

3.

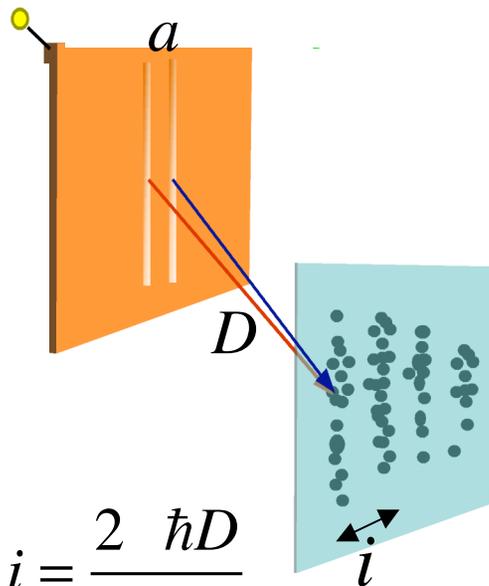
Observation de l'environnement: Gomme et asservissement quantiques

Gomme quantique (quantum eraser): rappel sur l'expérience de Young et la complémentarité. Contraste des franges et information sur le chemin suivi par la particule emportée par un photon diffusé. Intrication particule - photon. Comment retrouver la cohérence en corrélant la détection du photon à l'observation de la particule. Lien avec une expérience à la EPR. Difficulté pour retrouver la cohérence quand l'environnement est grand.

Asservissement quantique (quantum feed back): une procédure de correction des sauts quantiques applicables dans certaines situations simples. Exemple en électrodynamique en cavité. Liens entre gomme et asservissement quantiques.

Décohérence dans un interféromètre de Young

Particule d'impulsion p traversant un interféromètre à deux voies: interférences tant qu'....



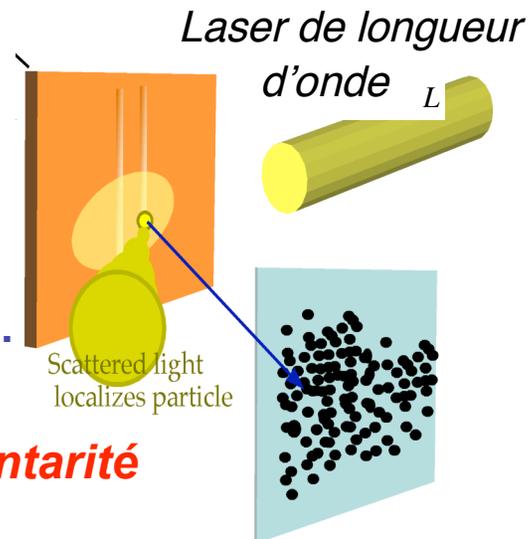
Interfrange $i = \frac{2 \hbar D}{ap}$

...on ne cherche pas à connaître le chemin suivi.

Si on peut acquérir cette information, la cohérence et les interférences disparaissent...

Complémentarité

Bohr (1927)



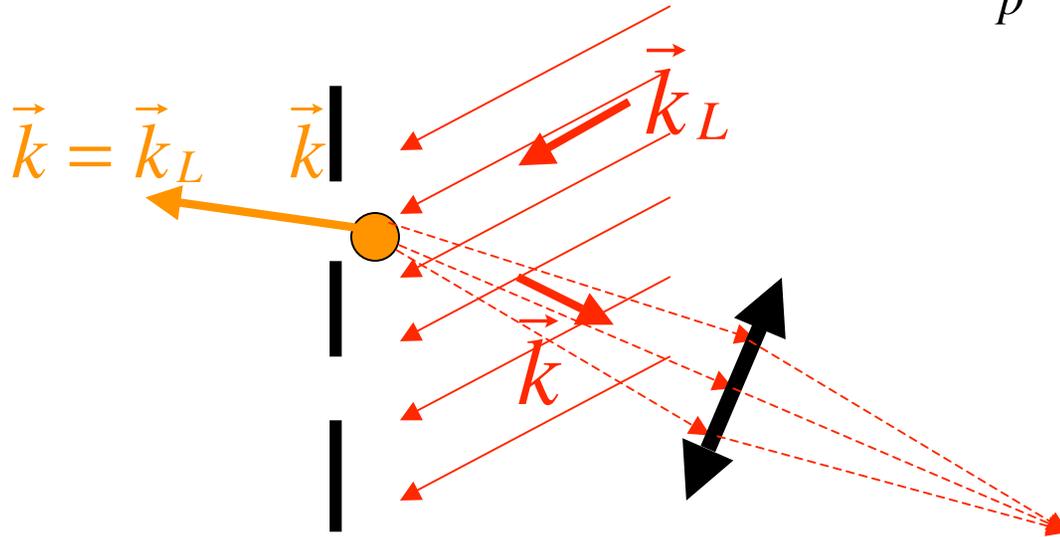
Argument de Bohr: franges brouillées si l'image de la particule a une taille inférieure à a , ce qui fournit une information sur sa trajectoire. La résolution des instruments optiques donne la condition de disparition des interférences:

$$L \leq a \quad (3 \quad 1)$$

Argument du microscope de Heisenberg

Eclairer la particule (impulsion p) derrière les trous entraîne un transfert incontrôlé d'impulsion $\sim \pm k_L$ (direction imprévisible du photon diffusé). La particule arrive dans le plan de détection (à une distance D) en subissant une translation parallèle au plan des fentes de:

$$= \frac{\hbar k_{\pm}}{p} D \sim \frac{\hbar k_L}{p} D$$



Les franges sont donc brouillées si:

$$i \quad a k_L \quad 2 \quad a \quad L \quad (3 \quad 2)$$

Intrication particule-photon

Soient $| (0) \rangle_A$ et $| (t) \rangle_A$ les états du paquet d'onde de la particule A au moment ($t=0$) où elle traverse les trous et à celui où elle est détectée (instant $t = mD/p$). Le signal $I(\vec{r})$ donnant l'intensité des franges au point \vec{r} se calcule simplement en tenant compte de la propagation libre entre 0 et t :

$$| (0) \rangle_A \quad | (t) \rangle_A = e^{i \frac{p^2}{2m\hbar} t} | (0) \rangle_A \quad ; \quad I(\vec{r}) = \left| \langle \vec{r} | e^{i \frac{p^2}{2m\hbar} t} | (0) \rangle_A \right|^2 \quad (3 \quad 3)$$

Si A diffuse un photon à $t=0$, l'état du système «A + champ» devient un état intriqué où les $|^{(k)}(0) \rangle_A$ et $|^{(k)}(t) \rangle_A$ sont les états à 0 et t de A, conditionnés à l'apparition dans le champ d'un photon de vecteur d'onde k . Le signal d'interférence devient une somme de termes correspondant à chaque k (*on suppose ici pour simplifier l'analyse que l'amplitude de probabilité d'émission est isotrope. Une diffusion anisotrope ne change pas qualitativement la discussion*):

$$\left| (0) \rangle_A \quad |0 \rangle_E \quad d^3 \vec{k} \left| \begin{matrix} \langle \vec{k} \rangle_A \\ |1_{\vec{k}} \rangle_E \end{matrix} \right. \quad ; \quad I(\vec{r}) = \left| d^3 \vec{k} \left| \langle \vec{r} | \begin{matrix} \langle \vec{k} \rangle_A \\ |1_{\vec{k}} \rangle_E \end{matrix} \right. \right|^2 \quad (3 \quad 4)$$

Signal d'interférence conditionné à la diffusion d'un photon

Le calcul de chaque onde partielle se fait simplement, en exprimant les propriétés bien connues des translations en r et en p :

$$\begin{aligned}
 \left| (0) \right\rangle_A \quad \left| (\bar{k})(0) \right\rangle_A &= e^{i\bar{k}\cdot\vec{r}} \left| (0) \right\rangle_A \quad \left| (\bar{k})(t) \right\rangle_A = e^{i\frac{P^2}{2m\hbar}t} e^{i\bar{k}\cdot\vec{r}} \left| (0) \right\rangle_A = \\
 e^{i\bar{k}\cdot\vec{r}} e^{i\bar{k}\cdot\vec{r}} e^{i\frac{P^2}{2m\hbar}t} e^{i\bar{k}\cdot\vec{r}} \left| (0) \right\rangle_A &= e^{i\bar{k}\cdot\vec{r}} e^{i\frac{(\bar{P}+\hbar\bar{k})^2}{2m\hbar}t} \left| (0) \right\rangle_A \quad (3 \quad 5)
 \end{aligned}$$

