

décohérence et fluctuations gravitationnelles

Serge REYNAUD Laboratoire Kastler Brossel, Paris
Astrid LAMBRECHT CNRS, ENS, UPMC

Brahim LAMINE Thèse 09/2004
Rémy HERVE Thèse en cours

<http://www.lkb.ens.fr>
→ Fluctuations quantiques et relativité

Marc-Thierry JAEKEL
LPT ENS, Paris

Paulo MAIA NETO
UFRJ, Rio de Janeiro



Décohérence ...

La décohérence joue un rôle essentiel pour expliquer la transition quantique / classique :

- elle est très rapide pour les objets macroscopiques, les cohérences sont inobservables;
- elle est très lente pour les objets microscopiques, les cohérences sont observées.



Pour un système donné couplé à un environnement donné :

- qu'est ce qui détermine le temps de décohérence ?
- quel est le mécanisme dominant de décohérence ?
- où se situe la frontière entre { objets quantiques (microscopiques) / objets classiques (macroscopiques) ?

... ET échelles de Planck

Le temps et la longueur de Planck sont très petits :

$$t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \simeq 5 \times 10^{-44} \text{s} \quad \ell_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \simeq 10^{-35} \text{m}$$

Mais la masse de Planck est accessible, à la frontière entre les masses micro / macroscopiques :

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \simeq 22 \mu\text{g}$$

Les fluctuations de notre environnement gravitationnel pourraient-elles être responsables d'un mécanisme universel de transition quantique / classique ?

Comparaison de la longueur de Compton et de la longueur de Planck

$$\left. \begin{array}{l} \ell_C = \frac{\hbar}{mc} \\ \ell_P = \frac{\hbar}{m_P c} \end{array} \right\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m < m_P \Leftrightarrow \ell_C > \ell_P \\ m > m_P \Leftrightarrow \ell_C < \ell_P \end{array} \right.$$

Feynman Lectures on Gravitation 1962, Karolyhazy 1966, Penrose 1996 ...

Fluctuations observables ?

Les fluctuations intrinsèques de l'espace-temps pourraient-elles être révélées par la décohérence de la même façon que les atomes sont révélés par le mouvement Brownien ?



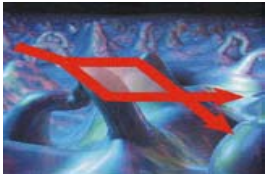
Une telle décohérence pourrait-elle être observée dans les interféromètres atomiques et optiques ?

Décohérence dans HYPER, une vue d'artiste (ESA, 2000)

Percival 1997, Amelino-Camelia 2000 ...

Transition observable ?

Domaine quantique



Objets microscopiques
(atomes, photons...)

interférences
observées

Domaine classique



Objets macroscopiques
(Lune...)

cohérences
inobservables

Frontière



Peut-on mettre en évidence
la transition micro/macro ?

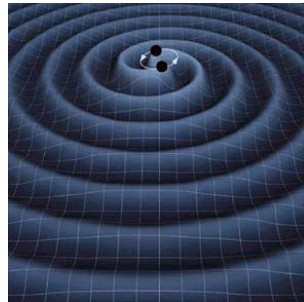
Ondes Gravitationnelles

Les Ondes Gravitationnelles (OG) sont les solutions radiatives libres des équations linéarisées d'Einstein.

rayonnées en particulier par tous les systèmes binaires (couplage quadripolaire)

$$\omega_{OG} = 2 \times \omega_{rot}$$

propagation d'une perturbation métrique $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$ (à la vitesse de la lumière, $h_{\mu\nu} \ll 1$ deux polarisations transverses)



La somme de toutes les OG produites par tous les systèmes binaires dans la Galaxie et son voisinage produit un fond que l'on peut caractériser par une densité spectrale de bruit.

la notion de bruit est liée ici à la méconnaissance des sources

Température de bruit

Le bruit est caractérisé par

la densité spectrale associée à la perturbation métrique h (par exemple h_{12}) évaluée en jauge TT (transverse, sans trace)

ou bien le nombre de gravitons par mode

$$S_h[\omega] = \frac{16G}{5c^5} \hbar \omega n_{gw}$$

ou bien la température de bruit

$$k_B T_{gw} = \hbar \omega n_{gw}$$

Les fonds d'OG correspondent à un bruit classique

$$n_{gw} \gg 1$$

La température de bruit dépend de la fréquence

ce n'est certainement pas une température d'équilibre thermodynamique !

