\rangle \rightarrow |e\rangle|e\rangle \quad ; \quad |e\rangle|g\rangle \rightarrow e^{-i\pi/2} |e\rangle|g\rangle \quad ; \quad |g\rangle|e\rangle \rightarrow e^{-i\pi/2} |g\rangle|e\rangle \quad ; \quad |g\rangle|g\rangle \rightarrow |g\rangle|g\rangle$$

ou :

$$|0\rangle|0\rangle \rightarrow |0\rangle|0\rangle \quad ; \quad |0\rangle|1\rangle \rightarrow e^{-i\pi/2} |0\rangle|1\rangle \quad ; \quad |1\rangle|0\rangle \rightarrow e^{-i\pi/2} |1\rangle|0\rangle \quad ; \quad |1\rangle|1\rangle \rightarrow |1\rangle|1\rangle$$

(6 – 35)

qui correspond au circuit logique:



Porte de phase suivie de portes à un bit qui déphasent de $-\pi/2$ les qubits s'ils sont dans l'état 1.

Etude expérimentale de la dynamique de la porte topologique

Toutes les manipulations à un et deux qubits ainsi que la détection par fluorescence s'effectuent de façon symétrique, sur les deux ions irradiés simultanément. L'état final produit ne peut être directement testé par fluorescence car la porte de phase ne change pas la probabilité de trouver les ions dans les niveaux e et g et ne se traduit donc pas directement par un changement du signal de détection. La méthode interférométrique employée consiste à mettre la porte entre deux impulsions laser réalisant des opérations à un bit (rotations du vecteur de Bloch identiques sur les deux bits) et à détecter l'effet de la porte insérée entre ces rotations sur le signal de détection final.

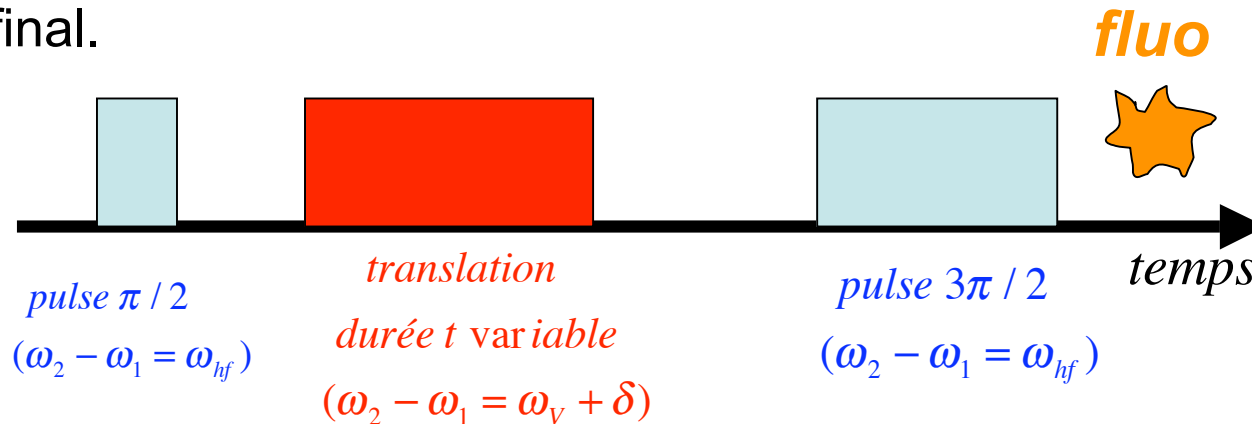
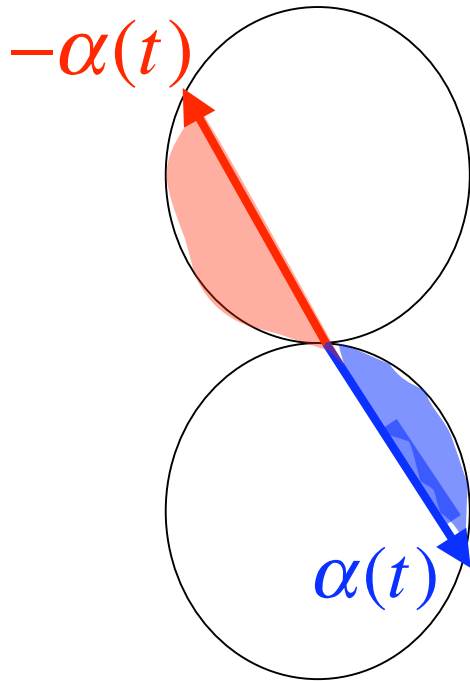


Schéma de principe de la séquence d'opérations appliquées aux 2 ions

Pour régler la porte, on applique entre les rotations à un bit une translation Raman de durée variable et on analyse l'état final en fonction de cette durée (voir page suivante).

