

6.

Découplage symétrique de l'environnement: subradiances dans une cavité et «sous espaces sans décohérence»

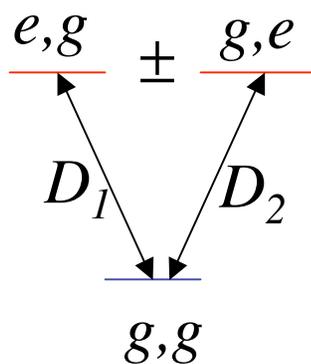
Exemple d'états à deux qubits subradiants dans une cavité. «*Codage sans bruit*» de l'information dans de tels états. Généralisation au cas de N qubits: les pointer states de l'émission spontanée collective dans une cavité et les *sous-espaces sans décohérence* qui leur correspondent. Les pointer states associés au basculement collectif de phase. Les pointer states communs des deux types de décohérence (émission spontanée et basculement de phase collectifs). Caractère particulier et non généralisable de cette méthode de protection des qubits.

Etats atomiques découplés de l'environnement: subradiance

Le couplage collectif de N atomes à une cavité augmente le taux d'émission du système par rapport à ce qu'il est pour un seul atome. Cet effet correspond à une interférence constructive du processus d'émission collective. C'est clair dans le cas de 2 atomes, lorsqu'on calcule l'élément de matrice du couplage induit par le champ entre l'état symétrique $|s\rangle$ et l'état désexcité $|gg\rangle$. Le couplage est proportionnel au dipôle électrique du couple d'atomes $D=D_1+D_2$:

$$\langle s|D_1+D_2|gg\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle eg|D_1|gg\rangle + \langle ge|D_2|gg\rangle) = \sqrt{2}\langle e|D|g\rangle \quad (6.1)$$

Pour l'émission d'un seul photon partagée entre deux atomes intriqués, on a une interférence constructive entre amplitudes de transition. Ceci donne une amplitude multipliée par $\sqrt{2}$, donc une probabilité d'émission multipliée par 2 par rapport à un atome isolé (en accord avec l'analyse faite au §5).



Si les deux atomes sont préparés dans l'état antisymétrique:

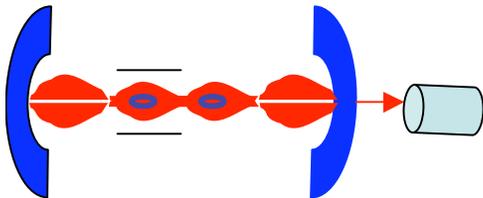
$$|AS\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|eg\rangle - |ge\rangle) \quad (6.2)$$

on a au contraire une interférence destructive des amplitudes:

$$\langle AS|D_1+D_2|gg\rangle = 0 \quad (6.3)$$

L'état antisymétrique ne peut rayonner. C'est un état subradiant

Comment supprimer le rayonnement d'un qubit dans une cavité: une expérience de pensée



Deux atomes initialement excités couplés symétriquement à une cavité dans le régime de Purcell. Conditionné à la détection du premier photon, on déphase le dipôle de l'atome 2 par rapport à l'atome 1 (opération locale). On applique par exemple à l'aide d'électrodes un pulse de champ électrique qui correspond à un changement de phase de π sur l'atome 2:

$$|e, e\rangle \xrightarrow{\text{clic}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, g\rangle + |g, e\rangle) \xrightarrow{\text{pulse sur 2}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, g\rangle - |g, e\rangle) \quad (6 \quad 4)$$

On atteint ainsi de façon déterministe l'état subradiant qui reste ensuite indéfiniment stable. C'est un état «noir» pour l'émission du second photon.

Soit un qubit atomique dans la cavité dans l'état $|e\rangle_1 + |g\rangle_1$. Tout seul, ce qubit subirait une décohérence rapide d'émission spontanée. Associons lui un qubit auxiliaire (ancilla) dans l'état $|g\rangle_2$. Par une transformation unitaire non locale (*voir page suivante*), préparons l'état complètement subradiant:

$$\left(|e\rangle_1 + |g\rangle_1 \right) |g\rangle_2 = |AS\rangle + |g_1, g_2\rangle \quad (6 \quad 5)$$

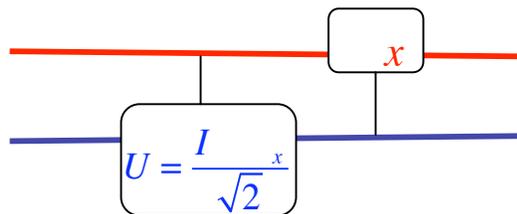
Cette copie du qubit initial, codée dans 2 bits intriqués, est protégée de la décohérence. **Principe du codage «non bruyant» (noiseless coding).**

Réalisation explicite du codage sans bruit d'un qubit

Associons aux états e et g des atomes, respectivement les états logiques $|1\rangle$ et $|0\rangle$. La transformation unitaire de codage logique que nous devons appliquer au **qubit atomique** associé à l'**ancilla** s'écrit:

$$\begin{pmatrix} |0,0\rangle & |0,0\rangle \\ |1,0\rangle & \frac{1}{\sqrt{2}} |1,0\rangle & |0,1\rangle \end{pmatrix} \quad (6 \quad 6)$$

Elle est réalisée par le circuit logique:



Une porte contrôle-U suivie d'une porte contrôle-not inversée, le qubit cible de la 1^{ère} porte devenant qubit contrôle de la 2^{nde} porte

On a alors successivement:

$$\begin{aligned} |0\rangle + |1\rangle |0\rangle & \xrightarrow{\text{control } U} |00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle + |11\rangle \\ & \xrightarrow{\text{control } X \text{ inversée}} |00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle + |01\rangle \quad (6 \quad 7) \end{aligned}$$

En codant ainsi un qubit logique dans deux atomes, on protège ce qubit de la décohérence liée à l'émission collective. Reste à réaliser physiquement ces opérations dans une cavité.

Généralisation: états subradiants de N qubits dans une cavité

L'état antisymétrique $|_{AS}\rangle$ de deux qubits est subradiant en raison d'une symétrie fondamentale. Il correspond à un pseudo moment cinétique total $J=0$ et n'est pas couplé par l'opérateur de saut J^- à l'état fondamental $|gg\rangle$, état propre du moment cinétique de valeur propre $J=1$. Seuls des états appartenant à un même sous espace propre du moment cinétique total sont couplés entre eux par l'opérateur de saut. Dans le point de vue des pointer states, $|_{AS}\rangle$ est état propre de l'opérateur saut de valeur propre nulle. C'est un pointer state parfait, indéfiniment stable sous l'effet du processus de décohérence. Ce raisonnement se généralise à un nombre quelconque de bits, en faisant appel à des résultats de la théorie des groupes appliquée au couplage des spins.

Un ensemble de N bits (pseudos spins $1/2$) définit un espace de dimension 2^N qui se décompose en produit tensoriel de sous espaces propres de moment cinétique j compris entre 0 et $N/2$ (N pair) ou entre $1/2$ et $N/2$ (N impair). Dans chaque sous espaces E_j (de dimension $2j+1$), l'état $|j, -j\rangle$ est stable car $J^- |j, -j\rangle = 0$. Dans cet état, les N atomes partagent $(N/2)-j$ excitations, mais ne peuvent rayonner en raison de cette symétrie fondamentale.

Rappels sur l'addition de N spins 1/2

Décomposition de l'espace des N bits en somme d'espaces propres de J (N pair):

$$\left[E_{1/2} \right]^N = E_J \quad E_{J-1}^{i_{J-1}} \quad E_{J-2}^{i_{J-2}} \quad \dots \quad E_0^{i_0} ;$$

$$J = \frac{N}{2} ; \quad i_{J-k} = 1, 2, \dots, d_{J-k} \quad (6 \quad 8)$$

Le sous espace de J maximum (égal à $N/2$) est unique, mais les états propres j, m_j de valeurs de $j < J$ sont dégénérés. L'indice i_{J-k} rend compte de cette dégénérescence (il y a plusieurs façons de combiner N spins pour fabriquer un moment angulaire non maximum). On appelle d_{J-k} le degré de dégénérescence du sous-espace ($j=J-k$). Un dénombrement simple donne:

$$d_J = 1 ; \quad d_{J-k} = \frac{2J}{k} \frac{2J-1}{k-1} \dots = \frac{(2J)!(2J-2k+1)}{k!(2J-k+1)!} \quad (0 < k < J) \quad (6 \quad 9)$$

Par exemple, pour $N=6$ ($J=3$):

$$d_3 = 1, \quad d_2 = 5, \quad d_1 = 9, \quad d_0 = 5 \quad (6 \quad 10)$$

et en faisant le compte des dimensions on retrouve bien celle de l'espace des 6 qubits:

$$1 + 7 + 5 + 5 + 9 + 3 + 5 + 1 = 64 = 2^6 \quad (6 \quad 11)$$

«Codage sans bruit» et «espaces sans décohérence»