Décohérence Gravitationnelle

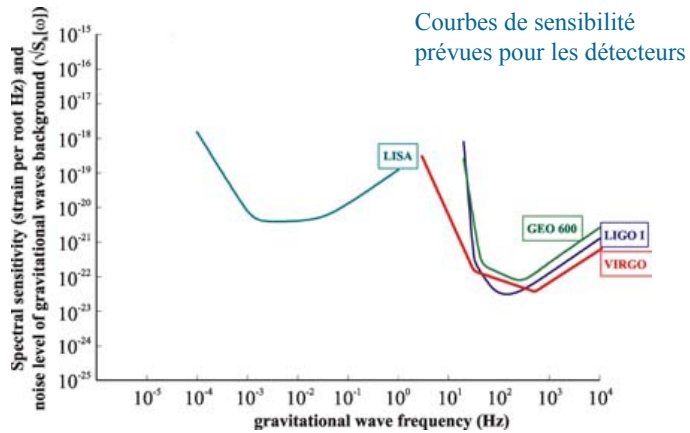
Un modèle théorique entièrement calculable de transition quantique / classique induite par les fluctuations intrinsèques de l'espace-temps :

- la relativité générale est une très bonne théorie effective de la gravitation aux fréquences expérimentalement accessibles;
- on connaît les fluctuations intrinsèques associées, ce sont les fonds d'ondes gravitationnelles;
- on sait calculer leurs effets sur la diffusion d'impulsion et la décohérence des systèmes physiques.

Les résultats dépendront de facteurs liés aux échelles de Planck, mais aussi d'autres facteurs liés au système, à l'environnement, à la force du couplage...

