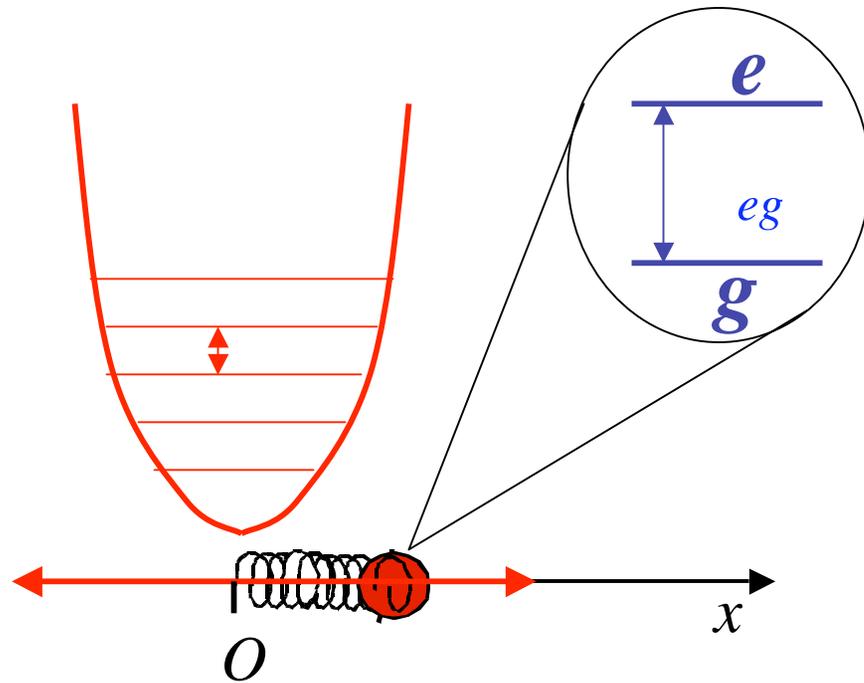


8.

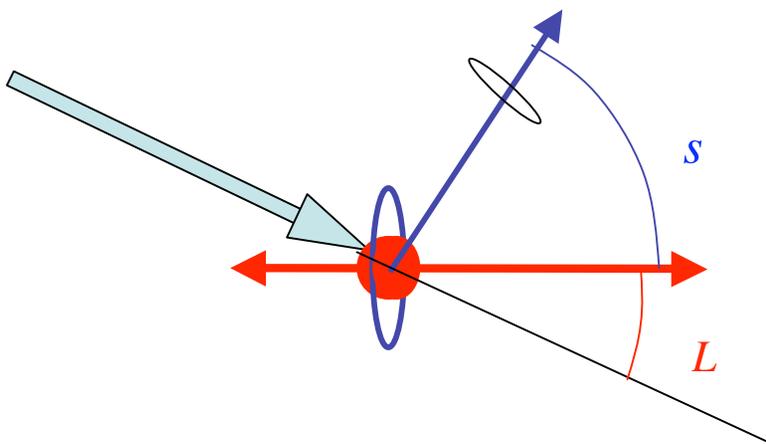
Environnements artificiels pour des ions piégés: protection d'états choisis

Manipulation d'un ion piégé par des faisceaux lasers. Degrés de liberté (électronique et vibrationnel) de l'ion. L'équation pilote de l'ion sous l'effet de son interaction cohérente avec les lasers et de l'émission spontanée. Paramètre de Lamb-Dicke. Bandes centrale et latérales du spectre d'absorption de l'ion. Cas d'un «grand» taux d'émission spontanée: élimination de la variable électronique et équation de Lindblad effective pour la variable vibrationnelle. Comment choisir à volonté, en adaptant la fréquence et la direction de propagation des lasers, la forme des opérateurs de Lindblad correspondant aux sauts quantiques de l'ion entre ses états de vibration. Préparation d'environnements adaptés au refroidissement de l'ion, à la protection d'un état cohérent ou de différents états non classiques de vibration.

Le modèle



Un ion oscille dans un piège le long de Ox à la fréquence ω (on suppose le confinement beaucoup plus fort dans les directions Oy et Oz , ce qui permet de considérer un mouvement à une seule dimension). L'ion possède deux niveaux électroniques internes (état fondamental g et excité e) couplés entre eux par excitation optique à la fréquence ω_{eg} . Les autres niveaux de l'ion, non peuplés, peuvent être négligés. Un laser, se propageant le long d'une direction faisant l'angle θ avec Ox excite la transition ionique (polarisée circulairement). L'ion émet par émission spontanée (photon dans la direction s) avec un taux $\Gamma \ll \omega$.



Espace des états électronique et de vibration

L'ion évolue dans le produit tensoriel de l'espace électronique (à 2 niveaux) et de l'espace du mouvement externe (oscillateur harmonique à une dimension). Son état le plus général se développe sur les états $|a,n\rangle$ ($a=e$ ou g , n : nombre de quanta de vibration du centre de masse). L'ion est décrit par l'opérateur densité:

$$\rho = \sum_{a,a'} \rho^{(a,a')} \text{ avec } \rho^{(a,a')} = P_a P_{a'} = \sum_{n,n'} |a,n\rangle \rho_{an;a'n'} \langle a',n'| \quad (8 \quad 1)$$

où P_a est le projecteur sur l'état électronique $|a\rangle$. L'état du centre de masse est décrit par l'opérateur densité réduit, obtenu en traçant sur la variable électronique:

$$\rho_v = \text{Tr}_a \rho = \rho^{(e,e)} + \rho^{(g,g)} = P_e P_e + P_g P_g \quad (8 \quad 2)$$

Nous allons établir l'équation d'évolution de ρ_v sous l'effet de l'excitation laser et de l'émission spontanée et en déduire, moyennant certaines conditions, l'équation pilote satisfaite par ρ_v dont la forme (qui dépend des paramètres de l'excitation laser), est ajustable à volonté pour obtenir des pointer states correspondant à la protection d'états de vibration choisis.