Le nombre d'états propres de J de valeur propre 0 est égal à celui des sous-espaces:

$$q = d_J + d_{J-1} + d_{J-2} + \dots + d_0 = \frac{(2J)!}{(J!)^2} \quad (J \text{ entier} \quad N \text{ pair}) \quad (6-12)$$

Pour $N=6$, $q=20$ et $q/2^N = 5/16$. Il est facile d'évaluer à l'aide de la formule de Stirling la valeur asymptotique pour J grand du rapport entre le nombre des pointer states indépendants et la dimension de l'espace des états des N bits:

$$= \frac{(2J)!}{2^{2J} (J!)^2} \sim \frac{1}{\sqrt{J}} \quad (6-13) \quad \text{(Approximation déjà bonne pour } J=N/2=3)$$

La dimension du sous-espace subradiant (sous-espace sans décohérence) est $\sim 2^{2J}$. Ce sous-espace peut donc être appliqué de façon unitaire dans un espace de $2J + \text{Log}_2$ qubits indépendants. D'après l'équ.(6-13), on a:

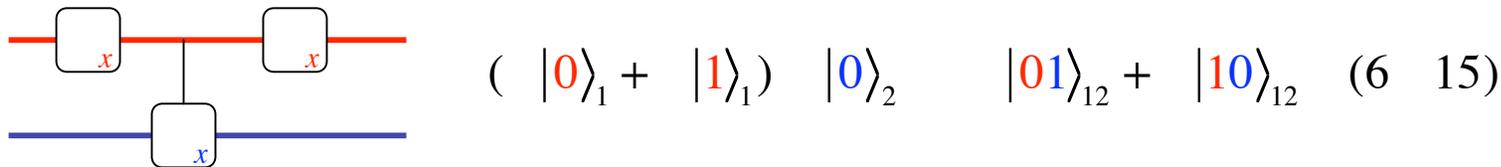
$$2J + \text{Log}_2 \sim 2J + 1 + \frac{\text{Log}_2 J}{4J} \sim 2J + 1 \quad (J \gg 1) \quad (6-14)$$

On peut donc «coder sans bruit» $2J - (\text{Log}_2 J)/2$ qubits dans un espace sans décohérence de $2J$ bits. Par exemple, pour $2J=1000$ on a $(\text{Log}_2 J)/2 \sim 6$. On peut coder l'information de 1000 qubits en ajoutant seulement 6 ancillae et en construisant avec des portes quantiques l'opération unitaire qui applique l'espace des 1000 qubits dans l'espace subradiant des 1006 qubits. Nous avons déjà donné un exemple explicite d'une telle opération (codage d'1 qubit à l'aide d'une ancilla).

Généralisation à d'autres types de décohérence

L'analyse précédente se généralise à d'autres types de bruit quantique. Si par exemple le bruit est dû au basculement de phase, et si la longueur de cohérence du bruit est telle qu'un ensemble de qubits sont couplés de façon cohérente au même environnement, on doit décrire l'effet du bruit par une équation pilote où les N opérateurs de sauts indépendants $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N J_{zi}$ ($i=1$ à N) sont remplacés par un opérateur saut unique $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N J_{zi} = \frac{1}{2} J_z$.

Une méthode simple de «codage sans bruit» consiste alors à associer à un qubit (1) un autre qubit (2) (ancilla) en effectuant l'opération unitaire réalisable à l'aide du circuit ci-dessous:



Le qubit est ainsi protégé dans un état intriqué, ce qui est vérifié de façon évidente par l'identité:

$$J_z (|01\rangle_{12} + |10\rangle_{12}) = 0 \quad (6 \quad 16)$$

L'information est ainsi codée dans 2 qubits intriqués ne subissant pas de basculement de phase. Montrons finalement qu'ici encore, la méthode peut être rendue plus efficace en compactant le codage et en diminuant le nombre d'ancillae nécessaires.

Protection contre le basculement de phase dans un environnement symétrique

Considérons pour un ensemble de $2J$ qubits les états produits tensoriels à nombre égal de 0 et de 1, obtenus par application de toutes les permutations possibles sur l'état où les J premiers qubits sont des zéros:

$$P_{123\dots ijk\dots} |0,0,0\dots 1,1,1\rangle \quad (6 \quad 17)$$

Tous ces états, et leurs superpositions sont états propres de valeur propre nulle de J_z (pointer states) et ne subissent pas de saut de phase:

$$J_z P_{123\dots ijk\dots} |0,0,0\dots 1,1,1\rangle = 0 \quad (6 \quad 18)$$

Ils sont au nombre de:

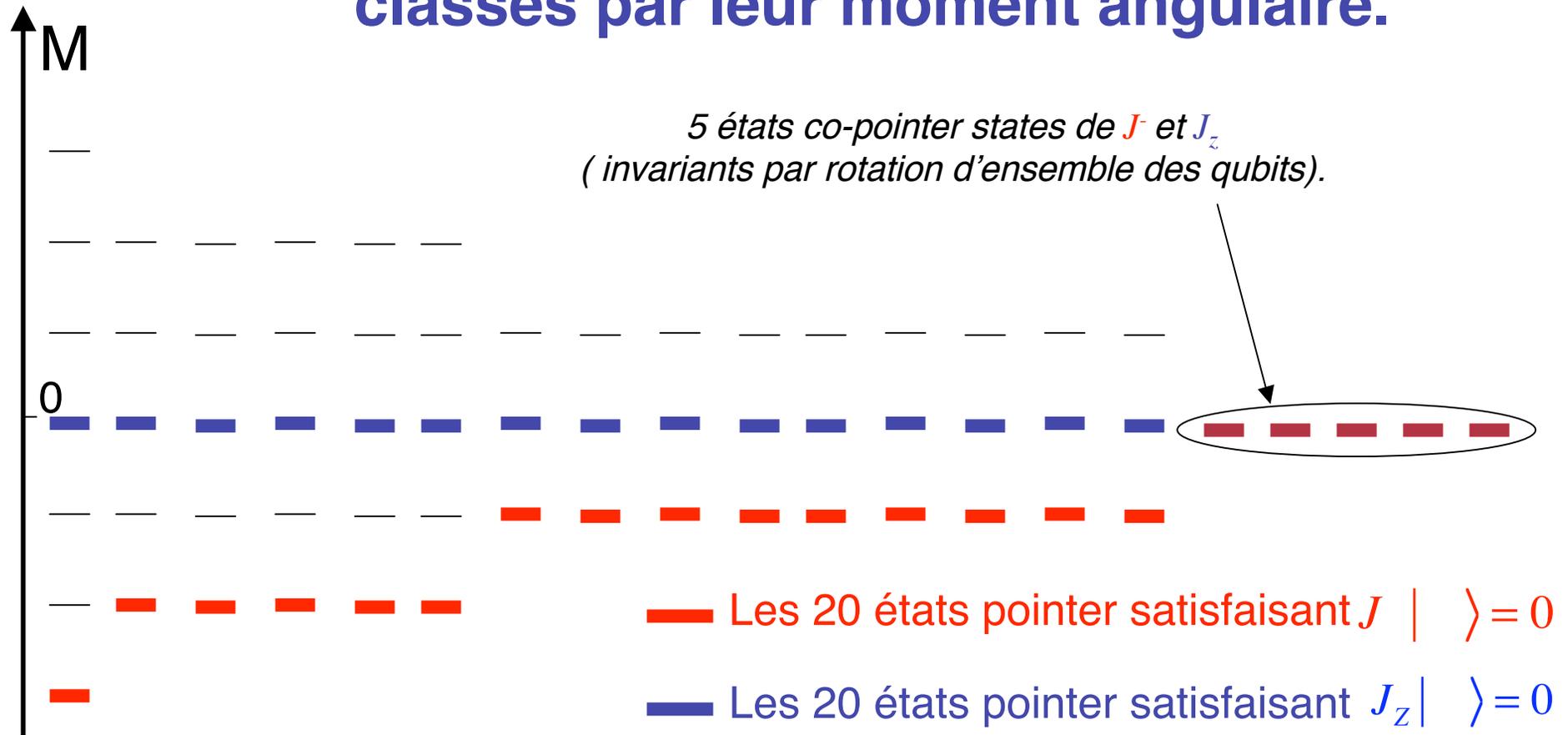
$$q = \frac{2J}{J} = \frac{(2J)!}{(J!)^2} \quad (6 \quad 19)$$

et la formule de Stirling donne à nouveau:

$$\frac{\text{Log}_2 q}{2J} \sim 1 - \frac{1}{4J} \text{Log}_2 J \quad (6 \quad 20)$$

Ici encore, lorsque $J \gg 1$, on peut en principe coder un ensemble de bits dans un espace sans décohérence, au prix de l'ajout de quelques qubits et d'une opération unitaire qui reste à définir.

Exemple: les 64 états de 6 qubits classés par leur moment angulaire.



4 qubits (espace à 16 dimensions) se protègent avec 2 ancillas dans un espace libre de décohérence (d'amplitude ou de phase) à 20 dimensions.