On en déduit le signal d'interférence conditionné à la diffusion d'un photon d'impulsion k :

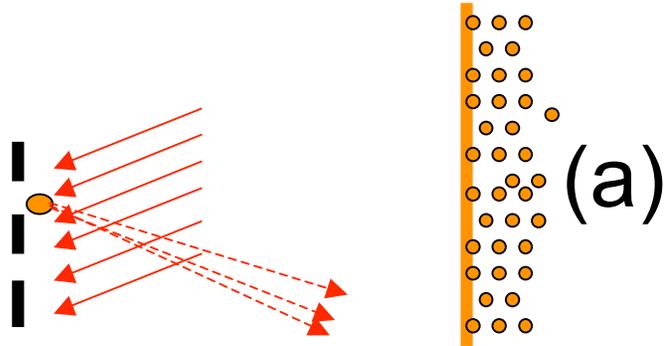
$$\begin{aligned}
 I^{(\bar{k})}(\vec{r}) = \left| \langle \vec{r} | (\bar{k})(t) \right\rangle_A \right|^2 &= \left| \langle \vec{r} | e^{i\frac{(\bar{P}+\hbar\bar{k})^2}{2m\hbar}t} \left| (0) \right\rangle_A \right|^2 = \\
 \left| \langle \vec{r} | e^{i\frac{\bar{k}\cdot\bar{P}}{m}t} e^{i\frac{P^2}{2m\hbar}t} \left| (0) \right\rangle_A \right|^2 &= I(\vec{r} \quad \hbar\vec{k}t/m) \quad (3 \quad 6)
 \end{aligned}$$

Gomme quantique: rétablissement des franges par détection conditionnelle du photon diffusé

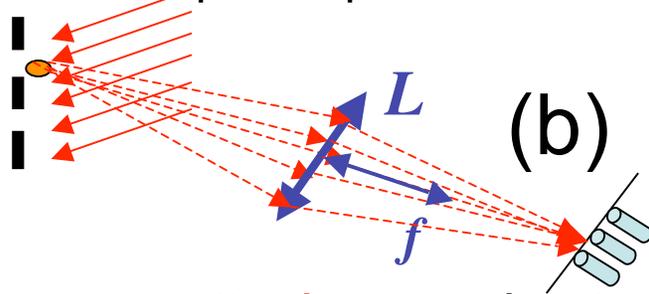
Les équations (3-4) et (3-6) justifient de façon rigoureuse l'argument de Heisenberg: après interaction de A avec le champ diffusé, le signal de frange apparaît comme une somme de termes translatés spatialement par une quantité proportionnelle au transfert d'impulsion entre la particule et le champ pour chaque valeur de k . Ce transfert étant aléatoire, de valeur moyenne $\hbar k_L$, les franges sont plus ou moins brouillées, suivant que $\hbar k_L t/m = \hbar k_L D/p$ est petit ou grand par rapport à l'interfrange i .

Cette analyse montre également que si l'on détecte le photon $|I_k\rangle$ on observe, en coïncidence, des franges de contraste maximal, simplement translatées d'une quantité dépendant de la valeur de k détectée. En pratique, pour déterminer l'impulsion du photon diffusé (donc sa direction), il faut collecter la lumière à l'aide d'une lentille et placer le détecteur dans le plan focal image. Chaque point de ce plan correspond à une direction de photon diffusé. Pour déterminer le chemin, il faudrait par contre placer le détecteur dans le plan image des fentes, différent du plan focal: dans le plan focal, on mesure l'impulsion transférée à la particule et dans le plan image des fentes la position de la particule. Ces deux quantités sont des observables complémentaires, incompatibles au sens de Bohr. *Voir page suivante.*

Détruire la cohérence et la rétablir en manipulant l'information contenue dans le photon diffusé

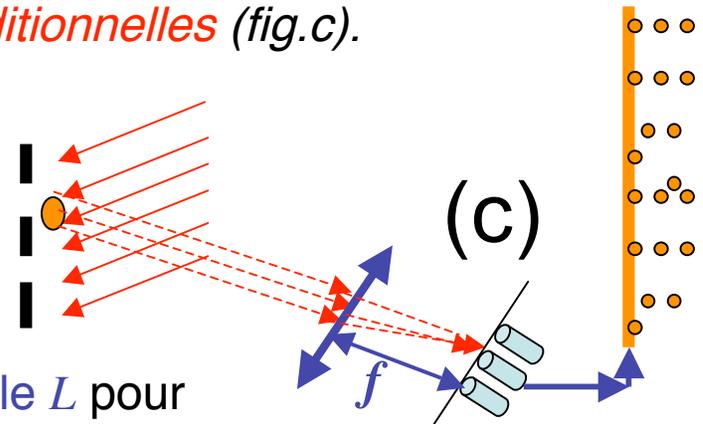


Le simple éclairage de la particule avec de la lumière de courte longueur d'onde (*fig.a*) suffit à effacer la cohérence parce que...