Interaction résonnante de l'ion avec le faisceau laser

Le terme d'interaction ion-laser s'écrit (voir cours 2001-2002 et 2002-2003):

$$H_{laser}(t) = \frac{\hbar}{2} \omega_L \left(e^{ik \cos \theta_L X} e^{i \omega_L t} + hc \right) \quad (8 \quad 3)$$

ω_L : Fréquence de Rabi proportionnelle à l'amplitude laser et à l'élément de matrice de la transition e - g (réel par choix de phase convenable)
 $\sigma_{\pm} = |e\rangle\langle g|$: Opérateur de transition électronique
 $e^{ik \cos \theta_L X}$: Opérateur du centre de masse décrivant la dépendance spatiale du champ laser (longueur d'onde $\lambda = 2\pi/k$). Assure la conservation de l'impulsion le long de Ox dans l'absorption ou l'émission de photons laser
 $e^{i \omega_L t}$: Dépendance temporelle du champ laser monochromatique

Le terme dépendant de X se développe sur les opérateurs d'annihilation et de création de quanta de vibration a et a^\dagger grâce au théorème de Glauber (cours 2001-2002):

$$e^{ik \cos \theta_L X} = e^{i \cos \theta_L (a + a^\dagger)} = e^{-(\cos^2 \theta_L)/2} e^{i \cos \theta_L a^\dagger} e^{i \cos \theta_L a} \quad (8 \quad 4)$$

en introduisant le paramètre de Lamb-Dicke, en général petit devant 1:

$$= \sqrt{\frac{\hbar k^2}{2M}} = \frac{E_{\text{Recul de l'ion}}^{1/2}}{E_{\text{quantum vibration}}} \sim 2 \frac{X_{\text{état } n=0}}{\lambda} \quad (8 \quad 5)$$

Développement de l'interaction: bandes latérales du spectre d'absorption

Le terme dépendant du centre de masse se développe suivant:

$$e^{i(\omega_L - \omega_0)t} e^{i \cos \theta_L a^\dagger} e^{i \cos \theta_L a} = e^{i(\omega_L - \omega_0)t} \sum_{q=0}^{\infty} (i \cos \theta_L)^q [f_q(a^\dagger a) a^q + a^{\dagger q} f_q(a^\dagger a)]$$

avec $f_q(a^\dagger a) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(i \cos \theta_L)^{2l}}{l!(l+q)!} a^{\dagger l} a^l$ (8-6)

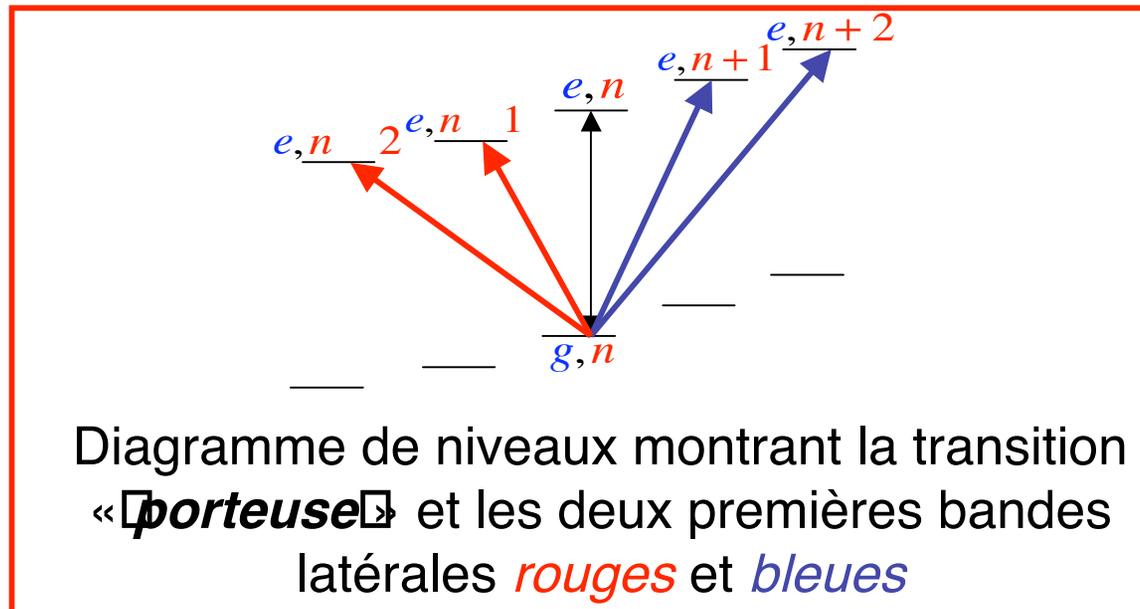
En injectant ce développement dans (8-3) et en passant en représentation d'interaction par rapport au hamiltonien de l'ion isolé, on obtient:

$$\begin{aligned} \widetilde{H}_{Laser}(t) &= e^{i(\omega_{eg} - \omega_0)t/2 + a^\dagger a t} H_{Laser}(t) e^{-i(\omega_{eg} - \omega_0)t/2 - a^\dagger a t} && \text{Termes résonnants pour:} \\ &= \frac{\hbar \omega_L}{2} e^{i(\omega_L - \omega_0)t/2} + \left\{ f_0(a^\dagger a) e^{i(\omega_{eg} - \omega_0)t} + \sum_{q>0} (i \cos \theta_L)^q f_q(a^\dagger a) a^q e^{i(\omega_{eg} - \omega_0 + q \omega_L)t} + \sum_{q>0} (i \cos \theta_L)^q a^{\dagger q} f_q(a^\dagger a) e^{i(\omega_{eg} - \omega_0 - q \omega_L)t} \right\} \end{aligned}$$

