

«Chats de Schrödinger» en électrodynamique quantique en cavité: interaction dispersive atome-champ.

Dans la dernière leçon de ce cours, nous étudions la préparation et la détection de chats de Schrödinger photoniques dans une cavité, dans le cas où l'interaction atome-champ est non-résonnante (dispersive). Un atome traversant la cavité se comporte comme un milieu d'indice de réfraction différent de l'unité, qui déphase le champ d'un angle dépendant du niveau dans lequel il se trouve. En envoyant à travers la cavité un atome préparé par une première impulsion classique dans une superposition cohérente d'états, on peut intriquer ainsi l'atome et le champ. Cette intrication est analogue à celle qui se produit dans le cas résonnant (voir leçon 8) mais la situation est dans une certaine mesure plus simple car l'atome ne change pas d'état d'énergie au cours du processus. Une fois cette intrication produite et les niveaux atomiques re-mélangés par une seconde impulsion classique, la détection finale de l'atome projette le champ dans une superposition d'états de phases différentes.

Nous décrivons ensuite comment cette superposition peut-être mise en évidence et sa cohérence testée en envoyant dans la cavité un second atome « sonde », suivant le premier atome après un délai variable. Les corrélations entre les deux atomes révèlent, en fonction du délai qui les sépare, la décohérence qui transforme la superposition en un mélange statistique. Nous décrivons une expérience effectuée à l'ENS qui a permis d'étudier ainsi des chats de Schrödinger de quelques photons et de mettre en évidence leur décohérence.

Nous analysons enfin une proposition d'expérience pour préparer des chats de Schrödinger photoniques délocalisés dans deux cavités séparées. Nous concluons par une estimation de la taille maximale des « chats » que l'on peut espérer réaliser dans une telle expérience. Nous donnons enfin quelques références sur les SME en CQED (cas résonnant et non-résonnant).

Niveaux d'énergie atome-champ dans le cas non-résonnant

Nous avons traité (leçon 8) le cas $\omega_0 = \omega$. Lorsque le couplage n'est plus résonnant, un traitement exact est toujours possible (equs 8-4 et 8-5). Cependant, de façon à éviter des calculs assez lourds, nous nous limiterons au cas nettement non résonnant pour lequel des formules perturbatives simples sont physiquement plus parlantes. Nous supposerons $\delta = \omega_0 - \omega > 0$, avec des angles de couplage θ_n très petits (le cas $\delta < 0$ et $\theta_n \approx \pi$ se traite de même, avec changement de signe des déplacements d'énergie). On développe alors les états et les énergies en puissance de $(\Omega\sqrt{n+1})/\delta$. Les équs (8-4 et 8-5) donnent (1er ordre pour les états et 2ème pour les énergies):

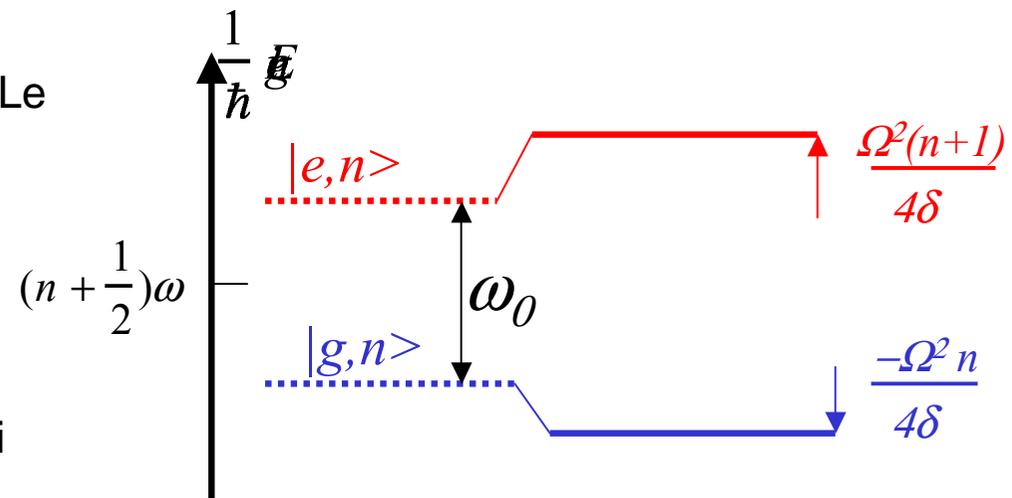
$$|+,n\rangle \approx |e,n\rangle + \frac{\Omega\sqrt{n+1}}{2\delta}|g,n+1\rangle ; |-,n\rangle \approx -|g,n+1\rangle + \frac{\Omega\sqrt{n+1}}{2\delta}|e,n\rangle$$

$$\frac{1}{\hbar} E_{+,n} = (n + \frac{1}{2})\omega + \frac{\omega_0}{2} + \frac{\Omega^2(n+1)}{4\delta} ; \frac{1}{\hbar} E_{-,n} = (n + \frac{3}{2})\omega - \frac{\omega_0}{2} - \frac{\Omega^2(n+1)}{4\delta} \quad (9-1)$$

Les expressions des énergies ne sont valables que si le paramètre du développement, $\frac{\Omega^2(n+1)}{\delta^2}$, est $\ll 1$. Le prenant raisonnablement $\leq 1/9$, on aura donc:

$$\frac{\Omega\sqrt{n+1}}{\delta} \leq \frac{1}{3} \quad (9-2)$$

On voit sur (9-1) que les états d'énergie du système atome-champ $|+,n\rangle$ et $|-,n\rangle$ («*atome habillé*») sont très voisins des états non-couplés $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ qui sont «contaminés» (au premier ordre pour les états et au second pour les énergies) par le couplage atome-champ.