2 qubits (4 dimensions) se protègent *à la fois* des deux types de décohérence avec 4 ancillas dans un espace totalement invariant à 5 dimensions.

Sous espace invariant par rotation de N spins: états pointer protégés à la fois de l'émission spontanée et du déphasage collectifs

Un décompte simple donne dans le cas général la dimension du sous espace de N spins invariant par rotation, états propres de valeur propre 0 de J^- **et** J_z :

$$d_0 = \binom{2J}{J} = \frac{(2J)!}{(J!)^2} \quad (6 \quad 21)$$

D'où la fraction des états protégés à la fois des sauts de phase **et** de l'émission spontanée collectifs:

$$f_0 = \frac{d_0}{2^{2J}} \sim \frac{1}{J\sqrt{J}} \quad (6 \quad 22)$$

et:
$$\frac{\log_2 d_0}{2J} \sim \frac{3}{4J} \log_2 J \quad (J \gg 1) \quad (6 \quad 23)$$

Evaluons comme plus haut le nombre d'ancillae nécessaires pour coder sans bruit 1000 qubits logiques:

$$\frac{3}{2} \log_2 J \sim 14 \text{ pour } 2J = 1000 \quad (6 \quad 24)$$

Ainsi 14 qubits auxiliaires permettent en principe de protéger 1000 qubits de toute décohérence liée à une «rotation» collective (combinaison de saut de phase et d'amplitude collectifs).

Conclusion et références

Lorsque l'environnement agit collectivement sur les qubits, il est possible de coder l'information dans des sous espaces protégés par des processus d'interférence de la décohérence. Le nombre de qubits supplémentaires nécessaires pour réaliser ce codage sans bruit est petit, ce qui peut apparaître surprenant mais n'est qu'une propriété évidente de la loi exponentielle.

La méthode de codage sans bruit, malgré son intérêt théorique, a une portée pratique limitée. Les situations dans lesquelles le bruit agit de façon complètement symétrique sur les qubits sont très particulières (par exemple rayonnement d'atomes identiques dans une cavité) et difficiles à réaliser. Dans le cas général, l'environnement agit de façon plus ou moins indépendante sur les qubits et ses effets ne peuvent pas être corrigés par ce type de méthode.

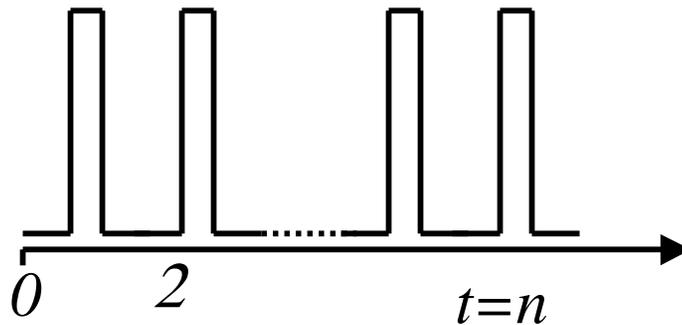
Pour la 1^{ère} démonstration de subradiance (expérience sans cavité), voir *D.Pavolini, A.Crubellier, P.Pillet, L.Cabaret et S.Liberman, Phys.Rev.Lett. 54, 1917 (1985)*. Pour l'analyse théorique du codage sans bruit et espaces sans décohérence, voir: *Lu-Ming Duan et Guang-Can Guo, Phys.Rev.Lett 79, 1953 (1997), Phys.RevA. 57, 737 et 57, 2399 (1998); D.A.Lidar et al, Phys.Rev.Lett. 81, 2594 (1998)*. Une expérience démontrant une décohérence ralentie dans un «espace sans décohérence» a été faite par D.Wineland et son groupe (*D.Kielinski et al, Science, 291, 1013 (2001)*).

7.

Modifier la décohérence par perturbation périodique ou continue du couplage à l'environnement: l'effet Zénon

L'effet Zénon: gel de l'évolution cohérente d'un système soumis à des mesures rapidement répétées. Situation analogue dans le cas du couplage continu à un appareil de mesure. L'effet Zénon continu vu comme un effet de «hiérarchie» des perturbations appliquées à un système. Lien entre l'effet Zénon en impulsions et les méthodes «bang-bang» de découplage dynamique d'un système de son environnement. Nécessité d'un taux de répétition rapide de la perturbation à l'échelle du temps de corrélation du processus. Exemples d'applications possibles de ces méthodes dans le cas d'environnements ayant un relativement long temps de corrélation.

Inhiber l'évolution d'un système en l'observant



Soit un système initialement dans l'état $|0\rangle$, soumis à une évolution unitaire (Hamiltonien H). On effectue à intervalles réguliers une mesure projective idéale et instantanée, avec une périodicité très courte devant le temps d'évolution caractéristique du système (*voir figure: $t \gg \tau \gg \dots$*).

La probabilité de détecter A à l'instant t dans son état initial se développe sous la forme:

$$P_0(t) = \left| \langle 0 | e^{iHt/\hbar} | 0 \rangle \right|^2 = \left| \langle 0 | 1 + i \frac{Ht}{\hbar} + \frac{H^2 t^2}{2\hbar^2} + \dots | 0 \rangle \right|^2 = 1 - \frac{t^2}{\hbar^2} \langle 0 | H^2 | 0 \rangle + (\langle 0 | H | 0 \rangle)^2 + \dots \quad (7 \quad 1)$$

soit:

$$P_0(t) = 1 - \frac{H^2 t^2}{\hbar^2} + \dots \quad \text{avec} \quad H^2 = \sum_{i \neq 0} |\langle 0 | H | i \rangle|^2 \quad (7 \quad 2)$$

On en déduit que la probabilité de trouver n fois le système dans l'état initial tend vers l'unité lorsque le nombre n de mesures dans l'intervalle t tend vers l'infini:

$$P_0^{(n)} = \left(1 - \frac{H^2 t^2}{n^2 \hbar^2} + \dots \right)^n = 1 - \frac{H^2 t^2}{n \hbar^2} + \dots \quad (7 \quad 3)$$

Exemple: oscillation de Rabi d'un système à 2 états

Evolution cohérente libre du système: $|\psi(t)\rangle = \cos(t/2)|0\rangle - i\sin(t/2)|1\rangle$ (7 4)

Chaque mesure trouvant 0 projette le système dans cet état et l'évolution «reprend à zéro». La probabilité de trouver n fois 0 est donc:

$$P_0^{(n)} = \cos^{2n}(t/2n) = 1 - \frac{t^2}{4n} + \dots \quad (7 5)$$

Il n'est pas nécessaire de lire toutes les mesures pour inhiber l'évolution. Il suffit que l'information sur ces mesures existe. Après une première mesure non lue, l'opérateur densité du système devient:

$$\rho = \frac{1}{2}(1 + \cos t)|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}(1 - \cos t)|1\rangle\langle 1| \quad (7 6)$$

et on montre par récurrence qu'après la $n^{\text{ième}}$ mesure non lue s'écrit:

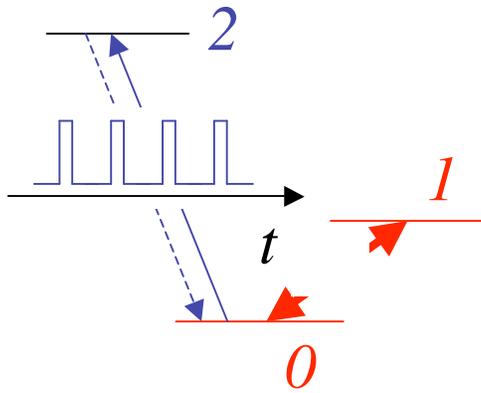
$$\rho^{(n)} = \frac{1}{2}(1 + \cos^n t)|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}(1 - \cos^n t)|1\rangle\langle 1| \quad (7 7)$$

Une seule lecture finale à l'instant t donne donc 0 avec une probabilité qui tend également vers 1 pour n tendant vers l'infini:

$$P_0^{(n)} = \frac{1 + \cos^n(t/n)}{2} \sim 1 - \frac{t^2}{4n} \quad (7 8)$$

$(P_0^{(n)}$ et $P_0^{\prime(n)}$ diffèrent par des termes d'ordre supérieur en t , avec $P_0^{\prime(n)} = P_0^{(n)}$)