$L = \omega_{eg}$ ("porteuse")
 $L = \omega_{eg} + q$ ("bande latérale rouge à q quanta")
 $L = \omega_{eg} - q$ ("bande latérale bleue à q quanta")

(8-7)

Couplage ion-laser en représentation d'interaction

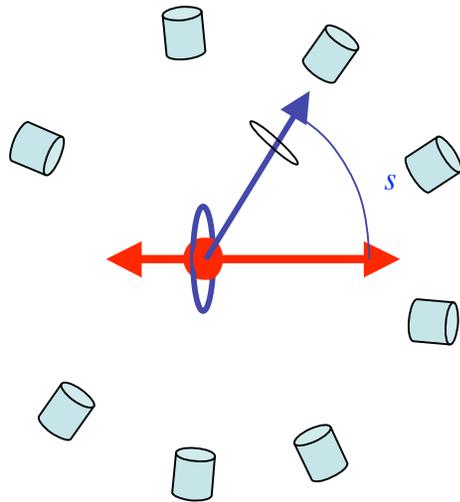


Lorsque la fréquence du laser satisfait une de ces conditions de résonance, l'effet du terme « séculaire » indépendant du temps dans H_{laser} domine tous les autres qui oscillent rapidement (approximation séculaire). Si le laser est résonnant sur *la bande latérale rouge d'ordre q* on a par exemple:

$$\tilde{H}_{Laser} = \frac{\hbar}{2} L e^{(i \cos^2 L)/2} + (i \cos L)^q f_q(a^\dagger a) a^q + hc = \hbar g_q \left(D_q + D_q^\dagger \right)$$

$$\text{avec } g_q = \frac{L}{2} (\cos L)^q e^{(i \cos^2 L)/2} ; D_q = f_q(a^\dagger a) (ia)^q \quad (8 \quad 8)$$

Emission spontanée de l'ion piégé



Expérience de pensée: on observe dans l'environnement de l'ion le photon émis. Si le détecteur dans la direction s «clique», l'ion subit un saut quantique défini par l'opérateur:

$$L_s \sim e^{ik \cos_s X} = e^{i \cos_s (a+a^\dagger)} \quad (8 \quad 9)$$

Le *saut électronique* s'accompagne d'une *translation en impulsion* le long de Ox (conservation de l'impulsion ion+photon). Constatant que $L_s^\dagger L_s \sim +$ et sommant sur toutes les directions de détection, on met

l'équation pilote décrivant l'émission spontanée de l'ion sous la forme de Lindblad (en représentation d'interaction):

$$\frac{d}{dt} \tilde{\rho} = \mathcal{L}_{es}(\tilde{\rho}) = \int_{-1}^1 du P(u) e^{i u(\tilde{a}+\tilde{a}^\dagger)} \tilde{\rho} + \frac{1}{2} \tilde{\rho} + \tilde{\rho} \quad (8 \quad 10)$$

est le taux d'émission spontanée de l'état e et $\tilde{a} = ae^{i t}$. On a posé $u = \cos_s$ et introduit la probabilité d'émission du photon dans l'intervalle $(u, u+du)$, donnée par le diagramme de rayonnement pour une transition de polarisation circulaire (dipôle «tournant» autour de Ox):

$$P(u) = \frac{3}{8}(1+u^2) \quad (8 \quad 11)$$

L'émission spontanée de l'ion piégé (suite)

Le terme de (8-10) décrivant la retombée de l'ion vers l'état fondamental s'écrit:

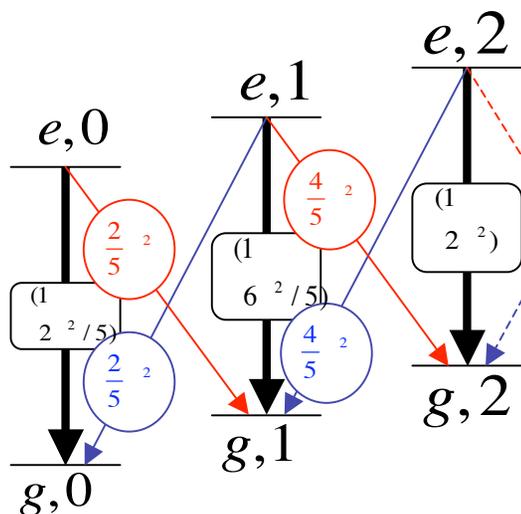
$$\frac{d}{dt} \tilde{\rho}^{(g,g)} = \tilde{\rho}^{(g,g)} + \text{avec } \tilde{\rho}^{(g,g)} = \int_1^1 du P(u) e^{i u(\tilde{a} + \tilde{a}^\dagger)} \tilde{\rho} e^{i u(\tilde{a} + \tilde{a}^\dagger)} \quad (8 \quad 12)$$

Lorsque le paramètre de Lamb-Dicke est petit, on développe suivant:

$$\tilde{\rho}^{(g,g)} = \int_1^1 du u^2 P(u) \tilde{a} \tilde{a} e^{2i u} + \frac{1}{2} \{ \tilde{a} \tilde{a}^\dagger + \tilde{a}^\dagger \tilde{a} \tilde{a}^2 e^{2i u} + \tilde{a}^{\dagger 2} e^{2i u} + \tilde{a}^\dagger (2\tilde{a}^\dagger + 1) \} + hc + O(\epsilon^4) \quad (8 \quad 13)$$

soit en faisant l'approximation séculaire (négligeant les termes oscillant à ± 2 , ce qui est justifié pour $\epsilon \ll 1$):

$$\tilde{\rho}^{(g,g)} = \tilde{\rho}^{(g,g)} + \frac{2}{5} \epsilon^2 \{ \tilde{a} \tilde{a}^\dagger + \tilde{a}^\dagger \tilde{a} \} \tilde{\rho}^{(g,g)} + O(\epsilon^4) \quad (8 \quad 14)$$



Pour ϵ petit, l'émission spontanée se produit essentiellement sur les transitions de $n=0$ (flèches noires) avec une contribution en ϵ^2 de transitions *annihilant* ou *créant* un quantum (flèches *bleues* et *rouges*). Les processus changeant n deviennent de plus en plus probables lorsque n augmente (effets en n et $n+1$ stimulés par la présence de quanta).