Le couplage déplace les niveaux d'énergie («light shift» et Lamb shift)

Déphasage dispersif d'un champ cohérent: indice d'un atome

Couplons un atome dans l'état $|e\rangle$ avec un champ cohérent $|\alpha\rangle$. Négligeant la contamination des états, mais tenant compte des déplacements de fréquence, on décrit l'évolution du système par:

$$|\Psi_{e,\alpha}(0)\rangle = |e\rangle|\alpha\rangle = \sum_n C_n |e,n\rangle \approx \sum_n C_n |+,n\rangle \rightarrow |\Psi_{e,\alpha}(t)\rangle \approx \sum_n C_n e^{-i(n+\frac{1}{2})\omega t} e^{-i\frac{\omega_0}{2}t} e^{-i\frac{\Omega^2(n+1)}{4\delta}t} |e,n\rangle \quad (9-3)$$

soit en représentation d'interaction:

$$|\tilde{\Psi}_{e,\alpha}(t)\rangle \approx \sum_n C_n e^{-i\frac{\Omega^2(n+1)}{4\delta}t} |e,n\rangle = e^{-i\frac{\Omega^2}{4\delta}t} |e\rangle \otimes \left| \alpha e^{-i\frac{\Omega^2}{4\delta}t} \right\rangle \quad (9-4)$$

alors qu'en partant de l'état $|g\rangle$, le même calcul donne:

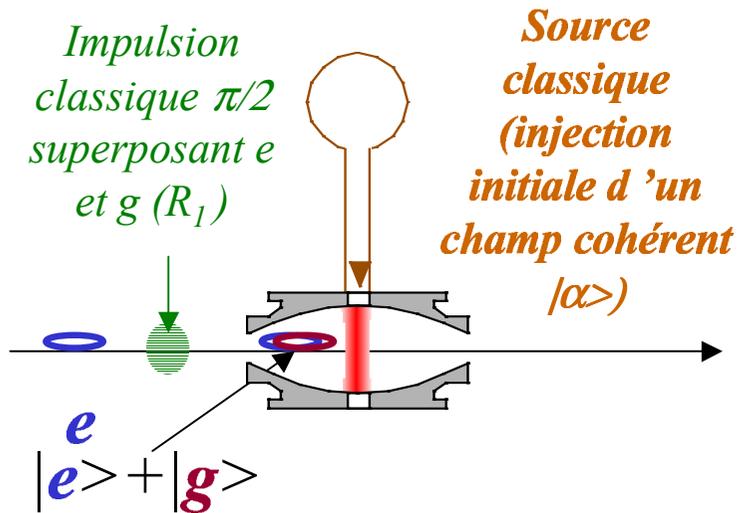
$$|\tilde{\Psi}_{g,\alpha}(t)\rangle \approx \sum_n C_n e^{+i\frac{\Omega^2 n}{4\delta}t} |g,n\rangle = |g\rangle \otimes \left| \alpha e^{+i\frac{\Omega^2}{4\delta}t} \right\rangle \quad (9-5)$$

Le couplage étant non-résonnant, l'atome et le champ n'échangent pas d'énergie et l'atome reste dans son niveau initial (e ou g). Chacun de ces niveaux déphase le champ d'un angle proportionnel au temps d'interaction, avec un signe dépendant du niveau. Ceci s'interprète comme un effet d'indice de réfraction dispersif à un seul atome. Pendant que l'atome est dans la cavité la fréquence du mode est modifiée de $\pm\Omega^2/4\delta$ suivant que l'atome est dans e ou g . Le changement de fréquence dû à l'indice N_{indice} étant $(N_{indice} - 1)\omega$, on a:

$$N_{\vec{a}} = 1 \pm \frac{\Omega^2}{4\delta\omega} \quad (9-6)$$

Il s'agit d'un effet dispersif (il dépend en $1/\delta$ de la fréquence du champ). Dans le système atome-cavité (voir leçon 8), $N_{indice} - 1$ est de l'ordre de $\pm 2.5 \cdot 10^{-8}$ pour $\delta \approx 10\Omega$. Noter l'analogie avec le cas résonnant. Les états atomiques quasi-invariants sont alors $|e\rangle \pm |g\rangle$ et eux aussi déphasent le champ de deux angles opposés. Noter que l'effet dispersif (en $\Omega^2/4\delta$) est inférieur à l'effet résonnant (en $\Omega/4\sqrt{n}$) en raison de l'inégalité (9-2).

Couplage avec un atome dans une superposition d'états: intrication dispersive atome-champ

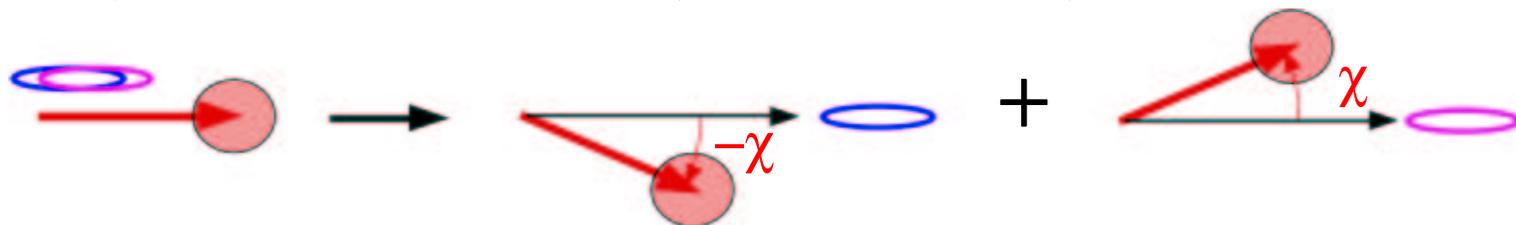


Un atome est préparé dans une superposition cohérente symétrique des états e et g avant de traverser le mode de la cavité qui contient l'état cohérent α . Les deux composantes de l'état atomique font tourner la phase du champ de deux angles opposés. Dans l'expérience, le couplage atome-champ $\Omega(t)$ varie adiabatiquement lorsque l'atome traverse le profil transversal Gaussien du mode. On appellera t_i et t_f les instants d'entrée et de sortie de l'atome du mode et on remplacera la phase $\Omega^2 t / 4\delta$ par:

$$\chi = \frac{1}{4\delta} \int_{t_i}^{t_f} dt \Omega^2(t) \quad (9-7)$$

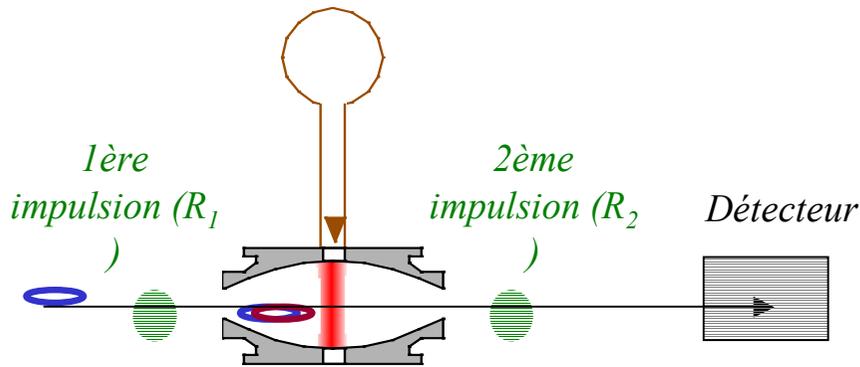
L'adiabaticité fait que le système suit quasi parfaitement l'état « habillé » $|+, n\rangle$ ou $|-, n\rangle$ et l'approximation négligeant la contamination des états est justifiée. L'état final est intriqué: le système évolue vers deux états de phase différentes, corrélés aux deux états atomiques. C'est un exemple idéal de pré-mesure: l'état du champ est un «mètre» pointant vers l'énergie de l'atome (voir leçon 3 du cours 2001-2002):

$$|e\rangle|\alpha\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle)|\alpha\rangle \rightarrow \frac{e^{-i\chi}}{\sqrt{2}}|e\rangle|\alpha e^{-i\chi}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|g\rangle|\alpha e^{i\chi}\rangle \quad (9-8)$$



