

# 7.

## Logique quantique avec des ions piégés (III) 13

Mars 2006

**7A. Manipulation de  $N$  ions par adressage collectif**

**7B. Conclusion du cours 2005-2006 et introduction du cours 2006-2007**

## 7A.

# Manipulation de $N$ ions par adressage collectif

$N$  ions manipulés symétriquement vus comme moment angulaire  $J=N/2$ . Etats de Dicke collectifs. Préparation d'états GHZ par action d'un hamiltonien effectif en  $J_y^2$ . Deux manières de réaliser cet hamiltonien par adressage collectif des ions. Préparation d'état GHZ à 4,5 et 6 ions (expérience de Boulder). Tests de l'état final par fluorescence directe et par interférométrie analogue à un Mach-Zehnder à séparatrices agissant collectivement sur les ions. Fidélité des états GHZ obtenus. Evaluation de la sensibilité d'un interféromètre collectif à états GHZ. Gain idéal de sensibilité d'un facteur  $\sqrt{N}$  par rapport à l'interférométrie classique.

# $N$ qubits manipulés symétriquement vus comme un moment angulaire $J=N/2$

Si l'état initial des  $N$  qubits est symétrique par échange de deux particules (par exemple  $|g,g,g\dots g\rangle$  ou  $|e,e,e\dots e\rangle$ ) et si la manipulation est réalisée par un couplage uniforme (lasers éclairant les ions identiquement), l'état évolue dans le sous-espace symétrique par échange de deux bits quelconques. Ce sous-espace, à  $N+1$  dimensions, admet comme base *les états de Dicke*, états propres d'un pseudo moment angulaire  $J=N/2$  défini par:

$$J_i = \sum_{m=1}^N \frac{\sigma_i^m}{2} \quad (i = x, y, z) \quad (7-1)$$

Les  $N+1$  états propres communs de  $J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$  et  $J_z$  de valeurs propres  $J=N/2$  et  $M$  ( $-J \leq M \leq J$ ) sont notés  $|J, M\rangle$ . Les nombres d'ions  $N_e$  et  $N_g$  dans les états  $e$  et  $g$  sont:

$$N_e = J + M \quad ; \quad N_g = J - M \quad (7-2)$$

avec en particulier:

$$|g, g, \dots, g\rangle = |J, -J\rangle \quad ; \quad |e, e, \dots, e\rangle = |J, J\rangle \quad (7-3)$$

# **$N$ qubits manipulés symétriquement vus comme moment angulaire $J=N/2$ (suite)**

Avec ces notations, les états GHZ et W de la leçon 6 s'écrivent simplement:

$$|GHZ\rangle_N = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g, g, \dots, g\rangle + |e, e, \dots, e\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|J, -J\rangle + |J, J\rangle) \quad (7-4)$$

$$|\Psi_W\rangle_N = \frac{1}{\sqrt{N}}(|e, g, g, \dots, g\rangle + |g, e, g, \dots, g\rangle + \dots + |g, g, g, \dots, e\rangle) = |J, -J + 1\rangle \quad (7-5)$$

Les opérateurs qui excitent ou désexcitent symétriquement les ions, ajoutant ou retranchant un degré d'excitation sont:

$$J_{\pm} = J_x \pm iJ_y \quad \text{avec} \quad J_{\pm}|J, M\rangle = \sqrt{(J \pm M + 1)(J \mp M)}|J, M \pm 1\rangle \quad (7-6)$$

Un hamiltonien combinaison linéaire des  $J_i$  ( ou des  $J_{\pm}$ ) agit indépendamment sur les qubits. L'évolution qui lui correspond ne peut donc pas, à partir des états séparables  $|J, \pm J\rangle$ , produire un état intriqué  $|GHZ\rangle_N$  ou  $|\Psi_W\rangle_N$ . Pour réaliser une telle intrication, il faut une opération au moins quadratique en  $J_i$ , réalisant une opération non locale sur les qubits. Le caractère non local d'un opérateur quadratique  $J_i^2$  apparaît dans son développement sur les  $\sigma_i^m$ :

$$J_i^2 = \frac{1}{4} \left| \sum_{m=1}^N \sigma_i^m \right|^2 = \frac{1}{4} \left[ \sum_m I_m + \sum_{m \neq m'} \sigma_i^m \sigma_i^{m'} \right] \quad (7-7)$$

# Génération d'un état GHZ d'un nombre $N$ pair d'ions induite par un hamiltonien en $J_y^2$

Montrons que l'évolution unitaire due à un hamiltonien  $-\hbar\Omega J_y^2$  agissant pendant un temps  $\tau = \pi/2\Omega$  génère à partir de  $|J, \pm J\rangle$  un état de type GHZ. On commence par remarquer que les états  $|J, J\rangle$  et  $|J, -J\rangle$  se déduisent l'un de l'autre (à une phase près) par application de la rotation  $\exp[-i\pi J_y]$  ce qui conduit à des expressions simples pour les états  $|J, J\rangle \pm |J, -J\rangle$ . On a en effet:

$$e^{-i\pi J_y} = \prod_{m=1}^N e^{-i\frac{\pi}{2}\sigma_y^m} = (-i)^N \prod_{m=1}^N \sigma_y^m \quad \text{avec} \quad \sigma_y^m = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (7-8)$$

On en déduit immédiatement les relations:

$$e^{-i\pi J_y} |J, -J\rangle = (-1)^N |J, J\rangle; \quad e^{-i\pi J_y} |J, J\rangle = |J, -J\rangle \quad (7-9)$$

soit:

$$|J, J\rangle \pm |J, -J\rangle = \left[ 1 \pm e^{-i\pi J_y} \right] |J, J\rangle \quad (7-10)$$

Nous supposons pour l'instant  $N$  pair ( $J$  entier). L'opérateur  $\exp(-i\pi J_y)$  admet les valeurs propres  $+1$  ou  $-1$  associées aux états propres  $|M\rangle_y$  suivant que  $M$  est pair ou impair.



# Génération d'état GHZ d'un nombre $N$ pair d'ions induite par hamiltonien $J_y^2$ (suite)

L'opérateur  $\exp[i\pi J_y^2/2]$  agissant sur  $|g, g, g \dots g\rangle$  crée bien un état de type GHZ :

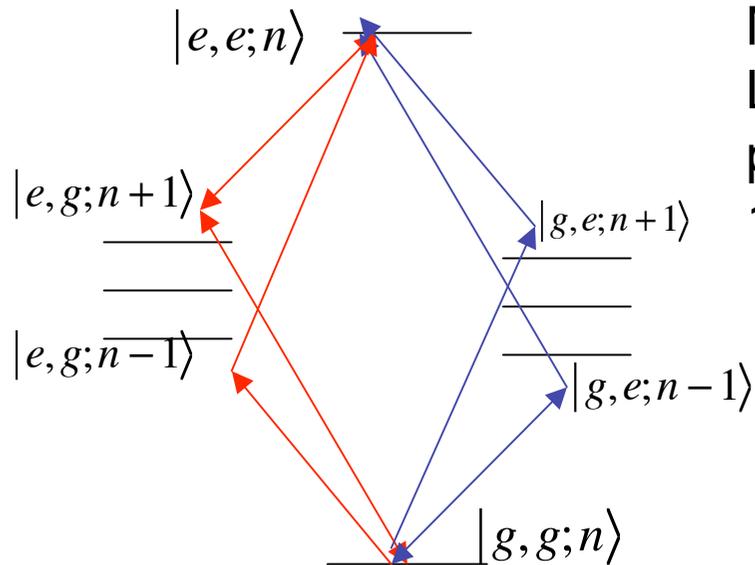
$$e^{\frac{i\pi J_y^2}{2}} |g, g, g \dots, g\rangle = |GHZ_0\rangle_N = \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2}} |e, e, e \dots, e\rangle + \frac{e^{+i\pi/4}}{\sqrt{2}} |g, g, g \dots, g\rangle \quad (7-15)$$

On a de même en partant de l'état  $|J, J\rangle$ :

$$e^{\frac{i\pi J_y^2}{2}} |J, J\rangle = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} |J, J\rangle + \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2}} |J, -J\rangle = |GHZ_0^\perp\rangle_N \quad (7-16)$$

Les états  $|GHZ_0\rangle_N$  et  $|GHZ_0^\perp\rangle_N$  sont orthogonaux. Les formules précédentes sont valables pour  $J$  entier ( $N$  pair). Nous verrons plus loin qu'avec une légère modification des opérateurs d'intrication, on peut préparer des états GHZ analogues pour  $N$  impair ( $J$  demi-entier). Nous continuons à discuter pour l'instant le cas  $N$  pair. Il nous reste à montrer comment le couplage en  $J_y^2$  peut être physiquement réalisé sur une chaîne linéaire d'ions. Nous allons décrire deux méthodes différentes de génération de ce couplage. Comme il s'agit d'une interaction non-locale, elle doit impliquer l'excitation d'un mode collectif de vibration des ions. Nous considérerons pour les deux méthodes le mode CM. Notons enfin avant d'aller plus loin que l'opération  $\exp(i\pi J_x^2/2)$  ou de façon plus générale  $\exp(i\pi J_\phi^2/2)$  avec  $J_\phi = J_x \cos\phi + J_y \sin\phi$  produit également des états GHZ qui ne diffèrent de (7-15) et (7-16) que par des termes de phase.

