

Physique quantique

M. Serge HAROCHE, membre de l'Institut
(Académie des sciences), professeur

COURS

Le cours donné au Collège de France, de janvier à mars 2010, était intitulé « Synthèse et reconstruction d'états quantiques ». La question centrale abordée était l'estimation optimale de l'état d'un système quantique à partir de mesures (nécessairement limitées en nombre et entachées d'erreurs) sur ce système. Le caractère fondamentalement probabiliste de la théorie quantique nous a conduit à rappeler et à utiliser dans ce cours des éléments de la théorie classique des probabilités et de l'estimation. Le problème de l'estimation est indissociable de celui de la copie ou clonage des états en physique quantique. Nous avons donc également abordé ce problème et étudié les limites théoriques à la fidélité de clonage pour des systèmes à deux niveaux (qubits). L'étude du clonage nous a naturellement conduit à nous intéresser au problème de la sécurité de l'échange de clés en cryptographie quantique. Toutes les stratégies d'espionnage sont en effet basées sur l'interception et la copie des qubits échangés entre les partenaires qui cherchent à communiquer de façon secrète. Nous avons enfin abordé le problème de l'estimation et de la reconstruction d'états pour un oscillateur harmonique décrivant un mode du champ électromagnétique. Il s'agit d'un système à nombre infini de niveaux, plus riche qu'un qubit, qu'il est commode de décrire par sa fonction de Wigner. Celle-ci offre une représentation graphique très parlante des propriétés non-classiques du système. La reconstruction des fonctions de Wigner de différents états du champ (états de Fock à nombre de photons bien défini ou états de type « chats de Schrödinger ») a été décrite et nous a donné l'occasion de passer en revue un certain nombre d'expériences récentes d'électrodynamique quantique en cavité. Chaque leçon était accompagnée d'une présentation par ordinateur consultable dès le jour du cours sur le site internet du Collège de France et de l'École normale supérieure ou, plus directement, à l'adresse internet www.cqed.org.

Un tiers de l'enseignement de la chaire a par ailleurs été donné à Bruxelles, dans le cadre de la convention signée par le Collège de France et l'Académie Royale de Belgique. Dans ces cours intitulés « Explorer le monde quantique avec des atomes et des photons », j'ai commencé par une présentation générale des concepts de l'optique quantique et poursuivi par une description plus spécialisée des expériences de mesure non-destructive de lumière et de reconstruction d'états quantiques du champ réalisées dans mon groupe de recherche à l'ENS.

Synthèse et reconstruction d'états quantiques

Le cours donné à Paris, réparti sur sept leçons, a traité les questions suivantes :

1. Rappels sur les états quantiques, les mesures projectives et les mesures POVM.
2. De la théorie de l'estimation classique à l'estimation de l'état d'un qubit donné en N exemplaires.
3. Clonage optimal de un vers deux qubits et lien entre clonage et estimation d'état.
4. Clonage de N vers M qubits et émission stimulée de photons.
5. Clonage de qubits, cryptographie quantique et superluminalité.
6. Reconstructions de la fonction de Wigner d'un mode du champ : généralités.
7. Reconstructions de la fonction de Wigner d'un mode du champ : description d'expériences.

Rappels sur les états quantiques, les mesures projectives et les mesures POVM

La première leçon a porté sur des rappels concernant la définition et les propriétés des états quantiques, d'une part, et la mesure en physique quantique d'autre part. Les notions d'état pur (représenté par une fonction d'onde) et de mélange statistique d'états (représenté par un opérateur densité) ont été rappelées. Nous avons à cette occasion décrit le système le plus simple, celui d'un qubit à deux états, en introduisant la représentation du vecteur de Bloch évoluant sur la sphère de Bloch (cas pur) ou à l'intérieur de celle-ci (mélange statistique). Cette représentation identifie les qubits à des spins $\frac{1}{2}$ et exploite les propriétés du moment angulaire de ces spins. Le lien entre les composantes du vecteur de Bloch et les valeurs moyennes des opérateurs de Pauli du qubit a été rappelé. La généralisation de cette description au cas d'un système à d niveaux ($d > 2$; qudit) a été brièvement évoquée. Dans ce cas, les opérateurs de Pauli sont remplacés par une base d'opérateurs tensoriels irréductibles sur lesquels l'opérateur densité du système peut être développé. Nous avons ensuite abordé la description d'un système de N qubits symétrique par échange de deux qubits quelconques en introduisant la base des états de Dicke, états propres de valeur propre maximale $J = N/2$ du moment angulaire total de l'ensemble des N spins $\frac{1}{2}$ constituants du système. Les états cohérents du moment angulaire ont été ensuite décrits. Les N spins sont alors alignés dans une même direction sur une « hyper sphère de Bloch » dont la donnée des angles polaires définit l'état. Les états cohérents définissent ainsi une base continue d'états sur lesquels n'importe quel état symétrique des N qubits peut se développer. Nous avons rappelé l'analogie de cette

base avec celle des états cohérents d'un oscillateur harmonique (états cohérents de Glauber). Les propriétés des états cohérents du moment angulaire (fluctuations transversales, relations de fermeture) ont été rappelées. Nous avons conclu cette partie par une discussion générale sur le caractère statistique de la notion d'état quantique, qu'il est impossible de déterminer à partir de mesures effectuées sur une seule réalisation du système. La connaissance de la fonction d'onde (cas pur) ou de la matrice densité (mélange) demande nécessairement que des observations soient effectuées sur un grand ensemble de systèmes tous préparés dans le même état. Le corollaire de cette propriété statistique est qu'il est impossible de cloner parfaitement un système quantique puisque un tel clonage permettrait de réaliser un ensemble à partir d'un seul système et introduirait une contradiction interne dans la théorie.