Expérience d'effet Zénon avec un ion à 3 niveaux



Oscillation de Rabi induite par un champ micro-onde résonnant **entre les niveaux $|0\rangle$ et $|1\rangle$** , en partant à $t=0$ de $|0\rangle$. Impulsions laser ultracourtes appliquées périodiquement sur la transition optique $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$. Si l'atome est excité dans $|2\rangle$, il retombe très rapidement sur $|0\rangle$ en émettant **un photon spontané**. Ce photon (détecté ou non) est un indicateur de la présence de l'atome

dans $|0\rangle$ et son absence indique qu'il est dans $|1\rangle$ (mesure nulle). Après n impulsions, on détecte le résultat de la $(n+1)^{\text{ème}}$ (**photon émis sur la transition $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ ou pas de photon**). La probabilité d'avoir un photon (donc de trouver l'ion dans $|0\rangle$) tend vers 1 lorsque la fréquence des pulses augmente. La destruction répétée par les pulses optiques de la cohérence entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$ est la cause du gel de l'évolution. Cette cohérence est détruite par l'intrication de l'ion avec le champ émis jouant le rôle d'appareil de mesure:

$$\begin{aligned}
 & \left(|0\rangle_{\text{ion}} + |1\rangle_{\text{ion}} \right) |0\rangle_{\text{champ}} \xrightarrow{\text{pulse}} \left(|2\rangle_{\text{ion}} + |1\rangle_{\text{ion}} \right) |0\rangle_{\text{champ}} \xrightarrow{\text{émission}} |0\rangle_{\text{ion}} |1\rangle_{\text{champ}} + |1\rangle_{\text{ion}} |0\rangle_{\text{champ}} \\
 \rho_{\text{ion}} &= |^2|0\rangle\langle 0| + |^2|1\rangle\langle 1| + \text{*}|0\rangle\langle 1| + \text{*}|0\rangle\langle 1| \xrightarrow{\text{pulse} + \text{émission}} |^2|0\rangle\langle 0| + |^2|1\rangle\langle 1| \quad (7 \quad 9)
 \end{aligned}$$

Principe de l'expérience proposé par Cook (Phys.Scripta, T21, 49 (1988) et réalisé avec des ions de béryllium piégés (Itano et al, Phys.Rev.A, 41, 2395 (1990). Discussion par L.Ballentine (Phys.Rev.A **43**, 5165-5167 (1991)).

Condition nécessaire pour l'effet Zénon: évolution en t^2 ou t ?

L'effet Zénon d'inhibition vient de ce que l'évolution au temps court du système est quadratique en temps (équ.7-2). Pour un système discret ceci est vrai sur un intervalle inférieur à la période de Rabi. Il faut alors que la mesure répétée s'effectue avec une fréquence grande devant la fréquence de Rabi. Pour un système ayant un continuum de niveaux (énergies E_i), l'évolution d'un état initial discret (énergie E_0) couplé à ce continuum n'est quadratique que sur un intervalle de temps très court, de l'ordre du temps de corrélation τ_c , égal à l'inverse de la largeur du continuum (voir plus loin). Sur cet intervalle on a:

$$P_{0 \rightarrow i}(t) = 1 - P_0(t) \sim |H_{0i}|^2 t^2 / \hbar^2 \quad (t < \tau_c) \quad (7-10)$$

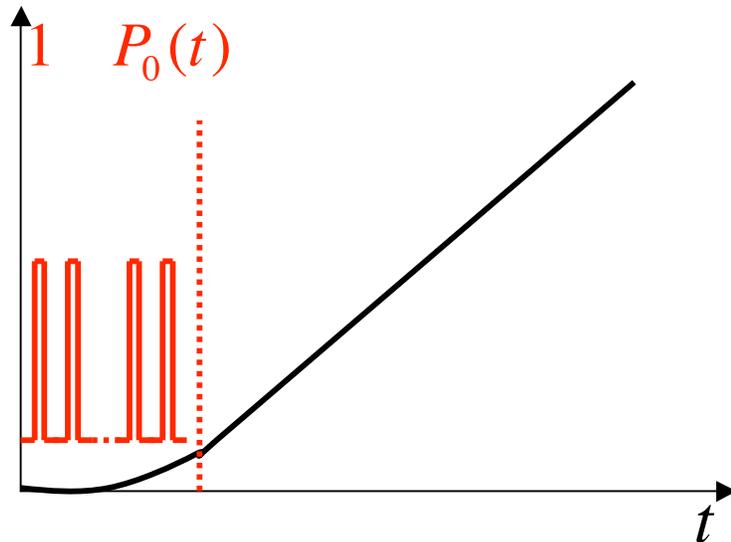
mais si on attend plus, le terme quadratique sature et donne un terme linéaire:

$$P_{0 \rightarrow i}(t) = \int_{E_0 - \hbar/t}^{E_0 + \hbar/t} |H_{0i}|^2 t^2 / \hbar^2 = t \quad (t > \tau_c)$$

$$\text{avec } \overline{|H_{0i}|^2} \sim \overline{|H_{0i}|^2} \tau_c / \hbar^2 \sim \frac{\overline{|H_{0i}|^2}}{\hbar^2} \quad (7-11)$$

C'est la règle d'Or de Fermi, présentée ici de façon qualitative. Dans l'équation (7-11), $\overline{|H_{0i}|^2}$ est le carré de l'élément de matrice «moyen» de H couplant l'état initial aux états du continuum de même énergie. Le passage d'une loi en t^2 à une loi en t provient de la sommation sur un nombre de niveaux de l'ordre de $1/t$ d'autant plus grand que t est plus court (relation d'incertitude temps-énergie, voir cours passés)

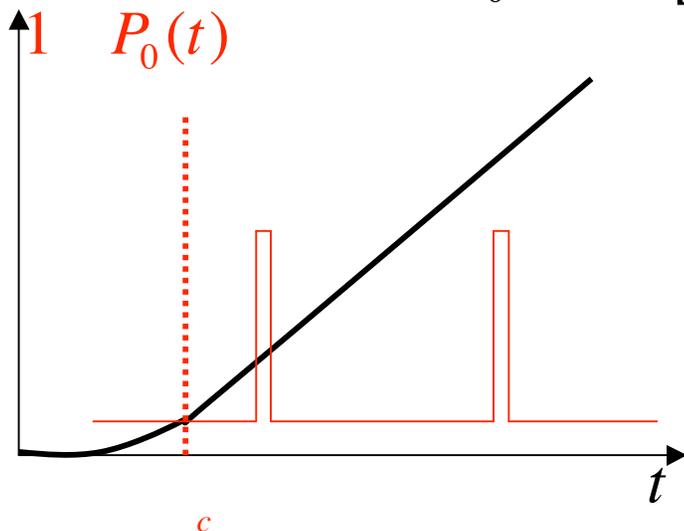
Condition nécessaire pour l'effet Zénon (suite)



Pour inhiber l'évolution d'un état discret couplé à un continuum (émission spontanée, radioactivité, etc...) il faut effectuer les mesures en un temps court devant c , ce qui est souvent pratiquement impossible (voir plus loin le cas de l'émission spontanée).

Si on effectue les mesures dans la phase de variation linéaire des probabilités, elles n'ont plus aucun effet sur l'évolution du système:

$$P_0^{(n)}(t) = \left[1 - \frac{t}{n}\right]^n = 1 - \frac{t}{n} + \dots \approx e^{-t/n} \quad (7 \quad 12)$$



Sauf cas particulier (voir plus loin), la loi exponentielle de décroissance d'un état quantique *ne peut être affectée* par l'observation. L'effet Zénon est lié au caractère discret de petits systèmes quantiques et ne se retrouve pas dans les systèmes à grand nombre d'états. ***On n'empêche pas une casserole d'eau de bouillir en la regardant!***

Effet Zénon et mesure quantique continue

L'effet Zénon traduit le fait qu'une mesure d'un système quantique (A) peut le perturber fortement. Dans le régime d'évolution cohérente (qui domine toute l'évolution si A est un petit système discret, ou qui ne dure qu'un bref instant si A a un continuum de niveaux), le couplage fort à un appareil de mesure (M) fige l'évolution de A. Nous avons supposé jusqu'à présent que les mesures sont répétitives et en impulsions. On peut également considérer le cas de mesures continues, A étant couplé de façon permanente à M. Le résultat est alors très semblable. Appelons H_0 le Hamiltonien du système (A) et du mètre (M) découplés et H_{AM} leur interaction. Le régime de l'effet Zénon est celui où l'effet de H_{AM} domine celui de H_0 et a pour effet de détruire les cohérences créées par H_0 . C'est la destruction de ces cohérences, dépendant de la hiérarchie des perturbations vues par A, qui fige l'évolution (que la mesure soit lue ou non). Montrons-le de façon générale, pour une mesure continue. Posons:

$$H = H_0 + H_{AM} = H_0 + gV_{AM} \quad \text{avec} \quad V_{AM} = \sum_i P_i \quad (7 \quad 13)$$

où g est un paramètre sans dimension mesurant la force du couplage A-M. Les P_i sont les projecteurs dans les sous espaces propres \mathcal{H}_i de V_{AM} (valeurs propres λ_i). Montrons que si g est assez grand, les sous espaces propres \mathcal{H}_i de V_{AM} différents sont découplés par l'évolution et restent invariants. Notre analyse s'inspire d'un article de P.Facchi et S.Pascazio (P.R.L. 89, 080401-1(2002)).