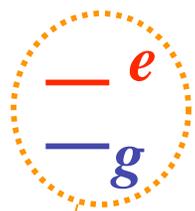
...le *photon diffusé* pourrait être focalisé par une *lentille L* pour produire, *dans le plan image des fentes*, une information renseignant sur la trajectoire de la particule (*fig.b*). Il n'est pas nécessaire de faire cette mesure, ni même d'interposer *L*, pour brouiller les franges. L'information potentielle sur le chemin contenue dans le *photon diffusé* suffit.

Pour rétablir la cohérence, il faut se livrer à *une mesure réelle*: collecter le photon dans le *plan focal de la lentille* fournit une information sur sa *direction* et *efface l'information complémentaire* sur la *position* de la particule diffuseuse. En *corrélant cette information à celle fournie par les détecteurs de particules* on rétablit des *franges conditionnelles* (*fig.c*).



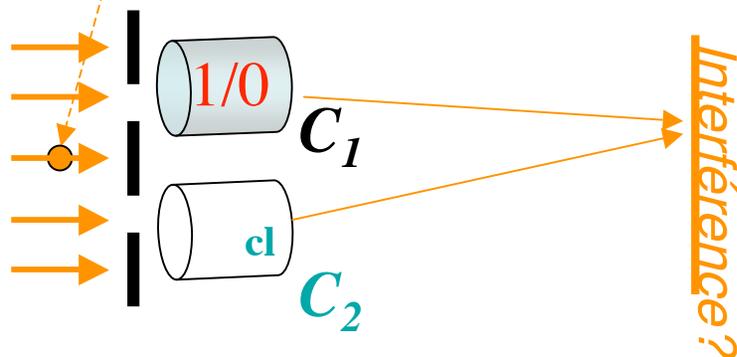
**Gomme
quantique**
*Chapman et al,
PRL, 75, 3783 (1995)*

Une expérience de pensée analogue (et difficile) où l'information serait stockée dans un qubit



$$|0\rangle_{CM} |e\rangle_1 |0\rangle_{C_1} |cl\rangle_{C_2}$$

$$|1\rangle_{CM} |1\rangle_{C_1} + |2\rangle_{CM} |0\rangle_{C_1} |g\rangle_1 |cl\rangle_{C_2} \quad (3 \quad 7)$$



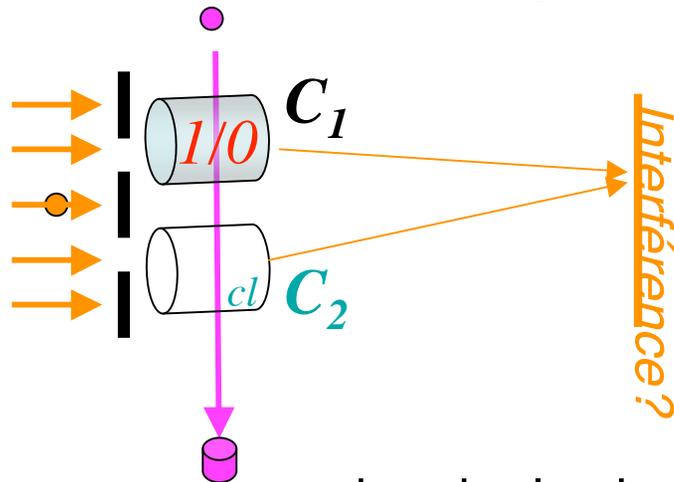
Atome 1 à deux niveaux, initialement dans l'état excité e traversant les fentes dans une onde de matière plane et subissant une impulsion dans la cavité C_1 (*quantique, initialement vide*) et C_2 (*contenant un grand champ classique*)

Le champ de C_1 (0 ou 1) est un qubit renseignant sur le chemin suivi par l'atome: cohérence détruite (pas d'information dans C_2 où le champ est classique)

Intrication
entre l'état du centre de masse de l'atome et l'état de C_1

Pour une discussion du «micromaser» dans le contexte des tests de complémentarité et de gomme quantique voir le livre «Quantum Optics» de Scully et Zubairy (Cambridge U.P. 1997) et les références qu'il contient.