Elimination des variables électroniques

Regroupant les termes dus à l'excitation laser et à l'émission spontanée, on obtient l'équation d'évolution globale en représentation d'interaction:

$$\frac{d}{dt} \tilde{\rho} = \frac{i}{\hbar} \tilde{H}_{Laser}, \tilde{\rho} + \mathcal{L}_{es}(\tilde{\rho}) \quad (8-15)$$

Supposons pour prendre un exemple spécifique, le laser résonnant sur la bande latérale rouge de rang q . L'équation (8-15) s'écrit alors en la projetant sur les sous-espaces électroniques et en tenant compte de (8-8), (8-10), (8-14):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{\rho}^{(g,g)} = & ig_q D_q^\dagger \tilde{\rho}^{(e,g)} - \tilde{\rho}^{(g,e)} D_q + \tilde{\rho}^{(e,e)} + \\ & \frac{2}{5} \left(a \tilde{\rho}^{(e,e)} a^\dagger + a^\dagger \tilde{\rho}^{(e,e)} a - \tilde{\rho}^{(e,e)} \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \tilde{\rho}^{(e,e)} \right) + O(\epsilon^4) \end{aligned} \quad (8-16a)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{\rho}^{(e,e)} = ig_q D_q \tilde{\rho}^{(g,e)} - \tilde{\rho}^{(e,g)} D_q^\dagger - \tilde{\rho}^{(e,e)} \quad (8-16b)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{\rho}^{(e,g)} = ig_q D_q \tilde{\rho}^{(g,g)} - \tilde{\rho}^{(e,e)} D_q^\dagger - \frac{1}{2} \tilde{\rho}^{(e,g)} \quad (8-16c)$$

On néglige dans la suite la 2^{ème} ligne de (8-16a) en ϵ^2 qui décrit les petites contributions au taux de peuplement du niveau g correspondant au changement du nombre de quanta de vibration au cours de l'émission spontanée (voir page précédente).

Elimination des variables électroniques (suite)

Supposons $g_q \ll 1$ (excitation laser faible). Les cohérences optiques $\tilde{\rho}^{(e,g)}$ et les populations de l'état excité sont alors très petites avec, en ordre de grandeur:

$$\left| \tilde{\rho}^{(e,e)} \right| \sim \frac{g_q}{2} \left| \tilde{\rho}^{(e,g)} \right| \sim \frac{g_q^2}{2} \left| \tilde{\rho}^{(g,g)} \right| \quad (8 \quad 17)$$

Les vitesses de variation $d \tilde{\rho}^{(eg)}/dt$ et $d \tilde{\rho}^{(ee)}/dt$ sont petites et on peut les annuler dans les équations (8-16) et exprimer $\tilde{\rho}^{(eg)}$ et $\tilde{\rho}^{(ee)}$ en fonction de $\tilde{\rho}^{(gg)}$ (les cohérences optiques et populations de l'état excité «suivent adiabatiquement» la population de l'état fondamental de l'ion):

$$\tilde{\rho}^{(e,g)} = 2i \frac{g_q}{2} D_q \tilde{\rho}^{(g,g)} \quad ; \quad \tilde{\rho}^{(g,e)} = \tilde{\rho}^{(e,g)\dagger} = 2i \frac{g_q}{2} \tilde{\rho}^{(g,g)} D_q^\dagger \quad (8 \quad 18) \quad \text{Attention à l'ordre des opérateurs}$$

On obtient $d \tilde{\rho}^{(g,g)}/dt$ en ajoutant les équations (8-16a) et (8-16b) et en remplaçant dans le résultat les cohérences optiques par leur expressions (8-18):

$$\frac{d \tilde{\rho}^{(g,g)}}{dt} = \frac{d \tilde{\rho}^{(g,g)}}{dt} + \tilde{\rho}^{(e,e)} + ig_q D_q^\dagger \tilde{\rho}^{(e,g)} - ig_q D_q \tilde{\rho}^{(g,e)} \\ 2 \frac{g_q^2}{2} D_q^\dagger D_q \tilde{\rho}^{(g,g)} + \tilde{\rho}^{(g,g)} D_q^\dagger D_q + 4 \frac{g_q^2}{2} D_q \tilde{\rho}^{(g,g)} D_q^\dagger \quad (8 \quad 19)$$

soit en notant que $\tilde{\rho}^{(g,g)} = \tilde{\rho}^{(g,g)} + \tilde{\rho}^{(e,e)}$ et en posant $\gamma_q = 4g_q^2 / \dots$:

$$\frac{d \tilde{\rho}^{(g,g)}}{dt} = \frac{\gamma_q}{2} D_q^\dagger D_q \tilde{\rho}^{(g,g)} + \tilde{\rho}^{(g,g)} D_q^\dagger D_q + \gamma_q D_q \tilde{\rho}^{(g,g)} D_q^\dagger \quad (8 \quad 20) \quad \text{Equation de Lindblad pour le degré de liberté de vibration de l'ion. Opérateur de saut } D_q$$