# 1<sup>ère</sup> méthode réalisant un hamiltonien en $J_y^2$ : transitions à 2 photons sur bandes rouge et bleue excitant des paires d'ions



Modèle de l'ion  $Ca^+$  ( $e$  et  $g$  sont les états  $D$  et  $S$ ):  
Lasers  $L_1$ ,  $L_2$  de fréquences de Rabi  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ ,  
phases  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  et fréquences  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  proches des  
1<sup>ères</sup> bandes latérales bleue et rouge:

$$\omega_1 = \omega_{eg} + \omega_v + \delta \quad ; \quad \omega_2 = \omega_{eg} - \omega_v - \delta$$

$$\text{avec } \omega_1 + \omega_2 = 2\omega_{eg} \quad (7-17)$$

4 amplitudes qui interfèrent pour donner un résultat **indépendant de  $n$** :

$$|g, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_1} |e, g; n+1\rangle \xrightarrow{\omega_2} |e, e; n\rangle : A_1 = -\Omega_1 \Omega_2 \eta^2 e^{-i(\phi_1 + \phi_2)} (n+1) / 4\delta$$

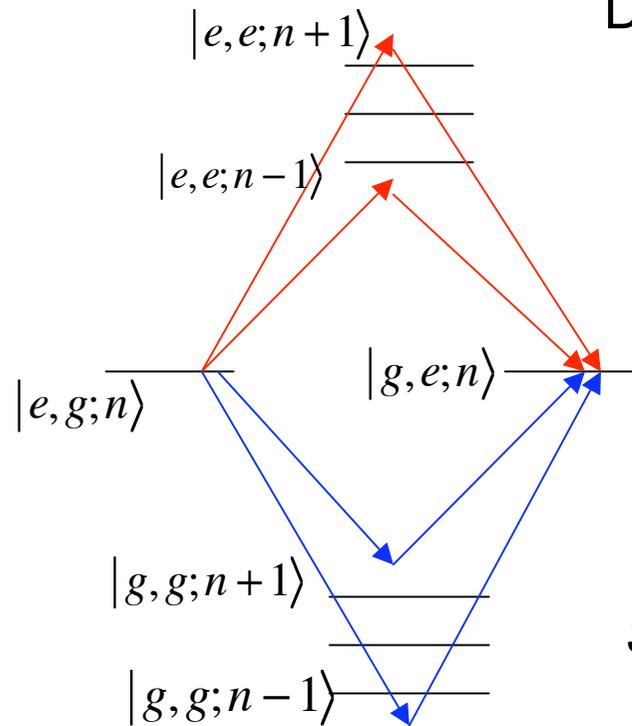
$$|g, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_2} |e, g; n-1\rangle \xrightarrow{\omega_1} |e, e; n\rangle : A_2 = \Omega_1 \Omega_2 \eta^2 e^{-i(\phi_1 + \phi_2)} n / 4\delta$$

$$|g, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_1} |g, e; n+1\rangle \xrightarrow{\omega_2} |e, e; n\rangle : A_3 = -\Omega_1 \Omega_2 \eta^2 e^{-i(\phi_1 + \phi_2)} (n+1) / 4\delta$$

$$|g, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_2} |g, e; n-1\rangle \xrightarrow{\omega_1} |e, e; n\rangle : A_4 = \Omega_1 \Omega_2 \eta^2 e^{-i(\phi_1 + \phi_2)} n / 4\delta$$

$$\sum_i A_i = -\frac{\Omega_1 \Omega_2 \eta^2}{2\delta} e^{-i(\phi_1 + \phi_2)} \quad (7-18)$$

# Transitions laser à 2 photons sur bandes latérales impliquant les ions par paires (suite)



De même pour les transitions  $|eg\rangle \rightarrow |ge\rangle$ :

$$|e, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_1} |e, e; n+1\rangle \xrightarrow{\omega_1} |g, e; n\rangle: B_1 = \frac{\Omega_1^2 \eta^2}{4\delta} (n+1)$$

$$|e, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_2} |e, e; n-1\rangle \xrightarrow{\omega_2} |g, e; n\rangle: B_2 = -\frac{\Omega_2^2 \eta^2}{4\delta} n$$

$$|e, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_2} |g, g; n+1\rangle \xrightarrow{\omega_2} |g, e; n\rangle: B_3 = \frac{\Omega_2^2 \eta^2}{4\delta} (n+1)$$

$$|e, g; n\rangle \xrightarrow{\omega_1} |g, g; n-1\rangle \xrightarrow{\omega_1} |g, e; n\rangle: B_4 = -\frac{\Omega_1^2 \eta^2}{4\delta} n$$

Somme des amplitudes **indépendante de n**  $\longrightarrow \sum_i B_i = \frac{(\Omega_1^2 + \Omega_2^2) \eta^2}{4\delta} \quad (7-19)$

En choisissant  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$  et  $\phi_1 + \phi_2 = 0$ , on obtient le hamiltonien effectif:

$$H_{eff} = -\hbar \frac{\Omega^2 \eta^2}{4\delta} \left[ \sum_{m \neq m'} (\sigma_+^m \sigma_+^{m'} + \sigma_-^m \sigma_-^{m'} - \sigma_+^m \sigma_-^{m'} - \sigma_-^m \sigma_+^{m'}) - \sum_m (\sigma_+^m \sigma_-^m + \sigma_-^m \sigma_+^m) \right] \quad (7-20)$$

Transitions  $gg \rightarrow ee$   
et  $ee \rightarrow gg$

Transitions  $eg \rightarrow ge$   
et  $ge \rightarrow eg$

Termes diagonaux à un  
seul ion  $e \rightarrow e$  et  $g \rightarrow g$

# Transitions laser à 2 photons sur bandes latérales impliquant les ions par paires (suite)

Soit en passant finalement aux opérateurs collectifs:

$$H_{eff} = -\hbar \frac{\Omega^2 \eta^2}{4\delta} [J_+^2 + J_-^2 - J_+ J_- - J_- J_+] = \hbar \frac{\Omega^2 \eta^2}{\delta} J_y^2 \quad (7 - 21)$$

Ainsi, l'éclairage simultané des  $N$  ions par deux lasers proches de résonance avec les premières bandes bleues et rouge réalise l'Hamiltonien cherché, proportionnel à  $J_y^2$ . Si les lasers sont appliqués pendant un temps  $\tau$  tel que  $\Omega^2 \eta^2 \tau / \delta = \pi/2$ , un état GHZ est préparé. L'interaction est peu sensible à la présence de photons thermiques, si la condition  $\eta \ll 1$  est remplie.

Cette méthode d'intrication a été proposée par *K.Molmer et A.Sorensen, PRL 82, 1835 (1999)*. Voir aussi *E.Solano, R.L. de Matos Filho et N.Zagury (PRA 59, R2539 (1999) et PRA 61, 029903 (2000))*. La démonstration expérimentale a été faite par le groupe de Boulder sur 4 ions  $Be^+$  (chaque laser  $L_1, L_2$  est remplacé par deux laser Raman) (*C.Sackett, D. Kielpinski, B.King, C.Langer, V.Meyer, C.Myatt, M.Rowe, Q.Turchette, W.Itano, D.Wineland et C.Monroe, Nature, 404, 256 (2000)*). Une procédure analogue, basée sur des transitions virtuelles impliquant une paire d'atomes, a été utilisée en CQED pour créer un état de type EPR. Voir *S.Osnaghi et al, PRL, 87,037902, (2001)*.