Utiliser un deuxième atome comme gomme quantique (expérience de pensée à la EPR)



Envoyer *un atome «gomme» initialement dans g* à travers les deux cavités
(trajectoire transversale pour simplifier la topologie)

L'atome «gomme» absorbe le champ de C_1 (impulsion dans le champ d'un photon) et stocke l'information sur le chemin:

$$\begin{aligned}
 & |1\rangle_{CM} |1\rangle_{C_1} + |2\rangle_{CM} |0\rangle_{C_1} |g\rangle_1 |cl\rangle_{C_2} |g\rangle_{gom} \\
 & |1\rangle_{CM} |e\rangle_{gom} + |2\rangle_{CM} |g\rangle_{gom} |g\rangle_1 |cl\rangle_{C_2} |0\rangle_{C_1} \quad (3 \quad 8)
 \end{aligned}$$

**Intrication
EPR entre
atomes**

et cette information est brouillée par un pulse $\pi/2$ dans le *champ classique C_2* :

$$\begin{aligned}
 & \pi/2 \text{ dans } C_2 \quad |1\rangle_{CM} (|e\rangle_{gom} + |g\rangle_{gom}) + |2\rangle_{CM} (|g\rangle_{gom} - |e\rangle_{gom}) |g\rangle_1 |cl\rangle_{C_2} |0\rangle_{C_1} \\
 & = (|1\rangle_{CM} + |2\rangle_{CM}) |g\rangle_{gom} + (|1\rangle_{CM} - |2\rangle_{CM}) |e\rangle_{gom} |g\rangle_1 |cl\rangle_{C_2} |0\rangle_{C_1} \quad (3 \quad 9)
 \end{aligned}$$

Détecter la *gomme* dans g ou e établit (en coïncidence) la cohérence pour le 1^{er} atome: franges conditionnelles en opposition de phase associées à g et e .

Difficultés et limites de la procédure de gomme quantique

L'opération d'une gomme quantique implique que la fuite d'information dans l'environnement est bien identifiée, celui-ci jouant le rôle d'un partenaire EPR pour le système dont on cherche à rétablir la cohérence. La procédure, qui consiste à faire des mesures en coïncidence sur le système et l'environnement, s'apparente donc à celle d'une expérience de corrélation effectuée pour tester les inégalités de Bell (*voir cours 2001-2002*).

Dans le cas de l'interféromètre avec une particule diffusant de la lumière, il est essentiel que celle-ci n'ait diffusé qu'un photon (atome subissant un seul cycle d'absorption laser, suivi d'émission spontanée). Si plusieurs photons étaient émis dans une succession de cycles, il faudrait récupérer toute l'information emportée sur ces photons pour rétablir les interférences. L'expérience serait alors beaucoup plus délicate. Quant à l'expérience de pensée avec les cavités, elle est infaisable sous la forme décrite ici. Noter cependant qu'une expérience analogue, où *l'interféromètre de Young* est remplacé par un *interféromètre de Ramsey*, a été effectuée (*P. Bertet et al, Nature, 411, 166 (2001)*).

L'information sur le chemin de l'atome est alors également contenue dans le champ de 0 ou 1 photon et peut être effacée à l'aide d'un second atome dans une expérience à la EPR.

Gomme quantique et chats de Schrödinger dans l'environnement

Considérons un système A qui évolue suivant deux chemins possibles 1 et 2 en se couplant à un environnement formé de N qubits suivant la relation:

$$| \begin{matrix} 1 \\ \end{matrix} \rangle_A + | \begin{matrix} 2 \\ \end{matrix} \rangle_A | \{0\} \rangle \quad | \begin{matrix} 1 \\ \end{matrix} \rangle_A | 0,0,0\dots 0 \rangle_E + | \begin{matrix} 2 \\ \end{matrix} \rangle_A | 1,1,1\dots 1 \rangle_E \quad (3 \quad 10)$$