Préparation conditionnelle d'un chat de Schrödinger

Pour séparer finalement l'état de l'atome de celui du champ, on mesure l'énergie atomique, ce qui projette le champ dans l'état correspondant au résultat de la mesure. Cette procédure, faite sur le système décrit par (9-8), conduit cependant à un simple état cohérent de phase $-\chi$ ou $+\chi$ selon le résultat (e ou g) et l'ambiguïté quantique est perdue. Pour maintenir cette ambiguïté et obtenir finalement un chat de Schrödinger, il faut mélanger à nouveau les états e et g par une seconde impulsion avant de mesurer l'atome. On peut ajuster la phase ϕ de la seconde impulsion $\pi/2$ relative à la première. Nous écrivons l'effet des deux impulsions unitaires sur l'atome:



Première impulsion classique (R_1):

$$|e\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + |g\rangle) \quad ; \quad |g\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle - |e\rangle)$$

Deuxième impulsion classique (R_2):

$$|e\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + e^{i\phi}|g\rangle) \quad ; \quad |g\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle - e^{-i\phi}|e\rangle) \quad (9-9)$$

A partir de (9-8) et (9-9), on obtient simplement l'état du système après la seconde impulsion:

$$|\tilde{\Psi}\rangle_{\hat{p}} = \frac{1}{2} |e\rangle \otimes [e^{-i\chi} |\alpha e^{-i\chi}\rangle - e^{-i\phi} |\alpha e^{i\chi}\rangle] + \frac{1}{2} |g\rangle \otimes [e^{i(\phi-\chi)} |\alpha e^{-i\chi}\rangle + |\alpha e^{i\chi}\rangle] \quad (9-10)$$

et on constate que les deux états e et g sont maintenant corrélés à deux états de type « chat » (à condition que $\chi \gg 1/\sqrt{n}$). On peut en particulier ajuster la phase χ pour obtenir un chat dont les composantes sont en opposition de phase. Pour $\chi = \phi = \pi/2$, on obtient un chat « impair » ou « pair »:

$$|\alpha e^{-i\pi/2}\rangle - |\alpha e^{+i\pi/2}\rangle \quad (\text{si atome détecté dans } e) \quad \text{ou} \quad |\alpha e^{-i\pi/2}\rangle + |\alpha e^{+i\pi/2}\rangle \quad (\text{si atome détecté dans } g).$$

Ces deux cas sont équiprobables. On ne sait pas avant la mesure si le « chat » sera pair ou impair.

Signature du chat de Schrödinger: démontrer la séparation des composantes par une expérience de complémentarité

Les deux impulsions classiques $\pi/2$ encadrant la cavité constituent les éléments essentiels d'un interféromètre de Ramsey, cousin de l'interféromètre de Mach-Zehnder étudié à la leçon 3. Les deux impulsions séparent et recombinent les états atomiques, avant détection dans l'une des deux voies de sortie e ou g . En absence de champ dans la cavité, l'évolution de l'atome dans l'interféromètre est donnée par l'équ.(9-10) où l'on fait $\alpha = 0$:

$$|\Psi\rangle_{\hat{p}}^{\alpha=0} = \frac{1}{2} \left\{ e^{-i\chi} [1 - e^{-i(\phi-\chi)}] |e\rangle + [1 + e^{i(\phi-\chi)}] |g\rangle \right\} \otimes |0\rangle \quad (9-1)$$

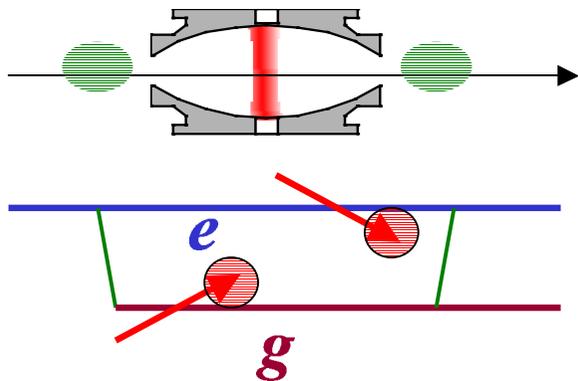
et les probabilités de trouver l'atome dans e ou g sont: $P_e^0(t) = 1 - P_g^0(t) = \frac{1 - \cos(\phi - \chi)}{2} \quad (9-2)$

On retrouve un signal à la Mach-Zehnder, avec des franges de contraste 100% lorsqu'on balaie ϕ . Noter le déphasage de χ des franges par rapport à leur position en absence de cavité: cet effet est dû au déplacement de Lamb de l'état e produit par les fluctuations du vide dans le mode quantique.

Lorsqu'un champ α est présent, il joue, en s'intriquant à l'atome, le rôle d'un détecteur de chemin susceptible d'informer sur la route suivie par l'atome dans l'interféromètre. On s'attend donc à voir disparaître les franges dès que $\chi > 1/\sqrt{n}$ (états finals du détecteur quasi-orthogonaux). Les probabilités de détecter l'atome en e ou g , calculées à l'aide de (9-10), sont en effet:

$$P_e^{\bar{n}}(t) = 1 - P_g^{\bar{n}}(t) = \frac{1}{2} \left[1 - \Re \left\{ e^{i(\chi-\phi)} \langle \alpha e^{-i\chi} | \alpha e^{i\chi} \rangle \right\} \right] = \frac{1 - \cos(\phi - \chi - \bar{n} \chi)}{2} e^{-\bar{n}(1 - \cos 2\chi)} \quad (9-3)$$

et on constate bien que le contraste des franges diminue lorsque n et χ augmentent (voir p.suivante)