Environnements sur mesure

D'après (8-20) un laser résonnant sur la bande rouge d'ordre q correspond à l'opérateur saut:

$$L_q^{(rouge)} = \frac{L (\cos L)^q e^{(2 \cos^2 L)/2}}{\sqrt{\quad}} f_q(a^\dagger a) (ia)^q \quad (8 \quad 21)$$

On montre de même qu'un laser résonnant sur la bande bleue d'ordre q réalise l'opérateur:

$$L_q^{(bleu)} = \frac{L (\cos L)^q e^{(2 \cos^2 L)/2}}{\sqrt{\quad}} (ia^\dagger)^q f_q(a^\dagger a) \quad (8 \quad 22)$$

et qu'un laser résonnant avec la porteuse ($q=0$) correspond à:

$$L_0 = \frac{L e^{(2 \cos^2 L)/2}}{\sqrt{\quad}} f_0(a^\dagger a) \quad (8 \quad 23)$$

En appliquant simultanément des lasers de fréquences et directions différentes (ayant une cohérence de phase sur un temps long devant la période de vibration), on prépare de même des opérateurs saut combinaisons linéaires des précédents, admettant comme états propres de valeur propre 0 des états de vibration protégés de la décohérence (voir plus loin). Le taux de décohérence induit γ_q doit être plus grand que le taux de décohérence de l'état de vibration, dû aux champs parasites dans le piège. Il faut donc satisfaire les inégalités:

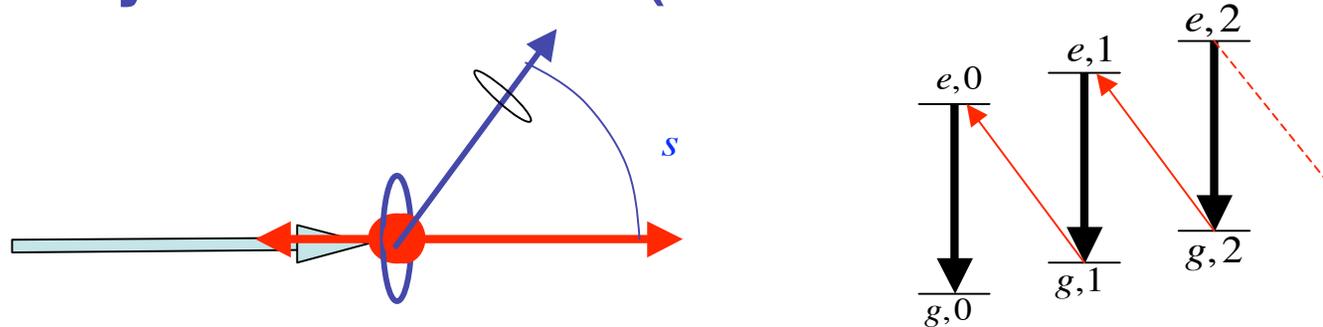
$$\gamma_q \ll 4g_q^2 / \dots \ll g_q \ll \dots \ll \dots \quad (8 \quad 24)$$

Analogie entre environnements artificiels pour des ions piégés et effet Purcell en cavité

Pour décrire l'évolution d'un ion soumis à un hamiltonien cohérent (couplage avec les lasers) et à un processus de dissipation (émission spontanée de son état excité), nous sommes partis d'une équation pilote «exacte» pour le système global des variables électroniques et de vibration. Nous avons ensuite éliminé la variable électronique et en avons déduit une équation pilote «effective» pour la seule variable de vibration, le couplage laser ramenant une petite fraction de la dissipation par émission spontanée de l'état excité dans l'état fondamental. L'approche n'est valable que si le couplage cohérent (décrit par g_q) est petit devant le taux d'émission de photon γ . On obtient alors un taux effectif de dissipation, en $g_q^2/\gamma \ll \gamma$.

On notera l'analogie avec la situation rencontrée en électrodynamique en cavité (effet Purcell). On cherche alors à décrire l'évolution d'un système ayant deux parties: un atome et le champ qui s'amortit dans une cavité. L'atome et le champ sont couplés de façon cohérente (oscillation de Rabi à la fréquence Ω) et le champ est soumis à la dissipation (perte de photon avec taux $\gamma = \Omega/Q$). Là encore, si Ω est petit devant γ , on peut éliminer la partie qui évolue vite (le champ) et obtenir pour l'autre (l'atome) une équation pilote effective avec un taux de dissipation «ramené» en $\gamma^2/\Omega = \Omega^2/Q$. C'est l'effet Purcell (voir [4]).

Premier exemple d'environnement sur mesure: «cryostat radiatif» (*Wineland et Dehmelt-1975*)



Laser le long de Ox ($L=0$), de fréquence $\omega_L = \omega_{eg}$ (bande rouge $q=1$). L'ion subit une succession de cycles d'excitation et d'émission, perdant à chaque cycle plus d'énergie que ne lui fournit le laser (*voir diagramme*). Ce processus dissipatif qui diffuse des photons du champ laser avec changement de longueur d'onde vers le bleu refroidit l'ion. Plus précisément, on a:

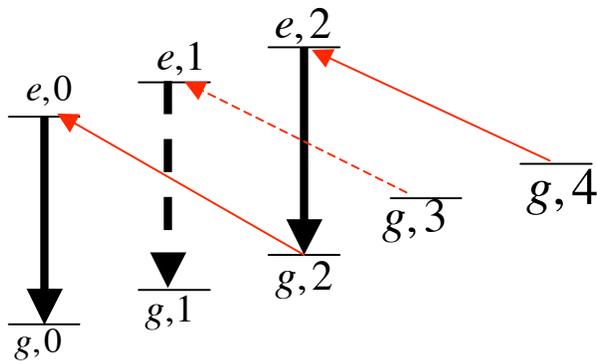
$$L_1 = \frac{i \omega_L e^{-2/2}}{\sqrt{2}} f_1(a^\dagger a) a - \frac{i \omega_L}{\sqrt{2}} a \quad (\text{si } \gamma \ll 1) \quad (8 \quad 25)$$

et l'équation pilote:

$$\frac{d}{dt} \tilde{v} = -\gamma_1 \tilde{v} a^\dagger a + \frac{1}{2} \tilde{v} a^\dagger a + a^\dagger a \tilde{v} \quad \text{avec} \quad \gamma_1 = \frac{\omega_L^2}{2} \quad (8 \quad 26)$$

décrit l'amortissement d'un oscillateur couplé à un réservoir à $T=0K$. On a une évolution vers l'état fondamental de vibration, avec une vitesse proportionnelle à l'intensité du laser. Méthode classique de refroidissement des ions piégés.