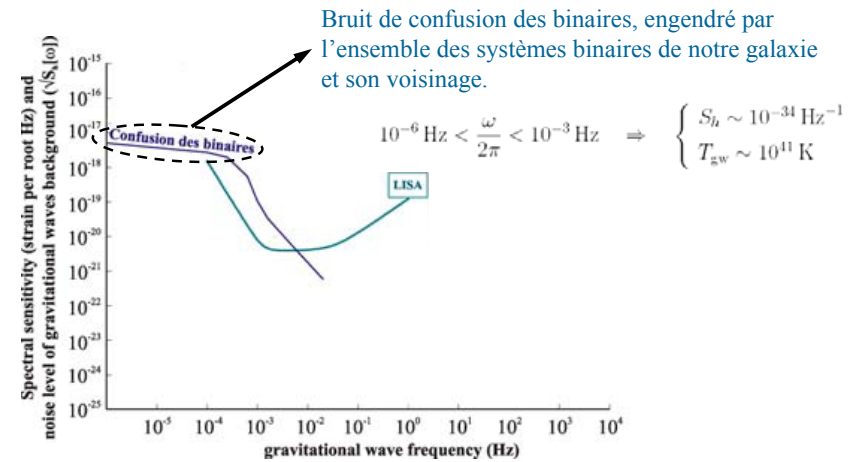
Lamine et al EPJD 2002

Environnement gravitationnel



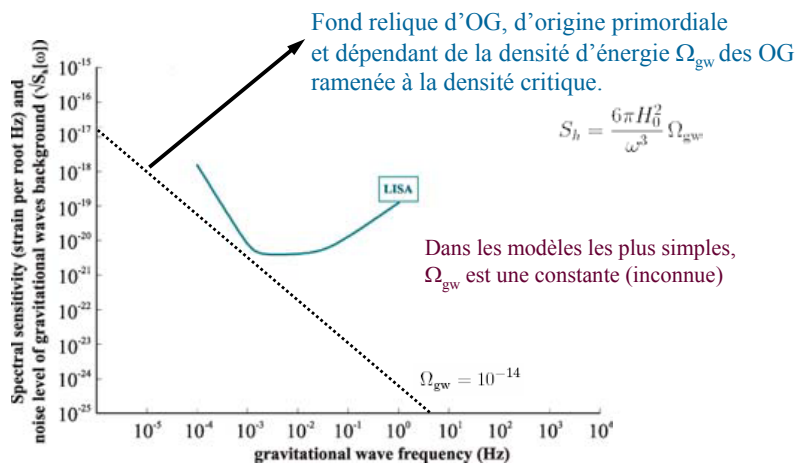
Schutz CQG 1999, gr-qc/9911034

Environnement gravitationnel



Schutz CQG 1999, gr-qc/9911034

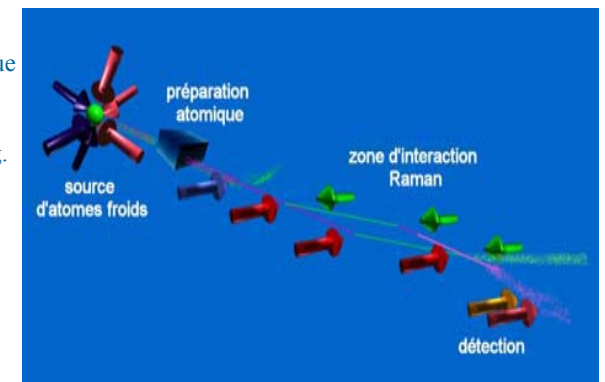
Environnement gravitationnel



Schutz CQG 1999, gr-qc/9911034

Un exemple : HYPER

HYPER est un projet d'interféromètre atomique en satellite (projet ESA) conçu pour la détection de l'effet Lense-Thirring.



Il fonctionne comme un gyromètre atomique de grande sensibilité.

Il avait été suggéré que la décohérence gravitationnelle dans HYPER pourrait révéler les fluctuations intrinsèques de l'espace-temps à l'échelle de Planck.

<http://atomoptic.iota.u-psud.fr/hyper>

Calcul des déphasages

■ L'effet des OG se calcule comme une perturbation de la phase des ondes :

■ champ scalaire (pour simplifier) : $\square_g \psi(x) + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi(x) = 0$ $\psi(x) = \psi_0(x) e^{i\varphi(x)}$

■ approximation eikonale : $g^{\mu\nu}(x) K_\mu(x) K_\nu(x) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}$ $K_\mu = \partial_\mu \varphi$

■ champ faible : $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$, $h_{\mu\nu} \ll 1$

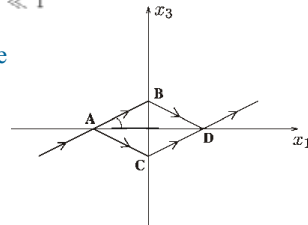
■ Les OG produisent un déphasage à la sortie de l'interféromètre :

$$\Phi \equiv \Delta\varphi[\text{ABD}] - \Delta\varphi[\text{ACD}]$$

$$= \frac{1}{2\hbar} \oint h_{\mu\nu} P^\mu P^\nu \frac{dt}{m}$$

■ le déphasage est invariant de jauge.

■ on peut le calculer en jauge TT : $h_{00} = h_{0i} = 0$ $h_i^i = 0$ $k^i h_{ij}^i = 0$



effets Sagnac et Lense-thirring

■ Le gyromètre mesure la fréquence de rotation par effet Sagnac (atomique) :

$$\Phi_{\text{Sagnac}} = \frac{2m_{\text{at}} A}{\hbar} \Omega$$

■ Aire de l'interféromètre : $A = L^2 \sin \alpha$

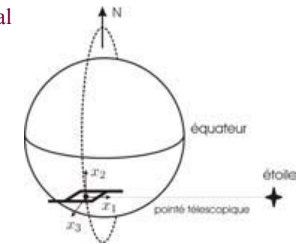
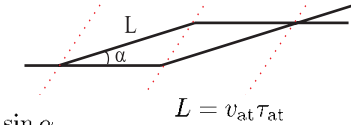
$L = v_{\text{at}} \tau_{\text{at}}$

■ Ω mesurée par rapport à un référentiel d'inertie local

■ La rotation de la Terre sur elle-même « entraîne » le référentiel d'inertie local par rapport au référentiel des étoiles fixes

■ Effet Lense-Thirring = décalage du zéro de Ω

■ HYPER mesurerait cet effet en comparant le signal inertiel fourni par le gyromètre atomique à l'orientation définie par pointé télescopique sur des étoiles lointaines.



effet des og

■ Les OG induisent un entraînement du référentiel d'inertie local qui dépend du temps :

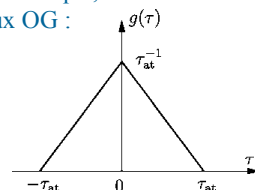
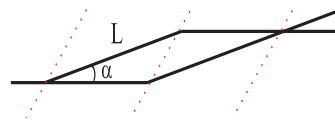
$$\delta\Phi_{\text{gw}}(t) = \frac{2m_{\text{at}} A}{\hbar} \delta\Omega_{\text{gw}}(t)$$