La seconde partie de la leçon a rappelé quelques résultats fondamentaux sur la mesure d'un système quantique. Après un bref énoncé des postulats de la mesure projective standard (projection sur les états propres de l'observable mesurée, loi de probabilité du résultat, reproductibilité de la mesure), nous avons rappelé les propriétés des mesures POVM définies par la donnée d'un ensemble d'opérateurs hermitiques positifs constituant une partition de l'opérateur unité. La règle de projection de ces POVM rappelle celle des mesures standard, mais la propriété de reproductibilité des mesures n'est plus satisfaite. Nous avons ensuite montré comment la mesure POVM apparaît comme une mesure standard effectuée sur un environnement auquel le système est couplé par une opération unitaire appropriée. Pour rendre cette analyse plus concrète, nous avons donné ensuite quelques exemples de POVMs. Commenant par la mesure d'un qubit, nous avons montré que l'on pouvait associer un POVM à quatre éléments aux vecteurs joignant l'origine de la sphère de Bloch aux sommets d'un tétraèdre régulier. Des mesures statistiques effectuées sur ce POVM permettent de définir l'état du qubit d'une façon équivalente à la définition standard à partir des valeurs moyennes des opérateurs de Pauli. La mesure d'un ensemble symétrique de N qubits peut se faire à l'aide d'un POVM à nombre infini d'éléments, construit sur la base des états cohérents du moment angulaire collectif du système. Nous avons décrit ce POVM et montré comment on pouvait le réaliser, tout au moins en principe, en associant à l'espace de Hilbert du système l'espace des positions d'une particule ponctuelle évoluant sur une sphère image de l'hyper-sphère de Bloch du moment angulaire collectif. Le POVM est réalisé en mesurant de façon standard la position de cette particule après l'avoir couplée au moment angulaire par une transformation unitaire. Le dernier exemple de POVM a porté sur la mesure d'un oscillateur harmonique. Nous avons défini un POVM à deux éléments en couplant l'oscillateur à un qubit sur lequel une mesure standard est effectuée. Nous avons ensuite généralisé ce modèle au produit de plusieurs POVM à deux éléments, réalisé en couplant successivement l'oscillateur à des qubits indépendants sur lesquels des mesures projectives sont réalisées. Ce modèle décrit la mesure quantique non destructive du nombre de photons d'un mode du champ dans une cavité, réalisé en envoyant dans la cavité un train d'atomes à deux niveaux, couplés dispersivement

au champ. La donnée des résultats des mesures binaires sur les différents qubits projette le nombre de photons dans la cavité sur une valeur discrète, résultat de la mesure. Nous avons conclu sur cet exemple cette première leçon introductive de rappels de résultats établis dans les cours antérieurs.

De la théorie de l'estimation classique à l'estimation de l'état d'un qubit donné en N exemplaires

Dans la deuxième leçon, nous avons cherché à répondre à quelques questions fondamentales : quelle est l'information optimale que l'on peut obtenir à partir de mesures effectuées sur une copie unique d'un système quantique ? Comment peut-on quantifier cette information ? De façon plus générale, que peut-on dire d'un système si l'on dispose d'un nombre N fini de copies ? Comment l'information sur l'état du système augmente-t-elle avec N ? Ce problème rappelle celui de l'estimation d'une variable aléatoire en théorie des probabilités classiques. Il s'agit d'inférer, à partir du résultat des mesures, la valeur des paramètres qui définissent l'état. Nous avons commencé la leçon par un rappel sur la théorie classique de l'information en présentant le concept d'information de Fisher, la limite de Cramer Rao et la méthode d'estimation par maximum de vraisemblance. Sous sa forme la plus simple, la théorie de l'estimation classique conduit à associer à tout résultat de mesure x d'une variable aléatoire X obéissant à une loi de probabilité $p(x|\theta)$ dépendant d'un paramètre a priori inconnu θ un estimateur $\theta(x)$ de ce paramètre. La variance de $\theta(x)$ moyennée sur un grand nombre de mesures représente la précision de l'estimation. Si la moyenne de $\theta(x)$ sur un nombre infini de mesures correspond à la vraie valeur du paramètre θ , l'estimateur est dit « non-biaisé ». La précision d'un estimateur non-biaisé est bornée inférieurement (borne de Cramer Rao) par la quantité $1/I(\theta)$ où $I(\theta)$, appelée information de Fisher, est égale à la valeur moyenne du carré de la dérivée par rapport à θ du logarithme de la fonction de vraisemblance $p(x|\theta)$. Plus l'information de Fisher est grande, plus petite est la borne inférieure de la variance de l'estimation, autrement dit plus la loi statistique contient d'information potentielle permettant d'estimer θ . Une estimation est optimale si sa variance atteint la borne de Cramer Rao. À partir de ces propriétés, nous avons montré l'additivité de l'information de Fisher associée à des mesures indépendantes effectuées sur un ensemble de N systèmes identiques, qui conduit immédiatement à la variation bien connue en $1/\sqrt{N}$ de l'écart type de l'estimation optimale du paramètre θ lorsqu'on effectue N mesures de la variable aléatoire. Nous avons ensuite introduit l'estimateur $\theta(x)$ basé sur le principe de *maximum de vraisemblance*, qui correspond à la valeur de θ annulant la dérivée de la fonction de vraisemblance par rapport à θ et nous avons montré que cet estimateur est optimal à la limite d'un nombre de mesures infini. Nous avons terminé ces rappels en les illustrant par un exemple simple, celui d'une statistique binomiale (tirage à pile ou face) en montrant que les propriétés bien connues de cette statistique se retrouvent simplement à partir d'une analyse basée sur l'information de Fisher.