Ceci modèle un état type chat de Schrödinger perdant sa cohérence par fuite d'information dans un grand réservoir de qubits (voir cours 2002-2003). Pour rétablir la cohérence, il faut imaginer une mesure de l'environnement ayant comme états propres, non pas les états de la base naturelle $|0,0,0\dots 0\rangle$ et $|1,1,1\dots 1\rangle$, mais des superpositions symétriques et antisymétriques de ces états, en réécrivant l'état au membre de droite de l'équ. (3-10) sous la forme:

$$| \begin{matrix} 1 \\ \end{matrix} \rangle_A + | \begin{matrix} 2 \\ \end{matrix} \rangle_A (| 0,0,0\dots 0 \rangle_E + | 1,1,1\dots 1 \rangle_E) + | \begin{matrix} 1 \\ \end{matrix} \rangle_A | \begin{matrix} 2 \\ \end{matrix} \rangle_A (| 0,0,0\dots 0 \rangle_E - | 1,1,1\dots 1 \rangle_E) \quad (3 \quad 11)$$

La procédure de gomme quantique implique ainsi la mesure d'états fortement intriqués, de type chat de Schrödinger de l'environnement. Ainsi rétablir la cohérence d'un chat du système signifie que l'on est capable de mesurer des chats dans l'environnement! Ceci est bien sûr de plus en plus difficile lorsque N devient grand (requiert des mesures de corrélation d'ordre élevé sur tous les qubits de l'environnement, infaisable en pratique).

Principe de l'asservissement quantique (feed back)

Soit un système ouvert A dont l'évolution est décrite par une équation pilote. On détecte ses sauts quantiques en observant l'environnement. Peut-on en faisant agir sur A un opérateur unitaire approprié, conditionné à l'observation des sauts, annuler leur effet et préserver la cohérence? La difficulté est liée au caractère en général *non-unitaire* des sauts, qui ne sont pas inversable, ce qui rend la correction unitaire *a priori* impossible. Exemple: considérons un mode d'une cavité, soumis à des pertes de photons, avec un champ dans un «état qubit», superposition d'états à 0 et 1 photons: $|\psi\rangle_A = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$

Un saut quantique:
$$|\psi\rangle_A \xrightarrow{a} \frac{a|\psi\rangle_A}{\sqrt{\langle \psi | a^\dagger a | \psi \rangle_A}} = |0\rangle \quad (3 \quad 12)$$

conduit toujours A au même état final $|0\rangle$. L'information du qubit est perdue et ne peut être rétablie par une opération unitaire. Pour tenter d'éviter cette difficulté, considérons une superposition impliquant les états de Fock à 1 et 2 photons: $|\psi\rangle_A = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle$ qui se transforme dans un saut suivant:

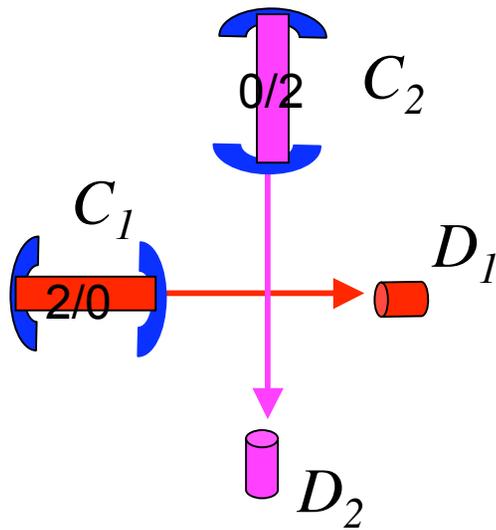
$$|\psi\rangle_A \xrightarrow{a} \frac{a|\psi\rangle_A}{\sqrt{\langle \psi | a^\dagger a | \psi \rangle_A}} = \frac{c_1|0\rangle + \sqrt{2}c_2|1\rangle}{\sqrt{|c_1|^2 + 2|c_2|^2}} \quad (3 \quad 13)$$

La cohérence, circulant entre les sous-espaces $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ et $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ n'est pas détruite, mais «déformée». Le saut, ne conservant pas le produit scalaire, n'est cependant toujours pas inversable par opération unitaire.