Deuxième exemple: environnement absorbant les photons par paires



Laser accordé sur la deuxième bande rouge ($q=2$). Les états à nombre pair d'excitation sont couplés entre eux ainsi que les états à nombre impair d'excitation, sans interaction entre les deux familles (assez petit pour négliger les processus spontanés changeant le nombre de quanta). On a:

$$L_2 = -\frac{L}{\sqrt{2}} \frac{e^{i\pi/2}}{2} f_2(a^\dagger a) a^2 - \frac{L}{2\sqrt{2}} a^2 \quad (8 \quad 27)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{v} = -\frac{2}{2} a^2 \tilde{v} a^{\dagger 2} - \frac{2}{2} \tilde{v} a^{\dagger 2} a^2 + a^{\dagger 2} a^2 \tilde{v} \quad \text{avec} \quad \frac{2}{2} = \frac{L}{4} \quad (8 \quad 28)$$

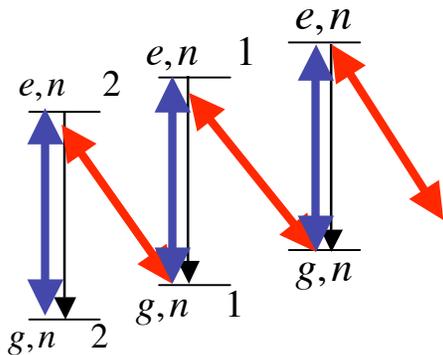
Cet environnement confère un long temps de décohérence à un chat de phase. Un saut quantique ne change pas la parité de l'état, contrairement à ce qui se passe en présence de l'environnement habituel (perte des photons un à un - cours 2003-2004):

$$L_2 | \rangle_{\pm} | \rangle \quad \quad \quad | \rangle_{\pm} | \rangle \quad (8 \quad 29)$$

L'ion aboutit dans un mélange des états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ et la cohérence du chat survit aussi longtemps que son énergie (décohérence ralentie).

Troisième exemple: stabilisation d'un état cohérent

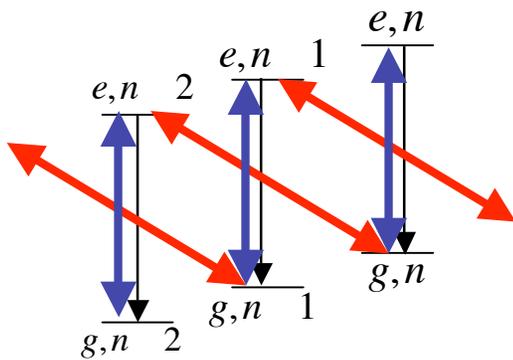
Une condition suffisante pour qu'un état de vibration soit stable sous l'effet de l'environnement est qu'il soit état propre de valeur propre 0 de son opérateur de saut. Pour protéger de façon idéale un état cohérent $| \nu \rangle$, il suffit donc de réaliser l'environnement correspondant à l'opérateur de saut $L \sim a$ qui satisfait la condition $L| \nu \rangle = 0$. Cet environnement est réalisé par la combinaison de deux lasers (dont la phase relative doit rester stable à l'échelle de la période de vibration de l'ion), de fréquences de Rabi $L^{(0)}$ et $L^{(1)}$, respectivement accordés sur la porteuse et la première bande latérale rouge, dans le rapport d'amplitude $L^{(0)} / L^{(1)} = \dots$. L'équation pilote en présence de cet environnement n'ayant qu'un état stationnaire, celui-ci ne peut être que l'état $| \nu \rangle$, atteint après un temps de l'ordre de $\nu / [L^{(0)}]^2$, à partir d'un état initial arbitraire. On peut en particulier partir de l'état de vibration fondamental $|0\rangle$. Lorsque cet état stationnaire est atteint, la fréquence des sauts s'annule, ce qui signifie que l'ion cesse d'émettre: la fluorescence disparaît.



Le processus préparant l'état cohérent résulte de la compétition entre un effet Raman (flèches bleue et rouge) induit par le laser et l'émission spontanée (flèches noires).

Quatrième exemple: stabilisation d'un «chat»

Pour protéger de façon idéale un chat pair ou impair de la forme $| \pm \rangle$, il suffit de réaliser l'environnement correspondant à l'opérateur de saut $L \sim a^2$ qui satisfait la condition $(a^2)(| \pm \rangle) = 0$