Dans la suite de cette leçon, nous avons appliqué ces considérations générales à l'estimation de l'état d'un qubit, le problème de l'estimation étant présenté comme un « jeu quantique » dans lequel un joueur (Alice) présente à un autre joueur (Bob) N copies du même qubit et lui demande d'effectuer des mesures sur ce système et d'en déduire une estimation de l'état du qubit. Le score obtenu par Bob après chaque donne est égal au carré du produit scalaire de l'état proposé par Alice et de celui estimé par Bob. Le score final du jeu est la moyenne des scores sur un nombre très grand de donnes. Les questions auxquelles nous devons répondre sont, d'une part, quel est en fonction de N le score maximal possible ? et d'autre part, quelle stratégie de mesure permet d'atteindre cette limite ? Nous avons montré que le score optimal est égal à $(N + 1)/(N + 2)$ et que ce score ne peut être atteint par des mesures individuelles sur les qubits, mais requiert une stratégie de mesure collective. Avant de démontrer ce résultat général, nous avons envisagé des stratégies de mesures successives des qubits portant sur une, deux ou trois composantes associées aux matrices de Pauli σ_x , σ_y , σ_z dans les cas $N = 1, 2$ et 3 , puis et à la limite où N tend vers l'infini, la mesure de $N/3$ qubits le long de chacune des trois directions O_x , O_y ou O_z (mesure dite tomographique). Nous avons montré que le score était alors une fonction croissante de N , mais qu'il était toujours inférieur à $(N + 1)/(N + 2)$. La dernière partie de la leçon a été consacrée à démontrer que $(N + 1)/(N + 2)$ constitue bien le score optimum. Nous avons commencé par décrire une procédure de mesure collective par POVM des N qubits permettant d'atteindre cette limite, puis nous avons montré que cette valeur ne peut être dépassée en envisageant les mesures collectives les plus générales possibles et en établissant une borne supérieure du score basée sur une méthode variationnelle.

Clonage optimal de un vers deux qubits et lien entre clonage et estimation d'état

La troisième leçon a abordé la question du clonage quantique, étroitement liée à celle de l'estimation d'état. Nous avons rappelé que, contrairement à la situation classique, l'information codée dans l'état d'un système quantique ne peut être clonée de façon exacte. Cette impossibilité est liée à la nature même du concept statistique d'état en physique quantique. Un clonage approché est cependant possible. Dans le cas de qubits, ce clonage peut être réalisé par un circuit logique combinant des portes à un et deux bits. Sous sa forme la plus simple, ce clonage copie approximativement l'état d'un qubit sur un autre, donnant deux qubits partageant l'information quantique symétriquement, les deux étant décrits par le même opérateur densité reproduisant avec une fidélité optimale l'état initial à cloner. Nous avons abordé la leçon en commençant par analyser les raisons de l'impossibilité du clonage exact qui conduirait à la possibilité de communication superluminale dans une expérience à la EPR. Nous avons ensuite décrit une procédure de clonage universel optimal clonant avec la même fidélité n'importe quel état d'un qubit. Cette procédure utilise un circuit logique, décrit explicitement, combinant des portes CNOT à deux qubits et des rotations individuelles de

qubits. Cette partie de la leçon exploitait des résultats sur les circuits logiques établis dans les cours antérieurs. Nous avons montré que ce clonage atteint la fidélité $F = 5/6$, supérieure à la limite de la fidélité de l'estimation d'un qubit donné en un exemplaire ($S = 2/3$). En analysant cette différence, nous avons montré qu'une stratégie d'estimation d'un qubit basée sur le clonage reste dans les limites permises par la théorie de l'estimation.

Clonage de N vers M qubits et émission stimulée de photons

La quatrième leçon a poursuivi l'étude du clonage en décrivant comment produire M copies approchées d'un qubit unique dans un état pur, puis de façon plus générale, M copies à partir de N qubits identiques tous dans le même état pur. Généralisant les résultats de la leçon précédente, nous avons montré que le clonage optimal de 1 vers M qubits peut être obtenu en préparant les M qubits dans un état résultant de la symétrisation par échange entre qubits du produit tensoriel de l'état du qubit à cloner avec $M-1$ qubits dans un état complètement dépolarisé, décrit par une matrice densité proportionnelle à l'unité. Cette opération de symétrisation est précisément réalisée, dans le cas du clonage de un qubit dans deux, par le circuit logique décrit à la leçon précédente. Dans le cas plus général du clonage de un vers M qubits avec $M > 2$, la symétrisation peut être réalisée par une opération unitaire sur un système associant une machine à cloner au système des M qubits, suivie d'une trace sur l'état de cette machine. Nous avons montré que la fidélité de clonage ainsi obtenue, égale à $(2M + 1)/3M$, tend vers $2/3$ lorsque M tend vers l'infini, un résultat en accord avec la fidélité optimale de l'estimation d'un qubit. Une procédure d'estimation peut en effet consister à commencer par cloner un qbit en un nombre infini de copie avant de mesurer avec une précision arbitrairement grande, l'état de ces copies. L'opération de symétrisation étant une opération collective sur les qubits, nous avons ainsi retrouvé que les procédures d'estimation collectives sont plus efficaces que l'accumulation de mesures indépendantes sur les qubits. Nous avons ensuite généralisé la procédure au clonage de N vers M qubits en exploitant à nouveau la méthode de symétrisation. Nous avons montré que la fidélité obtenue, $F = (MN + M + N)/M(N + 2)$ généralise au cas $N > 1$ le résultat $(2M + 1)/3M$ obtenu pour $N = 1$ et nous avons discuté ce résultat général en relation avec la théorie de l'estimation optimale, illustrant à nouveau la cohérence interne de la théorie quantique.