Effet Zénon et théorème adiabatique

Rappelons que le théorème adiabatique indique que si le Hamiltonien d'un système change «suffisamment lentement» entre deux valeurs $H_1=H(t_1)$ et $H_2=H(t_2)$ et que si le système se trouve initialement dans un sous espace propre de H_1 il reste au cours du temps dans le sous espace propre qui s'en déduit par continuité et ne saute pas d'un état d'énergie à l'autre (moyennant certaines conditions générales). On appelle $T=t_1-t_0$ l'intervalle de variation et on paramétrise le temps t sur cet intervalle et le hamiltonien par les équations:

$$t = t_0 + sT \quad (0 < s < 1) \quad ; \quad H(t) = H(t_0 + sT) = H'(s)$$

$$H'(0) = H_1 \quad , \quad H'(1) = H_2 \quad (7 \quad 19)$$

L'opérateur d'évolution à un instant t entre t_0 et t_1 est noté $U_T(t_0 + sT) = U_T(s)$, et la limite adiabatique correspond à $T \rightarrow \infty$. U_T obéit à une équation d'évolution se déduisant par changement de variable de l'équation de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{d}{ds} U_T(s) = TH'(s)U_T(s) \quad (7 \quad 20)$$

qui est formellement identique à (7-15) avec les correspondances:

$$g \rightarrow T \quad ; \quad t \rightarrow s \quad ; \quad U_g^{(\text{int})} \rightarrow U_T \quad ; \quad V_{AM}^{(\text{int})}(t) \rightarrow H'(s) \quad (7 \quad 21)$$

Effet Zénon et théorème adiabatique (suite)

Le théorème adiabatique revient à démontrer, à la limite $T \rightarrow \infty$, les identités:

$$U_T(s)P_i(0) = P_i(s)U_T(s) \quad (7-22)$$

où les $P_i(s)$ sont les projecteurs sur les sous espaces propres de $H'(s)$. Ces relations entraînent que les espaces propres de H restent stables (sans saut d'un espace à l'autre) au cours de l'évolution. L'analogie entre équations de l'effet adiabatique et de l'effet Zénon nous montre donc qu'à la limite où g tend vers l'infini, les identités (7-17) sont satisfaites et que les sous espaces propres de $V^{(int)}_{AM}(t)$ sont stables pendant l'évolution. Revenant à la représentation initiale, on en déduit, à la limite où $g \rightarrow \infty$:

$$| (0) \rangle \in \mathcal{H}_i \quad | (t) \rangle \in \mathcal{H}_i \quad (7-23)$$

En d'autres termes, tout se passe dans ce cas limite comme si les éléments de matrice de H_0 entre sous espaces \mathcal{H}_i de i différents étaient nuls:

$$H_g = \sum_i (P_i H_0 P_i + \dots) \quad (7-24)$$

A la limite d'un couplage A-M fort, le système observé continûment ne peut plus sauter entre sous-espaces associés à différentes valeurs propres de l'observable mesurée. Nous appellerons ce résultat le «théorème de Zénon continu» par analogie avec le théorème adiabatique.

Mesure Stern-Gerlach continue inhibant l'évolution

Soit un qubit A couplé à un appareil de mesure M de type Stern-Gerlach. En absence de couplage à M, A oscille à la fréquence ω entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$. M est modélisé comme un curseur ponctuel (masse m , opérateur impulsion P):

$$H = H_0 + gV_{AM} ; H_0 = \frac{\hbar\omega}{2}(|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|) + \frac{P^2}{2m} ; V_{AM} = \frac{g}{z} \cdot P = \frac{g}{z} (|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|) \cdot P \quad (7 \quad 25)$$

Le paramètre g (qui a ici une dimension) représente la vitesse de séparation des états du curseur. Les états propres de V_{AM} sont les produits tensoriels $|0\rangle|p\rangle$ et $|1\rangle|p\rangle$. L'état initial du curseur est un paquet gaussien d'états $|p\rangle$ autour de $p=0$, d'étalement Δp en impulsion et $\Delta x = \hbar / \Delta p$ en position. Nous le noterons $|p_0\rangle_M$. Il se translate dans des directions opposées (états $|p_{\pm}(t)\rangle_M$) si A est dans $|0\rangle$ ou $|1\rangle$.

Supposons que A soit à un instant donné dans une superposition $|0\rangle + |1\rangle$ et évaluons le temps t_D que le couplage avec M met à la détruire. Négligeant l'évolution due à H_0 , nous voyons que le couplage A-M donne au temps t :

$$(|0\rangle + |1\rangle) |p_0\rangle_M = |0\rangle |p_0\rangle_M + |1\rangle |p_0\rangle_M \quad (7 \quad 26)$$

Mesure continue inhibant l'évolution (suite)

L'équation (7-26) montre que l'intrication A-M augmente et devient maximale lorsque les paquets d'onde du curseur sont spatialement séparés, pour:

$$g_D \sim x = \hbar / p \text{ soit } D \sim \frac{\hbar}{g p} \quad (7 \quad 27)$$

Au bout d'un temps de l'ordre de D , la cohérence entre les états 0 et 1 a disparu:

$$\langle 0 | \rho(t) | 1 \rangle = \langle 0 | \rho_+(t) | 1 \rangle \sim 0 \quad \text{si } D \quad (7 \quad 28)$$

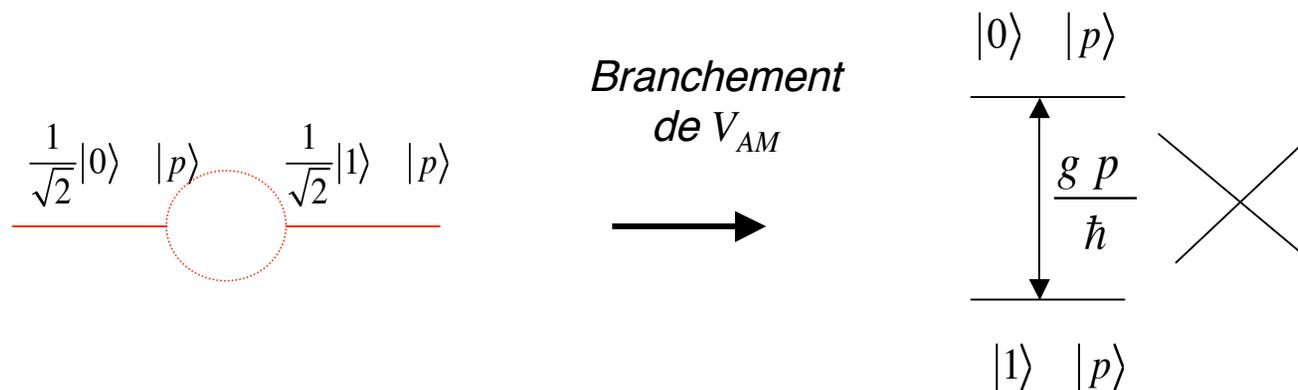
Si D est assez court pour que H_0 n'ait pas d'effet notable sur l'évolution de A pendant ce temps, la cohérence entre les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ est détruite avant de pouvoir être créée. Le système reste donc figé dans l'état $|1\rangle$ s'il est initialement dans cet état. La condition pour observer cet effet Zénon lié à l'observation continue de A est:

$$D \ll 1 \text{ soit } g p / \hbar \gg \quad (7 \quad 29)$$

On retrouve bien sur cet exemple particulier le résultat général du théorème de Zénon continu, avec ici une estimation de la valeur de g à atteindre.

Mesure continue inhibant l'évolution (fin)

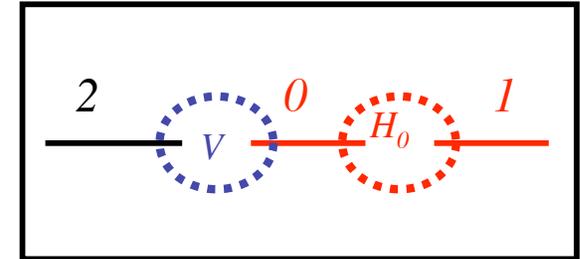
Nous venons de faire une analyse temporelle de l'effet Zénon continu. Il est également instructif d'en faire une analyse en fréquence. Lorsque M n'est pas «branché» ($g=0$), l'oscillation cohérente induite par H_0 entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$ est possible car ces deux états sont dégénérés en absence de couplage (conservation de l'énergie). Lorsque M est couplé à A, les énergies propres du système sur lequel H_0 «cherche à agir» sont modifiés, comme le montre la figure:



Le Hamiltonien H_0 ne peut plus induire de transition résonnante entre les niveaux de A et l'évolution est figée si la levée de dégénérescence induite par gV_{AM} est supérieure à \hbar . Sachant que l'état initial du curseur est une superposition d'états $|p\rangle$ de largeur p , on retrouve la condition (7-29).