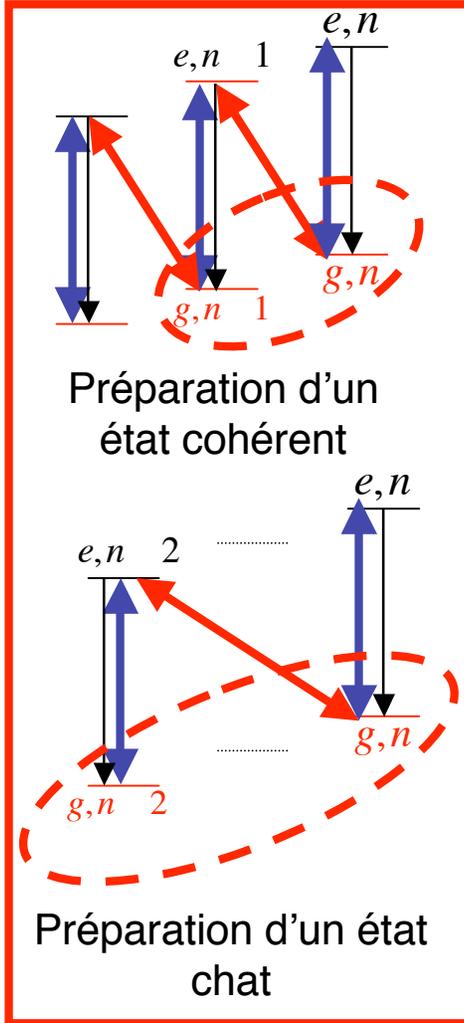


Cet environnement est réalisé par la combinaison de deux lasers (dont la phase relative reste stable à l'échelle de la période de vibration de l'ion), de fréquences de Rabi $L^{(0)}$ et $L^{(2)}$, respectivement accordés sur la porteuse et la deuxième bande latérale rouge, dans le rapport d'amplitude:

$$\frac{L^{(0)}}{L^{(2)}} = \frac{2}{2} \quad (8 \quad 30)$$

L'évolution ne peut alors changer la parité du nombre de quanta. Si l'ion est préparé dans un état pair quelconque (en particulier dans l'état $|0\rangle$), il va donc évoluer en un temps de l'ordre de $1/[L^{(0)}]^2$ vers l'état $| \pm \rangle$, *puis se stabiliser dans cet état. L'atteinte de l'équilibre se manifeste encore par l'arrêt de la fluorescence (disparition des sauts quantiques).*

Pointer states artificiels et « états noirs »



Les configurations de lasers décrites plus haut produisent en combinaison avec l'émission spontanée (qui en première approximation ne change pas n), des cohérences $n=1$ (état cohérent) ou $n=2$ (chat) entre états de vibration de l'ion dans l'état g . L'état qui se construit progressivement finit par avoir des relations de phase entre états n telles qu'il ne peut plus, en raison d'interférence destructrice entre amplitudes de transition, absorber le rayonnement. L'ion tombe dans un « **état noir** » (état cohérent ou chat de parité). Il y a ainsi un lien entre la fabrication d'environnements artificiels et **le piégeage cohérent de population**, un effet qui joue un rôle important dans d'autres domaines de l'optique quantique. Dans le cas de la protection d'un état cohérent, l'état noir est atteint lorsque les amplitudes d'excitation de l'état $|e, n-1\rangle$ à partir des états $|g, n\rangle$ et $|g, n-1\rangle$ se compensent. Appelant c_n l'amplitude de l'état $|n\rangle$, on a alors:

$$c_n \binom{(1)}{L} \sqrt{n} + c_{n-1} \binom{(0)}{L} = 0 \quad \text{soit} \quad c_n / c_{n-1} = \binom{(0)}{L} / \binom{(1)}{L} \sqrt{n} \quad (8 \quad 31)$$

ce qui définit bien les rapports des amplitudes dans l'état cohérent $|\psi\rangle = \binom{(0)}{L} / \binom{(1)}{L} \rangle$.

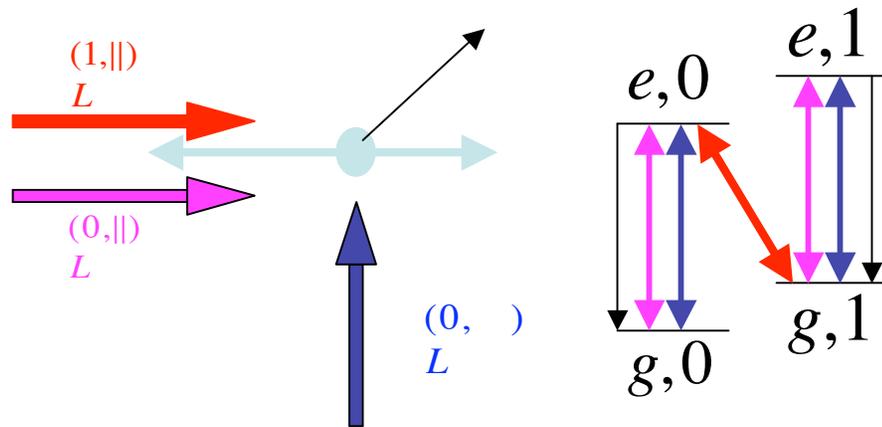
Limites du modèle: effet de l'environnement naturel

Reprenons l'analyse de la protection d'un chat de phase. La discussion précédente a négligé les retombées spontanées de $n \neq 0$. Les simulations Monte Carlo montrent cependant que pour ϵ petit ($\epsilon < 0.05$), le mélange des états de n pair et impair reste faible et la protection du chat de parité efficace.

Un autre effet perturbateur important est celui de l'environnement naturel dont l'effet s'ajoute à celui du réservoir artificiel. Il mélange les états pairs et impairs. Les 2 états propres de valeur propre 0 de l'opérateur saut artificiel, $| \pm \rangle$, sont alors couplés aléatoirement par l'opérateur saut naturel et la cohérence est détruite avec un taux $\sim n$ (cours précédents).

Pour obtenir une protection *en présence du réservoir naturel*, il faut construire un environnement artificiel ayant **un seul état propre non dégénéré** de valeur propre 0 de l'opérateur saut, avec un taux de décohérence artificiel très supérieur à ϵ . L'état pointer unique est alors un attracteur stable de l'équation d'évolution complète. Cette construction est simple pour un état cohérent (l'état propre de valeur propre 0 de a^- est unique). Elle est plus difficile pour un chat. Nous analysons pour finir un dernier exemple où l'on sait protéger, en présence de l'environnement naturel, un état quantique, pointer state non dégénéré de valeur propre nulle d'un environnement artificiel adapté.