Dans la seconde partie de la leçon, nous avons montré que le clonage optimal par symétrisation pouvait être naturellement réalisé non par un circuit logique complexe mais en exploitant simplement les propriétés de l'émission stimulée. Les états des qubits sont alors codés dans la polarisation horizontale (H) ou verticale (V) de photons. La machine à cloner peut être idéalement réalisée par $M-N$ atomes à trois niveaux amplifiant les photons H et V sur deux transitions ayant un niveau excité commun. Si N photons de polarisation H « passent » sur cette machine, un nombre de photons supérieur à N est produit avec la même polarisation H sous l'effet de l'émission stimulée sur la transition correspondante, mais il s'en produit

aussi avec la polarisation V sous l'effet de l'émission spontanée sur l'autre transition. Un calcul de dénombrement simple montre que la fraction produite avec la « mauvaise » polarisation permet de retrouver la limite du clonage optimal. En d'autres termes, le caractère approximatif du clonage est une conséquence de l'inévitable émission spontanée qui ajoute son bruit quantique au processus classique d'amplification. La symétrisation du clonage optimal résulte dans ce modèle simplement du caractère bosonique des photons qui sont automatiquement dans un état symétrique par échange. Si la théorie de ce clonage optimal par amplification optique est simple, sa réalisation expérimentale est délicate. Nous avons conclu la leçon par une discussion des problèmes qui se posent à l'expérimentateur. Dans le cas du clonage de $N = 1$ vers $M = 2$, il faut en effet envoyer un seul photon sur un atome excité et détecter en coïncidence les deux photons résultants. Mais l'atome émet spontanément dans tous les modes du vide, alors que le photon incident ne stimule l'émission que dans son propre mode. La probabilité de clonage est donc faible, le processus le plus fréquent étant l'émission spontanée et incontrôlable de l'atome dans un mode différent du photon à cloner. Pour résoudre ce problème d'accord de mode (« *mode matching* »), on remplace l'émission spontanée atomique d'un photon par un processus de conversion paramétrique dans un cristal non-linéaire émettant des photons par paires. La détection d'un photon de la paire définit le mode dans lequel l'autre est émis. En envoyant le photon à cloner dans ce mode, on peut isoler un signal sensible uniquement aux événements pour lesquels l'amplification optique est importante. Nous avons conclu la leçon par une description sommaire de l'expérience, en laissant les détails pour la leçon suivante.

Clonage de qubits, cryptographie quantique et superluminalité

La cinquième leçon a conclu l'étude du clonage quantique. Nous avons commencé par décrire les expériences de clonage par conversion paramétrique de qubits codés dans la polarisation de photons, dont le principe avait été donné dans la leçon précédente. Ces expériences ont permis de mettre en évidence directement l'effet d'amplification d'un mode du champ par émission stimulée et d'obtenir une fidélité de clonage en bon accord avec la théorie. Elles sont très délicates cependant car elles demandent beaucoup de soin dans l'alignement optique et l'accord temporel des modes. Elles reposent surtout sur des processus de « post-sélection » qui ne retiennent qu'une toute petite fraction des événements.

Nous avons ensuite abordé l'analyse du clonage comme *méthode d'attaque* en cryptographie. L'interception par un espion (Eve) d'une clé de bits échangée par deux partenaires (Alice et Bob) serait possible si le clonage parfait existait. Il suffirait à Eve de cloner les qubits envoyés par Alice, de garder une copie et de laisser l'autre parvenir à Bob et d'attendre les échanges d'information entre Alice et Bob pour en déduire la clé. L'impossibilité du clonage parfait limite l'efficacité de cette stratégie mais permet à Eve d'acquérir une information partielle sur la clé. En obtenant cette information, elle perturbe les qubits reçus par Bob et lui fournit

donc des indices de son interception. La limite imposée par la théorie quantique à la fidélité du clonage permet de définir la limite au taux de bruit acceptable sur un canal de communication quantique pour l'échange d'une clé cryptographique que l'on veut à l'abri de tout espionnage.

Nous avons conclu l'étude du clonage en faisant le lien entre clonage et transmission d'information superluminale. Comme rappelé plus haut, un clonage parfait rendrait possible la communication instantanée d'information dans une expérience de type EPR, ce qui serait contraire au principe de la relativité. Reprenant un argument de Nicolas Gisin, nous montrons que la fidélité $F = 5/6$ du clonage optimal correspond à la borne supérieure, au delà de laquelle une communication superluminale deviendrait possible. En d'autres termes, la fidélité du clonage optimal est une condition nécessaire pour assurer la coexistence pacifique entre les principes de la relativité et ceux de la physique quantique non-relativiste. Cette coexistence n'a en soi rien d'évident. Le fait que les propriétés de l'intrication, basées sur une physique où la vitesse de la lumière ne joue aucun rôle fondamental, soient compatibles avec le principe de causalité relativiste est remarquable.

Reconstructions de la fonction de Wigner d'un mode du champ : généralités

Dans *la sixième leçon* nous avons abordé l'étude de l'estimation et de la reconstruction d'états d'un oscillateur harmonique évoluant dans un espace sous-tendu par un nombre infini d'états. Nous avons commencé par des rappels sur la fonction de Wigner \mathbb{W} qui donne une description de l'oscillateur dans son espace des phases, la plus proche possible de la description classique. Cette description est parfaitement équivalente à celle de l'opérateur densité ρ , la fonction de Wigner \mathbb{W} et ρ se déduisant l'un de l'autre par de simples transformations mathématiques. Nous avons rappelé les propriétés essentielles de \mathbb{W} et avons décrit les fonctions de Wigner des états cohérents et de quelques états non classiques du champ (états de Fock et état « chats de Schrödinger »). Nous avons en particulier insisté sur la signature de « non-classicalité » constituée par l'existence de structures non-gaussiennes à valeurs négatives de la fonction de Wigner.

Nous avons ensuite décrit deux méthodes standard de reconstruction directe de la fonction de Wigner d'un état d'un mode du champ lorsqu'on dispose d'un grand nombre de copies. La méthode dite de tomographie quantique repose sur la mesure des distributions de quadratures du champ le long de multiples directions dans l'espace des phases. Ayant effectué ces mesures de quadratures, on calcule la fonction de Wigner par une procédure d'inversion analogue à celle qui est mise en œuvre pour reconstruire les images en tomographie médicale à partir de mesures d'absorption de rayons X traversant le corps sous différents angles. La mesure des quadratures s'effectue par une méthode d'homodynage qui mélange le champ à mesurer avec un champ de référence (oscillateur local) de phase variable. Cette méthode est bien adaptée à la mesure de champs optiques se propageant librement ou dans des fibres optiques. Une autre méthode consiste à translater le champ dans

l'espace des phases (ce qui correspond comme l'homodynage à un mélange du champ à mesurer avec une référence cohérente) puis à mesurer la parité du nombre de photons dans le champ ainsi obtenu. Cette méthode donne directement la valeur de la fonction de Wigner en différents points correspondant aux amplitudes des champs de translation utilisés. Elle ne nécessite pas de procédure d'inversion et est bien adaptée à l'étude de champs microonde piégés dans une cavité.