« Mesure interne » au système par ajout de niveaux

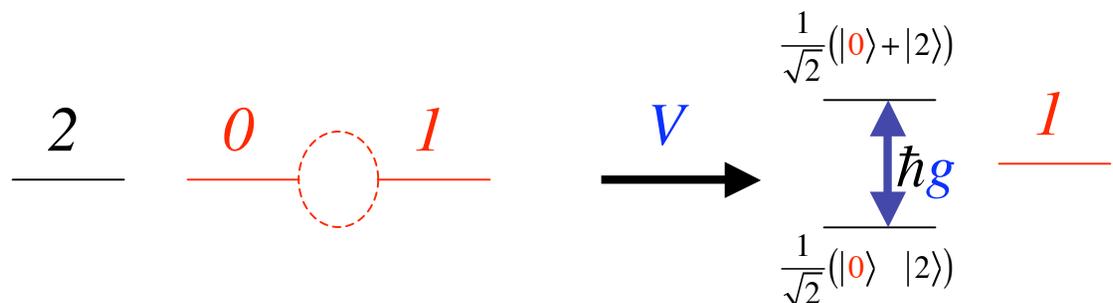
Dans l'exemple précédent le rôle de M est d'établir une fréquence propre d'évolution plus grande que celle imposée par H_0 , de façon à figer celle-ci par application du principe de conservation de l'énergie.



Au lieu de considérer un appareil de mesure extérieur, on obtient le même résultat en ajoutant au qubit A un troisième niveau $|2\rangle$ et en remplaçant V_{AM} par un couplage V interne entre $|0\rangle$ et $|2\rangle$:

$$H = H_0 + V = \frac{\hbar}{2}(|0\rangle\langle 1| + |0\rangle\langle 1|) + \frac{\hbar g}{2}(|0\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 0|) \quad (7 \quad 30)$$

Supposons A préparé dans $|1\rangle$ et cherchons à observer l'oscillation induite par H_0 entre $|1\rangle$ et $|0\rangle$. L'application de V peut être vue comme le premier stade d'une détection indirecte de cette oscillation (schéma analogue à l'expérience de Itano et al). En couplant A à un détecteur de $|2\rangle$, on constate que ce détecteur n'est déclenché que si A est porté par H_0 de $|1\rangle$ vers $|0\rangle$. La non-détection de $|2\rangle$ apparaît comme une détection indirecte (mesure nulle) de $|1\rangle$.



La **perturbation par V** lève la dégénérescence 0-1 et empêche l'**oscillation** entre ces niveaux

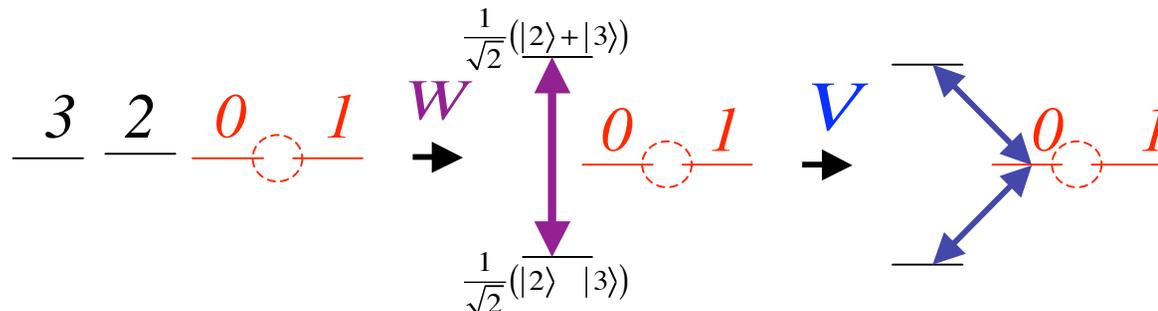
Rétablir l'évolution en « Observant l'observateur »...

Ajoutons maintenant à A un quatrième niveau $|3\rangle$, avec le hamiltonien total:

$$H = H_0 + V + W = \frac{\hbar}{2}(|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|) + \frac{\hbar g}{2}(|0\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 0|) + \frac{\hbar G}{2}(|2\rangle\langle 3| + |3\rangle\langle 2|) ; G \gg g \gg \quad (7 \quad 31)$$

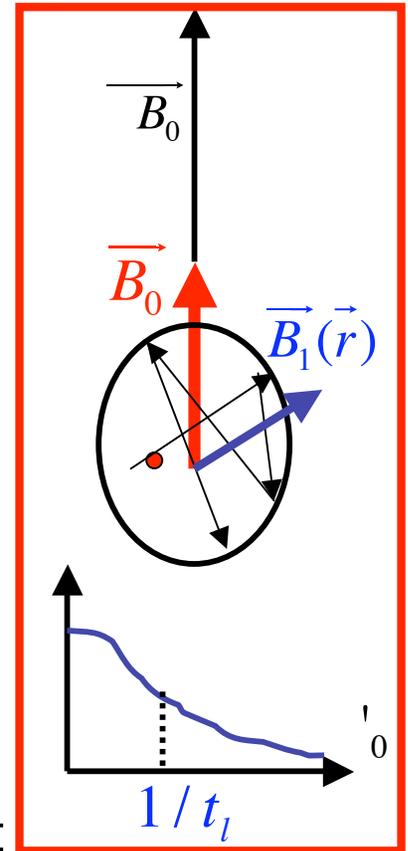
Appliquons le «théorème de Zénon» en considérant W comme le couplage dominant. Les sous espaces propres de W sont $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, $\{|2\rangle + |3\rangle\}$ et $\{|2\rangle - |3\rangle\}$. A reste libre d'évoluer de façon cohérente entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Ainsi, si G est très grand devant g et \hbar , l'évolution cohérente entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$ est rétablie, même si $g \gg \hbar$.

Il est instructif de comprendre ce résultat par une analyse spectrale. Pour deux «mesures» en cascade, il faut appliquer les perturbations dans l'ordre d'importance décroissante. W lève la dégénérescence entre $|2\rangle$ et $|3\rangle$ de façon symétrique. V n'a alors plus d'effet sur $|0\rangle$ (les déplacements dû au couplage avec les deux niveaux $|2\rangle \pm |3\rangle$ se compensent). $|0\rangle$ et $|1\rangle$ restent dégénérés et l'oscillation cohérente entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$ est rétablie.



Découplage de l'environnement par perturbation continue: un effet connu en RMN

Nous avons envisagé le cas d'un «petit» système. Le même argument explique l'effet d'une perturbation continue sur un système couplé à un «grand» environnement. Soit une particule de spin 1/2 volant d'une paroi à l'autre dans une cellule, soumise à un champ magnétique B_0 le long de Oz (fréquence de Larmor ω_0) et à un environnement E constitué par un champ magnétique inhomogène $B_1(r)$. Le basculement du spin est produit par son couplage aux composantes de B_1 **transversales à Oz** . Le temps de corrélation du processus est le temps de vol libre t_l à travers la cellule, avec un spectre de largeur $\sim 1/t_l$. Le taux de basculement est proportionnel à la composante spectrale de l'environnement à la fréquence ω_0 . Pour diminuer ω_0 , il suffit d'ajouter une perturbation B_0 portant B_0 à $B'_0 = B_0 + B_0$ avec $\omega'_0 > 1/t_l$. La conservation de l'énergie interdit alors le basculement du spin. L'argument est voisin de celui développé plus haut. Au lieu d'ajouter un champ, on peut coupler le spin à un appareil de mesure de S_z par un terme $g S_z P_M$. Pour g assez grand, l'effet est le même: l'environnement devient incapable de faire basculer le spin.



Effet Zénon en impulsion et méthodes «bang-bang»

Les résultats précédents, sont des conséquences directes de la théorie des perturbations, appliquée à des cas où le couplage responsable de l'inhibition de l'évolution cohérente agit continûment. En général, on parle plutôt d'effet Zénon dans une situation où la mesure perturbatrice est répétée en impulsions un grand nombre de fois (voir début de cette section).

L'expérience s'apparente alors à une situation où l'évolution du système est interrompue périodiquement par application d'une brève opération unitaire. On dit qu'il s'agit d'expérience de type «bang-bang». Nous verrons que les méthodes bang-bang peuvent aussi inhiber l'évolution cohérente du système, si le taux de répétition des impulsions est assez grand. En fait méthodes bang-bang et effet Zénon en impulsion sont voisins. Dans le 2nd cas, on associe l'inhibition de l'évolution à une mesure et dans le 1^{er} à l'application d'une perturbation périodique. La différence tient surtout à la façon de présenter le phénomène, une mesure impliquant nécessairement une perturbation et une impulsion appliquée au système pouvant souvent être vue comme une mesure. Nous allons montrer que les expériences bang-bang (ou de type Zénon en impulsion) et celles d'inhibition continue de l'évolution cohérente sont similaires en établissant une variante «impulsionnelle» du théorème de Zénon. Nous suivons ici l'analyse de P.Facchi et al (*Phys.Rev.A.69, 032314 (2004)*).