Effet d'une translation sur un arc de cercle dans le plan de phase



Une simple analyse géométrique donne:

$$\alpha(t) = \frac{A}{\delta} \sin \delta t - \frac{iA}{\delta} [1 - \cos \delta t] \rightarrow$$

$$|\alpha(t)|^2 = \frac{4A^2}{\delta^2} \sin^2(\delta t / 2) = 2 \sin^2\left(\frac{\delta t}{2}\right) \quad (6-36)$$

$$\Phi(t) = -\frac{A^2}{2\delta^2} (\delta t - \sin \delta t) = \frac{\sin \delta t - \delta t}{4} \quad (6-37)$$

L'effet de la translation de durée t sur les quatre états initiaux (on suppose le mode initialisé dans $|0\rangle$) est donné par:

$$\begin{aligned} |e, e\rangle|0\rangle &\rightarrow |e, e\rangle|0\rangle & ; & \quad |g, g\rangle|0\rangle \rightarrow |g, g\rangle|0\rangle & ; \\ |e, g\rangle|0\rangle &\rightarrow e^{i\Phi(t)} |e, g\rangle|\alpha(t)\rangle & ; & \quad |g, e\rangle|0\rangle \rightarrow e^{i\Phi(t)} |g, e\rangle|-\alpha(t)\rangle \end{aligned} \quad (6-38)$$

Translation dans le plan de phase intercalée entre deux rotations des qubits

1. Rotation - $\pi/2$ des deux qubits à partir de l'état initial $|g, g; 0\rangle$:

$$|g, g\rangle|0\rangle \xrightarrow[\omega_2 - \omega_1 = \omega_{hf}]{R(-\pi/2, \phi=0)} \frac{1}{2} (1 + i\sigma_y)_1 (1 + i\sigma_y)_2 |g, g\rangle|0\rangle = \frac{1}{2} (|g, g\rangle + |g, e\rangle + |e, g\rangle + |e, e\rangle)|0\rangle \quad (6-39)$$

2. Translation de durée t du mode dans le plan de phase:

$$\xrightarrow[\omega_2 - \omega_1 = \omega_v + \delta]{Translation} \frac{1}{2} (|g, g\rangle + |e, e\rangle)|0\rangle + \frac{1}{2} e^{i\Phi(t)} (|e, g\rangle|\alpha(t)\rangle + |g, e\rangle|-\alpha(t)\rangle) \quad (6-40)$$

3. Rotation de $-3\pi/2$ des 2 qubits (opérateur $(1/2)(1 - i\sigma_y)_1(1 - i\sigma_y)_2$):

$$\xrightarrow[\omega_2 - \omega_1 = \omega_{hf}]{R(-3\pi/2, \phi=0)} \frac{1}{2} (|g, g\rangle + |e, e\rangle)|0\rangle + \frac{e^{i\Phi(t)}}{4} (|g, g\rangle - |e, e\rangle + |e, g\rangle - |g, e\rangle)|\alpha(t)\rangle + \frac{e^{i\Phi(t)}}{4} (|g, g\rangle - |e, e\rangle - |e, g\rangle + |g, e\rangle)|-\alpha(t)\rangle \quad (6-41)$$

Probabilités d'avoir 2 atomes dans g ($P_{gg}(t)$) ou 1 atome dans g ($P_{eg}(t) = P_{ge}(t)$):