## 2<sup>nd</sup>e méthode de réalisation d'un hamiltonien en $J_y^2$ : déplacement du mode de vibration collectif dans son plan de phase

L'idée est de remplacer l'opération non locale  $\exp(i\pi J_y^2/2)$  par  $\exp(i\pi J_z^2/2)$  en exploitant l'identité qui découle des propriétés de rotation du moment angulaire:

$$\exp\left[i\frac{\pi}{2}J_y^2\right] = \exp\left[-i\frac{\pi}{2}J_x\right] \exp\left[i\frac{\pi}{2}J_z^2\right] \exp\left[i\frac{\pi}{2}J_x\right] \quad (7-22)$$

Les rotations  $\exp(\pm i\pi J_x/2)$  sont de simples opérations à un bit effectuées en parallèle sur tous les ions par application d'une impulsion  $\pi/2$  sur la porteuse (pour l'ion  $Be^+$ , transition Raman avec  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_{eg}$ ).

Reste à effectuer la porte de phase collective  $\exp[i\pi J_z^2/2]$ . Nous allons montrer qu'on peut la réaliser en déplaçant l'état du mode de vibration collectif CM des ions dans son plan de phase, suivant la méthode décrite à la leçon 6. On remarque que  $J_z^2 = M^2 = [(J+M) - (J-M)]^2/4 = [N_e - N_g]^2/4$ . Il faut donc réaliser un déphasage  $\Delta\phi$  de l'état des  $N$  ions qui pour  $N_e$  ions dans  $|e\rangle$  et  $N_g$  ions dans  $|g\rangle$  ( $n_e + n_g = N$ ), soit égal à:

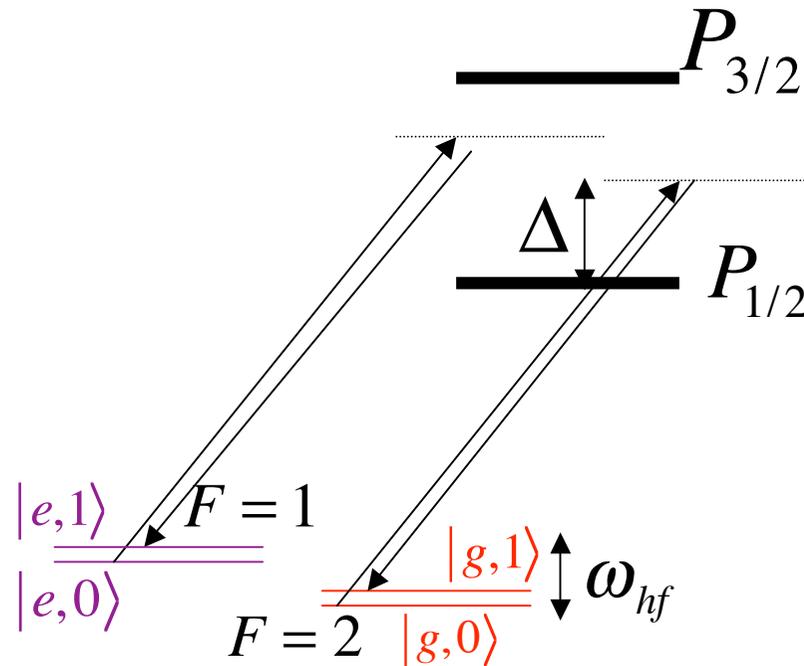
$$\Delta\phi = \frac{\pi}{8}(N_e - N_g)^2 \quad (7-23)$$

## Déplacement du mode de vibration (suite)

Pour réaliser ce déphasage conditionnel à l'état interne des ions, on génère une force modulée, quasi résonnante avec la vibration, produisant un déplacement sur une boucle fermée du mode de vibration collectif dans son plan de phase. L'aire de cette boucle est proportionnelle au carré de son rayon, i.e. au carré de l'amplitude de la force. Il faut donc une force collective sur l'oscillateur dont *l'amplitude est proportionnelle à la différence du nombre d'ions dans  $|e\rangle$  et dans  $|g\rangle$* . Cette force est produite par deux lasers sur une transition Raman avec une différence de fréquence  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_v + \delta$  (voir leçon 6).

Analysons d'abord la position des ions dans l'onde produite par les lasers: au repos, ils sont aux points d'équilibre résultant de la compétition entre le potentiel attractif du piège linéaire et la répulsion coulombienne. Cet équilibre correspond à une distribution non équidistante (voir leçon 2). On s'arrange pour que l'onde stationnaire produite par l'interférence des deux faisceaux (dont la période dans la direction d'oscillation est  $\lambda/\sqrt{2} = 213 \text{ nm}$ ) soit «vue» de façon équivalente par tous les ions. Les distances entre ions sont ajustées pour être toutes très proches de multiples de  $213 \text{ nm}$ . Ainsi, si les  $N$  ions sont dans le même niveau, ils sont couplés identiquement au mode de vibration CM, puisqu'ils subissent tous une même force. Pour réaliser la condition (7-23), il faut s'arranger pour que la force prenne des valeurs opposées pour un ion dans  $|e\rangle$  et dans  $|g\rangle$ . Nous discutons ce point à la page suivante.

# Réalisation d'une force proportionnelle à $\langle J_z \rangle$



Comme pour la porte à 2 qubits de la leçon 6, l'amplitude relative du couplage Raman sur les transitions partant des deux états  $e$  ( $1,1$ ) et  $g$  ( $2,2$ ) est ajustée en jouant sur le désaccord  $\Delta$  entre les lasers et la fréquence de la transition entre l'état fondamental de l'ion  $F=2$  et l'état excité  $P_{1/2}$ .

Les deux amplitudes Raman:

$$C_g = \frac{c_{1/2}^g}{\Delta} + \frac{c_{3/2}^g}{\Delta - \omega_{SF}} \quad ; \quad C_e = \frac{c_{1/2}^e}{\Delta + \omega_{hf}} + \frac{c_{3/2}^e}{\Delta + \omega_{hf} - \omega_{SF}} \quad (7-24)$$

se règlent à des valeurs opposées en déterminant la valeur de  $\Delta$  satisfaisant  $C_e = -C_g$ . **Les lasers Raman exercent alors bien une force opposée pour un ion suivant qu'il est dans  $e$  ou dans  $g$ .**

# Récapitulation de la 2<sup>nde</sup> procédure préparant un état GHZ à $N$ ions

1. La chaîne d'ions est initialisée dans l'état  $|g, g, \dots, g\rangle |0\rangle$  par pompage optique et refroidissement Doppler, puis Raman sur bande latérale (leçon 3).
2. On applique une impulsion Raman  $\pi/2$  sur la porteuse ( $\omega_2 - \omega_1 = \omega_{hf}$ ), illuminant de façon uniforme les  $N$  ions et réalisant la rotation  $\exp(i\pi J_x/2)$ .
3. On applique une impulsion Raman à la fréquence  $\omega_2 - \omega_1 = \omega_v + \delta$  qui déplace le mode CM suivant une boucle conditionnée à la différence du nombre d'ions dans  $|e\rangle$  et  $|g\rangle$ , réglant la durée pour réaliser la porte de phase  $\exp(i\pi J_z^2/2)$ .
4. On refait l'impulsion 2 qui peut s'écrire  $\exp(i\pi J_x/2) = \exp(i\pi J_x) \exp(-i\pi J_x/2)$   
L'ensemble des étapes 2,3 et 4 réalise ainsi la transformation:

$$U_N = e^{i\pi J_x} \exp\left[i\pi J_y^2 / 2\right] \quad (7-25)$$

qui produit à partir de  $|g, g, g \dots g\rangle$  l'état se déduisant de l'état GHZ de l'équation (7-15) par un simple basculement d'ensemble des qubits:

$$U_N |g, g, \dots, g\rangle = |GHZ\rangle_N = e^{i\pi J_x} |GHZ_0\rangle_N = \frac{i^N}{\sqrt{2}} \left( e^{-i\pi/4} |g, g, \dots, g\rangle + e^{i\pi/4} |e, e, \dots, e\rangle \right) \quad (7-26)$$

Avec de façon analogue:

$$U_N |e, e, \dots, e\rangle = |GHZ^\perp\rangle_N = e^{i\pi J_x} |GHZ_0^\perp\rangle_N = \frac{i^N}{\sqrt{2}} \left( e^{i\pi/4} |g, g, \dots, g\rangle + e^{-i\pi/4} |e, e, \dots, e\rangle \right) \quad (7-27)$$

# Modification de la procédure dans le cas $N$ impair

Lorsque  $N$  est impair, le spin collectif  $J$  est demi-entier et la procédure précédente doit être légèrement modifiée. On peut montrer qu'il faut alors réaliser l'opération:

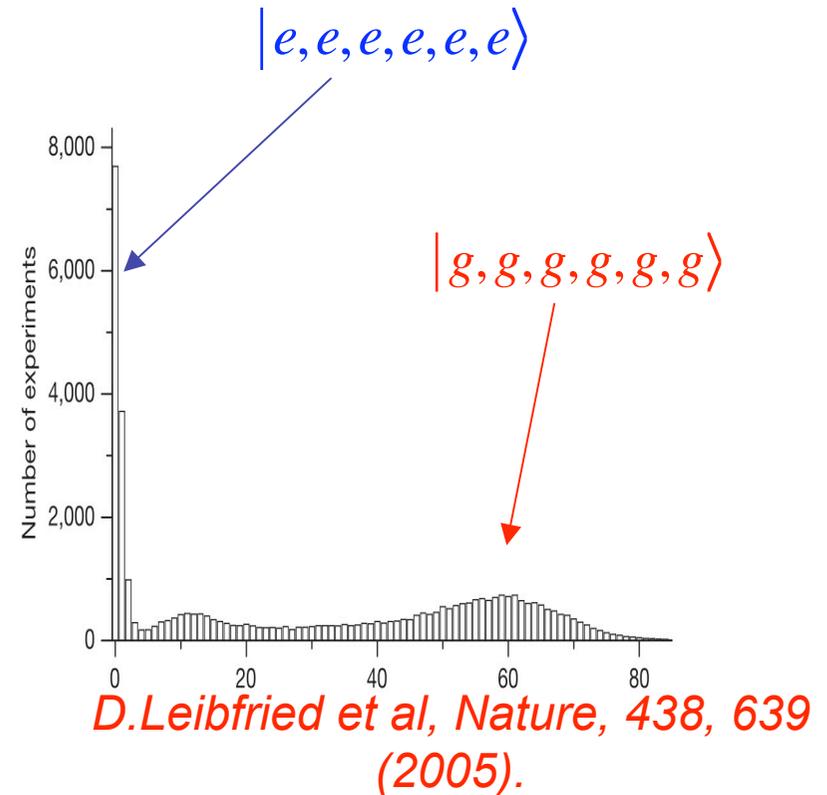
$$U_N^{impair} = \exp\left[i\frac{\pi}{2}J_x\right] \exp\left[i\frac{\pi}{2}J_z\right] \exp\left[i\frac{\pi}{2}J_z^2\right] \exp\left[i\frac{\pi}{2}J_x\right] \quad (7-28)$$

qui ne diffère de  $U_N$  que par l'insertion de la rotation de phase  $\exp(i\pi J_z/2)$  entre la porte de phase collective et la dernière opération à un qubit. Les étapes 1, 2 et 3 sont donc identiques au cas pair. On remplace l'opération finale à 1 bit  $\exp(i\pi J_x/2)$  par le produit  $\exp(i\pi J_x/2) \exp(i\pi J_z/2)$  qui, à un facteur de phase près est identique à  $\exp(i\pi J_y/2)$  (exercice simple de combinaison de rotations). La quatrième étape de la préparation de l'état GHZ est donc une impulsion d'angle de Rabi  $\pi/2$  sur la porteuse ( $\omega_2 - \omega_1 = \omega_{hf}$ ), avec une phase décalée de  $\pi/2$  par rapport à celle de l'impulsion de l'étape 2. On trouve alors un état GHZ de la forme (7-15) (à un changement de phase près non essentiel des amplitudes des deux états). Nous ne traiterons dans la suite explicitement que le cas  $N$  pair.

# Premier test: histogramme de fluorescence de l'état GHZ à 6 ions

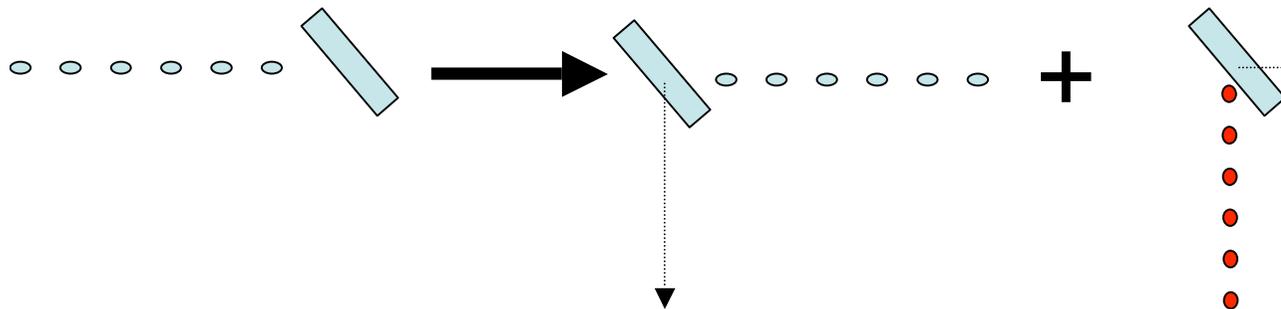
Il s'agit de montrer que  $|GHZ\rangle_6$  est une superposition d'un état qui fluoresce comme 6 ions ( $|g,g,g,g,g,g\rangle$ ) et d'un état qui ne fluoresce pas du tout ( $|e,e,e,e,e,e\rangle$ ) sans possibilité intermédiaire. On génère cet état, puis on mesure sa fluorescence (nombre de photons détectés dans un cycle de mesure de  $200\ \mu\text{s}$ ). On recommence un grand nombre de fois et on construit l'histogramme du nombre de photons détectés. Chaque ion dans  $g$  diffuse une moyenne de 10 photons dans le détecteur. L'histogramme doit donc présenter deux pics de même aire, l'un centré autour de 0 photons,

l'autre autour de 60 photons. Ce dernier pic est élargi par le caractère Poissonien du processus d'émission (dispersion de l'ordre de  $\sqrt{10} \sim 3$  photons du nombre de photons émis par ion dans  $g$ ). Des pics résiduels de photons autour de 10, 20, 30, 40 et 50 signalent les états à 5, 4, 3, 2 et 1 ions dans  $e$  peuplés par les imperfections expérimentales. Noter que cette expérience ne prouve pas la cohérence des états  $|J,J\rangle$  et  $|J,-J\rangle$ . Pour démontrer cette cohérence, il faut faire, comme nous le montrons page suivante, une expérience d'interférence.



# La porte topologique de phase vue comme une «lame séparatrice collective».

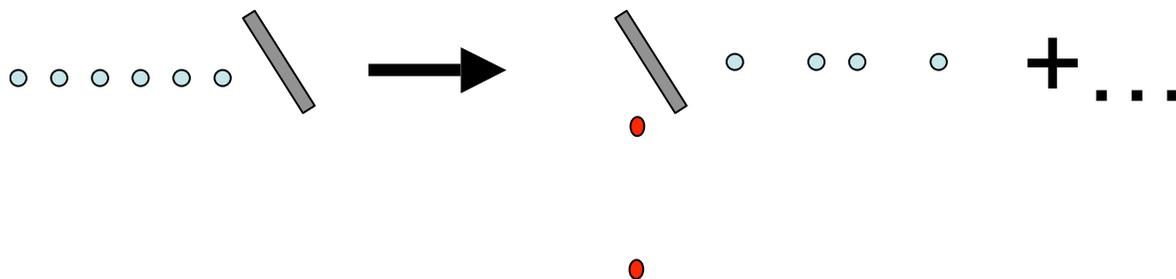
$$|g, g, \dots, g\rangle \xrightarrow{U_N} i^N \left( \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{2}} |g, g, \dots, g\rangle + \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} |e, e, \dots, e\rangle \right)$$



Analogie avec une lame séparatrice qui aiguille avec une probabilité 50% tous les photons dans une voie ou l'autre (le premier «décide» pour tous)

## La porte collective réalise une séparatrice non-linéaire

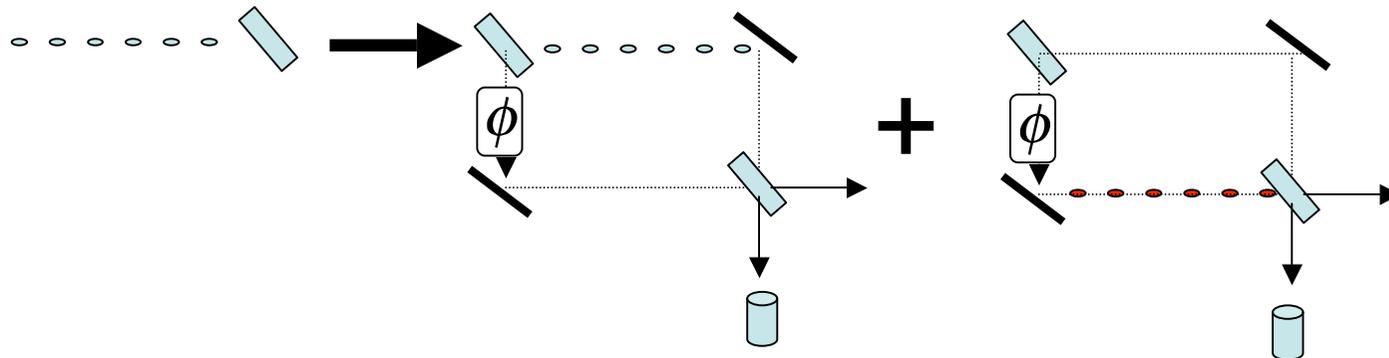
$$|g, g, \dots, g\rangle \xrightarrow{H_1 H_2 \dots H_N} \frac{1}{2^{N/2}} \prod_{i=1}^N (|g\rangle_i + |e\rangle_i) = \frac{1}{2^{N/2}} \sum_{\{a_i\}} |a_1, a_2, \dots, a_N\rangle \quad (a_i = e, g)$$



Situation différente du mélange des états e et g par portes à un bit, semblable à une séparatrice ordinaire envoyant les photons indépendamment dans les 2 voies suivant loi binomiale.