Théorème de Zénon en impulsion

Considérons un système dont l'évolution libre est décrite par un hamiltonien H et l'opérateur unitaire associé U satisfaisant:

$$i\hbar \frac{d}{dt} U(t) = HU(t) \quad (7-32)$$

On applique périodiquement au système une transformation quasi-instantanée décrite par un opérateur U_1 qui se définit à partir d'un hamiltonien H_1 agissant pendant un temps infinitésimal τ . La décomposition spectrale de H_1 (valeurs propres ϵ_i et projecteurs sur les espaces propres associés orthogonaux P_i) et celle de U_1 sont données par:

$$U_1 = e^{iH_1 \tau / \hbar} \quad ; \quad H_1 = \sum_i \epsilon_i P_i \quad U_1 = e^{i \sum_i \epsilon_i P_i \tau} = \sum_i e^{i \epsilon_i \tau} P_i \quad \text{avec} \quad \tau = \tau_0 / \hbar \quad (7-33)$$

L'évolution du système sous l'effet de n applications périodiques de U_1 pendant le temps t est décrite par l'opérateur unitaire:

$$U_n(t) = U_1 U \left(\frac{t}{n} \right)^n \quad (7-34)$$

Nous nous proposons d'évaluer la limite de cet opérateur lorsque n tend vers l'infini. Pour cela, nous calculerons d'abord l'opérateur $V_n(t)$ (qui possède la propriété d'être égal à 1 quel que soit n pour $t=0$) défini par:

$$V_n(t) = U_1^{\dagger n} U_n(t) = U_1^{\dagger n} U_1 U \left(\frac{t}{n} \right)^n \quad ; \quad V_n(0) = 1 \quad (-n) \quad (7-35)$$

Théorème de Zénon en impulsion (suite)

A partir des équations (7-32) et (7-35) on met l'équation d'évolution de $V_n(t)$ sous les formes successives:

$$i\hbar \frac{d}{dt} V_n(t) = \frac{U_1^{\dagger n}}{n} \sum_{k=0}^{n-1} (U_1 U)^k U_1 H U (U_1 U)^{n-k-1} = \frac{U_1^{\dagger n}}{n} \sum_{k=0}^{n-1} (U_1 U)^k U_1 H U_1^{\dagger} (U_1 U)^{\dagger k} (U_1 U)^n \quad (7-36)$$

où la notation raccourcie U est mise pour $U(t/n)$. Cette équation peut encore s'écrire formellement en introduisant un pseudo-hamiltonien H_n :

$$i\hbar \frac{d}{dt} V_n(t) = H_n(t) V_n(t) \quad \text{avec} \quad H_n(t) = \frac{U_1^{\dagger n}}{n} \sum_{k=0}^{n-1} (U_1 U)^k U_1 H U_1^{\dagger} (U_1 U)^{\dagger k} U_1^n \quad (7-37)$$

Evaluons maintenant les limites $V_{\lim}(t)$ et H_{\lim} de V_n et H_n lorsque n tend vers l'infini:

$$\lim_n V_n(t) = V_{\lim}(t) \quad ; \quad \lim_n H_n(t) = H_{\lim}(t) \quad (7-38)$$

qui satisfont la relation, déduite de (7-37):

$$i\hbar \frac{d}{dt} V_{\lim}(t) = H_{\lim}(t) V_{\lim}(t) \quad (7-39)$$

Nous obtenons le terme dominant (en $1/n$) de $H_n(t)$ en y remplaçant tous les $U(t/n)$ par l'unité:

$$H_{\lim}(t) = \lim_n \frac{U_1^{\dagger n}}{n} \sum_{k=0}^{n-1} U_1^{k+1} H U_1^{\dagger k+1} U_1^n = \lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} U_1^{\dagger n-k-1} H U_1^{n-k-1} = \lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} U_1^{\dagger k} H U_1^k \quad (7-40)$$

Théorème de Zénon en impulsion (suite)

Il nous reste à injecter dans (7-40) la décomposition spectrale de U_1 , en la choisissant telle que si $U_1 = \sum_{k=0}^{n-1} e^{ik} P$ alors $U_1^k = \sum_{k=0}^{n-1} e^{ik} P$ (mod 2):

$$H_{\lim}(t) = \lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} U_1^{\dagger k} H U_1^k = \lim_n \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} e^{ik} P H P = P H P \quad (7-41)$$

La sommation sur k lorsque la borne supérieure $(n-1) \rightarrow \infty$ revient à moyennner des exponentielles complexes dont la phase finit par «boucler» un grand nombre de fois 2π , annulant les termes avec $k \neq 0$. On en déduit que H_{\lim} est décrit par une matrice diagonale par blocs, sans éléments de matrice entre sous espaces de H_1 de valeurs propres différentes. Utilisant la relation (7-39) on obtient alors:

$$V_{\lim}(t) = e^{iH_1 t/\hbar} = \exp \left(i \frac{t}{\hbar} P H P \right) \quad (7-42)$$

soit, en tenant compte de (7-35):

$$\lim_n U_n(t) = U_1^n V_{\lim}(t) = \exp \left(i \frac{t}{\hbar} P H P \right) \quad (7-43)$$

A la limite où n est très grand, l'évolution ne couple plus les sous-espaces propres différents associés à la décomposition spectrale de U_1 . Toute évolution cohérente entre ces espaces est donc «figée». Noter la grande similitude entre les équations (7-24) (cas continu) et (7-43) (cas impulsionnel).

Exemple d'effet bang-bang: lien avec l'écho de spin

Soit un qubit subissant une oscillation entre 0 et 1 sous l'effet du hamiltonien:

$$H = \frac{\hbar}{2} \sigma_x \quad (7 \quad 44)$$

Soumettons le à une série d'impulsions définies par:

$$U_1 = \sigma_z = P_0 + e^{i\pi} P_1 = e^{i\pi} P_1 \quad \text{avec} \quad P_0 = |0\rangle\langle 0|, P_1 = |1\rangle\langle 1| \quad (7 \quad 45)$$

A la limite $n \rightarrow \infty$ la formule (7-43) donne:

$$\lim_n \sigma_z e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} = e^{i\pi P_1} \quad (7 \quad 46)$$

Le système subit (pour n impair) un simple déphasage de l'état $|1\rangle$, l'oscillation cohérente entre $|0\rangle$ et $|1\rangle$ étant complètement figée. Dans ce cas, l'effet a une interprétation triviale. L'application des impulsions U_1 revient à changer le signe de σ_x (puisque $\sigma_z \sigma_x \sigma_z = -\sigma_x$) donc à renverser périodiquement le sens de l'évolution cohérente. Pour $n=2p$:

$$\sigma_z e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} = (\sigma_z e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} \sigma_z) e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} = e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} = 1 \quad (7 \quad 47)$$

et pour $n = 2p+1$:

$$\sigma_z e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} = \sigma_z e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} \sigma_z = \sigma_z e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} \sigma_z \cdot \sigma_z = e^{i\frac{t}{2n} \sigma_x} \sigma_z \sim \sigma_z = e^{i\pi P_1} \quad (7 \quad 48)$$

On notera l'analogie avec la dynamique de l'écho de spin en RMN.

Retour sur le découplage avec un environnement

Lorsqu'un système A est couplé à un environnement E lui faisant subir des sauts quantiques, il est en principe possible d'inhiber ces sauts en effectuant une mesure répétée du système, ou en le soumettant à une perturbation périodique de type bang bang assez rapide. Le taux de répétition doit cependant être tellement élevé que la mise en œuvre de la méthode n'est pas réaliste pour le contrôle de l'émission spontanée dans l'espace libre. Il est instructif de faire deux analyses complémentaires de l'effet:

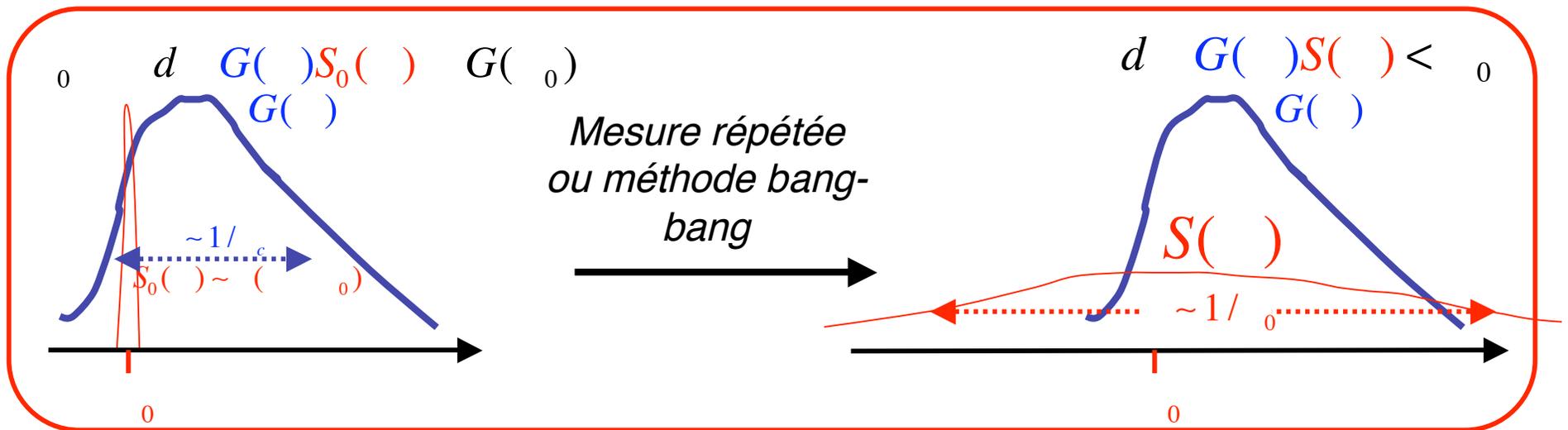
Analyse temporelle: L'effet bang-bang revient, comme nous l'avons vu, à renverser périodiquement le sens de l'accumulation de phase de la fonction d'onde de A, qui ne reste cohérente que pendant le temps de corrélation τ_c de l'environnement. Il faut donc que la perturbation se produise avec une période très petite devant τ_c . Nous retrouvons la conclusion déjà établie au début de cette section. Pour obtenir une modification notable du temps $1/\Gamma$ de relaxation du système, il faut appliquer, dans ce temps, n impulsions telles que:

$$n \gg 1 / \tau_c \quad (7 \quad 49)$$

Dans le cas de l'émission spontanée dans l'espace libre on a typiquement $1/\Gamma = 10^{-8}s$ et $\tau_c = 10^{-16}s$. Il faudrait donc appliquer plus de 10^8 impulsions en $10ns!$ L'inhibition d'une décroissance radioactive serait encore plus difficile.

Découplage avec un environnement (suite)

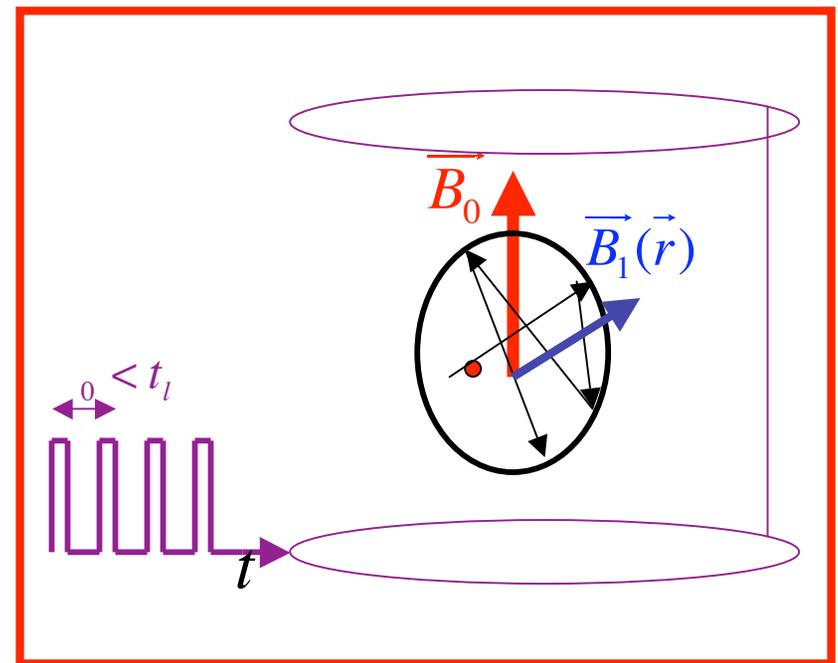
Analyse en fréquence: la perturbation (mesure répétée, bang-bang) change le spectre des fréquences de A. Or l'effet du couplage avec l'environnement E dépend de l'existence, dans le spectre $G(\omega)$ de E, de fréquences égales à celles de A, pour que des transitions de A+E conservant l'énergie soient possibles. Pour une inhibition effective, la perturbation doit déplacer les fréquences de A en dehors de $G(\omega)$, de largeur $\sim 1/\tau_c$. L'étalement de fréquence produit par une perturbation de périodicité τ_0 étant $\sim 1/\tau_0$, on en déduit qu'il faut $\tau_0 \gg \tau_c$ soit $\tau_0 \ll \tau_c$ (même conclusion que l'analyse temporelle).



Pour un taux de répétition plus faible, on peut avoir $\tau_0 > \tau_c$ (étalement du spectre de A dans la partie croissante de $G(\omega)$). C'est un **effet anti-Zénon** (accélération de l'évolution). Pour une discussion, voir A.Kofman et G. Kuritzki (*Nature* 405,546 (2000)).

Application pratique du découplage dynamique de l'environnement: séquences d'impulsions en RMN

Il existe des situations (en particulier en RMN) où le temps de corrélation du couplage à l'environnement est assez long pour rendre les méthodes de découplage dynamique applicables. Reprenons le cas déjà présenté d'un spin piégé dans une cellule et soumis à un champ B_0 le long de Oz et à un gradient de champ B_1 . Le temps de corrélation du processus (temps de vol t_l à travers la cellule) est alors de l'ordre de 10^{-2} à 10^{-5} s. L'application d'impulsions décrites par l'opérateur unitaire U_z , répétées avec une périodicité grande devant t_l permet de réduire efficacement le taux de relaxation dû aux inhomogénéités de champ. C'est une méthode de refocalisation largement utilisée, généralisant l'écho de spin simple.



Découplage dynamique de l'émission spontanée dans une cavité (proposition d'expérience)

Atome à 2 niveaux couplé à une cavité à résonance dans le régime de Purcell (Q modéré). Le temps de corrélation de l'émission spontanée est le temps de perte du photon, Q/ω . Ce temps est assez long pour qu'on puisse ralentir l'émission par la méthode bang-bang. On réalise une suite d'impulsions (décrites par $\delta(t)$) en appliquant des créneaux de champ électrique très courts déplaçant la transition entre les 2 niveaux (effet Stark). Entre les créneaux, soit pendant la plus grande partie du temps, la cavité est à résonance avec l'atome. L'émission assistée par la cavité est cependant inhibée car les impulsions retournent périodiquement la phase relative des amplitudes de probabilité associées aux 2 niveaux. *Pour d'autres propositions d'expériences, voir G. Agarwal et al, P.R.L. 86, 4271 (2001).*

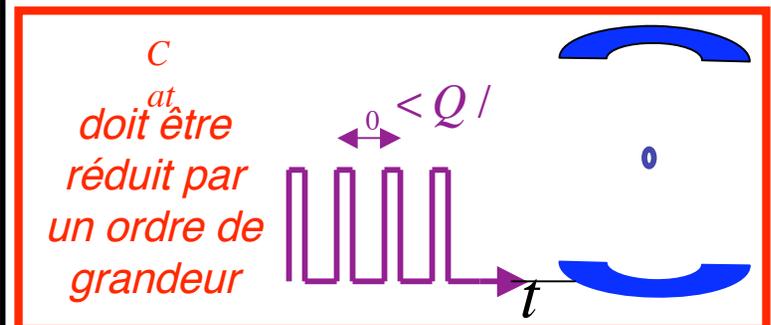
Ordres de grandeur (expérience avec des atomes de Rydberg circulaires de $n \sim 50$):

$$\frac{\omega}{2} \sim 5.10^{10} \text{ Hz} ; Q \sim 3.10^5$$

$$c = Q/\omega \sim 10^{-6} \text{ s}$$

$$c_{at} = \frac{3}{4} \frac{Q^3}{\omega^2 V} \sim 2.10^5 \text{ s}^{-1} \quad (7 \quad 50)$$

Impulsions de durée 10^{-8} s répétées tous les $\tau_0 = 10^{-7} \text{ s}$ réalisées avec un champ de 20 V/cm .



Conclusion sur découplage dynamique et effet Zénon

L'effet Zénon a souvent été présenté comme un phénomène quantique paradoxal («*regarder un système l'empêche d'évoluer*»). L'effet est moins surprenant qu'il n'y paraît si l'on remarque que l'observation d'un système quantique le perturbe nécessairement. Une observation répétée rapidement aussi bien qu'une mesure continue, correspond à une perturbation importante, avec intrication des états du système aux états de l'appareil de mesure. La théorie des perturbations entraîne alors que le hamiltonien libre du système ne peut coupler efficacement entre eux des états propres différents de cette perturbation. Lorsque le système interagit avec un grand environnement, l'inhibition de l'évolution requiert que la perturbation agisse pendant le temps, généralement très court, de corrélation du processus. Cette condition rend l'effet inobservable, sauf dans quelques cas particuliers où le temps de corrélation est relativement long. L'effet Zénon est en général associé à une mesure, mais ses caractéristiques se retrouvent pour une perturbation rapide quelconque du système, même s'il ne s'agit pas d'une mesure explicite. En particulier, le basculement périodique rapide du signe de l'interaction d'un système avec son environnement peut ralentir la décohérence d'un système, l'effet présentant alors des analogies avec la méthode d'écho de spin. Comme le *codage sans bruit*, il s'agit encore d'une méthode particulière du contrôle de la décohérence qui ne peut s'appliquer de façon générale.