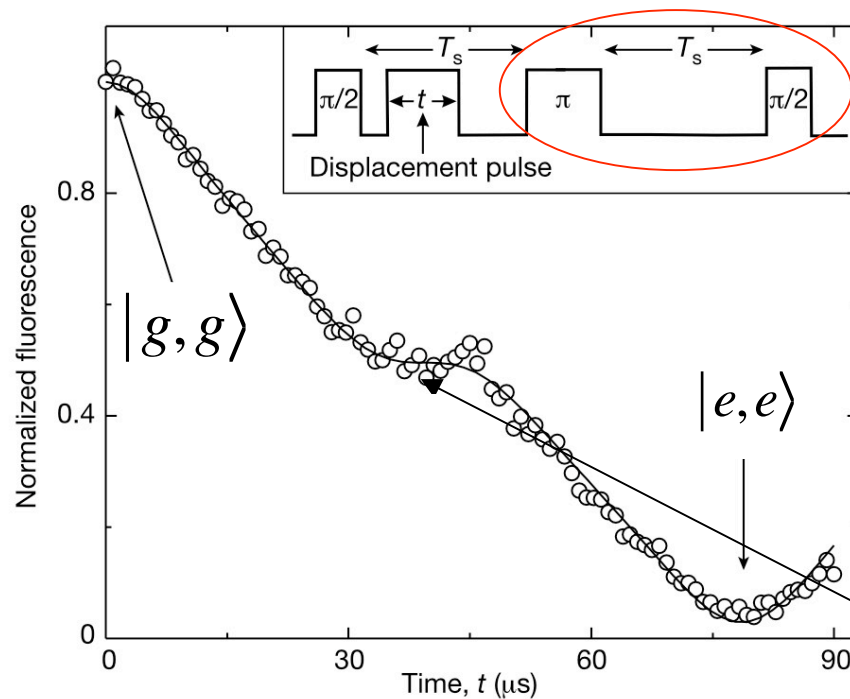
$$P_{gg}(t) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \Phi(t) (\langle 0|\alpha(t)\rangle + \langle 0|-\alpha(t)\rangle) + \frac{1}{16} (\langle \alpha|-\alpha\rangle + \langle -\alpha|\alpha\rangle) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} e^{-2|\alpha(t)|^2} + \frac{1}{2} e^{-|\alpha(t)|^2/2} \cos \Phi(t) \quad (6-42)$$

$$P_{eg}(t) = P_{ge}(t) = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} (\langle \alpha|-\alpha\rangle + \langle -\alpha|\alpha\rangle) = \frac{1}{8} (1 - e^{-2|\alpha(t)|^2}) \quad (6-43)$$

Signal de fluorescence en fonction de la durée de la translation dans le plan de phase

Appelant S_0 le nombre de photons diffusés par les deux ions dans $|g\rangle$, on obtient le signal de fluorescence final:

$$S(t) = S_0 \left[P_{gg}(t) + \frac{1}{2} (P_{eg}(t) + P_{ge}(t)) \right] = \frac{S_0}{2} \left[1 + e^{-|\alpha(t)|^2/2} \cos \Phi(t) \right] = \frac{S_0}{2} \left[1 + e^{-\sin^2(\delta t/2)} \cos \left(\frac{\delta t - \sin \delta t}{4} \right) \right] \quad (6-44)$$

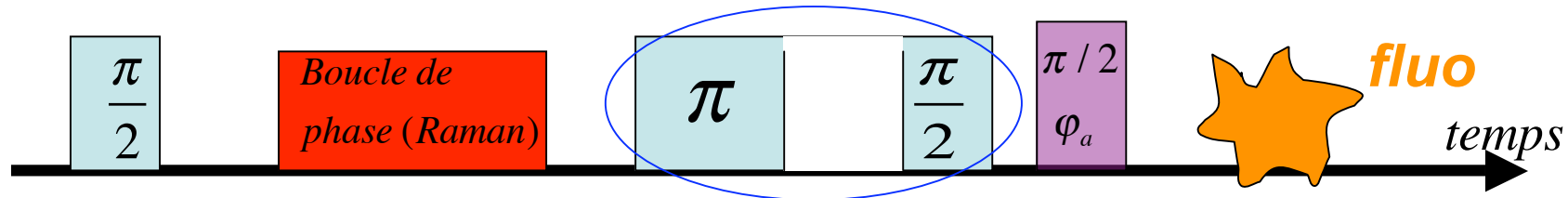


La courbe théorique $S(t)$ est en excellent accord avec les points expérimentaux. Le réglage de la porte de phase correspond à $\delta t = 2\pi$ soit $t = 39 \mu\text{s}$. On a alors $S(t) = S_0/2$ (point à tangente nulle à mi-hauteur de la courbe). L'état final des ions est en ce point la superposition maximalement intriquée:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\pi/4} |gg\rangle + e^{i\pi/4} |ee\rangle \right) |0\rangle \quad (6-45)$$