# Analyse par interférence de l'état GHZ

L'analogie de la porte topologique avec une séparatrice collective en optique conduit à réaliser la transformation correspondant au schéma suivant pour mettre en évidence la cohérence entre les deux parties de l'état GHZ:



On recombine les deux composantes de l'état avec une autre porte, identique à la première (équivalent de la seconde lame dans un interféromètre de Mach Zehnder), avant de détecter la fluorescence globale de la chaîne d'ions, ce qui équivaut à mesurer la voie de sortie collective  $|g, g, g, \dots, g\rangle$ . Pour observer la cohérence, on introduit entre les deux «lames» un déphasage relatif  $\phi$  par particule entre les deux chemins. On réalise ainsi la suite de transformations:

$$|g, g, \dots, g\rangle \xrightarrow{U_N} |GHZ\rangle_N \xrightarrow{\exp(i\phi J_z)} \xrightarrow{U_N} \xrightarrow{\text{détention}} \text{nombre d'ions dans } g?$$

Il nous reste à préciser comment on réalise l'opération  $U_N \exp(i\phi J_z)$  (en lisant de droite à gauche: déphasage variable suivi de l'action de la seconde lame).

# Opération de décodage de l'état GHZ

Un exercice sur les opérateurs de rotation de qubits conduit aux égalités:

$$U_N \exp(i\phi J_z) = \exp(i\phi J_z) \exp(-i\phi J_z) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_x\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_z^2\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_x\right) \exp(i\phi J_z) =$$

$$\exp(i\phi J_z) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_\phi\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_z^2\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_\phi\right) = \exp(i\phi J_z) U_N(\phi) \quad (J_\phi = \cos\phi J_x + \sin\phi J_y)$$

(7-29)

A un déphasage près (opérateur final  $\exp(i\phi J_z)$ ), l'analyse de l'état GHZ est donc réalisée par la transformation  $U_N(\phi)$ , qui se déduit de l'opération qui a créé cet état par un déphasage variable  $\phi$  des impulsions porteuses réalisant les opérations 2 et 4:

$$U_N(\phi) = \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_\phi\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_z^2\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2} J_\phi\right) \quad (7-30)$$

Appliquant  $U_N(\phi)$  à l'état  $|GHZ\rangle$  donné par (7-26), on trouve:

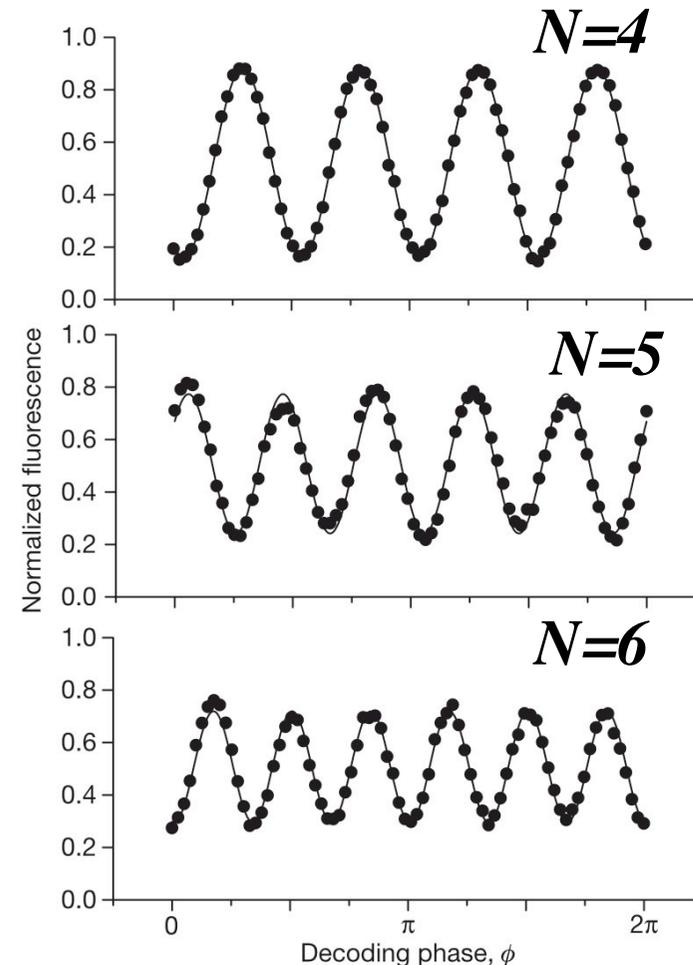
$$U_N(\phi) |GHZ\rangle = \exp(-i\phi J_z) U_N \exp(i\phi J_z) |GHZ\rangle =$$

$$\frac{(i)^N}{\sqrt{2}} \exp(-i\phi J_z) \left[ e^{-i(\frac{\pi}{4} + \frac{N\phi}{2})} U_N |J, -J\rangle + e^{i(\frac{\pi}{4} + \frac{N\phi}{2})} U_N |J, J\rangle \right] =$$

$$(-1)^N \left[ \cos(N\phi/2) e^{-iN\phi/2} |e, e, \dots, e\rangle - \sin(N\phi/2) e^{iN\phi/2} |g, g, \dots, g\rangle \right] \quad (7-31)$$

# Détection de l'état GHZ: Interférences à $N$ particules

Le taux de fluorescence global des  $N$  ions est finalement mesuré et moyenné sur un grand nombre de réalisations en fonction de  $\phi$ , pour  $N=4,5$  et  $6$  ions. On observe l'oscillation en  $N\phi$  attendue qui montre qu'il s'agit d'un effet d'interférence à  $N$  particules. Les franges sont normalisées à la différence des taux de fluorescence obtenus pour tous les atomes dans  $g$  (fluorescence maximum) et pour tous les atomes dans  $e$  (fluorescence nulle au bruit près). La réduction du contraste avec  $N$  est due aux imperfections et à la décohérence de plus en plus efficace sur ce type d'état lorsque  $N$  augmente (voir plus loin).



*D.Leibfried, E.Knill, S.Seidelin, J.Britton, R.B.Blakestad, J.Chiaverini, D.Hume, W.Itano, J.Jost, C.Langer, R.Ozeri, R.Reichie et D.Wineland, Nature, 438, 639 (2005).*

# Contraste des franges d'interférence en $1/N$ comme test de fidélité de l'état GHZ

Nous avons vu que l'expérience d'interférence donne une modulation avec un interfrange en  $1/N$ , comme attendu pour un état GHZ. Le contraste de la modulation n'est pas de 100%, ce qui traduit des imperfections et de la décohérence. Montrons inversement, sans faire aucune hypothèse sur l'état analysé, que le contraste de la modulation observée donne la valeur de l'élément de matrice de l'opérateur densité de l'état des ions entre  $|J, J\rangle = |e, e, e, e, e, e\rangle$  et  $|J, -J\rangle = |g, g, g, g, g, g\rangle$  juste avant l'application de la séquence d'analyse. Appelant  $\rho$  l'opérateur densité de l'état interne des  $N$  qubits et  $S_0$  le niveau de fluorescence d'un ion dans  $|g\rangle$ , on peut écrire le taux de fluorescence après l'application de l'opérateur  $U_N(\phi)$  sous la forme:

$$S(\phi) = S_0 \sum_{-J \leq M, M', M'' \leq J} (J - M) \langle J, M | U_N(\phi) | J, M' \rangle \rho_{M' M''} \langle J, M'' | U_N^\dagger(\phi) | J, M \rangle \quad (7 - 32)$$