■ la fréquence d'entraînement se déduit du calcul du déphasage

■ Cette fréquence est la dérivée de la perturbation métrique, moyennée sur le temps d'exposition des atomes aux OG :

$$\delta\Omega_{\text{gw}}(t) = -\frac{1}{2} \frac{d\overline{h_{13}}}{dt}$$

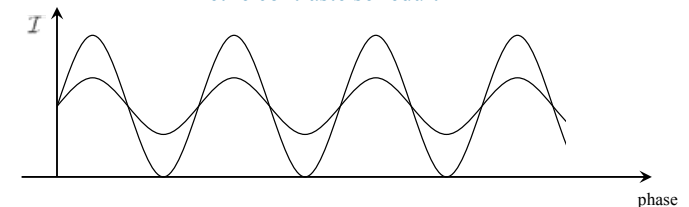
$$\overline{f}(t) = \int f(t-\tau) g(\tau) d\tau$$



observable de décohérence

■ Pour obtenir l'interférogramme théorique, il faut moyenner

■ Pendant le temps de moyennage, l'interférogramme théorique bouge et le contraste se réduit



■ La décohérence est caractérisée par la réduction de contraste

$$\langle e^{i\delta\Phi_{\text{gw}}} \rangle = \exp\left(-\frac{1}{2} \Delta\Phi_{\text{gw}}^2\right) \quad \Delta\Phi_{\text{gw}}^2 = \langle \delta\Phi_{\text{gw}}^2 \rangle$$

■ c'est une valeur moyenne à la fois statistique et temporelle

Modèle Brownien

Avec un modèle simplifié de bruit blanc (S_h constant), on obtient une diffusion Brownienne (proportionnelle au temps)

$$\Delta\Phi_{\text{gw}}^2 = (2\Omega_{\text{at}} \sin \alpha)^2 S_h 2\tau_{\text{at}} \quad \Omega_{\text{at}} = \frac{m_{\text{at}} v_{\text{at}}^2}{2\hbar}$$

Les paramètres pertinents sont :

- l'énergie cinétique (et non pas l'énergie de masse),
- la géométrie ($\sin \alpha$),
- la valeur du spectre de bruit (S_h),
- le temps d'exposition à l'environnement gravitationnel,
-

Calcul plus détaillé

Fonction de réponse d'appareil

■ filtrage par l'instrument sur un point de mesure, déterminé par la géométrie.

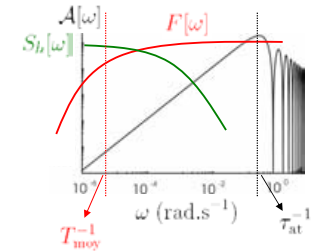
Stratégie de détection

■ moyenne sur un grand nombre de points de mesure.

Spectre de bruit gravitationnel

La variance du déphasage est une intégrale sur la fréquence :

$$\Delta\Phi_{\text{gw}}^2 = \int \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{A}[\omega] F[\omega] S_h[\omega]$$



Avec les chiffres correspondant à HYPER, la décohérence est négligeable

$$\Delta\Phi_{\text{gw}}^2 \sim 10^{-30} \ll 1$$

Effet des OG sur la Lune

Les OG sont à l'origine d'une force de marée sur le système Terre-Lune :

$$m\ddot{x}_i(t) = F_i + mc^2 R_{0i0j}(t)x_j(t)$$

■ courbure de Riemann $R_{0i0j} = \frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2 h_{ij}}{\partial t^2}$

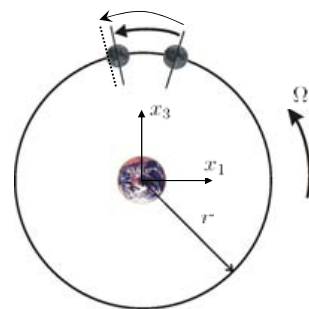
La perturbation peut être décrite par un déphasage

■ retard (ou avance) du plan de phase

$$\delta\Phi_{\text{gw}} = \frac{\delta S}{\hbar}$$

■ déphasage relié au transfert d'impulsion le long de la trajectoire

$$\delta\Phi_{\text{gw}} = \frac{\delta p_\theta}{\hbar} \Delta x$$



Diffusion brownienne

Avec un modèle de bruit blanc, la diffusion d'impulsion est Brownienne :

$$\langle \Delta p_\theta^2 \rangle = 2 D_{\text{gw}} \tau$$

■ variance proportionnelle au temps

$$D_{\text{gw}} = m \Gamma_{\text{gw}} k_B T_{\text{gw}}$$

■ fluctuations-dissipation (Einstein 1905)

$$\Gamma_{\text{gw}} = \frac{64Gmr^2\Omega^4}{5c^5}$$

■ taux d'émission des OG (Einstein 1918)