Environnement protégeant 1 qubit dans un état donné



3 lasers: 2 résonnants avec la porteuse, (le 1^{er} se propageant le long de Ox , le 2nd dans une direction normale à Ox), le 3^{ème} résonnant avec la 1^{ère} bande latérale rouge, se propageant le long de Ox (fréquences de Rabi définies sur la figure)

On calcule d'abord, grâce aux équations (8-23) et (8-6), l'action sur l'état à protéger $c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$ de l'opérateur saut $L_{porteuse}$ correspondant aux deux lasers résonnants avec la porteuse:

$$L_{porteuse} (c_0|0\rangle + c_1|1\rangle) = c_0 \left(\frac{(0, \parallel)}{L} + \frac{(0, \parallel)}{L} e^{-2/2} \right) |0\rangle + c_1 \left(\frac{(0, \parallel)}{L} + \frac{(0, \parallel)}{L} e^{-2/2} (1 - 2) \right) |1\rangle \quad (8-32)$$

On choisit le rapport entre les intensités des lasers pour annuler l'amplitude de l'état $|1\rangle$:

$$\frac{\frac{(0, \parallel)}{L}}{\frac{(0, \parallel)}{L}} = e^{-2/2} (1 - 2) \quad (8-33)$$

En ajustant ainsi les effets de recul sur la transition porteuse, on réduit l'effet sur l'état du qubit du saut quantique associé à ces deux lasers à:

$$L_{porteuse} (c_0|0\rangle + c_1|1\rangle) = c_0 e^{-2/2} \frac{(0, \parallel)}{L} |0\rangle \quad (8-34)$$

Environnement protégeant un qubit (suite)

Tenons compte finalement de l'effet du troisième laser, dont l'opérateur saut n'agit que sur $|1\rangle$ pour donner $|0\rangle$ (destruction d'un quantum):

$$(L_{\text{porteuse}} + L_{\text{bande rouge}}) (c_0|0\rangle + c_1|1\rangle) = (c_0 e^{-i\omega t/2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + ic_1 e^{-i\omega t/2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix})|0\rangle \quad (8-35)$$

Pour que l'état $c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$ soit état propre de valeur propre nulle de $L_{\text{porteuse}} + L_{\text{bande rouge}}$ il faut ajuster l'amplitude du troisième laser pour que:

$$c_0 e^{-i\omega t/2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + ic_1 e^{-i\omega t/2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \text{soit} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = i \frac{c_0}{c_1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8-36)$$

Les relations (8-33) et (8-36) déterminent de façon unique l'environnement qui admet l'état $c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$ comme pointer state parfait. Il est facile de voir que c'est le seul état propre de valeur propre nulle associé à cette configuration de lasers et cet état doit donc rester stable en présence d'un environnement naturel de taux de décohérence γ , à condition que:

$$\gamma \ll \frac{2}{L} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}^2 \quad (8-37)$$

Noter cependant que chaque état du qubit doit être protégé par un environnement différent, ce qui rend l'intérêt pratique de la méthode limité.

Conclusion sur les environnements artificiels d'un ion piégé

On peut réaliser, pour un ion piégé à deux niveaux, des environnements artificiels permettant de protéger de la décohérence des états de vibration arbitrairement choisis. Il faut illuminer l'ion avec des lasers de direction convenables, excitant de façon résonnante la porteuse à la fréquence de la transition électronique de l'ion ou des bandes latérales correspondant à l'excitation simultanée de l'état électronique et de quanta de vibrations. Le pompage optique des lasers ramène dans l'état électronique fondamental de l'ion en vibration une partie de la dissipation produite par l'émission spontanée dans l'état excité. L'équation pilote résultante admet comme pointer states parfaits les états que l'on cherche à protéger. Le taux d'émission spontané doit être petit devant la fréquence de vibration, et grand devant le taux de pompage induit par les lasers. Il faut de plus que ce taux de pompage soit grand devant le taux de décohérence naturelle dû aux champs parasites dans le piège. Un cas particulier pratiquement important est celui du refroidissement radiatif, l'état protégé étant alors l'état fondamental de vibration. L'environnement artificiel doit être adapté « *sur mesure* » à chaque état, ce qui limite l'intérêt général de la méthode dans les cas où l'on cherche à protéger des superpositions non classiques d'états *a priori* inconnus.

Quelques références

L'analyse des environnements artificiels pour un ion piégé présentée ici est inspirée par les trois références suivantes:

R.L.de Matos Filho et W.Vogel, Phys.Rev.Lett. 76, 608 (1996).

J.F.Poyatos, J.I.Cirac et P.Zoller, Phys.Rev.Lett. 77, 4728 (1996).

A.Carvalho, P.Milman, R.L.de Matos Filho et L.Davidovich, Phys.Rev.Lett. 86, 4988 (2001).

L'idée originale du principe du refroidissement laser des ions piégés a été présentée dans:

D.Wineland et H.Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. **20**, 637 (1975).

Pour une revue des premières expériences de refroidissement laser d'ions (décrivant également le refroidissement Doppler d'atomes neutres) voir:

D.J.Wineland et W.M.Itano, Physics Today 40, N°6, 34 (1987).

Pour une description de quelques expériences d'environnements artificiels avec des ions piégés, voir:

C. J. Myatt, B. E. King, Q. A. Turchette, C. A. Sackett, D. Kielpinski, W. M. Itano, C. Monroe, D. J. Wineland, Nature 403, 269 - 273 (2000).