On montre par ailleurs (propriété des matrices de rotation d'un spin  $J$ ):

$$\langle J, M | U_N(\phi) | J, M' \rangle \sim e^{-i(M-M')\phi} \quad \text{et} \quad \langle J, M'' | U_N^\dagger(\phi) | J, M \rangle \sim e^{-i(M''-M)\phi} \quad (7 - 33)$$

Ainsi, les termes provenant de  $\rho_{M' M''}$ , dans  $S(\phi)$  sont modulés en  $\exp[i(M' - M'')\phi]$

*La modulation à la fréquence  $N\phi$  provient donc uniquement de  $\rho_{-J, J}$ . Le contraste de cette modulation mesure directement cet élément de matrice.*

# Fidélité des états GHZ à 4,5 et 6 ions

La fidélité est définie comme la valeur moyenne de l'opérateur densité expérimental dans l'état idéal:

$$F = \langle \Psi_{\text{idéal}} | \rho_{\text{exp}} | \Psi_{\text{idéal}} \rangle = \frac{P_{ee\dots e} + P_{gg\dots g}}{2} + \frac{C_{\text{exp}}}{2} \quad (7 - 34)$$

Elle se détermine à partir des valeurs mesurées directement dans l'expérience (probabilité  $P_{ee\dots e}$  de trouver tous les ions dans  $|e\rangle$  avec un taux de fluorescence nul, probabilité  $P_{gg\dots g}$  de les trouver tous dans  $|g\rangle$  avec un taux de fluorescence maximal et contraste  $C_{\text{exp}}$  du signal de Ramsey (voir analyse d'une situation analogue à la leçon 6 pour  $N=2$ ). Cette fidélité se compare à celle correspondant à une absence totale d'information dans l'état final obtenu, égale à  $1/N$ . Le tableau suivant donne les résultats obtenus pour  $N=4,5$  et  $6$ .

	$P_{ee\dots e}$	$P_{gg\dots g}$	$C_{\text{exp}}$	$F$	$1/N$
$N = 4$	0.44	0.37	0.70	0.75	0.25
$N = 5$	0.33	0.34	0.53	0.60	0.20
$N = 6$	0.32	0.28	0.42	0.51	0.17

*Rappelons que pour  $N=2$ , une expérience analogue donne  $F = 0.97$  pour l'état de type Bell généré dans ce cas.*

La fidélité varie comme  $\sim 3/N$  (pour  $4 \leq N \leq 6$ ). Cette décroissance est due à diverses causes de décohérence. Une analyse détaillée de l'intrication de l'état final est présentée dans l'article de *Leibfried et al (Nature 438, 639 (2005))*.

# Interférométrie d'ions intriqués: sensibilité en $N$ opposée à limite classique en $\sqrt{N}$

Franges d'interférence par décodage de l'état GHZ à  $N$  ions:

$$|\Psi\rangle = \cos\frac{N\phi}{2}|e, e, \dots, e\rangle - \sin\frac{N\phi}{2}|g, g, \dots, g\rangle \rightarrow P_{ee\dots e} = 1 - P_{gg\dots g} = \cos^2\frac{N\phi}{2} \quad (7-35)$$

Ce résultat est à comparer aux franges obtenues dans un Mach-Zehnder à séparatrices classiques (pulses  $\pi/2$  agissant indépendamment sur les ions):

$$|\Psi\rangle = \prod_{i=1}^N \left( \cos\frac{\phi}{2}|e\rangle_i - \sin\frac{\phi}{2}|g\rangle_i \right) \rightarrow P_e = 1 - P_g = \cos^2\frac{\phi}{2} \quad (7-36)$$

**Signal interférométrique classique:** Amplitude en  $N$ , variant sur un intervalle de phase  $\pi$ : l'amplitude rapportée à la phase (changement du nombre moyen de particules détectées dans une voie par radian) varie en  $N$ . Le bruit (fluctuation du nombre de particules dans chaque voie due à la partition binomiale) est en  $\sqrt{N}$ . La sensibilité interférométrique (rapport du signal au bruit) est  $\eta_{classique} = \sqrt{N}$ .

**Signal interférométrique de  $N$  ions intriqués:** Amplitude en  $N$ , variant sur intervalle  $\pi/N$ . La variation d'amplitude par radian est maintenant en  $N^2$ . Le bruit de partition est en  $N$ . La sensibilité devient  $\eta_{intriqué} \sim N^2/N = N \gg \eta_{classique}$ .

L'augmentation de sensibilité peut être utile dans certaines applications. *Voir D.Leibfried et al, Science, 304, 1476 (2004).*

## 7B.

### **Conclusion du cours 2005-2006 et introduction du cours 2006-2007**

Succès et limites des expériences d'information quantique avec des ions piégés. Une limitation à la fidélité des opérations: l'émission spontanée. Un projet d'architecture de calculateur quantique. Autres applications possibles de ces expériences.

Introduction à l'information quantique avec des atomes neutres piégés. L'approche « top-down »: condensat de Bose Einstein piégé dans un réseau optique. Génération d'états chats de Schrödinger analogue à la préparation des états GHZ des ions piégés. Quelques questions qui seront abordées dans le cours 2006-2007.

# Conclusion (provisoire) sur les expériences d'ions piégés: succès et défis

Les expériences d'ions dans des pièges de Paul linéaires ont permis les tests les plus complets à ce jour de l'information quantique: portes sur des qubits permanents et bien localisés, intrication sur des systèmes contenant quelques particules, démonstration de la téléportation et de quelques algorithmes simples. Deux types de qubits ont été étudiés en détail: le  $Ca^+$  par le groupe d'Innsbruck et le  $Be^+$  par le groupe de Boulder. Dans le premier cas, la transition entre les états du qubit est optique, avec une durée de vie de l'ordre de la seconde pour l'état excité métastable. Dans le second, la transition qubit implique deux états fondamentaux, de durée de vie quasi infinie et la manipulation des qubits se fait par transitions Raman à deux photons.

Le couplage coulombien entre les bits se manifeste par l'existence de modes d'oscillations collectifs dont l'excitation est nécessaire pour réaliser l'intrication. Les méthodes que nous avons décrites demandent que l'excitation laser résolve les bandes latérales de l'oscillation, ce qui impose une limite à l'intensité des lasers et donc à la durée des pulses. La durée des opérations doit être plus grande que la période de la vibration, ce qui limite la vitesse des opérations et favorise les configurations où les ions sont fortement confinés et oscillent à relativement grande fréquence.

# Conclusion sur les expériences d'ions piégés: succès et défis (suite)

Les expériences sur le  $Ca^+$  utilisent un adressage individuel des bits dans des pièges de relativement basse fréquence de vibration. Les temps caractéristiques de portes sont de l'ordre de quelques centaines de microsecondes. Les expériences sur  $Be^+$  opèrent sur des systèmes plus confinés, donc plus rapides, avec des portes à adressage collectif. La durée typique des portes est de quelques dizaines de microsecondes.

La fidélité des opérations décroît de façon importante avec la taille des systèmes. Les états de type GHZ (les plus fragiles) ne peuvent à présent être réalisés avec une fidélité  $> 50\%$  que jusqu'à  $N=6$ . Les causes d'imperfections et de décohérence sont multiples: champs électriques et magnétiques parasites (dont les effets sont en partie compensables par des méthodes d'écho de spin), inhomogénéité des champs laser sur les ions, durée de vie finie de l'état excité des ions qui se trouve ramenée en partie dans l'état fondamental (voir page suivante)... La réalisation de fidélités assez grandes (supérieures à 0.9999...) pour que l'on puisse mettre en œuvre les méthodes de codes quantiques de correction d'erreurs qui rendraient le calcul « *tolérant aux fautes* » sont encore loin d'être atteintes. Aller beaucoup plus loin que les réalisations actuelles reste un immense défi.