La dissipation gravitationnelle est négligeable

$$\Gamma_{\text{gw}} \simeq 2 \times 10^{-34} \text{ s}^{-1} \ll \Gamma_{\text{em}} \ll \Gamma_{\text{tides}} \simeq 10^{16} \Gamma_{\text{gw}}$$

mais la diffusion gravitationnelle est dominante

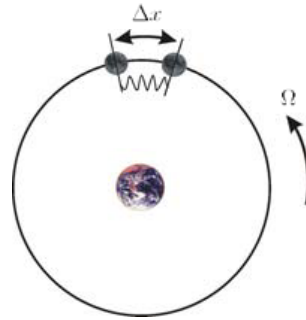
$$D_{\text{gw}} \gg D_{\text{cm}}, D_{\text{tides}}$$

parce que la température de bruit gravitationnel est extrêmement élevée

$$T_{\text{gw}} \sim 10^{41} \text{ K} \gg T_{\text{cm}}, T_{\text{tides}}$$

« Lune de Schrödinger »

Si on considère une (hypothétique) superposition cohérente (de Lune), l'interaction avec les OG brouille la différence de phase entre les deux composantes en un temps extrêmement court



$$\langle e^{i\delta\Phi_{gw}} \rangle = \exp\left(-\frac{\Delta\Phi_{gw}^2}{2}\right)$$

$$\frac{\Delta\Phi_{gw}^2}{2} = \frac{D_{gw}\tau}{\hbar^2} \Delta x^2$$

La décohérence est extrêmement rapide et elle est dominée par la diffusion des OG

$$\frac{D_{gw}}{\hbar^2} \sim 10^{75} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

Reynaud et al, EPL 2001

Discussion

- La décohérence gravitationnelle est difficilement observable :
 - elle est trop lente pour les objets microscopiques !
 - elle est trop rapide pour les objets macroscopiques !
 - pourrait elle être détectée sur des objets « mésoscopiques » ?

Les facteurs pertinents

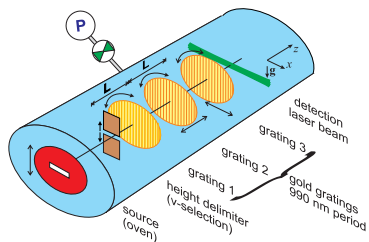
$$\Delta\Phi_{gw}^2 \sim (\Omega \sin \alpha)^2 S_h \tau$$

Ω énergie cinétique en unité de fréquence (fréquence pour les photons)

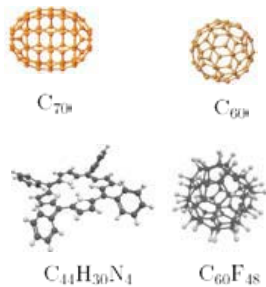
peuvent être réécrits en utilisant les échelles de Planck :

$$\Delta\Phi_{gw}^2 \sim \left(\frac{mv^2}{m_P c^2}\right)^2 (\sin \alpha)^2 \Theta_{gw} \tau \quad \Theta_{gw} = \frac{k_B T_{gw}}{\hbar} \sim 10^{52} \text{ s}^{-1}$$

INTERFÉROMETRIE atomique ...



Interférences mises en évidence sur des grosses molécules



Faible séparation spatiale et faible énergie cinétique

$$E \sim 0.1 \text{ eV} \quad \Delta\Phi_{gw}^2 \lll 1$$

Nairz et al PRL 2001; Brezger et al, PRL 2002

... le défi ...

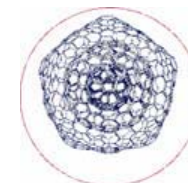
Réaliser $\Delta\Phi_{gw}^2 \sim 1$

dans un interféromètre ouvert $\sin \alpha \sim 1$

ayant une aire de 1 m²

demanderait par exemple

$$E \sim 5 \text{ keV}$$



fullerène multicouches (~ 3000 atomes de carbone)
portés par jet supersonique !

... Même Lisa !

$\tau \sim 10\text{s}$

$\Omega \sim 10^{15} \text{ rad s}^{-1}$

$\Delta\Phi_{\text{gw}}^2 \ll 1$

Même LISA est micro !

C'est une bonne nouvelle pour la détection des OG !

<http://sci.esa.int/home/lisa>

perspectives

- Faire des interférences avec des molécules d'énergie cinétique encore plus grande ?

- Faire des interférences avec des condensats de Bose-Einstein ?

- Faire des interférences avec des superpositions cohérentes d'objets macroscopiques comme des miroirs ?