Les méthodes de reconstruction directes reposent sur une formulation mathématique exacte contraignant de façon « rigide » les valeurs de la fonction de Wigner, ou ce qui revient au même les éléments de la matrice densité du champ étudié, lorsqu'un grand nombre de mesures ont été faites. Elles reviennent à identifier les fréquences des mesures obtenues (données par des histogrammes expérimentaux) aux valeurs théoriques exactes attendues (données par leur expression en fonction de la matrice densité ou de la fonction de Wigner). Cette identification revient lorsqu'on emploie la méthode de tomographie quantique à résoudre un grand nombre d'équations couplées. Si les mesures sont entachées de bruit systématique ou si les échantillons ne sont pas assez grands, entraînant des fluctuations statistiques importantes, les équations à résoudre peuvent conduire à un état grossièrement faux, voire non physique (matrice densité avec des valeurs propres négatives). Une cause fondamentale d'erreur provient de ce que les mesures sont effectuées avec un appareil non idéal. Ses imperfections sont cependant quantifiables et peuvent être mesurées par des opérations de calibration préliminaires. L'introduction de ces informations dans la procédure de reconstruction permet de remonter à l'état préparé, différent de l'état « brut » mesuré. Une façon naturelle de procéder est d'utiliser pour déterminer l'état une méthode d'estimation statistique basée sur les principes discutés dans la deuxième leçon. Nous avons montré comment le principe du maximum de vraisemblance pouvait être adapté à la reconstruction de l'état du système. On décrit les mesures des différentes observables par la donnée des fréquences avec lesquelles chaque valeur propre a été obtenue et on infère à partir de ces résultats l'opérateur densité (et donc la fonction de Wigner) qui reproduit le mieux la statistique observée. On construit pour cela une fonction de vraisemblance associée aux résultats des mesures qui dépend de l'état a priori inconnu du système et on maximise cette fonction par rapport à l'état. Cette procédure fait automatiquement coïncider au mieux les fréquences mesurées et les probabilités théoriques. Pratiquement, la méthode de recherche de l'opérateur densité peut se faire par une méthode itérative bien adaptée au calcul par ordinateur. Cette méthode aboutit à un opérateur densité nécessairement physique, par construction positif et normé. Elle est en outre bien adaptée à la prise en compte systématique des erreurs de mesure.

*Reconstructions de la fonction de Wigner d'un mode du champ :
description d'expériences*

Dans la septième et dernière leçon, nous avons commencé par décrire une autre méthode de reconstruction statistique de l'état d'un mode du champ, basée sur le principe d'entropie maximum. Alors que la méthode du maximum de vraisemblance

décrite à la leçon 6 détermine l'opérateur densité maximisant la probabilité d'obtention des fréquences des valeurs propres observées, la méthode d'entropie maximum obéit à une logique différente. Elle cherche parmi tous les opérateurs densité qui correspondent aux valeurs moyennes mesurées celui qui a l'entropie la plus grande. Cette condition revient à construire l'opérateur densité qui tient uniquement compte de l'information fournie par les mesures, sans ajouter aucune autre hypothèse. Il est alors naturel de considérer que l'état du système est celui qui correspond au désordre maximum compatible avec les contraintes données par le résultat des mesures. La recherche de l'opérateur densité du champ (et donc sa fonction de Wigner) se ramène à un problème de variation sous contrainte dont la solution exploite la méthode des multiplicateurs de Lagrange. On construit une combinaison linéaire de tous les opérateurs correspondant aux observables mesurées, dont les coefficients sont ces multiplicateurs, et on exprime l'opérateur densité comme une fonction exponentielle de cette combinaison. Les multiplicateurs de Lagrange sont alors déterminés par une méthode de moindre carré comparant les valeurs moyennes mesurées à celles qui correspondent à l'expression de l'opérateur densité. L'ajustement des multiplicateurs de Lagrange s'effectue par un algorithme itératif.

Dans la suite de la leçon, nous illustrons ces idées générales par la description de reconstruction d'états non-classiques réalisées dans des expériences d'électrodynamique quantique en cavité. Après quelques rappels sur le principe général de ces expériences, nous montrons comment elles permettent de préparer soit des états de Fock à nombre de photons bien défini, soit des états dits de « chats de Schrödinger » qui sont des superpositions d'états cohérents de phases différentes. Cette préparation est basée sur la mesure non destructive, à l'aide d'atomes de Rydberg traversant un à un la cavité, du nombre de photons contenus dans le champ. Cette mesure est basée sur une méthode d'interférométrie atomique de type Ramsey, déjà décrite dans le cours de 2007-2008. Une fois ces états non-classiques préparés, ils sont déplacés par mélange homodyne avec un champ cohérent de phase et d'amplitude ajustable et des mesures non destructives du nombre de photons dans le champ déplacé sont ensuite effectuées, toujours par interférométrie de Ramsey. Du résultat de ces mesures, l'opérateur densité du champ et sa fonction de Wigner sont déduits par le principe d'entropie maximum. Alternativement, la méthode du maximum de vraisemblance a également été employée pour reconstruire des états de Fock. Le cours 2009-2010 portant sur l'estimation et la reconstruction « passive » d'états sera prolongé en 2010-2011 par une série de leçons étudiant des méthodes actives de contrôle et de protection d'états quantiques combattant la décohérence.