# Limitations liées à l'émission spontanée

L'émission spontanée résiduelle des ions est un exemple simple de processus limitant la fidélité des opérations. Considérons le cas du  $Be^+$ . La durée  $\tau_1$  d'une porte à un qubit est de l'ordre de l'inverse de la fréquence de Rabi associée à l'effet Raman sur la bande porteuse. Celle d'une porte à deux qubits,  $\tau_{12}$ , qui implique une transition sur bande latérale, est plus grande, dans un rapport égal à l'inverse du facteur de Lamb-Dicke. Appelant  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  les fréquences de Rabi des deux laser Raman et  $\Delta$  le désaccord entre la transition Raman virtuelle et l'état excité  $P_{1/2}$  de l'ion, on a , en ordre de grandeur:

$$\tau_1 \sim \frac{\Delta}{\Omega_1 \Omega_2} \quad ; \quad \tau_{12} \sim \frac{\Delta}{\eta \Omega_1 \Omega_2} \quad (7 - 37)$$

Pendant ces opérations, une fraction  $\sim \Omega_1 \Omega_2 / \Delta^2$  de l'état excité est ramené dans l'état fondamental de l'ion. Il en résulte une probabilité par unité de temps d'émission d'un photon par l'ion dans l'état fondamental de l'ordre de  $\Omega_1 \Omega_2 \Gamma_P / \Delta^2$ . D'où les probabilités  $p_1$  et  $p_2$  de perte de cohérence pendant la durée des portes à un et deux qubits:

$$p_1 \sim \frac{\Omega_1 \Omega_2 \Gamma_P}{\Delta^2} \tau_1 \sim \frac{\Gamma_P}{\Delta} \quad ; \quad p_2 \sim \frac{p_1}{\eta} \sim \frac{\Gamma_P}{\eta \Delta} \quad (7 - 38)$$

## Limitations liées à l'émission spontanée (suite)

Ces résultats, indépendants des lasers, sont liés aux propriétés intrinsèques des ions. On a intérêt à augmenter  $\Delta$ , mais ce désaccord doit rester de l'ordre de  $\omega_{SF}$  soit  $\sim 200\text{GHz}$  (les portes exploitent une interférence entre amplitudes Raman demandant  $\Delta$  de l'ordre de la structure fine).  $\Gamma_P$  étant  $\sim 20\text{ MHz}$ , on a donc  $p_1 \sim 10^{-3}$  à  $10^{-4}$  et  $p_{12} \sim 10^{-2}$  à  $10^{-3}$ . D'autres ions peuvent avoir des paramètres un peu plus favorables. Notons cependant que ces quantités ne sont pas arbitrairement ajustables. Le rapport  $\Gamma_P / \omega_{SF}$  dépend *in fine* de la constante de structure fine, qui est une donnée non modifiable.

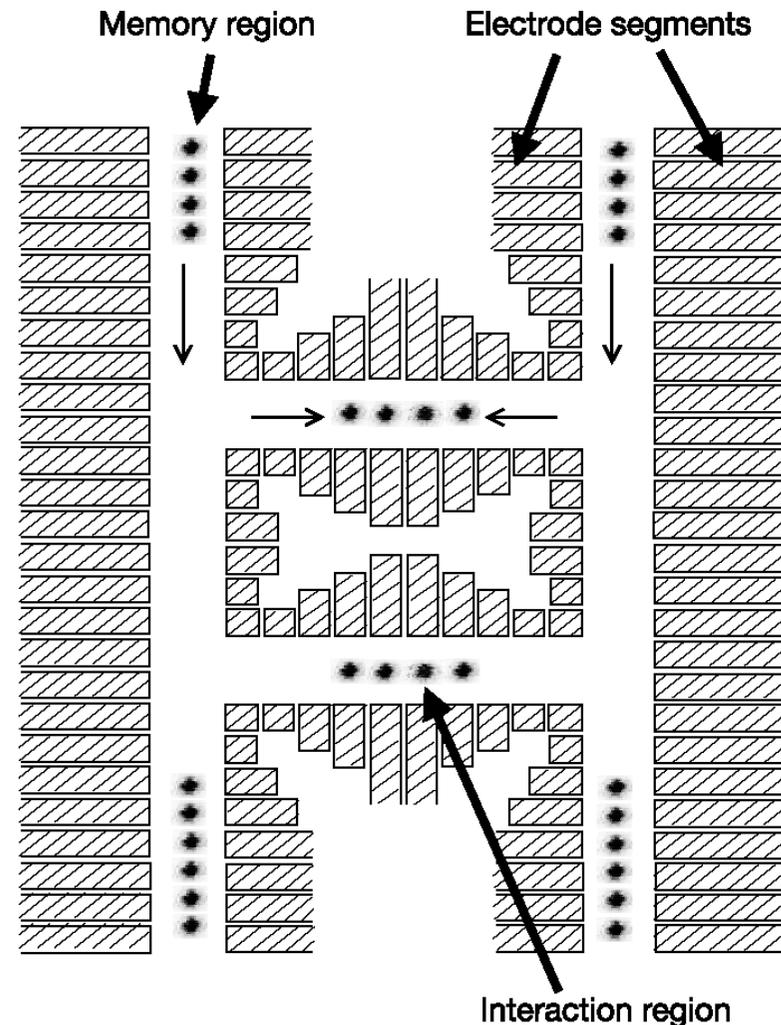
De façon générale, nous avons ici une limitation essentielle: les ions doivent rester couplés à l'environnement pour extraire l'information, d'où nécessité d'un grand  $\Gamma_P$ . Comme les interactions entre ions sont de même nature électromagnétique que celles induisant l'émission spontanée, il paraît difficile de coupler les ions entre eux sans les coupler aussi un peu à l'environnement.

Nous n'avons considéré ici que les types de portes testées dans des expériences. D'autres propositions ont été faites de portes intrinsèquement plus rapides (non limitées par la période de vibration et le paramètre de Lamb Dicke) qui font appel à l'excitation des ions par des impulsions laser femto-seconde. *Voir J.Garcia-Ripoll, P.Zoller et J.Cirac, PRL, 91, 157901 (2003)*. Ces portes restent à tester et leurs limites à explorer.

# Une architecture possible de calculateur quantique

*D.Kielplinski, C.Monroe et D.Wineland, Nature, 417, 709 (2002)*

Pour la génération suivante d'expériences, le groupe de Boulder met au point une architecture permettant de déplacer les ions un à un dans une structure de piège segmentée. Les ions sont stockés dans des régions de mémoire et déplacés vers la région d'interaction où les portes sont réalisées. Le déplacement doit s'effectuer de façon à préserver la cohérence des qubits. Des tests montrant la faisabilité des opérations élémentaires ont été accomplis. L'expérience de téléportation à trois ions de ce groupe (voir référence dans leçon 5) a mis en œuvre certaines de ces méthodes dans un cas simple. Ici encore, beaucoup reste à faire pour explorer les limites du système...



# Conclusion du cours 2005-2006 sur les ions piégés

De très belles expériences illustrant de façon spectaculaire les concepts quantiques (sauts et projection, complémentarité, superpositions d'état, intrication...). Analogie conceptuelle avec CQED et la physique des ondes de matière dans des puits de potentiel (voir plus loin).

Des expériences mettant en œuvre des « astuces » souvent très subtiles et restant techniquement très difficiles (*cf* critère du rapport «*nombre d'auteurs par ion*»).

L'extrapolation à des systèmes beaucoup plus grands reste un redoutable défi. On est loin d'être au point où la réalisation d'un ordinateur ionique devient un «simple» problème d'ingénieur.

Un terrain d'essai pour l'information quantique, qui ouvre la voie à l'étude d'autres systèmes peut être plus «pratiques» que des ions (puits quantiques, circuits supraconducteurs mésoscopiques etc...). Les ions ont cependant des avantages évidents (ils sont identiques, bien isolés de leur environnement etc...). La difficulté pour réaliser de grandes fidélités avec des ions dès que  $N$  dépasse quelques unités n'est pas très encourageante pour les systèmes concurrents qui ont beaucoup plus de problèmes de décohérence à surmonter.

# Conclusion du cours 2005-2006 (suite)

Quel avenir pour ces expériences ou «*y-a-t-il un salut hors l'ordinateur quantique*»?

Avec beaucoup de travail, les expériences actuelles pourront s'extrapoler à quelques dizaines d'ions. On pourra alors réaliser des pièges linéaires (ou des structures à deux dimensions) avec des réseaux d'ions couplés entre eux par l'interaction coulombienne. L'utilisation de lasers appropriés permettra de coupler ces ions et de produire «*à la demande*» des hamiltoniens simulant des situations rencontrées jusqu'à présent en physique de la matière condensée. Les ions piégés pourront alors servir de simulateurs quantiques pour des calculs difficiles, voire impossibles à mener à bien avec des ordinateurs classiques. Des effets physiques nouveaux pourront également être explorés. Voir par exemple *X.Deng, D.Poras et I.Cirac, Phys.Rev.A 72, 063407 (2005)*. Des possibilités analogues se présentent dans la physique des atomes froids piégés dans des réseaux optiques (voir plus loin).

Autre utilisation possible des états non classiques de plusieurs ions: spectroscopie avec sensibilité à la phase proportionnelle à  $N$  (au lieu de  $\sqrt{N}$ ) appliquée par exemple à des horloges optiques à ions.