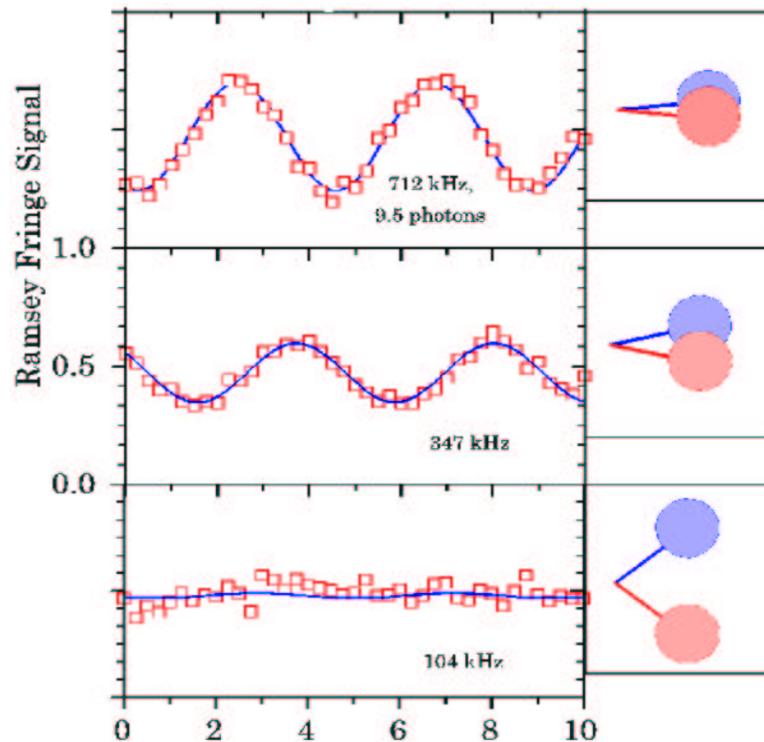


Séparation des composantes du chat: démonstration expérimentale (Brune et al, Phys.Rev.Lett. 77, 4887 (1996)).

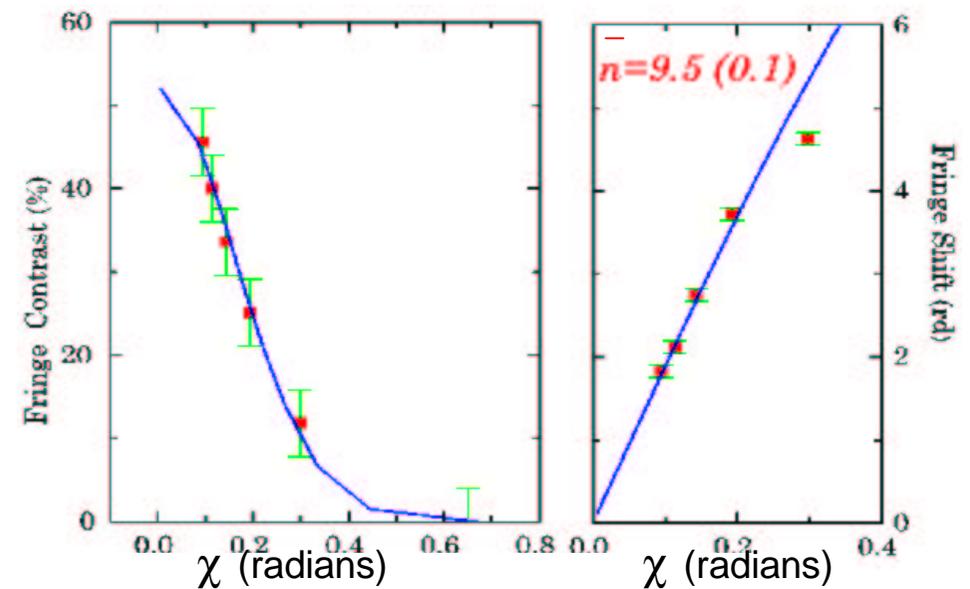
Pour $\chi \ll 1$, l'expression (9-13) est approchée par:

$$P_e^{\bar{n}}(t) = 1 - P_g^{\bar{n}}(t) \approx \frac{1 - \cos[\phi - \chi(2\bar{n} + 1)] e^{-2\bar{n}\chi^2}}{2} \quad (9-4)$$

Le contraste diminue suivant une loi gaussienne de largeur $1/\sqrt{n}$ en χ . De plus la phase des franges varie linéairement avec le nombre moyen de photons n , ce qui donne un moyen *non destructif* de calibrer ce nombre. Cette variation de la phase traduit le déplacement lumineux (light shift) de la fréquence de la transition atomique induit par le champ dans la cavité.



Signal de Ramsey (balayé en fonction de ϕ) pour des valeurs croissantes de χ (obtenues en variant δ , voir Equ.(9-7))



Contraste des franges en fonction de χ : leur disparition signale la séparation des deux composantes du champ

Déplacement des franges en fonction de χ . La pente donne une calibration absolue du nombre de photons.

Montrer la cohérence du chat dans une corrélation à 2 atomes.