Explorer le monde quantique avec des atomes et des photons

L'enseignement donné à Bruxelles en mars 2010 en français était intitulé « Explorer le monde quantique avec des atomes et des photons ». Les deux premières leçons étaient orientées vers le grand public et les deux dernières, plus spécialisées, réservées à des étudiants et chercheurs en optique quantique et en traitement quantique de l'information. Voici les titres et résumés de ces leçons.

Atomes et lumière

Atomes et lumière sont les acteurs principaux du monde de nos perceptions. La compréhension profonde de leurs mécanismes d'interaction a conduit à l'invention du laser qui permet aujourd'hui de créer et d'étudier de nouveaux états de la matière aux propriétés fascinantes.

Puissance et étrangeté du quantique

En nous dévoilant les lois du monde microscopique, la physique quantique nous a offert les merveilles technologiques qui ont changé notre vie au xx^e siècle. Allons-nous au xxi^e siècle vers une nouvelle révolution quantique exploitant directement l'étrangeté des lois quantiques ?

L'électrodynamique quantique en cavité

En isolant des atomes et des photons dans une cavité aux parois ultra-réfléchissantes, on met en scène l'interaction atome-rayonnement dans des conditions qui permettent d'observer de façon idéale des phénomènes quantiques fondamentaux.

Piéger et détecter des photons sans les détruire : une nouvelle façon de voir

Alors que les méthodes habituelles de détection de la lumière absorbent les photons, nous avons développé une méthode « douce » de mesure de la lumière qui permet aux photons de survivre à leur observation. Ces expériences testent les concepts fondamentaux de la physique quantique et ouvrent des perspectives prometteuses pour le traitement quantique de l'information.

SÉMINAIRES

Une série de sept séminaires accompagnait le cours du Collège de France à Paris en le complétant et en illustrant différents aspects. En voici la liste dans l'ordre où ils ont été donnés :

18 janvier 2010 : Tobias Kippenberg, Max Planck Institute, Garching : « Cavity Optomechanics: exploiting the radiation pressure coupling of optical and mechanical degrees of freedom in microresonators ».

25 janvier 2010 : Antoine Heidmann, LKB/ENS/UPMC : « Micro-résonateurs et pression de radiation : vers l'optomécanique quantique ».

1^{er} février 2010 : Claude Fabre, LKB/ENS/UPMC : « Histoires de modes : effets quantiques dans les images optiques et les peignes de fréquence ».

8 février 2010 : Arno Rauschenbeutel, Université de Mayence : « Trapping, interfacing and conveying cold neutral atoms using optical nanofibers ».

15 février 2010 : Fabio Sciarrino, Université La Sapienza, Rome : « Recherche sur la transition du monde quantique au monde classique à travers un processus d'amplification ».

22 février 2010 : Eugene Polzik, Niels Bohr Institute, Copenhague : « Entanglement assisted metrology and sensing ».

1^{er} mars 2010 : Max Hofheinz, Université de Californie (Santa Barbara) et CEA : « Synthèse et tomographie d'états quantiques arbitraires d'un résonateur avec un qubit supraconducteur ».

COLLOQUE INTERNATIONAL : ATOMES, CAVITÉS ET PHOTONS

Un colloque international intitulé « Atomes, cavités et photons » s'est tenu dans l'amphithéâtre Marguerite de Navarre les 10, 11 et 12 septembre 2009. Cette manifestation, organisée par Jean-Michel Raimond et Michel Brune, du laboratoire Kastler Brossel (LKB) de l'École normale supérieure, a été l'occasion de célébrer le 65^e anniversaire de Serge Haroche. Une vingtaine de scientifiques venus de France, d'Europe, des États-Unis, du Japon et du Brésil ont ainsi pu présenter à Paris devant une large audience leurs travaux portant sur des thèmes de recherche auxquels Serge Haroche et son équipe ont contribué depuis trois décennies. L'électrodynamique quantique en cavité, qui s'intéresse au couplage d'atomes avec quelques photons piégés dans une cavité, était le sujet central du colloque, qui a également abordé d'autres domaines voisins en optique et en information quantiques.

La liste des participants incluait Claude Cohen-Tannoudji, professeur honoraire au Collège de France, prix Nobel de physique en 1997, qui fut le directeur de thèse de Serge Haroche, Daniel Kleppner, du MIT, l'inventeur du maser à hydrogène et l'une des personnalités les plus influentes de la physique atomique mondiale, Roy Glauber de Harvard, le père de la théorie de l'optique quantique, pour laquelle il a reçu le prix Nobel en 2005, Theodor Hänsch de l'institut Max Planck de Garching en Allemagne, l'un des fondateurs de la spectroscopie laser, prix Nobel en 2005 également, ainsi que David Wineland, le grand spécialiste américain du piégeage des ions atomiques en vue d'applications à l'information quantique et à la métrologie du temps.

Il faut ajouter à cette liste Peter Zoller, Anton Zeilinger et Rainer Blatt, trois scientifiques qui font le renom de l'école autrichienne d'information quantique. Massimo Inguscio, Gerhardt Rempe, Andreas Wallraff et Peter Knight représentaient respectivement la physique quantique italienne, allemande, suisse et anglaise. La recherche française n'était pas en reste avec Philippe Grangier (Institut d'optique de Palaiseau), Jean-Michel Gérard (CEA, Grenoble) et Jakob Reichel (LKB-ENS). Plusieurs anciens étudiants, post-docs, visiteurs et collaborateurs de Serge Haroche et de son groupe sont aussi venus à Paris pour l'occasion : Dieter Meschede, Arno Rauschenbeutel et Ferdinand Schmidt-Kaler de Bonn, Mayence et Ulm, Vahid Sandoghdar de l'Institut polytechnique de Zurich, Luigi Moi de Sienna, Enrique Solano de Bilbao, Luiz Davidovich et Nicim Zagury de Rio de Janeiro. Enfin, Yoshi Yamamoto (Stanford et National Institute of Informatics, Tokyo), qui a pendant dix ans codirigé avec Serge Haroche un programme de recherche franco-américano-japonais sur l'intrication quantique, était également présent.