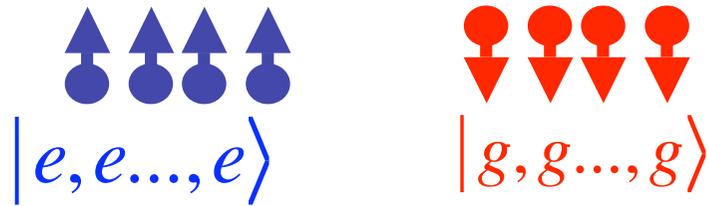
# Des ions aux atomes froids

Un autre domaine très actif de l'information quantique expérimentale explore la possibilité d'utiliser comme qubit des atomes neutres ultra-froids maintenus dans des pièges optiques dipolaires ou dans des pièges magnétiques de type puce à atomes. Nous avons eu un exemple de ce type de physique dans le séminaire du 13 Février (Arno Rauschenbeutel). Les ordres de grandeur (profondeur de pièges notamment) sont très différents de la physique des ions. Un aspect très séduisant de l'information quantique avec des atomes neutres est la possibilité de faire de la physique « *top down* » par opposition à la physique « *bottom up* » des ions piégés. Au lieu de manipuler des particules en nombre microscopique, croissant de 1 à quelques unités, on peut directement charger un réseau optique comprenant des dizaines de milliers de puits de potentiel par un condensat de Bose Einstein. La manipulation collective de ces atomes conduit à une physique très intéressante, que nous allons explorer dans le cours de l'année prochaine.

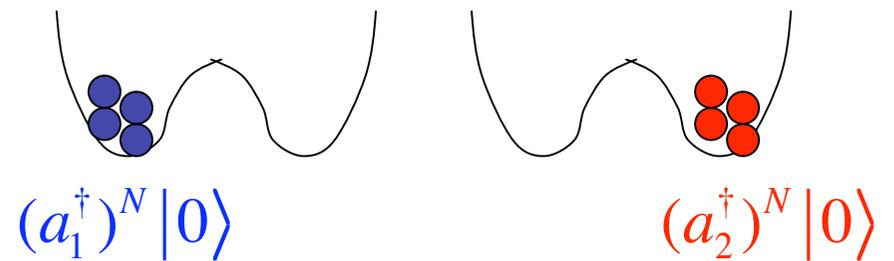
En fait, la physique des atomes froids dans des pièges optiques dipolaires présente une certaine similarité avec celle des ions piégés et celle de CQED. Donnons en pour conclure ce cours un bref aperçu.

# Analogie entre ions piégés et bosons froids

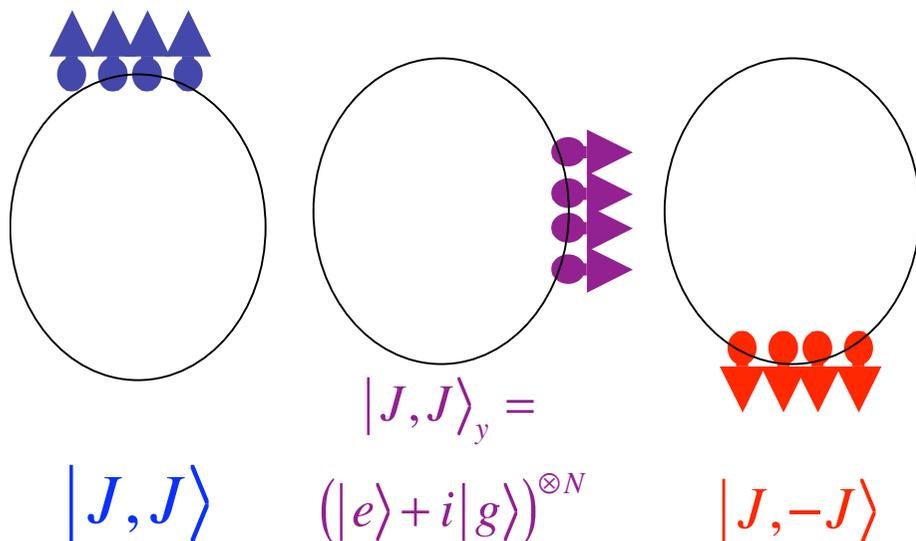
$N$  ions à deux niveaux évoluant dans le sous-espace des états symétrique par échange de deux qubits



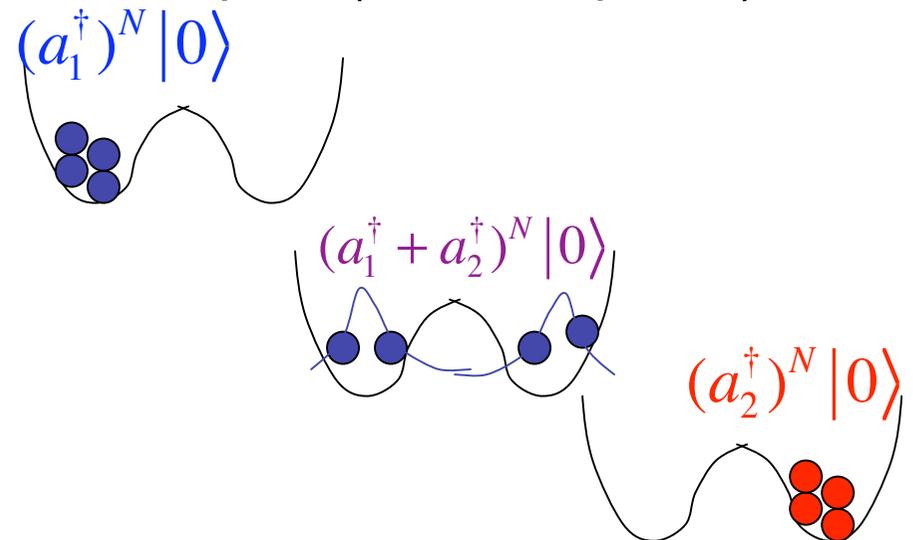
$N$  bosons indiscernables répartis entre deux puits quantiques



Oscillation de Rabi vue comme une rotation autour de  $O_x$



Oscillation par effet tunnel entre deux puits (effet Josephson)



# Etat GHZ de $N$ ions et chat de Schrödinger de $N$ bosons: deux systèmes analogues

L'interaction entre les ions (via le couplage à un mode d'oscillation collectif) réalise un hamiltonien non linéaire:

$$J_z^2 \sim (N_e - N_g)^2 \quad (7-39)$$

L'état GHZ  $|J, J\rangle + |J, -J\rangle$  est préparé en basculant de  $\pi/2$  l'état  $|J, J\rangle$  par rotation de Rabi, suivie d'une application pendant un temps approprié de l'interaction  $J_z^2$ , puis d'une nouvelle rotation de Rabi de  $\pi/2$  (voir §7A)

Les collisions élastiques entre atomes (*voir cours 2002-2003*) réalisent un couplage non-linéaire proportionnel au nombre de paires de bosons dans chaque puits:

$$\frac{g}{2} N_1(N_1 - 1) + \frac{g}{2} N_2(N_2 - 1) = g \frac{N}{2} \left( \frac{N}{2} - 1 \right) + g \frac{(N_1 - N_2)^2}{4} \quad (7-40)$$

Un état de la forme:  $a_1^{\dagger N} |0\rangle + a_2^{\dagger N} |0\rangle$  superposition cohérente de  $N$  bosons dans un puits et dans l'autre (chat de Schrödinger) pourrait être préparé à partir de  $(a_1^{\dagger})^N |0\rangle$  en combinant un pulse  $\pi/2$  d'effet tunnel, l'action de l'hamiltonien de collision pendant un temps approprié, puis un autre pulse  $\pi/2$  d'effet tunnel.

# Liste préliminaire des questions que nous aborderons en 2006-2007

Comment contrôler les collisions entre atomes ultra-froids?

Comment se servir de ces collisions pour réaliser des portes entre atomes?

Réalisation d'intrication massive et de «*cluster states*».

Réalisation d'états de type *chat de Schrödinger*.

Utilisation de signaux à un atome et à deux atomes pour diagnostiquer l'état du système (analyse d'expériences atomiques à la Hanbury-Brown et Twiss (voir séminaire du 27 Février de T.Esslinger).

Simulation de situations rencontrées en physique de la matière condensée avec des condensats (voir séminaire du 30 Janvier de J.Dalibard).

# Les cours de physique quantique du Collège de France sur l'internet

Les cours des années *2001-2002, 2002-2003, 2003-2004, 2004-2005 et 2005-2006* sont accessibles à partir du serveur du Collège de France en suivant la liaison indiquée. Accès direct à [www.cqed.org](http://www.cqed.org).

On trouvera également à cette adresse un certain nombre de séminaires des années antérieures. Les séminaires de cette année n'y figurent pas encore. Certains d'entre eux seront mis en ligne prochainement.