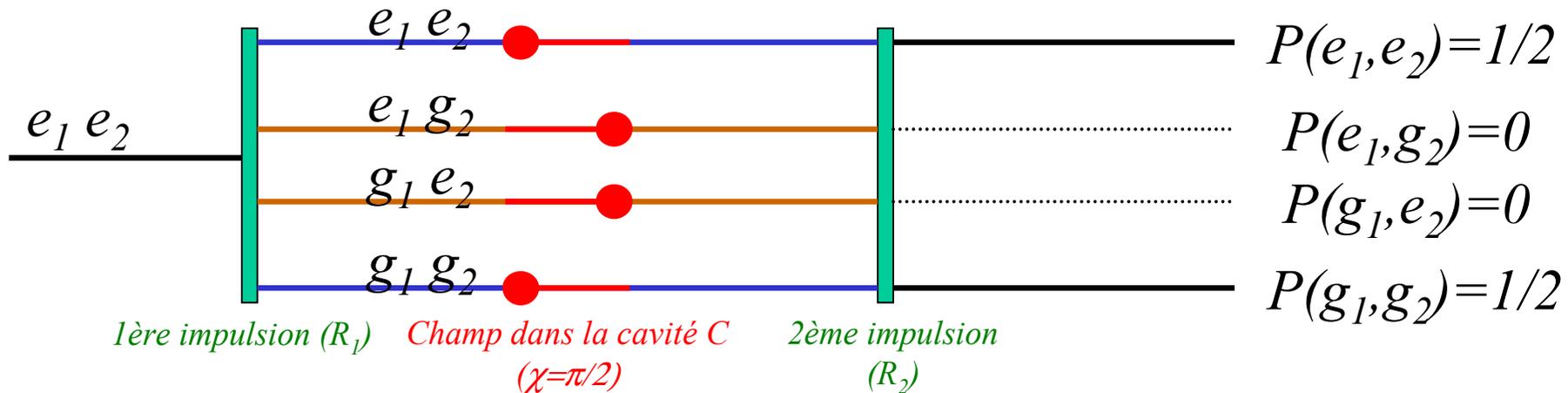
Pour $\chi > 1/\sqrt{n}$, les composantes du champ sont séparées: l'atome prépare un «chat», que nous pouvons décrire par son opérateur densité ρ_{champ} . Il faut montrer le caractère cohérent de ce champ (existence d'un élément de matrice non nul $\langle \alpha e^{-i\chi} | \rho_{champ} | \alpha e^{i\chi} \rangle$). Pour cela, nous envoyons un 2ème atome sonde dans **C** et observons, dans un signal de corrélation entre les deux atomes, un terme d'interférence lié à cette cohérence. Les 2 atomes subissent les mêmes interactions (quantiques et classiques). Pour analyser la corrélation entre atomes, il est commode de raisonner d'abord sur le cas $\chi = \phi = \pi/2$. Si l'atome 1 est détecté dans e , il prépare le chat $|\alpha e^{-i\pi/2}\rangle - |\alpha e^{i\pi/2}\rangle$. Le 2ème atome, préparé avant **C** dans $|e\rangle_2 + |g\rangle_2$ interagit avec les deux composantes de ce chat, donnant, successivement, après couplage avec **C** et avec l'impulsion **R**₂, d'après (9-8) et (9-9):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle_2 + |g\rangle_2) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha e^{-i\pi/2}\rangle - |\alpha e^{i\pi/2}\rangle) &\xrightarrow{\mathbf{C}} \frac{1}{2} e^{-i\pi/2} [|\alpha e^{-i\pi}\rangle - |\alpha\rangle] \otimes |e\rangle_2 + \frac{1}{2} [|\alpha\rangle - |\alpha e^{i\pi}\rangle] \otimes |g\rangle_2 \\ = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\alpha\rangle - |\alpha e^{i\pi}\rangle] \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle_2 + e^{i\pi/2} |e\rangle_2) &\xrightarrow{\mathbf{R}_2} \frac{1}{\sqrt{2}} [|\alpha\rangle - |\alpha e^{i\pi}\rangle] \otimes |e\rangle_2 \quad (9-5) \end{aligned}$$

Ainsi, l'atome 2 ne s'intrique pas avec le chat préparé par le premier et, après interaction avec **R**₂ (equ 9-9 avec $\phi = \pi/2$), il se trouve dans $|e\rangle_2$. □ La probabilité conditionnelle $P(e_2/e_1)$ de détecter le 2ème atome dans e après avoir trouvé le premier dans cet état vaut 1. De même, si le premier atome est dans g , le second est aussi dans g . Autrement dit la probabilité conditionnelle $P(e_2/g_1)$ vaut 0 et l'interaction avec **C** corrèle de façon parfaite les atomes. Ceci n'est vrai que si le champ est resté dans une superposition cohérente entre les deux atomes. S'il a évolué vers le mélange $\rho_m = (1/2)|\alpha e^{-i\pi/2}\rangle\langle\alpha e^{-i\pi/2}| + (1/2)|\alpha e^{i\pi/2}\rangle\langle\alpha e^{i\pi/2}|$, il est évident que le 2ème atome sera trouvé à

probabilités égales dans e ou g (mêmes probabilités que de trouver le premier atome dans e ou g pour $\chi > 1/\sqrt{n}$. voir equ (9-8)). Le signal de corrélation $\eta = P(e_2/e_1) - P(e_2/g_1)$ vaut donc 1 pour un chat cohérent et 0 pour un mélange statistique.

La corrélation atomique vue comme un double processus d'interférence à deux atomes (pour $\chi = \pi/2$):



Si décohérence
entre atomes

1/4

1/4

1/4

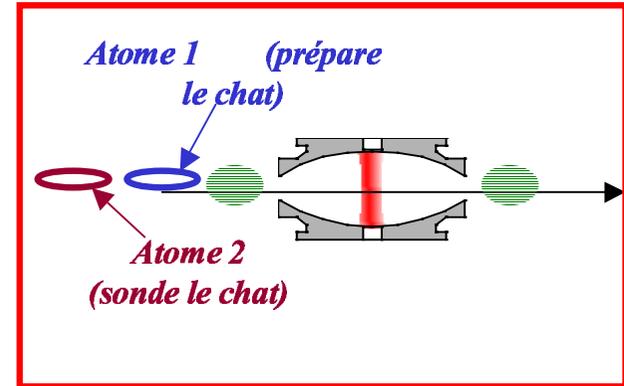
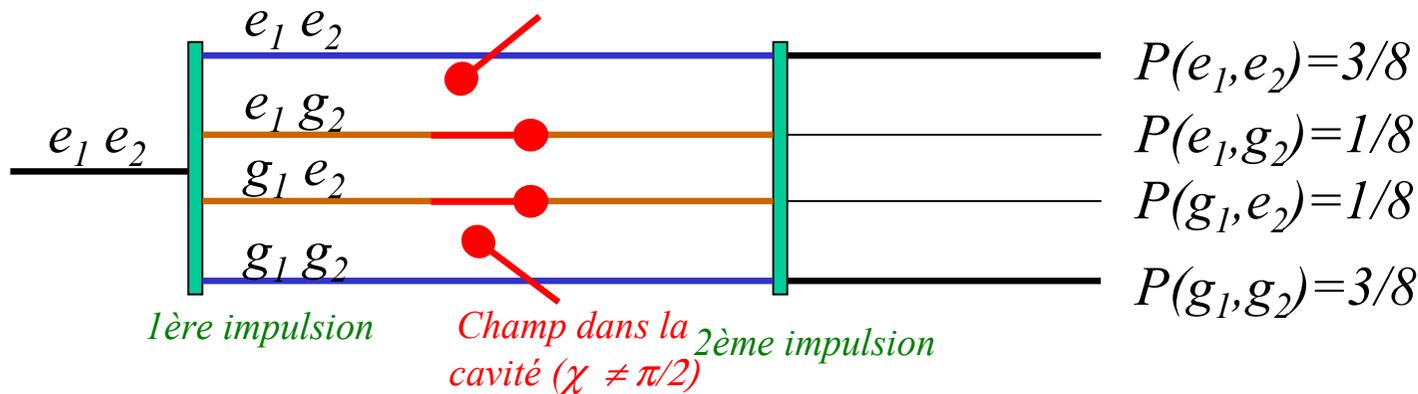
1/4