PRIX ET DISTINCTIONS

Serge Haroche a reçu en 2009 la médaille d'or du CNRS, qui lui a été remise dans le grand amphithéâtre de la Sorbonne le 16 décembre 2009. Cette distinction a été l'occasion de nombreux articles dans la presse française, d'émissions à la radio et à la télévision. Un film fait par le CNRS pour présenter Serge Haroche et sa recherche à un public non spécialisé a été présenté au cours de la cérémonie à la Sorbonne. Par ailleurs, Serge Haroche a reçu en mars 2010 le prix Herbert Walther décerné conjointement par la Société allemande de physique et la Société américaine d'optique. Il a été élu en 2009 membre étranger de l'Académie brésilienne des sciences et membre de la Société européenne des sciences. En avril 2010, il est devenu membre associé étranger de la National Academy of Sciences des États-Unis. Enfin, le groupe de recherche de Serge Haroche a été distingué en 2009 par une bourse ERC senior de l'European Research Council.

CONFÉRENCES ET SÉMINAIRES DE SERGE HAROCHE

En dehors de ses cours au Collège de France et à Bruxelles, S. Haroche a donné les séminaires, cours et conférences suivants, entre juillet 2009 et juin 2010 :

Juillet 2009 : Gordon Conference in Atomic Physics, Trenton, New-Hampshire : « Quantum non-demolition measurements in Cavity QED: recent results and perspectives ».

Juillet 2009 : Conférence Internationale de collisions atomiques ICPEAC, conférence plénière, Kalamazoo, Michigan : « Non-destructive photon counting ».

Septembre 2009 : French-Brazilian workshop in physics and Mathematics, Rio de Janeiro : « Counting photons without destroying them: a subtle way to look ».

Septembre 2009 : Colloquium à COPEA, Rio de Janeiro : « Power and strangeness of the quantum ».

Septembre 2009 : Quantum Information Processing and Communication Conference (QIPC-2009), Rome : « Manipulating and probing microwave fields in a cavity by quantum non-demolition photon counting ».

Octobre 2009 : Colloquium à l'Université de Aachen, Allemagne : « Trapping and counting photons in "vivo": a non-destructive way to look at light ».

Novembre 2010 : Communication invitée à la conférence sur Nanomagnetism, spin electronics and quantum optics (NSEQO 2009), Rio de Janeiro : « Photons 'in vivo': manipulating and measuring light in a cavity without destroying it ».

Décembre 2009 : Colloquium au département de physique de l'ENS : « Tests fondamentaux de physique atomique dans une boîte à photons ».

Décembre 2009 : Exposé au Conseil d'Administration du CNRS sur les travaux ayant conduit à la Médaille d'Or du CNRS.

Janvier 2010 : Exposé au Conseil Scientifique du CNRS sur la médaille d'Or du CNRS.

Janvier 2010 : Exposé au personnel du siège du CNRS sur la Médaille d'Or du CNRS.

Janvier 2010 : Colloque de l'Orme des Merisiers, département de physique théorique du CEA, Saclay : « Tests fondamentaux de physique quantique dans une boîte à photons ».

Février 2010 : Colloquium à l'Université de Milan : « Exploring the quantum nature of light in a Cavity ».

Mars 2010 : Conférence plénière à la réunion annuelle de la Société allemande de physique : « Fundamental tests in Cavity Quantum Electrodynamics ».

Mars 2010 : Séminaire à l'Institut d'Astrophysique, Paris : « Tests fondamentaux de physique quantique dans une boîte à photons ».

Mars 2010 : Conférence aux étudiants en classes préparatoires de la région parisienne : « Puissance et étrangeté du monde quantique ».

Avril 2010 : Séminaire à la Société Française de Physique (section d'Orsay) : « Tests fondamentaux de physique quantique dans une boîte à photons ».

Avril 2010 : International Symposium of Physics of quantum technologies, Tokyo, Japon : « From the reconstruction to the control of quantum states of light in a cavity ».

Avril 2010 : Conférence invitée à SPIE Photonics Europe 2010, Bruxelles : « Photons in vivo: manipulating and measuring light in a cavity without destroying it ».

Avril 2010 : Conférence invitée à Frontiers in Atomic Physics, Florence, Italie : « From the reconstruction to the control of quantum states of light in a cavity ».

Avril 2010 : Conférence Inaugurale de la chaire de Physique Solvay 2010, Bruxelles : « Power and strangeness of the quantum ».

Mai 2010 : Séminaire au NIST à Boulder, États-Unis : « From the reconstruction to the control of quantum states of light in a cavity ».

Mai 2010 : Colloquium à l'Université du Maryland, États-Unis : « Photons in vivo: manipulating and measuring light in a cavity without destroying it ».

Mai 2010 : Séminaire à la Société Française de Physique (section de Strasbourg) : « Tests fondamentaux de physique quantique dans une boîte à photons ».

Mai 2010 : Colloquium au CERN, Genève : « Fundamental tests in Cavity Quantum Electrodynamics ».

Mai 2010 : Conférence invitée à Quantum 2010, Turin : « Generating, reconstructing and controlling quantum states of light in a cavity ».

Juin 2010 : Conférences dans le cadre de la chaire de Physique Solvay 2010, Bruxelles : Four specialized lectures on Cavity Quantum Electrodynamics : (1) Principles and brief history of Cavity QED ; (2) Schrödinger cats in Cavity QED to explore the quantum-classical boundary ; (3) Quantum Non-Demolition photon counting in Cavity QED ; (4) Quantum state reconstruction and decoherence studies in Cavity QED.

Juin 2010 : Colloquium à l'Université Ludwig-Maximilian de Munich : « Exploring the quantum nature of light in a cavity ».