L'impulsion $3\pi/2$ est décomposée pour bénéficier d'une refocalisation des cohérences (effet d'écho de spin non essentiel pour le principe de l'expérience)

Test de l'intrication des deux ions par interférométrie de Ramsey: signal de parité



L'état préparé par la porte de phase combinée aux rotations $\pi/2$ et $3\pi/2$ est analysé par interférométrie. Un **dernier pulse $\pi/2$ de phase ϕ_a variable** est appliqué aux deux ions et la fluorescence est finalement mesurée. On recommence l'expérience un grand nombre de fois, pour chaque valeur de ϕ_a . On détermine la fraction des réalisations qui donne le niveau de fluorescence S_0 et on en déduit $P_{gg}(\phi_a)$. La fraction des réalisations qui donne le niveau $S_0/2$ donne $P_{eg}(\phi_a) + P_{ge}(\phi_a)$. Enfin la fraction des réalisations sans fluorescence (au bruit de photon près) correspond à $P_{ee}(\phi_a)$. A partir de ces données on construit la valeur moyenne de la parité $\sigma_{z1} \sigma_{z2}$ du nombre final d'atomes excités:

$$\begin{aligned} \Pi(\phi_a) &= \langle \sigma_{z1} \sigma_{z2} \rangle = P_{gg}(\phi_a) + P_{ee}(\phi_a) - [P_{eg}(\phi_a) + P_{ge}(\phi_a)] = \\ &= \text{Tr} \left(\rho e^{i\frac{\pi}{4}(\sigma_1^{\phi_a} + \sigma_2^{\phi_a})} \sigma_{z1} \sigma_{z2} e^{-i\frac{\pi}{4}(\sigma_1^{\phi_a} + \sigma_2^{\phi_a})} \right) \quad (6-46) \\ &\text{avec } \sigma^{\phi_a} = \cos \phi_a \sigma_x + \sin \phi_a \sigma_y \quad (6-47) \end{aligned}$$

Calcul du signal de parité

$$e^{i\frac{\pi}{4}\sigma^{\phi_a}} \sigma_z e^{-i\frac{\pi}{4}\sigma^{\phi_a}} = \cos\phi_a \sigma_y - \sin\phi_a \sigma_x \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \langle \Pi(\phi_a) \rangle &= \cos^2(\phi_a) \text{Tr}(\rho \sigma_{y1} \sigma_{y2}) + \sin^2(\phi_a) \text{Tr}(\rho \sigma_{x1} \sigma_{x2}) \\ &\quad - \sin\phi_a \cos\phi_a \text{Tr}[\rho(\sigma_{x1} \sigma_{y2} + \sigma_{y1} \sigma_{x2})] \quad (6-48) \end{aligned}$$

D'où:

$$\begin{aligned} \langle \Pi(\phi_a) \rangle &= -\cos(2\phi_a) [\rho_{gg,ee} + \rho_{ee,gg}] + \\ &\quad i \sin(2\phi_a) [\rho_{gg,ee} - \rho_{ee,gg}] + \rho_{eg,ge} + \rho_{ge,eg} \quad (6-49) \end{aligned}$$

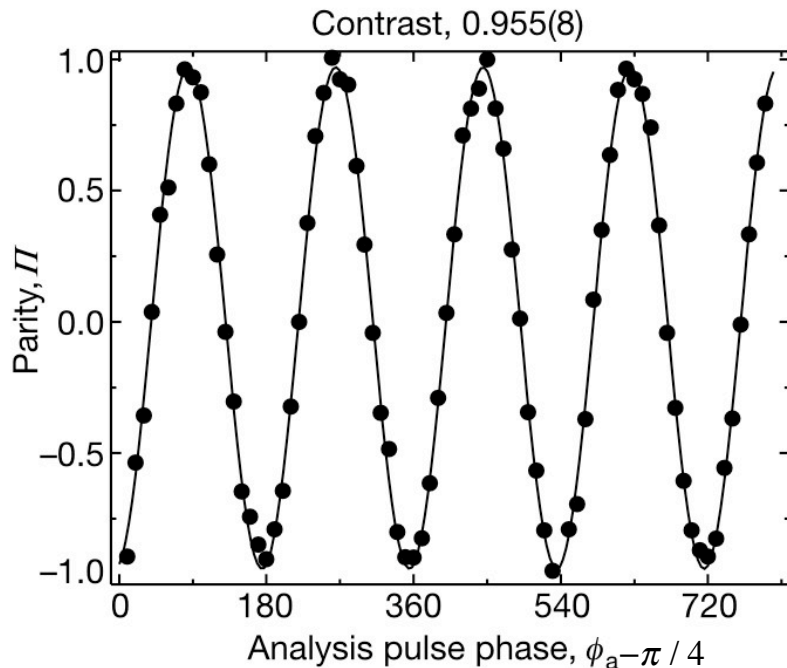
Ainsi, le contraste de la modulation en ϕ_a du signal de parité donne directement l'amplitude de la cohérence $\rho_{gg,ee}$:

$$\rho_{gg,ee} = \rho_0 e^{i\psi_0} \rightarrow \langle \Pi(\phi_a) \rangle = -2\rho_0 \cos(2\phi_a - \psi_0) + 2\text{Re}(\rho_{eg,ge}) \quad (6-50)$$

La mesure expérimentale de ce signal de Ramsey donne la fidélité de la porte de phase (voir page suivante).

Le signal de parité expérimental

Oscillation expérimentale de la parité entre -1 et $+1$ avec contraste C de 95.5%. C est égal à deux fois l'amplitude $\rho_0 = |\rho_{ee,gg}|$ de l'élément de matrice non diagonal préparé par la porte de phase combinée aux pulses $\pi/2$ et $3\pi/2$. Cet élément de matrice est très proche de sa valeur théorique $1/2$. La phase de l'oscillation fait un tour complet quand φ_a augmente de 180° (caractéristique d'une interférence collective à deux atomes). Lorsque la parité vaut 1, les ions aboutissent, après le pulse de phase φ_a , dans une superposition maximalelement intriquée de $|ee\rangle$ et $|gg\rangle$. Lorsqu'elle vaut -1 , ils se trouvent finalement dans une superposition maximalelement intriquée de $|e,g\rangle$ et $|g,e\rangle$.



Valeurs expérimentales:

$$P_{ee} + P_{gg} = 0.98, C = 0.955 \rightarrow F = 0.97 \pm 0.02$$

aboutissent, après le pulse de phase φ_a , dans une superposition maximalelement intriquée de $|ee\rangle$ et $|gg\rangle$. Lorsqu'elle vaut -1 , ils se trouvent finalement dans une superposition maximalelement intriquée de $|e,g\rangle$ et $|g,e\rangle$.

Fidélité de l'intrication des deux ions réalisée à l'aide de la porte de phase combinée aux deux pulses $\pi/2$ et $3\pi/2$:

$$F = \langle \Psi_{\text{idéal}} | \rho_{\text{exp}} | \Psi_{\text{idéal}} \rangle = \frac{\rho_{ee,ee} + \rho_{gg,gg}}{2} + i \frac{\rho_{ee,gg} - \rho_{gg,ee}}{2} = \frac{1}{2}(P_{ee} + P_{gg}) + \frac{C}{2} \quad (6-51)$$

Conclusion de la sixième leçon

Nous avons montré (§6A) qu'on peut séquentiellement préparer et analyser des états intriqués de plusieurs qubits et démontrer sur ces états des effets de complémentarité et de gomme quantique (expériences d'Innsbruck sur Ca^+).

Nous avons ensuite (§6B) abordé l'étude de la logique quantique basée sur un adressage collectif des ions (expériences de Boulder sur Be^+). Cette logique, basée sur des effets de phase topologique, est plus subtile que la méthode séquentielle et requiert des procédures d'analyse plus délicates, de type interférométrique. Elle conduit cependant à des portes plus fidèles et ~ 10 fois plus rapides. Elle ne demande pas un refroidissement aussi complet que la méthode originale de Cirac-Zoller, puisque le déplacement en boucle dans l'espace des phases est, pour $\eta \ll 1$, largement indépendant de l'état initial de vibration.

La dernière leçon décrira des manipulations de plusieurs ions par porte topologique, présentera une conclusion de la série de leçons 2005-2006 et introduira le cours 2006-2007 qui portera sur des expériences d'information quantique avec des atomes froids (principalement des bosons condensés). Des analogies de cette physique avec celle des ions piégés nous permettront de faire le lien entre les cours des deux années.