Les 2 chemins correspondant aux états intermédiaires $e_1 g_2$ et $g_1 e_2$ (lignes marron) sont indiscernables ainsi que les deux chemins associés aux états intermédiaires $e_1 e_2$ et $g_1 g_2$ (lignes bleu). Ils correspondent deux à deux à des états finals identiques pour le champ. Les amplitudes de probabilité associées à ces chemins interfèrent **constructivement** dans les **voies de sortie** où les deux atomes sont dans le même état ($e_1 e_2$ et $g_1 g_2$) et **destructivement** dans les **voies de sortie** d'états différents ($e_1 g_2$ et $g_1 e_2$). Il en résulte que le signal de probabilité conditionnelle η vaut 1:

$$\eta = P(e_2 / e_1) - P(e_2 / g_1) = \frac{P(e_1, e_2)}{P(e_1, e_2) + P(e_1, g_2)} - \frac{P(g_1, e_2)}{P(g_1, e_2) + P(g_1, g_2)} = 1 \quad (9-6)$$

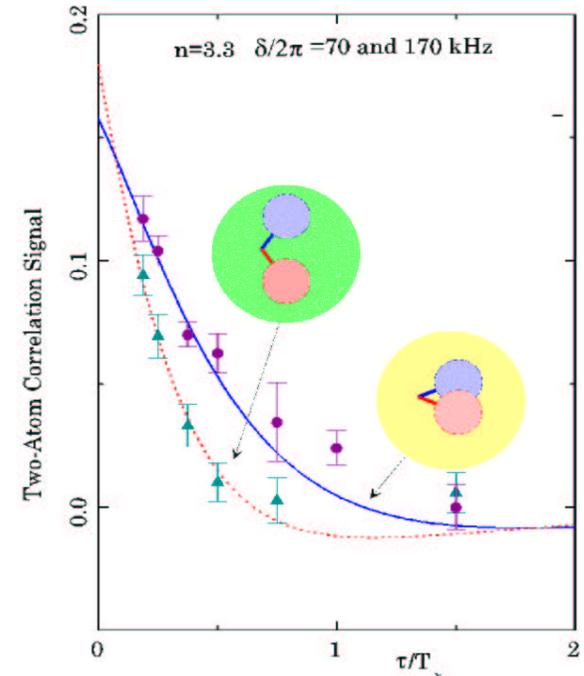
Si la décohérence se produit entre les 2 atomes, les 4 chemins n'interfèrent plus, leurs probabilités s'ajoutent de façon incohérente: les 4 voies finales sont équiprobables. On a alors $\eta = 0$. La mesure statistique de η portant sur un grand nombre de réalisations de l'expérience pour des valeurs croissantes de l'intervalle τ entre les 2 atomes permet d'observer la décohérence en action.

La décohérence observée (Brune et al, Phys.Rev.Lett. 77, 4887 (1996)).



Lorsque $\chi \neq \pi/2$ les deux chemins correspondant aux états intermédiaires $e_1 e_2$ et $g_1 g_2$ (lignes bleu) ne peuvent plus interférer (les états finals du champ $|\alpha \exp(-2i\chi)\rangle$ et $|\alpha \exp(+2i\chi)\rangle$ sont différents). Seule subsiste l'interférence entre les chemins associés aux états intermédiaires croisés $e_1 g_2$ et $g_1 e_2$ (lignes marron) qui correspondent au même état final du champ $|\alpha\rangle$. L'interférence dans les voies de sortie n'est plus que partielle. On a alors $\eta = 0.5$ (cas cohérent). Le signal de corrélation atomique, signature de la cohérence du chat, est réduit de moitié.

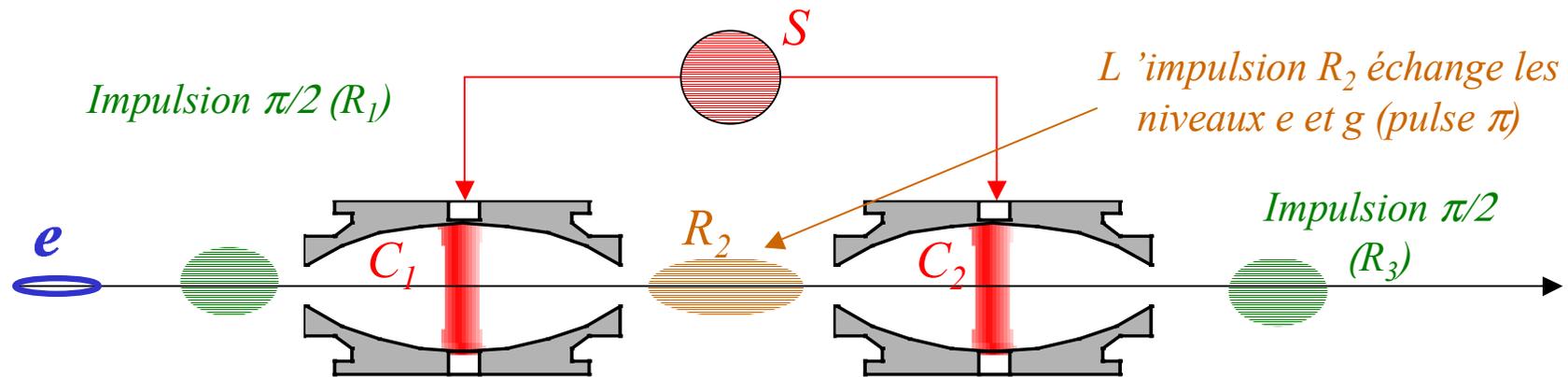
L'expérience a été effectuée pour $n = 3.3$ et pour des valeurs différentes de χ obtenues en variant δ . Le délai τ entre les deux atomes variait de $T_{cav}/5$ à $1.5 T_{cav}$. Les résultats mettent en évidence l'existence de la décohérence et son accélération lorsque la séparation des composantes est augmentée. Les points de la figure ci-contre sont expérimentaux et la courbe théorique (voir leçon 4 du cours 2001-2002 pour le principe du calcul de la décohérence).



Variation de η en fonction du délai entre les deux atomes pour deux valeurs de χ . La valeur maximale de η (0.5 idéalement) est réduite à 0.18 par des imperfections.