Principe de l'asservissement quantique (suite)

Considérons maintenant le codage d'un qubit «logique» dans deux modes (champ de deux cavités identiques C_1 et C_2 contenant soit 0 soit 2 photons):

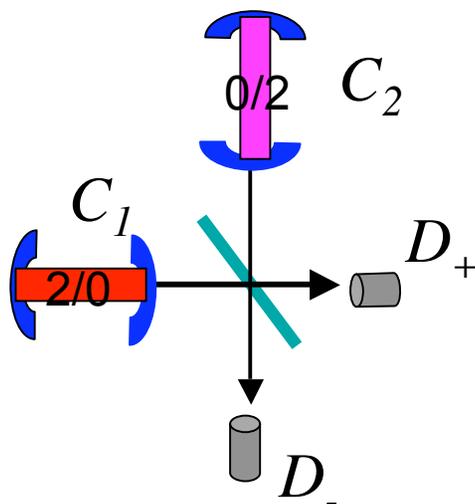
$$| \rangle_A = c_0 |2,0\rangle + c_1 |0,2\rangle \quad (3 \quad 14)$$



Les sauts sont observés par deux détecteurs D_1 et D_2 . Si ces détecteurs sont associés de façon non ambiguë aux cavités (*fig. ci-contre*), l'information du qubit est encore détruite. Appelant a et b les opérateurs d'annihilation associés à C_1 et C_2 on a en effet:

$$\frac{a | \rangle_A}{\sqrt{\langle | a^\dagger a | \rangle_A}} = |1,0\rangle \quad ; \quad \frac{b | \rangle_A}{\sqrt{\langle | b^\dagger b | \rangle_A}} = |0,1\rangle \quad (3 \quad 15)$$

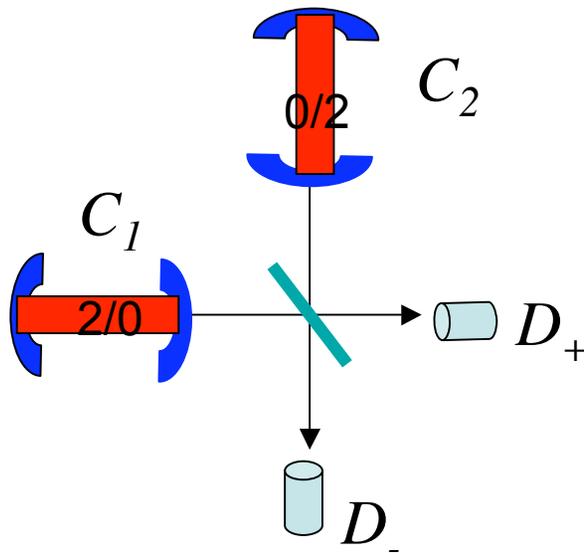
(le clic d'un des détecteurs identifie le mode excité et détruit la cohérence)



Pour ne pas perdre la cohérence, détectons le photon **après mélange des modes sur une lame semi-réfléchissante** (cours 2002-2003). Avec un choix convenable de phase, les opérateurs associés aux clics de D_+ et D_- sont: $A_\pm = (a \pm b) / \sqrt{2}$ et l'effet de ces clics est maintenant unitaire et préserve l'ambiguïté quantique:

$$A_\pm | \rangle_A = c_0 |1,0\rangle \pm c_1 |0,1\rangle \quad (3 \quad 16)$$

Exemple d'asservissement quantique



Les deux types de saut correspondent maintenant à une application unitaire, donc inversable de $\{|0,2\rangle, |2,0\rangle\}$ dans $\{|0,1\rangle, |1,0\rangle\}$. La détection d'un clic par D_+ doit déclencher l'opération:

$$c_0 |1,0\rangle + c_1 |0,1\rangle \rightarrow c_0 |2,0\rangle + c_1 |0,2\rangle \quad (3 \quad 17)$$

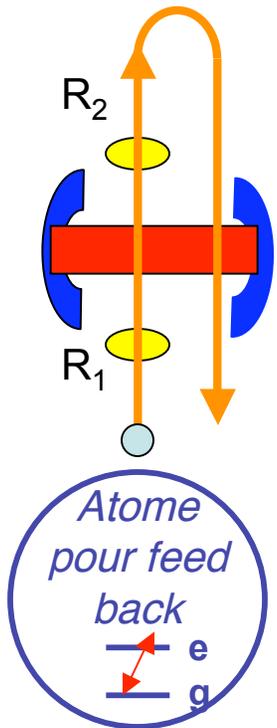
alors que la détection d'un clic par D_- conduit à appliquer la transformation:

$$c_0 |1,0\rangle - c_1 |0,1\rangle \rightarrow c_0 |2,0\rangle - c_1 |0,2\rangle \quad (3 \quad 18)$$