Juin 2010 : Colloquium à l'Université de Mayence : « Exploring the quantum nature of light in a cavity ».

Juin 2010 : Conférence invitée à la célébration des 50 ans du Laser, Paris : « Exploring the nature of light in a photon box ».

INVITATION D'UN PROFESSEUR ÉTRANGER

Dans le cadre de la chaire de Physique quantique, Serge Haroche a invité le professeur Douglas Hofstadter, de l'université de l'Indiana aux États-Unis, qui a donné en mai et juin 2010 une série de quatre conférences portant sur l'importance de l'analogie dans les processus de la pensée. L'une de ces conférences a traité de l'analogie dans la pensée d'Einstein et deux de l'analogie dans la question de la traduction, en particulier celle de la poésie. Ces conférences ont attiré un nombreux public, formé en grande partie d'auditeurs non physiciens.

ACTIVITÉS DE RECHERCHE

Le travail de recherche de S. Haroche se déroule au sein du laboratoire Kastler Brossel (LKB) de l'École normale supérieure. Il y codirige, avec ses collègues Jean-Michel Raimond (professeur à Paris VI et à l'Institut universitaire de France) et Michel Brune (directeur de recherches au CNRS), une équipe de chercheurs et d'étudiants (groupe d'électrodynamique quantique en cavité).

Le thème général des recherches du groupe porte sur l'étude des effets quantiques (intrication, complémentarité et décohérence) et de leurs applications dans des systèmes constitués d'atomes en interaction avec des photons. Un rapport d'activité complet est rédigé tous les deux ans pour le comité national du CNRS et contient une analyse détaillée des problèmes scientifiques abordés par le groupe et un bilan des résultats nouveaux.

L'équipe bénéficie depuis le début 2010 d'un contrat ERC européen (*senior research grant*) pour développer un programme de recherche intitulé DECLIC, acronyme pour « *Decoherence of Light in Cavities* ». Il s'agit de préparer et de manipuler des états non-classiques du rayonnement piégé dans des cavités de très grand facteur de qualité et d'étudier comment contrôler ces états et les protéger de la décohérence (une description sommaire du programme DECLIC a été donnée dans le résumé des travaux de la chaire de 2008-2009).

Pour mener DECLIC à bien, le groupe doit mettre au point plusieurs nouveaux montages expérimentaux. L'un de ces montages doit réaliser des sources déterministes d'atomes de Rydberg servant de sondes pour le rayonnement. Un second montage doit permettre la mise au point et l'étude de nouvelles cavités supraconductrices. Un troisième sera utilisé pour envoyer dans une cavité des atomes très lents interagissant longtemps avec le champ, dans une configuration de type « fontaine à atomes ». Un dernier montage comprenant deux cavités traversées par le même jet d'atome doit permettre l'étude de champs intriqués dans deux régions séparées de l'espace. La mise au point de ces montages a occupé l'essentiel du temps de l'équipe pendant l'année écoulée et devra l'occuper encore l'année prochaine. En parallèle, le montage existant qui a permis en 2006-2008 d'effectuer des expériences de mesures non-destructives de photons a été adapté pour réaliser des études de rétroaction quantique. Nous espérons que ces études pourront bientôt commencer.

À côté de cet effort expérimental important, nous avons poursuivi une réflexion approfondie sur la théorie. En collaboration avec deux théoriciens de l'université de Bari, nous avons en particulier étudié l'effet Zénon dynamique qui consiste à empêcher un système quantique d'évoluer en dehors d'une région de son espace des états, sous l'effet de mesures ou de perturbations répétées. Cet effet, qui présente une grande analogie avec l'effet Zénon habituel (que nous avons étudié expérimentalement dans une expérience d'électrodynamique quantique en cavité en 2008), devrait nous permettre de restreindre l'évolution d'un mode du champ piégé dans une cavité à un sous-espace où le nombre de photons est limité par une

borne supérieure. Il devrait nous permettre aussi de réaliser une « pince agissant dans l'espace des phases » (« *phase-space tweezer* ») qui pourra déplacer à volonté dans cet espace une composante cohérente d'une superposition d'états, indépendamment des autres composantes. Il s'agira là d'un outil potentiellement très commode pour la manipulation et l'étude d'états non-classiques du champ.

PUBLICATIONS DU GROUPE D'ÉLECTRODYNAMIQUE QUANTIQUE EN CAVITÉ

Les publications sont recensées entre juillet 2009 et juillet 2010.

Haroche S., Deléglise S., Sayrin C., Bernu J., Gleyzes S., Guerlin C., Kuhr S., Dotsenko I., Brune M. et Raimond J.-M., « Quantum non-demolition photon counting and time resolved reconstruction of non-classical field states in a cavity » in *Pushing the frontiers of atomic physics. Proceedings of the XXI Conference on Atomic Physics*, World Scientific, 2009.

Emmert A., Lupascu A., Brune M., Raimond J.M., Haroche S. et Nogues G., « Microtraps for neutral atoms using superconducting structures in the critical state », *Phys. Rev. A* 80, 061604, 2009.

Haroche S., Dotsenko I., Deléglise S., Sayrin C., Zhou X., Gleyzes S., Guerlin C., Kuhr S., Brune M. et Raimond J.M., « Manipulating and probing microwave fields in a cavity by quantum non-demolition photon counting », *Physica Scripta*, T137, 014014, 2009.

Brune M., Dotsenko I., Deléglise S., Sayrin C., Zhou X., Gleyzes S., Guerlin C., Kuhr S., Raimond J.M. et Haroche S., « Quantum field state measurement and reconstruction in a cavity by quantum non demolition photon counting », in *Laser Spectroscopy. Proceedings of the 19th International Conference on Laser Spectroscopy*, 2010.

Haroche S., Dotsenko I., Gleyzes S., Brune M. et Raimond J.-M., « Exploring Decoherence in Cavity QED », in *Perspectives in Mesoscopic Physics*, World Scientific, 2010.