Proposition pour préparer un chat non-local de deux cavités

(d'après Davidovich et al, Phys.Rev.Lett.71, 2360 (1993))



On commence par préparer un état du champ $|\alpha, \alpha\rangle$ dans C_1-C_2 à l'aide la source classique S et un atome dans l'état $(1/\sqrt{2})(|e\rangle + |g\rangle)$ par application d'une première impulsion $\pi/2$ dans R_1 . L'évolution ultérieure est donnée par les équations qui décrivent les transformations successives du système quand l'atome traverse C_1, R_2, C_2 et R_3 :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle) \otimes |\alpha, \alpha\rangle \xrightarrow{C_1} \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\chi}|e\rangle \otimes |\alpha e^{-i\chi}, \alpha\rangle + |g\rangle \otimes |\alpha e^{+i\chi}, \alpha\rangle) \xrightarrow{R_2}$$

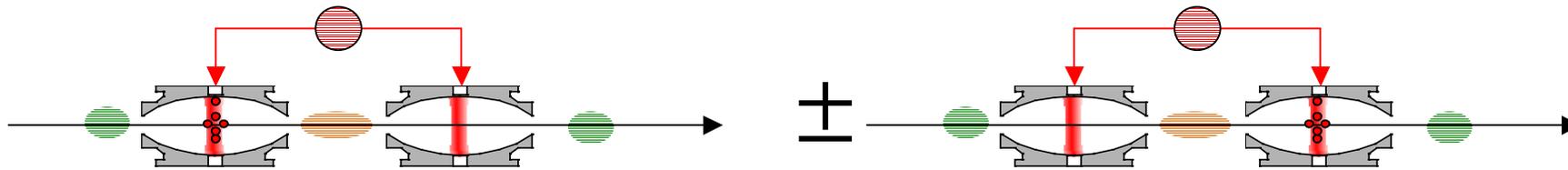
$$\frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\chi}|g\rangle \otimes |\alpha e^{-i\chi}, \alpha\rangle - |e\rangle \otimes |\alpha e^{+i\chi}, \alpha\rangle) \xrightarrow{C_2} \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{-i\chi}|g\rangle \otimes |\alpha e^{-i\chi}, \alpha e^{+i\chi}\rangle - e^{-i\chi}|e\rangle \otimes |\alpha e^{+i\chi}, \alpha e^{-i\chi}\rangle)$$

$$R_3 \rightarrow \frac{1}{2}(e^{-i\chi}(|g\rangle - e^{-i\phi}|e\rangle) \otimes |\alpha e^{-i\chi}, \alpha e^{+i\chi}\rangle - e^{-i\chi}(|e\rangle + e^{+i\phi}|g\rangle) \otimes |\alpha e^{+i\chi}, \alpha e^{-i\chi}\rangle) \quad (9-7)$$

La détection finale de l'atome dans e ou g projette le système C_1-C_2 dans l'un des deux états:

$$|\tilde{\Psi}(\chi)\rangle_{C_1 C_2}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|\alpha e^{-i\chi}, \alpha e^{+i\chi}\rangle \pm e^{i\phi} |\alpha e^{+i\chi}, \alpha e^{-i\chi}\rangle] \quad (9-8)$$

Préparation d'un chat non-local d'amplitude: plusieurs photons délocalisés dans deux cavités



On peut finalement transformer le chat de phase en un chat non-local d'amplitude en ajoutant grâce à S un champ d'amplitude complexe $-\alpha \exp(i\chi)$ dans les deux cavités. L'état du système devient alors:

$$|\tilde{\Xi}(\chi)\rangle_{C_1 C_2}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|-2i\alpha \sin \chi, 0\rangle \pm e^{i\phi} |0, -2i\alpha \sin \chi\rangle \right] \quad (9-9)$$

Le chat de phase est transformé en un chat d'amplitude. Un champ contenant en moyenne $n' = 4|\alpha|^2 \sin^2 \chi = 4\bar{n} \sin^2 \chi$ photons est délocalisé entre deux cavités: superposition de la situation où tous les photons sont dans C_1 avec C_2 vide et de celle où ils sont dans C_2 avec C_1 vide. En choisissant $\chi = \pi/6$, on obtient un champ délocalisé dont les composantes ont la même amplitude que celle du champ initial dans les cavités. Pour $\phi = 0$ l'état du système s'écrit alors:

$$|\tilde{\Xi}(\chi = \pi/6)\rangle_{C_1 C_2}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\alpha e^{-i\pi/2}, 0\rangle \pm |0, \alpha e^{+i\pi/2}\rangle \right] \quad (9-10)$$

Décohérence et limite à la taille des chats dans deux cavités

1. Limite liée à l'amortissement du champ: Pour préparer et tester l'état (9-20), les atomes 1 et 2 doivent chacun traverser l'appareil en un temps T plus court que la moitié du temps de décohérence égal à $2T_{cav}/n$ (voir leçon 4 du cours 2001-2002). Le temps T est lui-même de l'ordre de $10 t_0$ où t_0 est le temps de traversée par un atome de chacun des deux modes (les deux cavités doivent être à une distance de l'ordre de 10 fois leur diamètre de mode). D'où la condition:

$$t_0 \leq T_a / 10 \bar{n} \quad (9-1)$$

D'autre part, il faut que l'atome 1 induise un déphasage égal à $\pi/6$ sur le champ de chaque cavité pendant le temps t_0 ce qui s'écrit:

$$\frac{\Omega^2 t_0}{4\delta} = \pi/6 \quad (9-2)$$

qui combiné avec (9-2) donne:

$$\frac{\Omega t_0}{2 \sqrt{\bar{n}}} \geq \pi/6 \quad (9-3)$$

L'atome ne peut déphaser le champ en un temps t_0 inférieur à $2\pi \bar{n}^{1/2} / \Omega$. Plus le champ est grand, plus l'atome doit être lent. En combinant (9-21) et (9-23), on obtient:

$$\bar{n} \leq \left(\frac{\Omega T_a}{2 \pi} \right)^{2/3} \quad (9-4)$$

Cette relation montre la nécessité du régime de couplage fort ($\Omega T_{cav} \gg 1$). Avec les cavités actuelles ($\Omega = 3.10^5 s^{-1}$, $T_{cav} = 10^{-3} s$) on a $n < 3$. Ce ne serait pas vraiment un chat macroscopique! Une cavité de T_{cav} 10 fois plus grande (sans doute réalisable à brève échéance) augmenterait cette limite d'un facteur $10^{2/3}$ de l'ordre de 5 (chat à environ 15 photons). Des chats de quelques dizaines de photons sont envisageables (avec T_{cav} de l'ordre de 0.1 s).