Il faut donc, après un clic, doubler le nombre de photons dans les cavités, avec changement du signe du rapport des amplitudes si c'est D_- qui clique. Une méthode déterministe pour effectuer cette procédure a été proposée par *Mabuchi et Zoller (Phys.Rev.Lett. 76, 3108, 1996)* en utilisant un atome dans chaque cavité présentant une structure de niveaux Zeeman et en utilisant un «mapping» d'état par passage adiabatique. Nous proposons ici une autre procédure, qui s'apparente aux méthodes d'électrodynamique en cavité décrites dans les cours antérieurs.

Feed back quantique en électrodynamique en cavité

Le but: Après détection d'un clic, si une des cavités contient 0 photon, ne rien faire. Si elle en contient 1, doubler ce nombre.



Procédure: (i) Envoyer dans C_1 un atome à 2 niveaux (e, g) mesurant la *parité du nombre de photons* (cours 2002-2003). La transition $e-g$ est désaccordée par rapport à C_1 . La mesure se base sur le déphasage de la cohérence atomique (par photon) détecté par la méthode de Ramsey (impulsions R_1, R_2). Si le nombre est pair (0), l'atome sort dans g , s'il est impair (1), dans e .

(ii) Renvoyer le même atome dans C_1 , en l'accordant à résonance (impulsion dans le champ d'un photon). S'il y a 0 photon, l'atome, dans g , laisse la cavité vide. S'il y a 1 photon, l'atome dans e émet un 2nd photon et tombe dans g . Le couplage de l'atome avec la 1^{ère} cavité conduit ainsi successivement à:

$$(c_0 |1,0\rangle \pm c_1 |0,1\rangle) |g\rangle_1 \xrightarrow{\text{Ramsey}} c_0 |1,0\rangle |e\rangle_1 \pm c_1 |0,1\rangle |g\rangle_1 \xrightarrow{\text{pulse}} (c_0 |2,0\rangle \pm c_1 |0,1\rangle) |g\rangle_1 \quad (3 \quad 19)$$

(iii) Etapes analogues avec un 2nd atome dans C_2 :

$$(c_0 |2,0\rangle \pm c_1 |0,1\rangle) |g\rangle_2 \xrightarrow{\text{Ramsey}} c_0 |2,0\rangle |g\rangle_2 \pm c_1 |0,1\rangle |e\rangle_2 \xrightarrow{\text{pulse ou 3}} (c_0 |2,0\rangle + c_1 |0,2\rangle) |g\rangle_2 \quad (3 \quad 20)$$

Pour changer le signe de c_2 (si clic de D_-), **faire une impulsion 3 au lieu de** sur le 2nd atome. (iv) Jeter enfin les atomes (non-intriqués avec C_1 et C_2).

Comparaison de l'asservissement et de la gomme

Comme le montre cet exemple, l'asservissement quantique n'est possible que si les opérateurs de sauts agissent dans un sous-espace de Hilbert où leur restriction est unitaire et réversible. Pour asservir ainsi un qubit logique, il faut donc le coder dans un tel sous-espace en s'arrangeant pour que l'information fournie par l'observation des sauts préserve l'ambiguïté quantique.

La méthode de «*feed back*» présente des similitudes avec la gomme quantique. Dans les deux cas, on exploite une information compatible avec la cohérence que l'on cherche à observer ou à préserver. Dans le cas de la gomme, on mesure dans l'environnement les états corrélés à une cohérence de phase bien définie du système, que l'on «*extraie*» ainsi de façon conditionnelle du bruit. Pour l'asservissement, on détecte des sauts compatibles avec le maintien transitoire de la cohérence et on les exploite pour rétablir grâce à des manipulations conditionnelles, l'état initial du système.

La redondance du codage est importante pour l'asservissement. Le qubit doit être préservé avant de pouvoir être corrigé. Cela n'est possible ici que parce qu'il est codé dans un champ de 2 photons. Si l'un est perdu, il reste encore sur l'autre l'information nécessaire pour effectuer la correction. Cet aspect se retrouve dans les codes correcteurs d'erreurs. *Pour un exemple similaire de feed back voir Zippilli et al (Phys.Rev A67 052101 (2003)).*