2. Limite liée à l'amortissement de l'atome: Même si les cavités ont un T_{cav} infini, le processus est *in fine* limité par la durée de vie de l'atome T_a . Il faut qu'il survive un temps $> 30 t_0$ soit, compte tenu de (9-23):

$$\bar{n} \leq \frac{1}{\pi^2} (\Omega T_a)^2 \approx 3.10^{-5} (\Omega T_a)^2 \quad (9-5)$$

La théorie QED permet de mettre ΩT_a sous une forme simple:

$$\Omega T_a \approx \frac{n_a}{n_c} \alpha_{sf}^{-3/2} \rightarrow \approx \frac{6}{9} (1)^{3/2} \approx 0 \quad (9-6)$$

avec $\alpha_{sf} = 1/137$, constante de structure fine
 n_a : nombre quantique principal atomique
 n_c : ordre du mode de la cavité

Limite à la taille des chats non-locaux et conclusion

L'équ.(9-26) est en accord avec les valeurs expérimentales $\Omega = 3.10^5 \text{ s}^{-1}$ et $T_a = 3.10^{-2} \text{ s}$ dont le produit vaut 9000. Elle montre que la fréquence de Rabi et la durée de vie des états atomiques sont liées: il est difficile d'augmenter la première (ce qui serait favorable à la création rapide de chats) sans diminuer la seconde (ce qui est défavorable). Une certaine latitude existe en jouant sur les paramètres (n_a et n_c) de l'atome et de la cavité. Les valeurs de notre expérience sont d'ailleurs proche d'un optimum. Augmenter n_a au delà de 50 conduit à des atomes trop gros, trop sensibles aux perturbations, nécessitant des cavités de plus grande longueur d'onde, plus encombrantes. Diminuer n_c au dessous de 9 devient aussi difficile (cavités trop fermées).

En appliquant (9-26) on trouve comme limite $\bar{n} < 2500$. Noter que pour atteindre cette limite, il faut un T_{cav} très grand: la condition $T_{cav}/n = 10^{-2} \text{ s}$ avec $n = 2500$ impose $T_{cav} = 25 \text{ s}$, 2 ordres de grandeur de plus que les meilleures cavités actuelles dans cette gamme de fréquence! Ainsi, des chats de quelques à quelques dizaines de photons sont réalistes. A plusieurs centaines de photons, ce sont des rêves possibles si les cavités faisaient des progrès extraordinaires (en admettant que leur surtension n'a pas de limite théorique). Les chats de plus de quelques milliers de photons sont en contradiction avec les lois de l'électrodynamique (du moins si on les construit comme décrit ici).

Les SME considérées dans ce cours (CQED ou BEC) sont faites de particules indépendantes, sans interactions (photons) ou faiblement couplées (bosons atomiques). Préparer une superposition où toutes les particules sont aiguillées *ensemble* dans une voie ou dans une autre requiert un processus de séparation subtil. La décohérence, très efficace car agissant indépendamment sur les particules, opère en un temps en $1/n$, d'où une grande fragilité de ces SME. La combinaison des deux facteurs (difficulté à séparer les composantes et fragilité des superpositions) fait que la barrière classique-quantique est difficile à repousser au delà de quelques centaines de particules, ordre de grandeur similaire dans les cas CQED et BEC. Il existe une autre situation où il est possible de mettre un système fait d'un grand nombre de particules en superposition. C'est celle des expériences d'interférométrie sur de grosses molécules type C60 (séminaire de A. Zeilinger). Dans ce cas, les particules constituantes (atomes, électrons et nucléons...) sont fortement liées et les « lames séparatrices » de l'interféromètre ne peuvent agir indépendamment sur elles et briser leur liaison. De plus la décohérence affecte une variable collective (position du centre de masse de la molécule) et n'agit pas séparément sur les constituants. Cela rend la décohérence moins efficace. On peut observer la cohérence à température élevée, avec un environnement radiatif bruyant. Les deux situations (CQED ou BCE d'une part, interférométrie moléculaire d'autre part) sont donc très différentes.

Quelques références sur les chats de Schrödinger en électrodynamique quantique en cavité (CQED):

1. Principes de CQED (domaine micro-onde):

- S. Haroche, « *Cavity Quantum Electrodynamics* », cours des Houches (Session LIII, 1990) dans *Systèmes fondamentaux en optique quantique*, Dalibard et al editeurs, Elsevier (1992).
- S. Haroche et J-M. Raimond, « *Manipulation of non-classical field states in a cavity by atom interferometry* », in *Cavity Quantum Electrodynamics*, P.Berman, editeur, Academic Press (1994)

2. Chats résonnants en CQED:

- J. Gea-Banacloche, « *Atom- and field-state evolution in the Jaynes-Cummings model for large initial fields* », *Phys.Rev.A* 44, 5913 (1991).

- V. Buzek et P. Knight, « *Quantum interference, superposition states of light and non-classical effects* », *Progress in Optics XXXIV*, Elsevier (1995)

3. Chats dispersifs en CQED:

M.Brune, S.Haroche, J-M.Raimond, L.Davidovich and N.Zagury, « *Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom - field coupling: quantum non demolition measurements and generation of Schrödinger cat states* », *Phys.Rev.A.* 45, 5193 (1992).

- L.Davidovich, M.Brune, J-M Raimond and S.Haroche, « *Mesoscopic quantum coherences in cavity QED: preparation and decoherence monitoring schemes* », *Phys.Rev.A.* 53, 1295 (1996).

- L.Davidovich, A.Maali, M.Brune, J-M.Raimond and S.Haroche, « *Quantum switches and non-local microwave fields* », *Phys.Rev.Lett.* 71, 2360 (1993).

4. Réalisation expérimentale:

M.Brune, E.Hagley, J.Dreyer, X.Maître, A.Maali, C.Wunderlich, J-M.Raimond et S.Haroche, « *Observing the progressive decoherence of the meter in a quantum measurement* », *Phys.Rev.Lett.* 77, 4887 (1996).

- S.Haroche , « *Entanglement, Decoherence and the quantum classical boundary* », *Physics Today*, Juillet 1998

Pour des expériences de « chat » et de décohérence analogues réalisées sur des ions piégés voir C.Monroe et al, Science, 272, 1131 (1996) et Myatt et al, Nature, 403, 269 (2000).

Colloque « Atomes froids et information quantique »

commun

aux

Chaires de *Physique Atomique et Moléculaire* et de *Physique Quantique*, Collège de France, Amphithéâtre Marguerite de Navarre

Vendredi 7 Février 2003 à partir de 9h

François Bardou (Strasbourg) : *Le refroidissement laser en raie étroite*

Immanuel Bloch (Munich): *Controlled coherent collisions with neutral atoms in optical lattices*

Ignacio Cirac (Munich): *Quantum information processing in optical lattices (theory)*

Rudolph Grimm (Innsbruck): *Bose-Einstein condensation of optically trapped cesium*

William Phillips (NIST-Gaithersberg): *Experiments with laser-like atoms*

Christophe Salomon (ENS-Paris): *Gaz de Fermi ultra-froids*

Ferdinand Schmidt-Kaler (Innsbruck): *Quantum information with trapped ions: basics, quantum gates and quantum algorithms*

Jacques Vigué (Toulouse): *Interférométrie atomique sur un jet thermique de Lithium*

L'ordre des présentations et l'horaire exact seront annoncés ultérieurement